

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого  
Президента России Б.Н. Ельцина»  
Уральский энергетический институт  
Кафедра электротехники

На правах рукописи

Соколов Игорь Владимирович

**Влияние структуры магнитного поля на характер  
магнитогидродинамических течений в электромагнитных  
перемешивателях расплавов**

Специальность 2.4.4. Электротехнология и электрофизика

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, доцент  
Фризен Василий Эдуардович

Екатеринбург — 2022

## Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	4
<b>Глава 1. Обзор литературы</b> . . . . .	12
1.1 Воздействие электромагнитного поля на расплавы . . . . .	12
1.2 Методы анализа МГД-процессов . . . . .	17
1.3 Валидационные установки . . . . .	24
1.4 Повышение эффективности перемешивания бегущим магнитным полем . . . . .	25
1.5 Несимметрия систем напряжения в электротехнике . . . . .	31
1.6 Подходы к моделированию распределения примеси в расплавах .	35
1.7 Выводы по главе . . . . .	40
<b>Глава 2. Разработка численной модели перемешивателя с индуктором бегущего магнитного поля</b> . . . . .	42
2.1 Объект исследования . . . . .	42
2.2 Общие рассуждения . . . . .	44
2.3 Электромагнитная часть . . . . .	45
2.4 Гидродинамическая часть . . . . .	46
2.5 Экспериментальная валидация . . . . .	49
2.6 Алгоритм расчета электродинамических сил . . . . .	53
2.7 Выводы по главе . . . . .	59
<b>Глава 3. Влияние сдвига фаз токов индуктора на усилия во вторичном жидкометаллическом элементе</b> . . . . .	60
3.1 Постановка задачи . . . . .	60
3.2 Результаты моделирования . . . . .	61
3.3 Выводы по главе . . . . .	70
<b>Глава 4. Анализ взаимодействия магнитных полей при помощи метода симметричных составляющих</b> . . . . .	72
4.1 Анализ несимметрии . . . . .	73
4.2 Анализ распределения примеси . . . . .	91
4.3 Выводы по главе . . . . .	97

Заключение . . . . .	99
Список литературы . . . . .	102
Приложение А. Аппроксимация кривой тангенциальных усилий в среднем сечении кюветы . . . . .	115

## Введение

**Актуальность и степень разработанности темы.** В металлургии широко распространено воздействие электромагнитного поля на расплавы. Взаимодействие токов и магнитного поля позволяет воздействовать не только на проводящие материалы (металлы, полупроводники), но и на вещества, которые в твердом состоянии не взаимодействуют с электромагнитным полем (оксиды, соли). Это явление нашло широкое применение для перемешивания, транспортировки и кристаллизации расплавов.

Во многих случаях для этих целей используются индукторы, создающие бегущее магнитное поле. Оно создается последовательным возбуждением катушек переменным током, что приводит к возникновению движения максимума индукции магнитного поля вдоль индуктора. В проводящих жидкостях под воздействием такого поля наводятся токи, создающие, в свою очередь, усилия в расплаве. Основное преимущество подобного подхода – отсутствие контакта с расплавом, в отличие от механических или кондукционных устройств, а также большие удельные тяговые усилия и возможность управления потоками расплава.

Исследованием взаимодействия бегущих магнитных полей и проводящих жидкостей начали заниматься с 50-х годов XX века, ввиду сложности, связанной с междисциплинарностью проблематики, и до сих пор занимаются различные коллективы по всему миру. Весомый вклад в разработку и исследование внесли отечественные ученые: Ю.К. Круминь, А.И. Вольдек, Ф.Н. Сарапулов, В.И. Тимофеев, М.Ю. Хацаюк, И.Р. Кириллов, кроме того, можно отметить зарубежных коллег из следующих городов: Риги (А. Якович), Берлина (Н. Дропка), Дрездена (С. Эккерт), Гренобля (И. Фаутрель), Лагуата (Л. Хачани), Лондона (В. Бояревич).

Теоретические работы получают свое развитие и на практике. Здесь можно отметить следующие компании, занимающиеся проектированием и производством индукторов бегущего магнитного поля с жидкометаллическим вторичным элементом: НПЦ МГД, НПЦ Энергетика, АBB, SIA «GORS», A/S «Krasainie Lejumi», ZMAG Ltd.

Основное направление современных исследований – описание процессов теплообмена в жидком вторичном элементе при различных конфигура-

циях электромагнитного поля. Лучшее понимание этих процессов позволяет обеспечить заданные параметры в различных технологических режимах, а именно – распределение примесей в объеме расплава, желаемую скорость перекачки, выравнивание формы фронта кристаллизации слитка и, как следствие, его равномерные свойства.

Для повышения эффективности индукционных устройств электромагнитного перемешивания в литературе предлагается использовать различные решения:

- *Временная модуляция магнитного поля.* При этом способе регулируется амплитуда магнитного поля по периодическому закону, исходя из гидравлической постоянной времени расплава подаются импульсное питание на индуктор. Таким образом изменяется во времени и электромагнитная сила в расплаве. Это позволяет менять направление потока, увеличивать турбулентную кинетическую энергию расплава. Подобный способ позволяет увеличить гомогенность распределения примеси. Так как в простейшем случае он требует только простой коммутационной аппаратуры, его можно использовать для повышения эффективности даже существующих установок.
- *Подбор оптимальной конфигурации и изменение конструкции обмоток индукторов.* Благодаря этому возможно получать большие усилия в заданных массогабаритах за счет иных параметров, например, увеличивая линейную нагрузку индуктора при сохранении плотности тока в катушках или при использовании электрической изоляции более высокого класса нагревостойкости.
- *Оптимизация параметров питания индуктора: частота, амплитуда тока.* При варьировании электрических параметров индуктора, возможно, например, получать выравнивание фронта кристаллизации, как следствие – повышение качества слитка.
- *Магнитный огнеупорный материал футеровки для уменьшения немагнитного зазора между индуктором и расплавленным металлом.* В таком случае, увеличится усилие, передаваемое электромагнитным полем в расплав. Было предложено использовать данный материал для перемешивателей в составе металлургических агрегатов, например, при обработке цветных металлов и их сплавов ввиду сравнительно малого градиента температур относительно агрегатов для черных металлов.

Вышеприведенные способы не обеспечивают универсального решения, так как совершенствуются частные случаи на конкретных установках.

В отличие от круговых машин с бегущим магнитным полем, в линейных индукторах возникают краевые эффекты, которые оказывают существенное влияние на равномерность распределения магнитного поля во вторичном элементе, а также на равномерность распределения токов по фазам индуктора при равной амплитуде приложенного к катушкам напряжения. При этом изменяются не только амплитуды напряжения и тока, но и угол сдвига фаз между ними. Это связано с наличием разомкнутой магнитной системы в линейных индукторах бегущего магнитного поля. В линейных индукционных машинах с твердым вторичным элементом этот эффект носит отрицательный характер, приводя к неравномерному распределению усилий и изменению характера нагрузки отдельных фаз, вызывая, например, неравномерное распределение активной мощности по фазам индуктора. Подобные режимы усложняют конструкцию источников питания и алгоритмы управления подобными установками. В магнитогидродинамических установках эта асимметрия может приводить к более сложной структуре магнитного поля, и, как следствие, к образованию более сложных течений жидкости, что позволяет потенциально повысить эффективность установок.

Кроме того, современные источники питания, основанные на полупроводниковых коммутационных аппаратах, позволяют регулировать параметры питающего напряжения в широких пределах. Помимо управления частотой и амплитудой токов еще имеется возможность регулировать фазовый сдвиг токов питания, что может использоваться на практике для компенсации несимметрии токов.

Как видно, в настоящее время, вопросы взаимодействия расплава и магнитного поля рассматриваются больше с точки зрения физики процесса, поэтому, исходя из вышесказанного, исследование вопроса перемешивания металла бегущим магнитным полем в разрезе электромеханических процессов в линейном индукторе и влияния особенностей питания на характер течений является актуальной тематикой.

**Целью** данной работы является исследование структуры магнитного поля при различных режимах питания индуктора линейной индукционной машины, её влияние на характер течения в жидкометаллическом вторичном

элементе под действием бегущего магнитного поля, а также на изменение эффективности перемешивания.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. произвести анализ литературы, выявить основные коллективы и подходы к изучению процессов во вторичном элементе под действием бегущего магнитного поля, а также подходы к повышению эффективности процессов вынужденного теплообмена;
2. разработать новую численную связанную модель электромагнитных и гидродинамических процессов в жидкометаллическом вторичном элементе, учитывающую распределение концентрации пассивной примеси, а также влияние несимметрии питания; показать, что токи, магнитное поле и скорости расплава, вычисленные при помощи модели, соответствуют эксперименту, оценить влияние сдвига фаз токов питания в индукторе линейной индукционной машины на течения в расплаве;
3. установить связь между соотношениями фазовых симметричных составляющих тока индуктора и электродинамических усилий, а также скоростей в расплаве; оценить качество перемешивания и особенности распределения примеси в объеме при различных амплитудах и начальных фазах токов питания линейной индукционной машины.

**Объект исследования** — линейные индукционные машины с неравномерными бегущими магнитными полями и жидкометаллическим вторичным элементом.

**Предметом исследования** являются магнитогидродинамические процессы в жидкометаллическом элементе под действием бегущего магнитного поля при изменении симметрии питающих токов и напряжений катушек индуктора

**Научная новизна** состоит в следующем:

1. Выявлено, каким образом изменение начального сдвига фаз токов питания линейного индуктора влияет на течения в жидкометаллическом вторичном элементе.
2. Для анализа течений во вторичном элементе перемешивателя с линейным индуктором впервые применен метод симметричных составляющих, упрощающий учет индуцированных усилий.

3. Показано, что основной вклад в возникновение разнонаправленных усилий в расплаве вносит именно взаимодействие бегущего и пульсирующего магнитного поля, что, в свою очередь, вызывает появление разнонаправленных течений.
4. Определена зависимость скорости и равномерности распределения примеси в жидкометаллическом вторичном элементе электромагнитного перемешивателя от соотношения и фазового сдвига симметричных составляющих токов линейного индуктора, связанная с характером течений.
5. Сформированы рекомендации по выбору возможных режимов работы электромагнитных перемешивателей с бегущим магнитным полем, учитывающие соотношение симметричных составляющих токов питания индуктора.

**Теоретическая и практическая значимость** выражается в полученном подходе к работе с численными моделями, который учитывает влияние несимметрии питания на физические процессы во вторичном жидкометаллическом элементе при воздействии на него неравномерного бегущего магнитного поля индуктора.

Для анализа течений возможно производить разложение токов индуктора методом симметричных составляющих и анализировать суммарное поле как сумму бегущего магнитного поля в прямом направлении, обратном направлении и пульсирующего магнитного поля, которые создаются соответственно прямой, обратной и нулевой составляющими токов индуктора.

С практической точки зрения, в данной работе приводятся положения, которые можно применить для формирования многовихревых течений сложной конфигурации, а также для управления распределением примеси в объеме и ускорения процессов теплообмена.

Таким образом, результаты, изложенные в диссертационной работе, могут быть использованы для упрощения расчетов режимов работы, а также при проектировании линейных индукционных машин с жидкометаллическим вторичным элементом и источников питания к ним.

**Личный вклад автора** заключается в выполнении основного объема теоретических и экспериментальных исследований, изложенных в диссертационной работе, включая разработку численных моделей, проведение исследований, анализ и оформление результатов в виде публикаций и научных докладов.



**Методология и методы исследования.** Диссертационное исследование основывается на численных расчетах методом конечных элементов на мультифизической модели, разработанной в среде COMSOL Multiphysics 6.0.

