

Отзыв официального оппонента на диссертацию  
Маковеевой Евгении Васильевны  
«**Математическое моделирование роста кристаллов на промежуточной и  
заключительной стадиях фазового превращения**»  
на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности  
1.3.14. Теплофизика и теоретическая теплотехника.

Диссертационная работа посвящена теоретическому описанию зарождения и роста полидисперсного ансамбля сферических кристаллов в переохлаждённых расплавах и пересыщенных растворах. В работе рассматриваются промежуточная и заключительная стадии фазового превращения, а также изучается переход метастабильной системы между этими стадиями. Новизной работы является построение аналитических решений на промежуточной стадии фазового превращения, с учетом отвода готовых кристаллов продукта, а также тепло- массообмена кристаллизатора с окружающей средой. Новизной математических моделей и построенных аналитических решений также является влияние условия Гиббса-Томсона и атомной кинетики на скорость роста частиц в метастабильных системах. Аналитическое описание переходного состояния системы между промежуточной и заключительной стадиями, а также ее эволюции на заключительной стадии с учетом начального распределения кристаллов по размерам и нелинейного массопереноса также впервые рассмотрено в настоящей диссертации.

*В первой главе* приведен обзор современного состояния проблемы объемной кристаллизации, описаны наиболее важные теоретические результаты, полученные в предыдущих работах, а также показаны развиваемые в диссертации направления исследований.

Основное содержание диссертации приведено в главах 2-5.

*Во второй главе* работы приведена математическая теория объемного роста кристаллов в однокомпонентных метастабильных жидкостях, когда в системе происходит отвод кристаллов заданного размера и тепломассообмен с окружающей средой. Построены стационарные и нестационарные аналитические решения, описывающие бесперебойные режимы работы кристаллизатора. Автором развит новый способ аналитического решения сложной интегро-дифференциальной модели, основанной на совместном использовании метода седловой токи и метода разделения переменных. Показано, что наличие кристаллизатора вносит принципиальную разницу в построении решения по сравнению с аналогичной задачей без его учета.

*В третьей главе* рассматривается более сложная математическая постановка задачи, учитывающая наличие примеси в переохлажденном бинарном расплаве. Математическая модель при этом содержит два балансовых уравнения для тепла и концентрации растворенной примеси и дополнительные граничные и начальные условия. Важной особенностью теории является учёт нестационарного роста отдельных кристаллов в переохлажденном расплаве, а также различных кинетик зарождения крис-

таллов в нем. Для решения поставленных задач автор работы успешно обобщил методику аналитических решений предыдущей главы.

*В четвертой главе* учтено влияние условия Гиббса-Томсона и атомной кинетики присоединения частиц к поверхностям растущих кристаллов. Показано, что эти эффекты значительно изменяют скорости роста отдельных кристаллов, а также их распределение по размерам и кинетику снятия переохлаждения метастабильной жидкости. Значимость рассмотрения этих эффектов подтверждается сопоставлением теории с экспериментальными данными. Построена аналитическая теория определения «хвоста» функции распределения частиц по размерам на финальных этапах промежуточной стадии фазового перехода, который определяет релаксацию функции распределения на заключительной стадии остwaldова созревания.

Полученные теоретические результаты использованы в *пятой главе* диссертации, где произведен учет нестационарности роста кристаллов и их начального распределения в метастабильной жидкости при остwaldовом созревании: определена нестационарная поправка к скорости роста частиц теории Лифшица-Слезова и границы переходной области, окружающей «блокирующую» точку. Показано, что эти эффекты продляют функцию распределения направо от блокирующей точки, поднимают её левые и правые ветви и дают широкое куполообразное распределение, которое находится ниже асимптотического решения Лифшица-Слезова. Кроме этого, в главе исследована релаксация функции распределения к асимптотическому универсальному решению. Развитая теория хорошо описывает многочисленные экспериментальные данные.

К работе имеются следующие вопросы и замечания:

1. При анализе полученных аналитических решений автор рассматривает две кинетики зарождения: Вебера-Вольмера-Френкеля-Зельдовича и Майера. Является ли чувствительной построенная теория к выбору других кинетик нуклеации? Чем обоснован выбор данных кинетик в работе?
2. В разных частях работы для одинаковых по смыслу величин использованы разные обозначения (например, функция распределения через  $F$  и  $\varphi$ , радиус кристалла через  $R$  и  $a$ ). Чем вызван такой выбор переменных?
3. В работе имеются несущественные опечатки. Например, в формуле (3.28) не хватает закрывающейся скобки, а формула (3.29) перекрывается с ее номером.
4. В разделе 3.2.2 построено решение для основного вклада и его первой поправки по методу седловой точки. Можно ли определить аналитическое решение для второй поправки?

Отмеченные замечания не носят принципиального характера и не снижают значения диссертационной работы.

Стоит отметить аккуратность изложения диссертантом развиваемой теории, корректность выполненных математических преобразований, грамотный анализ результатов и их наглядную интерпретацию.

В целом диссертация Маковеевой Е.В. представляет собой завершённую научно-исследовательскую работу на актуальную тему, содержит новые оригинальные результаты, имеющие высокую теоретическую и практическую значимость. Результаты диссертации с достаточной полнотой опубликованы в 20 статьях в высокорейтинговых рецензируемых научных журналах, определенных ВАК и Аттестационным советом УрФУ. Материалы диссертации успешно прошли апробацию на российских и международных конференциях.

Считаю, что диссертационная работа Маковеевой Е.В. по объёму выполненных исследований, их качеству, достоверности, научной значимости, новизне полностью соответствует требованиям п.9-11 Положения о присуждении ученых степеней в УрФУ, предъявляемых к диссертационным работам на соискание ученой степени кандидата наук, а её автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.14. Теплофизика и теоретическая теплотехника.

Официальный оппонент,

кандидат физико-математических наук, доцент,  
заведующий кафедрой теоретической  
физики Федерального государственного  
бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования «Удмуртский  
государственный университет»

Лебедев Владимир  
Геннадьевич

«15» ноября 2021 г.

Адрес: 426034, г. Ижевск,  
ул. Университетская, 1  
Тел. +7(3412) 916-130  
e-mail: [lvg@udsu.ru](mailto:lvg@udsu.ru)

Подпись Лебедева В.Г. заверяю, ученый секретарь Ученого совета  
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»  
Пушина Любовь Александровна