Для этого была создана численная конечно-элементная модель с разделением магнитной и гидродинамической части, т.к. экспериментальные и прогнозируемые значения магнитного числа Рейнольдса для исследуемого объекта не превышают 0,1. Магнитная часть задачи решалась в трехмерной постановке векторного магнитного потенциала, в предположении безындукционной постановки, гидродинамическая – с помощью двухмерной ламинарной или турбулентной  $k - \epsilon$  моделей в зависимости от режима течения и желаемой скорости и точности расчета.

Для анализа режимов работы применяется метод симметричных составляющих, который позволяет рассматривать поле как сумму полей сформированных отдельными составляющими токов питания индуктора.

Полученная модель валидирована в рамках диссертационного исследования на экспериментальной установке лаборатории технологической гидродинамики института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, подтверждено распределение магнитного поля в зазоре с помощью измерений датчиками Холла, интегральные усилия тензодатчиками и скорости течений в расплаве доплеровскими ультразвуковыми анемометрами.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Новые зависимости параметров течений металла, вызванных неоднородным бегущим магнитным полем индуктора электромагнитного перемешивателя, от соотношения амплитуд, а также от фазового угла симметричных составляющих трехфазной системы токов питания индуктора.
2. Зависимости времени эффективного перемешивания (по распределению пассивной примеси) от соотношения амплитуд, а также от фазового угла симметричных составляющих тока питания индуктора.
3. Влияние нулевого проводника на характер течений при питании от симметричного источника напряжения.
4. Зависимость максимума усилий от начальной фазы пульсирующего магнитного поля при наличии бегущего.

5. Теоретическое описание полученных новых зависимостей и рекомендации по выбору режима питания установок электромагнитного перемешивания расплава.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается сравнением данных с экспериментом. Кроме того, результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на четырех конференциях:

- XXI Зимняя школа по механике сплошных сред, ИМСС УРО РАН, г. Пермь, 2019;
- Advanced Problems in Electrotechnology (АРЕТ-2020), УрФУ, г. Екатеринбург, 2020;
- Electromagnetic Processing of Materials conferences, University of Latvia, г. Рига, Латвия, 2021;
- Четвертая Российская конференция по магнитной гидродинамике (РМГД-21), ИМСС УРО РАН, г. Пермь, 2021.

Кроме того, материалы представлены на научном семинаре лаборатории ИМСС УрО РАН.

#### **Соответствие диссертации паспорту научной специальности.**

Диссертационная работа соответствует следующим пунктам паспорта специальности 2.4.4. Электротехнология и электрофизика:

- пункт 1 «Развитие общей теории передачи электромагнитной энергии в сложные среды, разработка методов физического и математического моделирования явлений, возникающих при взаимодействии электромагнитного поля с веществом и конструктивными материалами технологических установок»;
- пункт 3 «Разработка, структурный и параметрический синтез электротехнологических комплексов и систем, их оптимизация, разработка алгоритмов эффективного управления»;
- пункт 4 «Разработка новых технологических процессов для получения чистых металлов, сплавов с заданными физическими и химическими свойствами, в том числе для нужд полупроводниковой промышленности».

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в трех статьях: из них в двух статьях в журналах, индексируемых в междуна-

родных базах научного цитирования Scopus и Web of Science, и в одной статье в материалах конференций, индексируемых в международных базах научного цитирования Scopus и Web of Science.

**Диссертационная работа** была выполнена при поддержке гранта РФФИ «Исследование влияния неравномерного бегущего магнитного поля на характер магнитогидродинамических явлений в жидких металлах» № 19-38-90236 Аспиранты.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, и заключения. Полный объем диссертации составляет 116 страниц, включая 62 рисунка и 3 таблицы. Список литературы содержит 114 наименований.

## Глава 1. Обзор литературы

### 1.1 Воздействие электромагнитного поля на расплавы

Актуальной проблемой современной металлургии является производство сплавов с желаемыми свойствами (включая керамические композиты). Одним из важнейших этапов производства таких сплавов является перемешивание расплава во время кристаллизации отливок. Перемешивание металлов во время кристаллизации приводит не только к улучшению качества конечных продуктов, гомогенизации распределению примесей и измельчению зерна металла [1–4], но и к перераспределению включений за счет специально организованных вихревых структур и застойных зон.

Высокие температуры плавления большинства металлов, нашедших применение в промышленности и технике, существенно ограничивают диапазон методов генерации и управления потоками и, соответственно, ограничивают число методов измерения. Высокая коррозионная активность жидких металлов приводит к необходимости бесконтактного инициирования потоков в жидкости. Этому требованию отвечает индуктивное электромагнитное перемешивание: поток создается в жидкой электропроводящей среде за счет генерации вихревых токов внешним переменным магнитным полем. Взаимодействие индукционных токов с исходным полем создает объемную силу, которая приводит расплав в движение. Вихревая составляющая вектора электромагнитных сил создает вихревые потоки в жидкости. Эти потоки увеличивают интенсивность теплообмена в расплаве [5; 6], сглаживают фронт кристаллизации [5; 7] и перераспределяют примеси в отливке [6; 8].

Различные виды электромагнитных устройств широко используются для воздействия на расплавы благодаря возможности бесконтактного перемешивания. Для этого можно использовать различные магнитные поля, вращающиеся (ВМП), пульсирующие (ПМП) и бегущее (БМП). БМП создаются линейными индукционными машинами [9–11] и обладают значительным удельным усилием по сравнению с другими.

Одной из областей применения БМП является рост кристаллов, гомогенизация примесей и выравнивание температуры по объему. Это может быть

достигнуто с помощью различных режимов потока и амплитуд скорости [12; 13]. Существует класс устройств, исследующих горизонтальную кристаллизацию под действием БМП [5; 7; 14].

По сравнению с другими способами воздействия на расплавы (механическим, ультразвуковым, вибрационным), воздействие электромагнитными полями обеспечивает бесконтактное перемешивание, перекачку и торможение металлов без вмешательства в конструкцию металлургических аппаратов [15]. Исследования начались еще в начале XX века. Один из патентов, описывающих возможную конструкцию подобного устройства, зарегистрирован компанией ASEA (1937 год, на практике оно реализовано в 1947 году), использовалась система из двух индукторов, создающих бегущее магнитное поле в ванне дуговой сталеплавильной печи [16].

Существуют два основных подхода к электромагнитному воздействию на расплавы – воздействие постоянным и переменным магнитными полями [17].

Постоянное магнитное поле, создаваемое постоянным током, (порядка нескольких десятков мТл) как правило используется в установках непрерывной разливки для демпфирования течений [18]. В различных процессах роста кристаллов используются различные конфигурации поля постоянного тока. В различных исследованиях были использованы: вертикальное [19], горизонтальное [18] или так называемое поле CUSP [20] (генерируемое двумя осевыми катушками с противоположными токами). В экспериментах [21] наблюдались уменьшение колебаний температуры и концентраций легирующих элементов, стабилизация течения расплава за счет увеличения порога неустойчивости [22]. Применение постоянного магнитного поля к поликристаллическому кремнию не так перспективно, поскольку большинство результатов в настоящее время указывают на необходимость лучшего перемешивания расплава [23].

Зависимое от времени магнитное поле индуцирует разность потенциалов и, следовательно, вихревые токи в электропроводящем расплаве в соответствии с законом Фарадея. Произведение плотности вихревых токов и внешнего магнитного поля определяет силу Лоренца, действующую на расплав. Результирующая картина течения в значительной степени зависит от усредненного по времени распределения силы Лоренца. В зависимости от геометрии индуктора и фазовых сдвигов переменных синусоидальных токов в катушках можно выделить три основных типа формируемых индукторами и зависящих от вре-

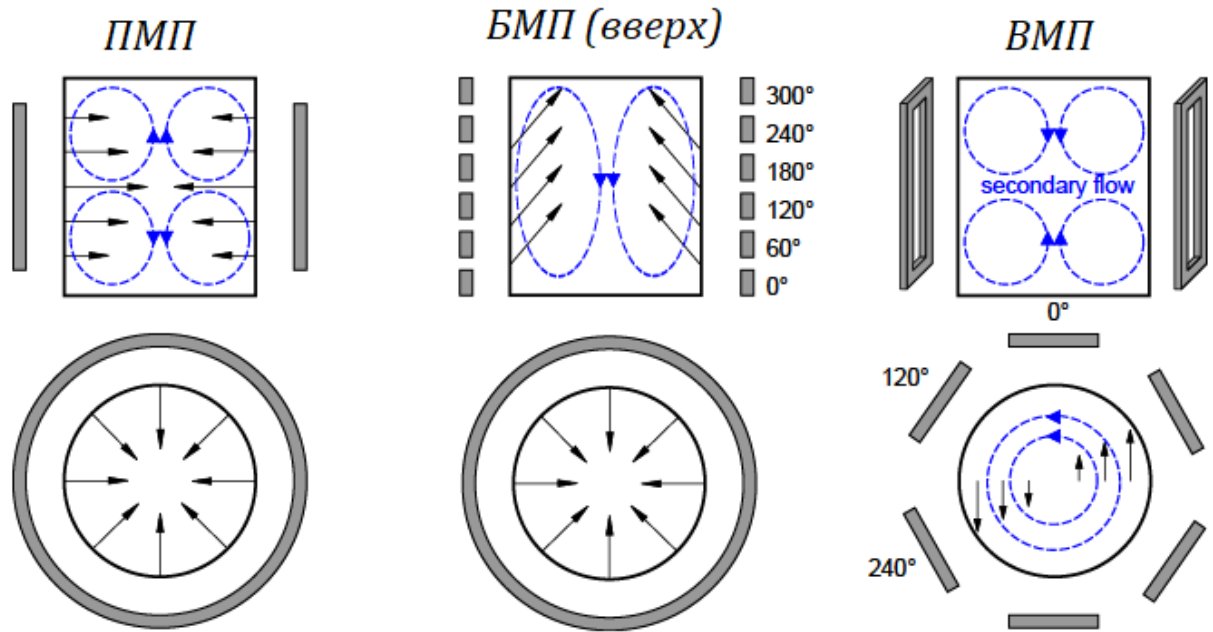


Рисунок 1.1 — Схематическое изображение установок создающих ПМП, БМП и ВМП соответственно [26].

мени магнитных полей: пульсирующее (ПМП), вращающееся (ВМП) и бегущее (БМП) [24; 25] (рис. 1.1).

ВМП может генерироваться тремя азимутально смещенными парами катушек со сдвигом фаз на 120 градусов. Его часто описывают в идеализированном виде как вектор магнитной индукции, вращающийся в горизонтальной плоскости с частотой тока [27]. Результирующая сила направлена азимутально и приводит в движение первичный азимутальный поток. Вторичная структура течений, состоящая из двух торов, появляется в меридиональной плоскости из-за пограничных слоев на верхней и нижней поверхностях [28]. ВМП применяется для управления формой границы раздела кристаллизации, управления тепловыми градиентами, или для достижения лучшего распределения и смешивания легирующих веществ в различных системах роста кристаллов. [29; 30]

БМП может быть создано с помощью нескольких смещенных и сдвинутых по фазе катушек, расположенных линейно вдоль боковой поверхности расплава [31]. Сила Лоренца, действующая в меридиональной плоскости, имеет продольную по отношению к поверхности индуктора составляющую [32]. Направление электродинамического усилия может быть изменено на противоположное за изменения чередования фаз токов катушек индуктора, при этом формируется тороидальный поток [33]. Основное применение БМП в вопросах металлургии аналогично ВМП [34].

Пульсирующее магнитное поле (ПМП) можно рассматривать как частный случай ВМП, где фазовый сдвиг между токами катушек равен нулю, поэтому, в этом случае можно использовать один индуктор. В таком случае тангенциальная составляющая электродинамических усилий силы стремится к нулю, формируется только нормальная составляющая, перпендикулярная к боковой поверхности индуктора. Соответствующая структура потока состоит из двух торов [35]. ПМП с частотой в несколько кГц используются в индукционных печах, где оно также обеспечивает индукционный нагрев. Из-за высокой плотности силы Лоренца поток обычно является турбулентным. Магнитное поле, создаваемое индукционной катушкой при зонной плавке с частотой в несколько МГц, также можно считать пульсирующим. В дополнение к нагреванию и перемешиванию, оно способствует стабилизации мениска жидкости [21; 36].

Для лучшего управления потоками расплава при промышленной направленной кристаллизации, низкочастотное (в диапазоне Гц) бегущее магнитное поле представляется наиболее перспективным вариантом из магнитных полей, зависящих от времени. Он обладает следующими преимуществами по сравнению с другими полями (см. также [15]):

- требуемая магнитная индукция относительно невелика и достижима без ферромагнитных сердечников, которые усложняют конструкцию индуктора;
- обладает простотой управления потоками расплава (по сравнению с ВМП, ПМП);
- возможно незначительное выделение тепла и большой скин-слой (по сравнению с высокочастотным ВМП).

Индукторы с вращающимся магнитным полем были хорошо изучены как с точки зрения классических асинхронных двигателей, так и с точки зрения МГД-приложений. Преимуществом этого типа устройств является однородность токов в катушках и, соответственно, магнитного поля.

Теория линейных электрических машин на сегодняшний день хорошо проработана: есть классические работы А.И. Вольдека [37], Ф.Н. Сарапулова [38; 39], А.Ю. Коняева [40], С.Л. Назарова [41], С. Ямамуры [42].

В то время как в индукторах бегущего магнитного поля имеет место продольный и поперечный краевые эффекты, которые влияют на токи в катушках и магнитное поле во вторичном элементе. Изменению подвержена не только амплитуда напряжения или тока, но и угол сдвига фаз. В линейных асинхронных

двигателях с твердым вторичным элементом этот эффект носит отрицательный характер, в то время как в МГД-машинах эта асимметрия может привести к более сложной структуре потока и потенциально повысить их эффективность. В работе [43] показано, что изменение сдвига фаз токов катушек изменяет количество вихрей в расплаве.

Помимо распределения сил, асимметричность магнитной системы индуктора бегущего магнитного поля к различным полным сопротивлениям катушек, таким образом, токи питания индуктора будут несимметричными. Однако, в большинстве теоретических работ бегущее магнитное поле создается симметричной системой токов, таким образом, не учитывается влияние конструкции индуктора [44]. И в прикладных исследованиях, учитывающих реальную конструкцию индуктора, авторы используют трехфазную систему токов питания со сдвигом 120 электрических градусов [9; 45] (рис. 1.2а). Для некоторых типов обмоток, с малым числом полюсов и значительным разбросом взаимной индуктивности катушек, возможно значительное различие амплитуд фазовых токов (рис. 1.2б) [46]. Сдвиги начальных фаз токов индукторов с бегущим магнитным полем также часто не равны 120 градусам.

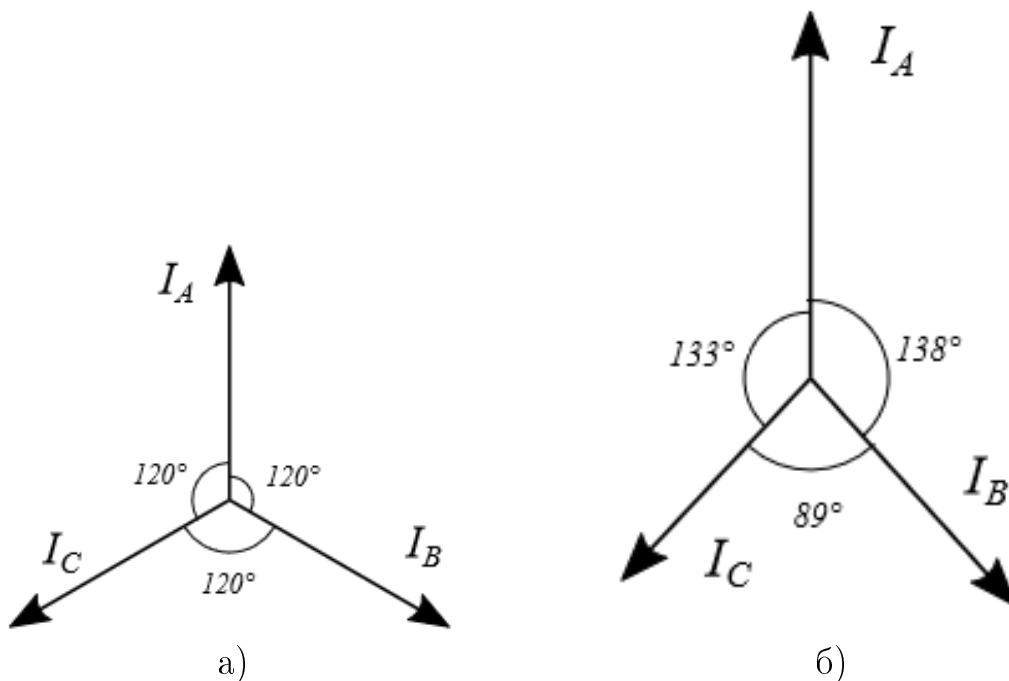


Рисунок 1.2 — Векторная диаграмма токов в а) идеальном случае б) на практике.

Таким образом, вопрос неравномерности бегущего магнитного поля и его воздействия на расплавы представляет значительный интерес.



## 1.2 Методы анализа МГД-процессов

«Магнитная гидродинамика — наука о движении электропроводящих газов и жидкостей во взаимодействии с магнитным полем. При движении электропроводящей среды (газа, жидкости), находящейся в магнитном поле, в ней индуцируются электрические поля и токи, на которые действует магнитное поле и которые сами могут повлиять на магнитное поле. Таким образом, возникает сложная картина взаимодействия магнитных и гидродинамических явлений, которая должна рассматриваться на основе совместных уравнений гидродинамики и электромагнитного поля.»<sup>1</sup>

МГД-процессы представляют трудности для анализа и моделирования, так как, в общем случае, магнитное поле влияет на поле скоростей жидкости и наоборот [47—52].

Процессы, происходящие в расплаве, могут быть описаны связанной системой уравнений Максвелла:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_e + \mathbf{J}_v, \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e, \quad (1.4)$$

где  $\nabla$  — оператор Гамильтона;

$\mathbf{H}$  — вектор напряженности магнитного поля;

$\mathbf{J}_s$  — вектор плотности тока источника;

$\mathbf{J}_e$  — вектор индуцированной плотности тока;

$\mathbf{J}_v$  — вектор плотности тока движения;

$\mathbf{J}$  — вектор полной плотности электрического тока;

$\mathbf{D}$  — вектор плотности электрического поля;

$\rho_e$  — плотность электрического заряда;

---

<sup>1</sup>Физическая энциклопедия. В 5-ти томах. — М.: Советская энциклопедия. Главный редактор А. М. Прохоров. 1988.

$\mathbf{E}$  – вектор электрического поля;

$\mathbf{B}$  – вектор магнитного потока.

и Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{u} + \vec{g} + \frac{\vec{f}_{EM}}{\rho} \quad (1.5)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1.6)$$

где  $\rho$  – плотность;

$\vec{u}$  – скорость;

$p$  – давление;

$\eta$  – динамическая вязкость;

$\vec{g}$  – сила тяжести.

Данные явления особенно заметны при больших плотностях энергии. Ввиду этого, они не могут быть разрешены аналитически в общем случае. При рассмотрении МГД процессов в расплавах в частности предполагается, что жидкость несжимаемая, отсутствуют токи смещения, что упрощает рассмотрение задачи.

Для характеристики МГД-процессов возможно использовать определяющие критерии подобия, соблюдение которых обеспечивает подобие процессов:

число Рейнольдса, которое характеризует режим течения, ламинарный или турбулентный

$$Re = \frac{UL}{\nu}, \quad (1.7)$$

где  $U$  – усредненная скорость;

$L$  – характеристический размер;

$\nu = \frac{\eta}{\rho}$  – кинематическая плотность.

и магнитное число Рейнольдса, показывающее, насколько течение жидкости влияет на магнитное поле

$$Re_m = LU\mu\mu_0\sigma, \quad (1.8)$$

где  $\mu$  – абсолютная магнитная проницаемость расплава;

$\mu_0$  – относительная магнитная проницаемость расплава;

$\sigma$  – электропроводность расплава.

Для анализа МГД-процессов в расплаве могут применяться различные методы и подходы:

- аналитическое,
- физическое,
- численное моделирование.

Аналитические методы отличаются простотой, позволяют получать как общие, так и частные решения поставленной задачи. Однако аналитические модели идеализируют процессы. Например, при расчете гидродинамики следует вводить ряд допущений, так как аналитического решения уравнения Навье-Стокса в общем виде пока не существует. Как правило вводят большое число допущений, так как решить такую задачу даже с использованием численных методов непосредственно затруднительно. При расчете электромагнитной части обычно вводят следующие допущения [53]:

- зубчатость индуктора отсутствует, волна магнитного поля задается как синусоидальная функция с длиной полуволны, равной полюсному делению машины;
- краевые эффекты отсутствуют, рассматривается участок протяженного магнитопровода;
- задача решается в двумерной постановке. Распределение поля рассматривается в полубесконечном пространстве.

Для исследования возможно применение физических моделей установок, но из-за непрозрачности, высокой температуры и агрессивности жидких металлов, экспериментальное исследование затруднено, поэтому эксперименты используются для верификации аналитических или численных моделей. Кроме того, для моделирования ряда процессов (например солнечной активности или ядра Земли) требуются лабораторные установки с экстремальными параметрами.

На сегодня, численное моделирование является хорошим инструментом для исследования магнитогидродинамических явлений. Многие исследователи различного рода допущения при разработке электромагнитной части численных моделей МГД-установок. Такой подход ускоряет разработку модели и снижает требования к вычислительной мощности компьютера. Однако, в ряде случаев, подобные допущения могут влиять на конечный результат, например, в случае неидеального индуктора [54].

Существуют разные подходы к численному моделированию:

- метод конечных элементов (МКЭ),
- метод конечных разностей (МКР) [55],

- метод конечных объемов (МКО),
- метод детализированных схем замещения (МДСЗ). [56].

Метод конечных элементов – это общий численный метод решения дифференциальных уравнений при двух или трех пространственных переменных. Он является одним из распространенных способов численного решения дифференциальных уравнений, описывающих физические процессы. В число подобных процессов входят традиционные области анализа структурной механики, массопереноса, распределения электромагнитного потенциала и теплопередачи.

Для решения таких задач метод конечных элементов делит большую систему дифференциальных уравнений на более мелкие и простые части, называемые конечными элементами. Это достигается путем дискретизацией в пространственных измерениях, которая осуществляется построением вычислительной сетки: численной области для решения, имеющей конечное число точек. Для каждой из них формулируются краевая задача, сводящаяся к системе алгебраических уравнений, которые вполне разрешимы. Таким образом, метод конечных элементов приближает искомую функцию в заданной области [57], а отдельные уравнения, моделирующие конечные элементы, затем сводятся в единую систему уравнений, описывающую всю задачу. Итоговое решение аппроксимируется путем минимизации соответствующей функции ошибки с помощью вариационного исчисления.

В численном анализе конечно-разностные методы (МКР) – это класс численных методов решения дифференциальных уравнений путем аппроксимации производных с помощью конечных разностей. Пространственная область и временной интервал (если применимо) дискретизируются, или разбиваются на конечное число шагов, и значение решения в этих дискретных точках аппроксимируется путем решения алгебраических уравнений, содержащих конечные разности и значения из близлежащих точек.

Методы конечных разностей преобразуют обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) или дифференциальные уравнения в частных производных (ДПУ), которые могут быть нелинейными, в систему линейных уравнений, которые могут быть решены методами матричной алгебры. Современные компьютеры могут эффективно выполнять эти вычисления линейной алгебры, что, наряду с относительной простотой их реализации, привело к широкому использованию МКР в современном численном анализе [58]. Сегодня МКР являются

одним из наиболее распространенных подходов к численному решению ОДУ, наряду с методами конечных элементов.

Метод конечных объемов – это метод представления дифференциальных уравнений в форме алгебраических уравнений [59]. Для этого объемные интегралы в дифференциальном уравнении, содержащие член дивергенции, преобразуются в поверхностные интегралы с помощью теоремы о дивергенции. Затем эти члены оцениваются как потоки на поверхностях каждого конечного объема. «Конечный объем» – контрольный объем, вокруг узловой точки вычислительной сетки. Поскольку поток, входящий в данный объем, идентичен потоку, выходящему из соседнего объема, этот метод является консервативным, что упрощает расчет потоков физических величин. Кроме того, метод конечных объемов просто применим для неструктурированных сеток, что позволяет использовать для решения задач вычислительной гидродинамики [60].

Метод конечных объемов сравним с методом конечных разностей, который аппроксимирует производные, используя узловые значения, и методом конечных элементов, который вычисляет локальные приближенные решения, используя значения в точке, и строит общее решение, сшивая их вместе. В отличие от них, метод конечных объемов оценивает точные значения для среднего решения по вычислительному объему и использует величины для построения приближений внутри конечных объемов [61; 62].

Метод ДСЗ может рассматриваться как укрупненная версия МКР, он представляет собой развитие теории цепей. Каждый кусочек расчетной области представляется в качестве сосредоточенного элемента. Основным недостатком этого метода заключается в сложности задания граничных условий в моделях с разнородной структурой. Преимущество – возможность расчетов электрических, магнитных, тепловых и гидравлических цепей за очень малое время. Таким образом, основная область применения данного метода – первоначальный, прикидочный расчет на основе экспериментальных данных или численных моделей.

На практике МКЭ доминирует в анализе структурной механики и электромагнитных процессов, в то время как МКО предпочтительнее для вычислительной гидродинамики (ВГД). МКЭ имеет свободу выбора порядка базисных функций, а для электромагнитных процессов МКЭ может использовать элементы, обеспечивающие непрерывность векторного магнитного потенциала для тангенциальной составляющей и скачки для нормальной составляющей век-

торного магнитного потенциала. С другой стороны, МКО легче реализовать для расчета гидродинамики. В переходных потоках жидкости с преобладанием адвекции, особенно высокотурбулентных, МКО обеспечивает лучшую сходимость решений и поэтому используется чаще, чем МКЭ.

На существующий день есть различные пакеты, реализующие решение краевых задач математической физики методами в основном МКЭ и МКО, коммерческие и открытые, которые позволяют производить численные расчеты отдельных задач. Наибольшее распространение для решения магнито-гидродинамических задач в металлургических применениях получили пакеты COMSOL, ANSYS, OpenFOAM, Elmer. Это связано с тем, что данный класс задач позволяет рассматривать отдельно решение электромагнитной задачи, полученное поле электромагнитных усилий передавать как источниковый член в гидродинамическую задачу и, при необходимости, корректировать следующий шаг электромагнитной задачи. Таким образом возможно избежать трудоемкого одновременного расчета системы магнито-гидродинамических уравнений. Данные пакеты позволяют относительно быстро и точно реализуют данный упрощенный подход к вычислению.

Пакет COMSOL Multiphysics представляет среду мультифизического моделирования, основанный на решении дифференциальных уравнений методом конечных элементов. В число достоинств входит следующее: он имеет графический интерфейс, хорошую сходимость при решении электромагнитных задач, позволяет без проблем осуществлять связку с гидродинамическим модулем ввиду единой рабочей среды. Кроме того, имеющийся интерфейс позволяет реализовывать алгоритмы по упрощению расчетов. COMSOL Multiphysics с модулями AC/DC и CFD является очень хорошей альтернативой открытому пакету Elmer, который с достаточной для металлургических применений обеспечивает только расчет электромагнитной части. По опыту работы, он имеет проблемы сходимости для потоков с высокой турбулентностью и в целом медленнее для переходных (зависящих от времени) ВГД, чем OpenFOAM.

Для получения первого приближения пакет COMSOL – очень хороший вариант. Применение этого программного продукта для исследования МГД-процессов в исследовательских задачах отмечено в публикациях Л. Хачани [63] и М. Авнаим [64].

Существует другой коммерческий пакет, производящий численный расчет – ANSYS FLUENT. ANSYS FLUENT Magnetohydrodynamics Module - очень

мощное ВГД программное обеспечение с базовыми возможностями моделирования электромагнитных процессов. Также имеется графический интерфейс, облегчающий работу с пакетом. Например, нет сложной нотации для время-гармонических полей, поэтому он ограничен низкими электромагнитными частотами, для моделирования сложных случаев возможно подключить другой модуль, например, основной пакет ANSYS Classic. Подобную работу выполнили в своих работах М.Ю. Хацаюк [65] и С. Спитанс [66]. Однако, для реализации подобных связей требуется использование различных языков программирования, как используемых в ANSYS, так и внешних. Основная часть реализована на языке CPP с использованием UDF библиотеки Fluent, например, при моделировании гидродинамических процессов в установках со свободной поверхностью.

Открытый пакет OpenFOAM позволяет производить расчеты гидродинамических задач МКО, однако для уверенного пользования требуется владение языками программирования для настройки решателей и визуализации. Кроме того, OpenFOAM сам по себе – гидродинамический решатель с МКО, электромагнитную задачу он считает в ограниченных приложениях. Решатель `mhdFoam` в OpenFOAM, имеет одно существенное ограничение – пользователь не может задать электрическое поле или плотность тока. Это ограничивает возможности решателя приложениями с простой геометрией и заранее заданными распределениями магнитного поля, такими как гартмановские течения. Поэтому, применяя OpenFoam, чаще всего используется связка с другими пакетами, которые решают электромагнитную задачу. Наиболее популярен для металлургических применений связка Elmer + OpenFOAM, реализованная библиотекой EOF-Library (<https://eof-library.org/>), написанной Ю. Венцельсом, В такой постановке, возможно проводить детализированный электромагнитный анализ индуктора, вызывающего электродинамические усилия и считать гидродинамику в точности, с учетом кристаллизации, свободной поверхности, а так же переходных процессов, используя метод моделирования крупных вихрей. Результаты получены И.А. Смольяновым [67] и В. Дзельме [68].

Все остальные свободные коды разработаны в основном для академических и астрофизических приложений, поэтому с трудом применимы для моделирования процессов, происходящих в лабораторных и металлургических установках.

Из выше перечисленных пакетов только COMSOL Multiphysics обеспечивает встроенную связку гидродинамических и электромагнитных задач, в

прочих требуется связывать два разных пакета, что может представлять определенные трудности. Отдельно стоит упомянуть библиотеку EOF, осуществляющую свободную связку электромагнитного пакета Elmer и гидродинамического – OpenFOAM.

На основании приведенного выше анализа возможностей современных пакетов численного моделирования, принято решение исследование проводить в пакете COMSOL, так как простота связки и отсутствие необходимости программировать признано решающими преимуществами.

### 1.3 Валидационные установки

Численные модели требуют экспериментальной валидации или сравнения с образцовыми задачами. Только после этого полученные результаты можно считать достоверными. Существует широко распространенный класс лабораторных установок [5; 7; 64; 69; 70], в которых используется бегущее магнитное поле, которые представляют собой прямоугольную кювету с таким соотношением сторон, что толщиной возможно пренебречь (рис. 1.3).

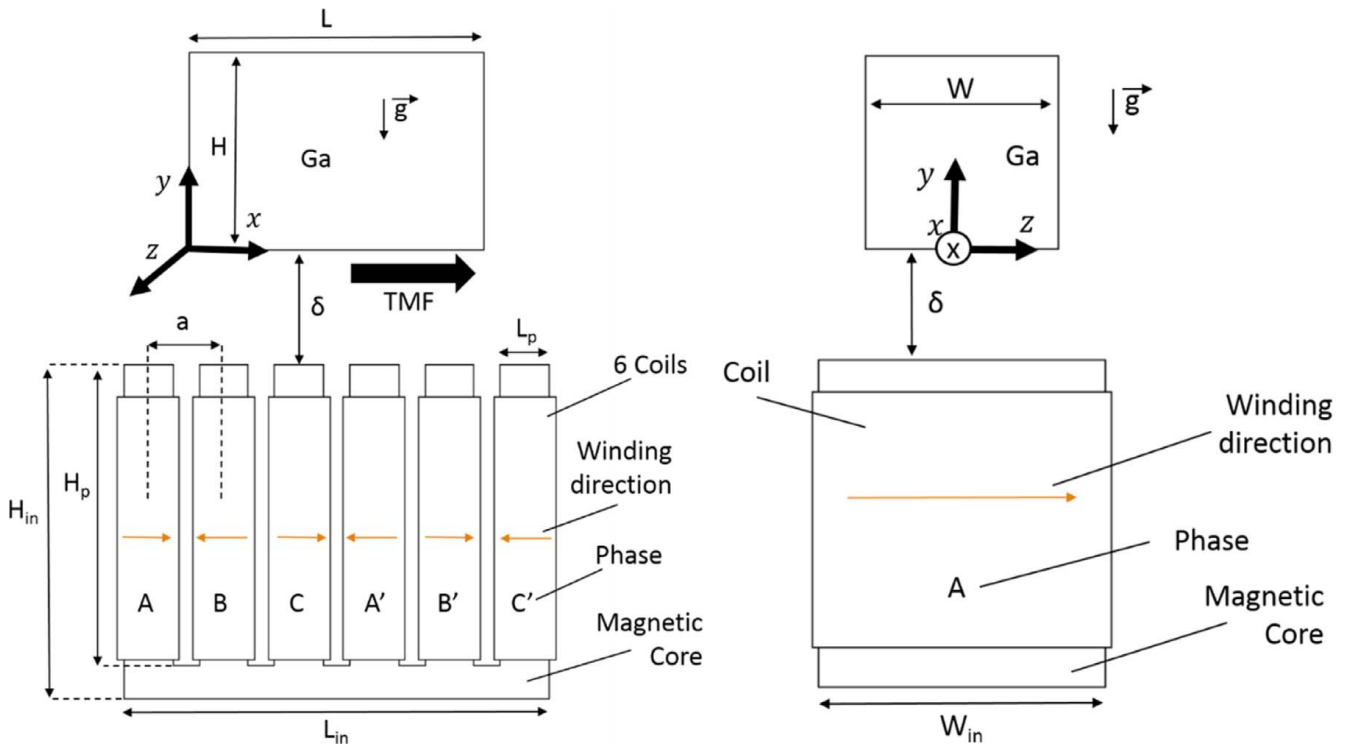


Рисунок 1.3 — Схематическое изображение геометрии экспериментальной установки [7].



На данных установках исследуются процессы кристаллизации под действием градиента температур, а также внешних сил, например, электромагнитных. Подобная постановка задачи впервые предложена Д. Хебдичем и Дж. Хантом [71]. Одно из преимуществ такого класса установок сведение процессов к псевдодвухмерной постановке [5; 72]. Кроме того, возможны исследования более сложных процессов, таких как кристаллизации двухкомпонентных сплавов, переход от дендритной к равноосной кристаллизации, распределению примеси. Поэтому, в качестве объекта диссертационного исследования выбрана установка для моделирования процессов перемешивания на основе установки для горизонтальной кристаллизации.

#### **1.4 Повышение эффективности перемешивания бегущим магнитным полем**

Существует ряд выдающихся работ, в которых в достаточной степени моделируются процессы, происходящие в ходе металлургических процессов.

Для повышения эффективности электромагнитных перемешивающих устройств были предложены различные решения. Например, можно конструктивно изменить индуктор [73–75] или футеровку [76]

Любопытный способ предлагается К.Е. Болотиным. Можно использовать магнитный огнеупорный материал футеровки для уменьшения немагнитного зазора между индуктором и расплавленным металлом [76–80]. В таком случае, увеличится усилие, передаваемое электромагнитным полем в расплав. Экспериментально и численно показано возрастание эффективности на 20 % на лабораторной установке (см. рис. 1.4).

Также произведены расчеты для использования на промышленном перемешивателе алюминия с индуктором бегущего магнитного поля (см. рис. 1.5). Данный подход предлагается использовать для перемешивателей в составе металлургических агрегатов, например, при обработке цветных металлов и их сплавов ввиду сравнительно малого градиента температур относительно агрегатов для черных металлов. В качестве очевидных недостатков видится необходимость внесения изменений в однородность конструкции футеровки, а также снижение теплового сопротивления, что ухудшит условия эксплуатации.

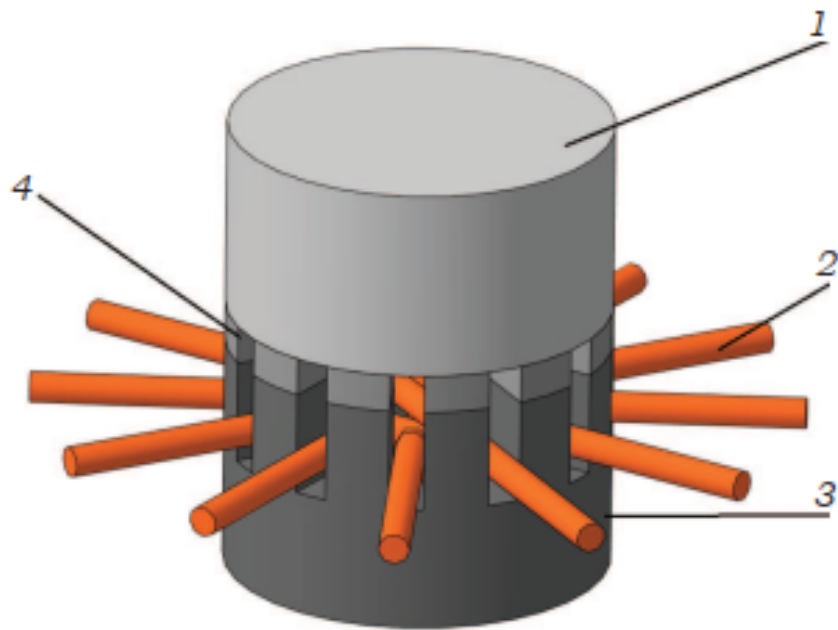


Рисунок 1.4 — Лабораторная установка со вставками [76]

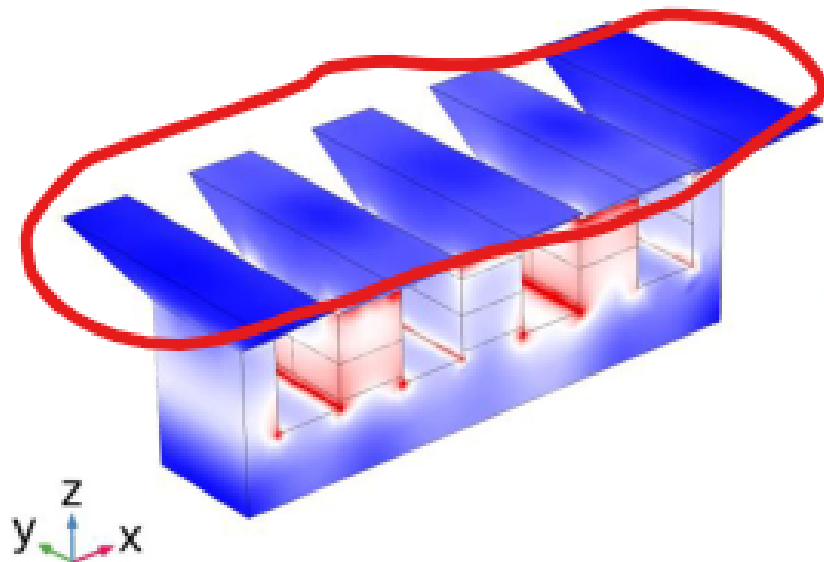


Рисунок 1.5 — Предложенный индуктор со вставками [80], красным выделены вставки

Другим способом является временная модуляция магнитного поля, (см рис. 1.6). При этом способе регулируется амплитуда магнитного поля по периодическому закону. Таким образом изменяется во времени и электромагнитная сила в расплаве. Это позволяет менять направление потока, увеличивать турбулентность течений расплава. Исходя из гидравлической постоянной времени расплава, подают импульсное питание на индуктор. Подобный способ позволяет увеличить однородность распределения примеси. Так как в простейшем случае требует только простой коммутационной аппаратуры, его можно использовать

для повышения эффективности даже существующих установок, причем при сохранении уровня потребления энергии или даже снизив его.

Управление потоками может быть достигнуто различными подходами, например, варьированием времени подачи энергии [81; 82] или направления перемещающегося поля [83]. Эти подходы позволяют варьировать режимы в широком диапазоне [84]. Этот метод показал свою эффективность как для вращающихся магнитных полей [1; 85; 86], так и для бегущего магнитного поля [82; 84; 87; 88].

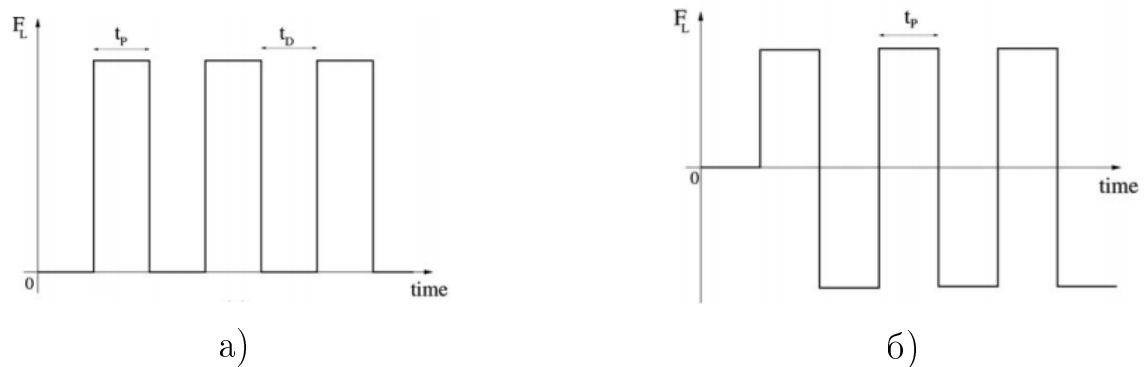


Рисунок 1.6 — Функция усредненного по времени электродинамического усилия в расплаве, модулированная во времени из [1]. а) — пульсирующее, б) — реверсивное усилия

В большинстве работ, посвященных перемешиванию или транспортировке жидких металлов с помощью БМП, используется идеализированное задание тока в катушках. Некоторые авторы исследовали, как неравномерность параметров бегущего магнитного поля влияет на течение жидкого металла.

В качестве одной из таких работ можно отметить [89], в которой показано положительное влияние нестандартных фазовых сдвигов, вызванных схемами соединения обмоток индуктора БМП, на измельчение зерна в процессе полупрерывной разливки с электромагнитным кристаллизатором.

Также заслуживает внимания работа [90], в которой показано, как изменение фазового сдвига катушек позволяет подавить пульсации скорости расплава в кольцевых линейных индукционных насосах за счет уменьшения усилий в центральной части расплава. В данной работе исследовалась конструкция индукционного насоса АЛИН-2 с тремя парами полюсов и схемой питания ААЗЗВВХХССУУ – ААЗЗВВХХССУУ – ААЗЗВВХХССУУ, где  $A, B, C$  обозначают трехфазные обмотки, тогда  $X, Y, Z$  фазные обмотки, противоположные  $A, B, C$  соответственно. Сдвиг фаз изменялся в центральной части, например,

когда фазовый сдвиг опережает на  $60^\circ$ , расположение обмоток следующее: AAZZBVXXCCYY -ZZZBVXXCCYYAA -BVXXCCYYAAZZ. Одна пара полюсов соответствует  $2\pi$  радиан (рис. 1.7).

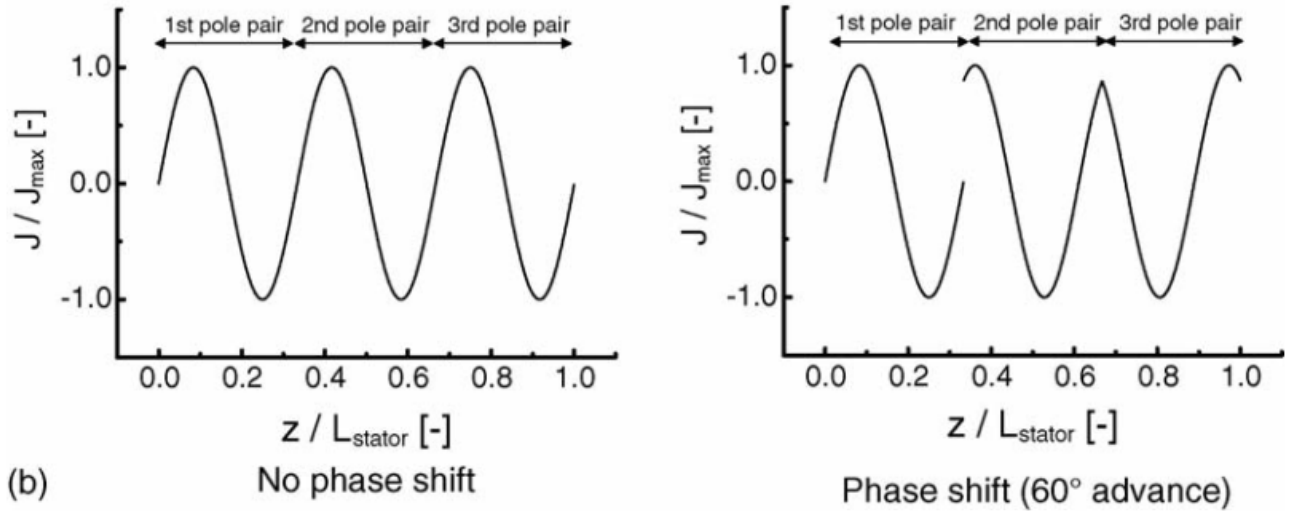


Рисунок 1.7 — Волна мгновенных токов в обмотках линейного индукционного насоса при различных фазовых углах центральной пары полюса [90]

Такое решение приводит к линеаризации потока и меньшим пульсациям давления на выходе благодаря снижению усилий в центральной части активной зоны насоса (рис. 1.8). Однако, как отмечают авторы, снижается максимальное давление, рабочая характеристика становится мягче.

Другим примером являются более поздние работы по направленному затвердеванию под воздействием бегущего магнитного поля для выращивания кристаллов.

К. Дадзис [83; 91—93] исследовал влияние различных электрических параметров перемешивателя бегущего магнитного поля на режимы работы экспериментальной установки, моделирующей процессы кристаллизации поликристаллов кремния. В частности, в [91] сдвига фаз между токами катушек индуктора на параметры электромагнитной силы и амплитуду БМП. Установка представляет собой прямоугольную кювету, которая помещена в индуктор бегущего магнитного поля (рис. 1.9).

Автор показал (см рис. 1.10), что фазовый сдвиг в  $60^\circ$  между индукторами кажется близким к оптимальному в отношении высокой скорости потока при заданной плотности силы Лоренца (ток индуктора) для рассматриваемой установки. Более высокие фазовые сдвиги (например,  $120^\circ$ ) требуют значительно больших токов индуктора для достижения такого же электромагнитного

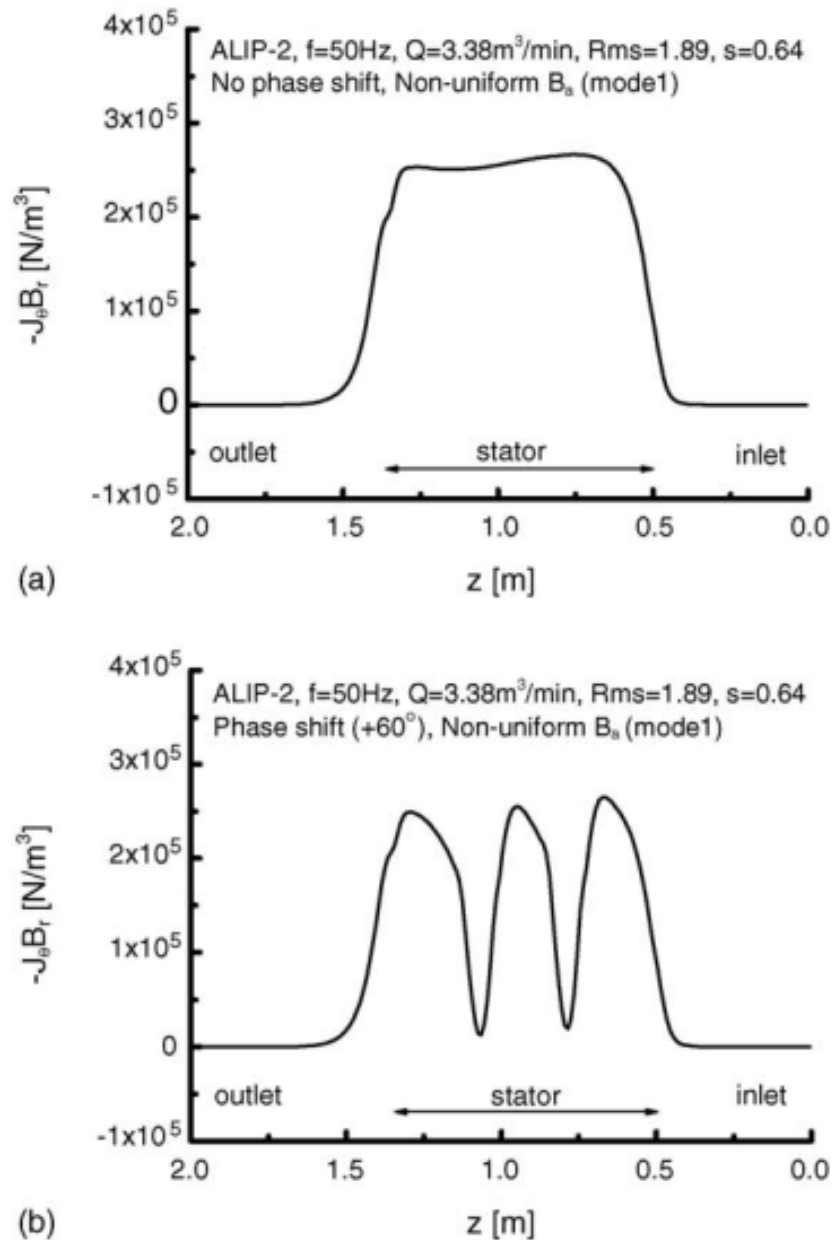


Рисунок 1.8 — Усилие в рабочей области линейного индукционного насоса при различных фазовых углах центральной пары полюса: а) при  $0^\circ$  б) при  $60^\circ$  [90]

удельного усилия. Более низкие фазовые сдвиги (например,  $0^\circ$ ) приводят к преобладанию преимущественно нормальной составляющей электродинамических усилий и лишают возможности переключения направления потока.

В дальнейшем, этот подход использован Н. Дропкой и др. [94] для оценки влияния фазового сдвига на искривление границы раздела расплав-слиток. Полученные результаты показали, что большие отрицательные фазовые сдвиги наиболее эффективны для сглаживания границы раздела жидкой и твердой фаз. Кроме того, авторы применили искусственные нейронные сети и гауссовский процесс для выбора параметров питания индуктора при направленной

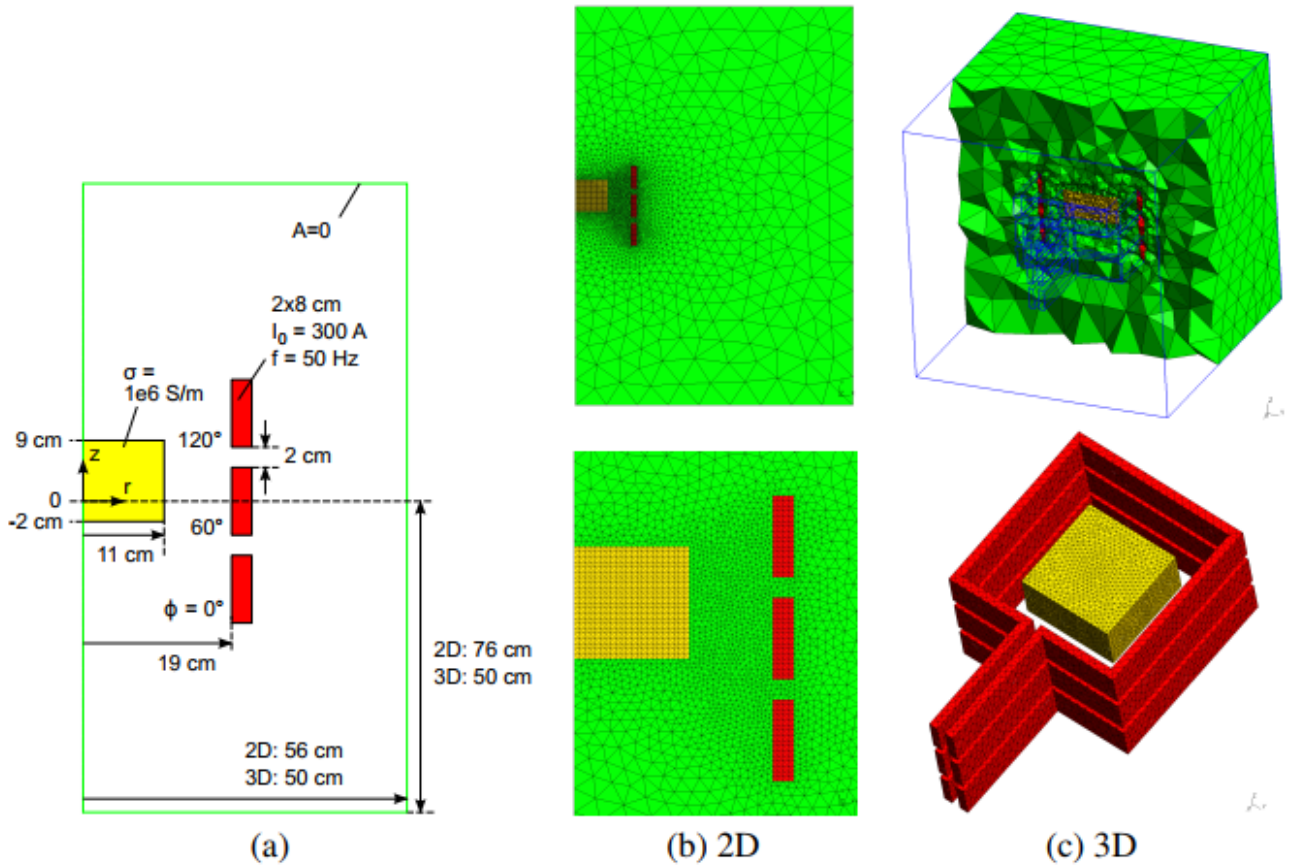


Рисунок 1.9 — Описание установки: (а) геометрия, материалы и граничные условия; (б) сетка для 2Д модели; (с) сетка для 3Д модели.[91]

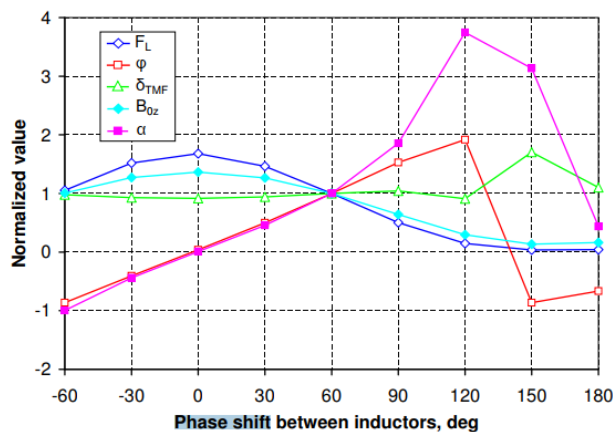


Рисунок 1.10 — Зависимость усилий, глубины проникновения и магнитной индукции от фазового сдвига между катушками индуктора[91]

кристаллизации при воздействии бегущего магнитного поля. Этот подход может помочь получить оптимальные параметры питания, включая фазовый сдвиг между напряжениями, для различных условий затвердевания. В частности, получены хорошие результаты в обучении нейронной сети для выбора оптимального режима фазового сдвига токов питания индуктора бегущего маг-

нитного поля на кремнии, при условии равномерного фазового сдвига между напряжениями фаз катушек индуктора, для выравнивания фронта затвердевания при выращивании поликристалла [94]. Таким образом, показано, что изменение конфигурации обмотки индуктора бегущего магнитного поля также может генерировать более сложные схемы течения [91; 95].

Также существует альтернативный подход. Управление фазовым сдвигом тока ЛИМ может изменить характер потоков в расплаве, увеличить количество крупномасштабных вихрей [96]. Данный метод в литературе не вполне освещен, (только в разрезе особенностей проектирования источников питания для перемешивателей с бегущим магнитным полем), однако представляется перспективным. Представлены работы в НИИЭФА, в которых показано применение для демпфирования неустойчивостей потока в индукционном насосе [90], а также экспериментальные работы на перемешивателях с бегущим магнитным полем [46].

Перечисленные выше работы, хотя и затрагивают вопрос влияния равномерности распределения бегущего магнитного поля при питании трехфазного индуктора несимметричной системой, однако целенаправленного и полного исследования влияния фазовых сдвигов питающих токов на течение жидкого металла еще не проводилось.

## 1.5 Несимметрия систем напряжения в электротехнике

Непосредственное рассмотрение режимов работы многофазных систем крайне затруднено ввиду большого числа переменных, поэтому требует сложной математики, однако можно принять методы, которые позволяют упростить эту задачу.

Помимо перехода из временной области в частотную, используемого при исследовании установившихся режимов, а также в операторную для рассмотрения переходных процессов, существует 3 основных преобразования для снижения числа переменных многофазных систем: преобразование Э. Кларк ( $\alpha\beta\gamma$ ), преобразование Р. Парка ( $dq0$ ), метод симметричных составляющих.

Первые два применяются для анализа работы электрических машин и электропривода, т.к. позволяют рассмотреть вместо трехфазной системы двух-

фазную, синхронизированную с вращением ротора. Однако, при таком подходе, требуется использование сбалансированной системы питания, иначе появляется дополнительный член уравнения, что усложняет анализ.

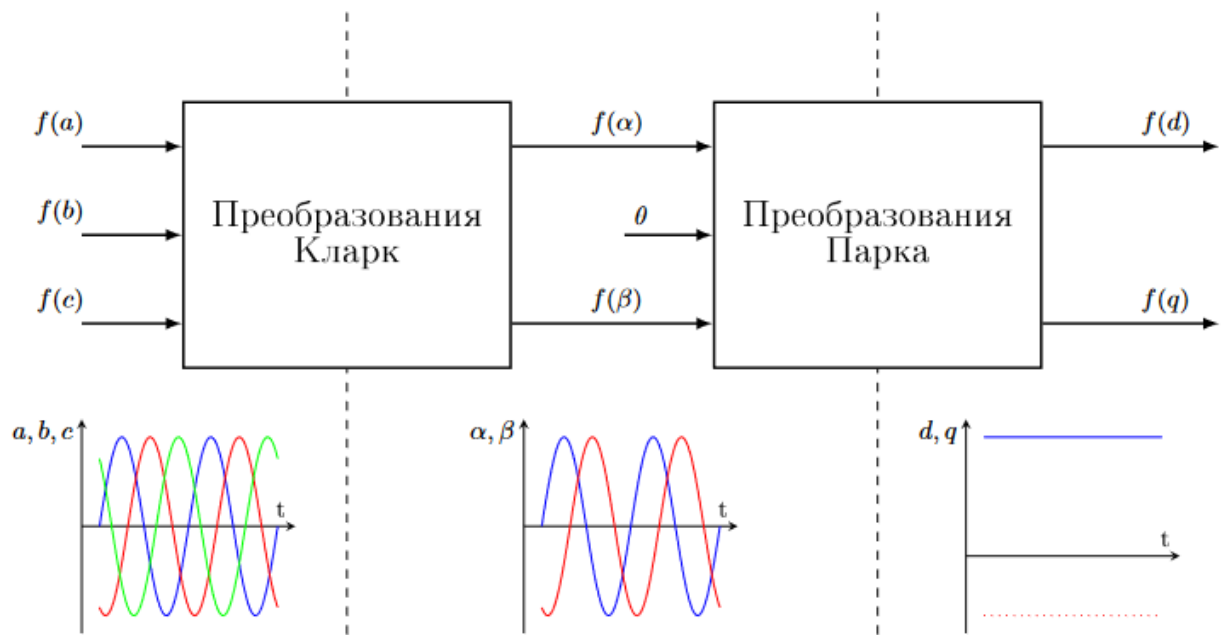


Рисунок 1.11 — Схематическое пояснение  $\alpha\beta\gamma$  и  $dq0$  преобразований

Метод симметричных составляющих применяется в энергосистемах при анализе несимметрии как источника, так и приемника, причем позволяет учитывать ток нейтрали.

В 1918 году Ч. Л. Фортестью представил статью [97], в которой продемонстрировал, что любой набор из  $N$  несимметричных фазоров (то есть любой такой многофазный сигнал) может быть выражен как сумма  $N$  симметричных наборов фазоров. Фазорами в этом случае представлена только одна частотная составляющая величины.

В 1943 году Э. Кларк издала учебник по анализу энергосистем [98], в котором приводит способ применения метода симметричных составляющих в трехфазных системах, значительно упростив выкладки оригинальной статьи Фортестью. В трехфазной системе, первый набор векторов имеет ту же последовательность фаз, что и исходный (прямая последовательность –  $ABC$ ), второй набор имеет обратную последовательность фаз (обратная последовательность –  $ACB$ ), а в третьем наборе векторов,  $B$  и  $C$  синфазны (нулевая последовательность). По сути, этот метод преобразует три несимметричные фазы в три независимых сигнала, что делает анализ асимметрии удобнее.



Одно из преимуществ данного способа – описание процессов, при котором каждая из компонент разложения токов создает своё электромагнитное поле: бегущее в прямом направлении, бегущее в обратном направлении и пульсирующее магнитное поле.

Поэтому, было принято решение использовать метод симметричных составляющих (МСС) для оценки влияния несимметрии питания на течения расплава.

$$\begin{cases} \bar{A} = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_0 \\ \bar{B} = \bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_0 \\ \bar{C} = \bar{C}_1 + \bar{C}_2 + \bar{C}_0. \end{cases} \quad (1.9)$$

Вводя поворотный вектор

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}, \quad (1.10)$$

Можно получить следующее выражение для компонентов отдельных фаз:

$$\begin{cases} \bar{A} = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_0 \\ \bar{B} = a^2\bar{A}_1 + a\bar{A}_2 + \bar{A}_0 \\ \bar{C} = a\bar{A}_1 + a^2\bar{A}_2 + \bar{A}_0. \end{cases} \quad (1.11)$$

Таким образом, симметричные компоненты могут быть рассчитаны в соответствии со следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \bar{A}_1 = \frac{1}{3}(\bar{A} + a\bar{B} + a^2\bar{C}) \\ \bar{A}_2 = \frac{1}{3}(\bar{A} + a^2\bar{B} + a\bar{C}) \\ \bar{A}_0 = \frac{1}{3}(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \end{cases} \quad (1.12)$$

На рисунке 1.12 показано графическое представление разложения на симметричные составляющие: видно, как исходная асимметричная система векторов разлагается на 3 симметричные: прямую, которая условно вращается по часовой стрелке, обратную, вращающуюся против часовой и нулевую, неподвижную.

Таким образом, электрические токи могут быть выражены как система прямой, обратной и нулевой последовательности трехфазного тока, создающие бегущее поле в прямом направлении, бегущее поле в обратном направлении и пульсирующее магнитное поле.

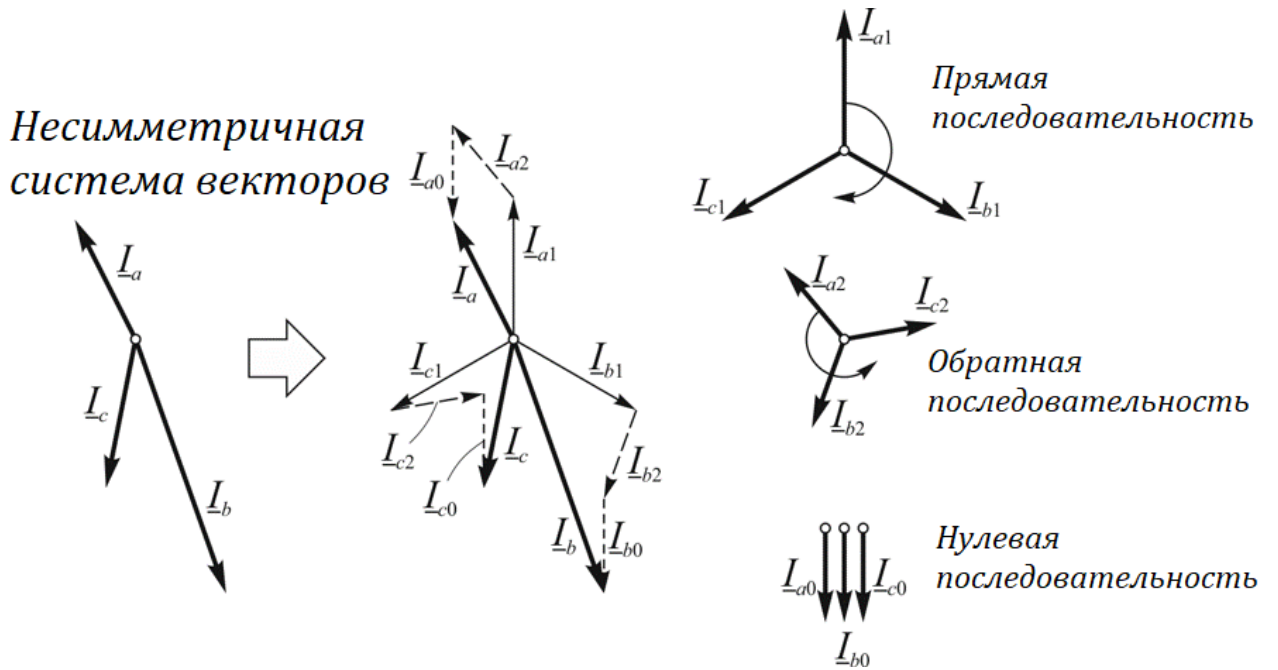


Рисунок 1.12 — Разделение на симметричные составляющие

Таким образом, мы можем представить решение для произвольного случая как сумму отдельных решений для каждого компонента. Рассмотрим значения токов и плотности магнитного потока в произвольной точке расплава как:

$$J_{sum} = J_0 + J_1 + J_2 = k_0 J'_0 + k_1 J'_1 + k_2 J'_3 \quad (1.13)$$

$$B_{sum} = B_0 + B_1 + B_2 = k_0 B'_0 + k_1 B'_1 + k_2 B'_3 \quad (1.14)$$

где  $J_{sum}$  и  $B_{sum}$  обозначают выбранные ток и плотность потока,

$J_{0,1,2}$  и  $B_{0,1,2}$  – нулевая, прямая и обратная составляющие тока и магнитной индукции;

$J_{0,1,2}$  и  $B_{0,1,2}$  – единичная нулевая, прямая и обратная составляющие тока и магнитной индукции;

$k_{0,1,2}$  – нулевая, прямая и обратная величина тока питания индуктора перемешивателя.

Соответственно, находим суммарные силы в произвольной точке расплава как векторное произведение тока и индукции:

$$F_{sum} = \frac{1}{2} \Re(J_{sum} \times B_{sum}) = (k_0 J'_0 + k_1 J'_1 + k_2 J'_3) \times (k_0 B'_0 + k_1 B'_1 + k_2 B'_3) \quad (1.15)$$

Таким образом, используя метод симметричных составляющих, можно получить выражение, которое описывает силы в расплаве при произвольных режимах питания индуктора.

## 1.6 Подходы к моделированию распределения примеси в расплавах

Одна из проблем, существующих в металлургии, которую позволяет решить перемешивание расплавов – проблема равномерного распределения легирующих добавок. Это требуется, например, для получения одинаковых свойств получаемого материала во всем объеме слитка. Поэтому очень важно учитывать примеси в расплаве. Задача усложняется тем, что разные вещества имеют различные свойства и ведут себя по-разному при движении в объеме жидкого металла.

Особенно критична данная проблема для сверхчистых материалов и материалов с заданными свойствами, отклонение в параметрах для которых имеет очень жесткое ограничение. Поэтому необходимо применять методы, которые обеспечат предсказание свойств получаемой отливки в зависимости от режима работы перемешивателя на этапе разработки установки, поскольку это снизит затраты и увеличит выпуск годного продукта.

Существуют различные методы, которые позволяют учитывать тем или иным способом распределение примеси в ходе численного расчета, они получили распространение из-за развития вычислительных мощностей.

Одна группа методов моделирует поведение крупных примесей как самостоятельных объектов. Данный подход использует моделирование движения частиц методом Лагранжа, т.е. рассматривает их как сферические объекты, на которые воздействуют определенные силы. Данный метод вычислительно трудоемок, но позволяет достаточно точно предсказывать распределение микропримесей в объеме. Подобного рода примесями являются, например, оксидные пленки в расплаве алюминия или труднорастворяющиеся легирующие добавки.

В университете Латвии такой метод использован М. Щепанским [3; 99–101], для оценки распределения стальных, а также неметаллических частиц в объеме расплава. На основе классических работ Д. Ленова и А. Колина [102]

было получено аналитическое выражение, учитывающее влияние проводящей среды и относительной проводимости частиц. Применение показано на примере процессов в индукционной плавильной печи для стали (рис. 1.13).

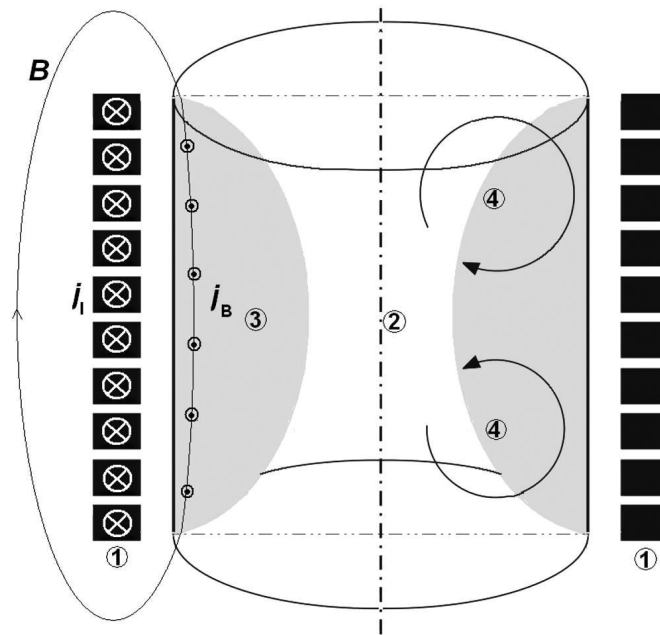


Рисунок 1.13 — Внешний вид исследуемой индукционной тигельной печи

В частности показано, что на проводящие частицы действуют силы, которые направлены по вектору сил, действующих на расплав, а на непроводящие — наоборот, в обратную сторону. Это явление может потенциально использоваться для очищения расплавов. Кроме того, была произведена оценка концентрации примеси при помощи валидированной численной модели в отливках, получаемых в индукционной тигельной печи и показано, что наибольшая концентрация частиц примеси наблюдается у стенок печи и в центральной области, где сталкиваются два главных вихря, формируемые пульсирующим магнитным полем греющего индуктора (рис. 1.14).

Е.Л. Швыдкий [103—105] применил данный метод для моделирования равномерного распределения порошка бора в расплаве лития для создания литий-борного композита. Особенностью данной установки являются сконцентрированные обмотки индуктора, которые позволяют менять схемы подключения в ходе работы. В своей работе он оценил, как схемы подключения перемещателя бегущего магнитного поля влияют на характер распределения частиц бора (рис. 1.15).

В данной установке, использование бегущего магнитного поля создает вихрь частиц, с разряжением в центре тигля. Поэтому следует применять одновихревой режим с модулированным питанием, т.е. периодически отключать

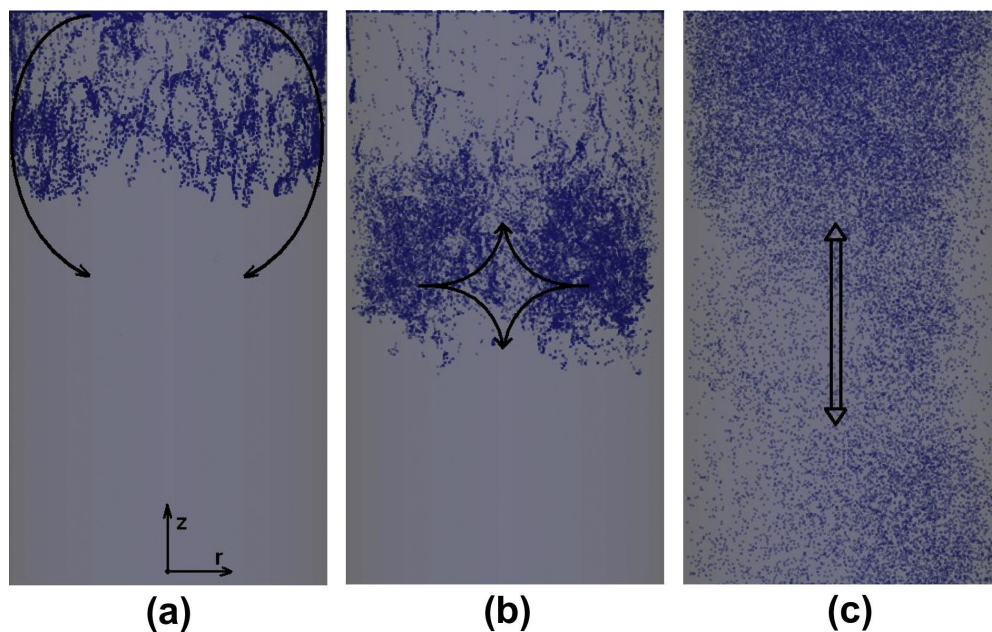


Рисунок 1.14 — Эволюция положения примесных частиц

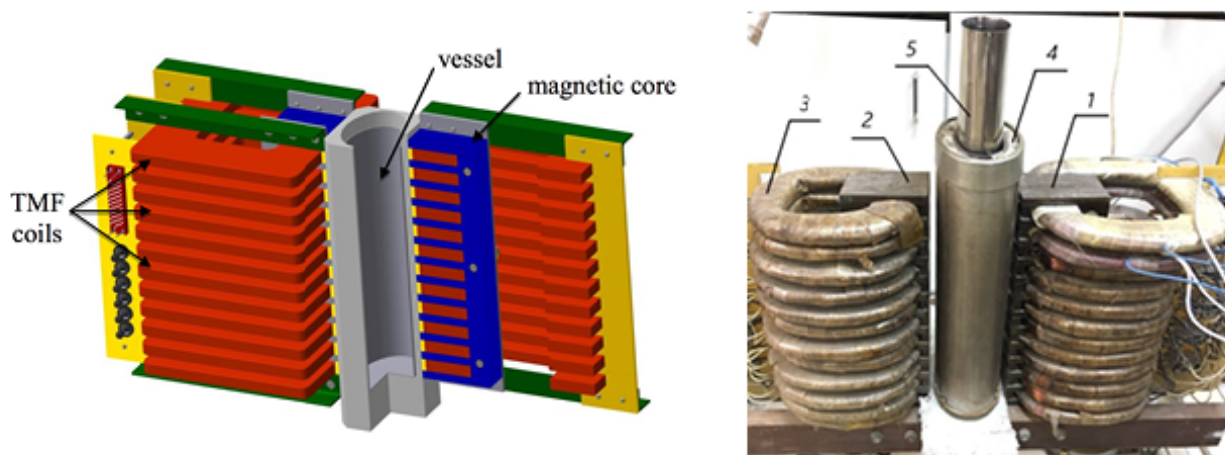


Рисунок 1.15 — Внешний вид исследуемой установки электромагнитного перемешивания жидкого лития из работ [49, 52]. 1 и 2 – магнитопроводы; 3 – катушки; 4 – система нагрева; 5 – емкость с жидким металлом.

питание индуктора для того, чтобы частицы равномерно распределились по объему (рис. 1.16). Кроме того, Е.Л. Швыдким [105] показано, что необходимо использовать трехмерную постановку задачи для корректной оценки распределения частиц в объеме расплава.

Другая группа методов оценивает распределение растворенной пассивной примеси, где можно оценить содержание легирующих добавок и нежелательных примесей по объему расплава.

Для оценки эффективности режимов работы миксера с алюминием литейного агрегата с двухфазным электромагнитным перемешивателем бегущего

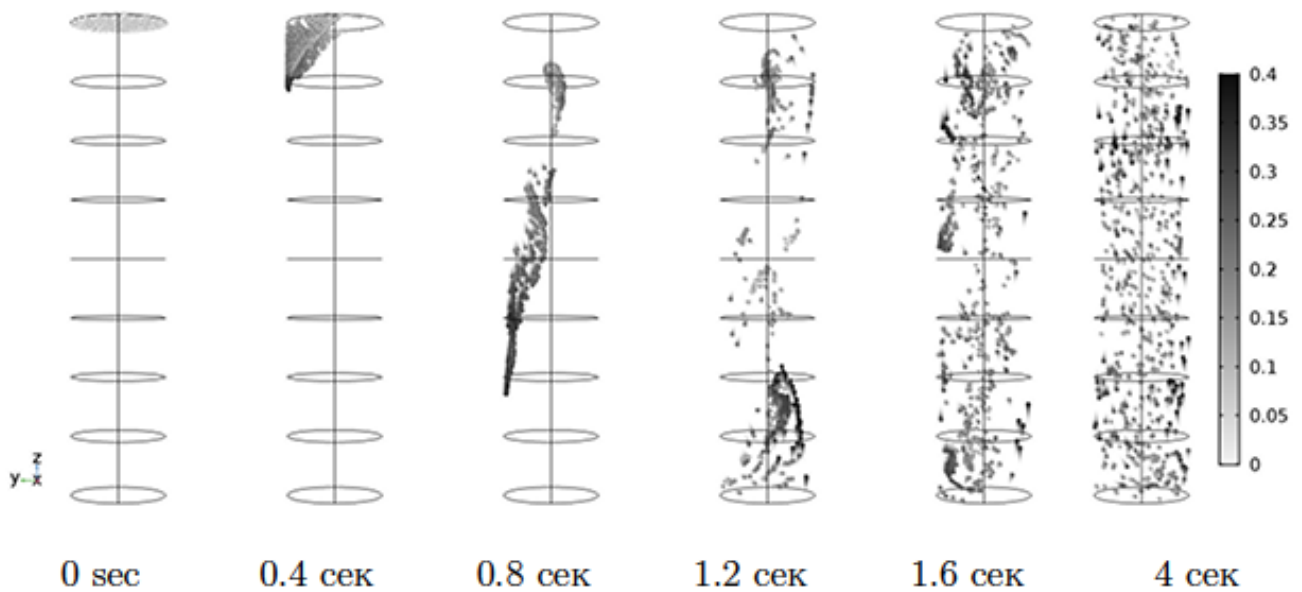


Рисунок 1.16 — Динамика распределения твердых включений в потоке расплава, под воздействием постоянно приложенного БМП. Цветовая легенда - это скорость частиц (м/с) [105].

магнитного поля, М.Ю. Хацаюк использовал численную модель МГД-процессов с оценкой распределения маркерных примесей трех типов (рис. 1.17) [65]. Он показал, что данный способ хорошо согласуется с экспериментальными данными и может использоваться для оценки качества перемешивания и, как следствие, задания режимов работы перемешивателя, в частности, времени работы, позволяя оценить время простоев и сократить его. Кроме того, показана важность учета механизмов гомогенизации, диффузионного или конвекционного, в зависимости от типа примеси.

В ИМСС УрО РАН под руководством Хрипченко С.Ю. была сделана серия работ, в которых рассматривается работа лабораторного электромагнитного перемешивателя с бегущим магнитным полем, проведены экспериментальные работы, а также создана валидированная численная модель. Эксперименты проводились на водном электролите, в качестве примеси использовалась подкрашенная вода. Им показано, что при смене режимов перемешивания увеличивается скорость гомогенизации в расплаве, таким образом обосновывается возможность применения реверсивного питания, при котором меняется направление течения расплава, для повышения эффективности перемешивания (рис. 1.18). Отмечается важность подбора частоты реверса, так как существуют режимы, в зависимости от гидравлической постоянной времени расплава, которые

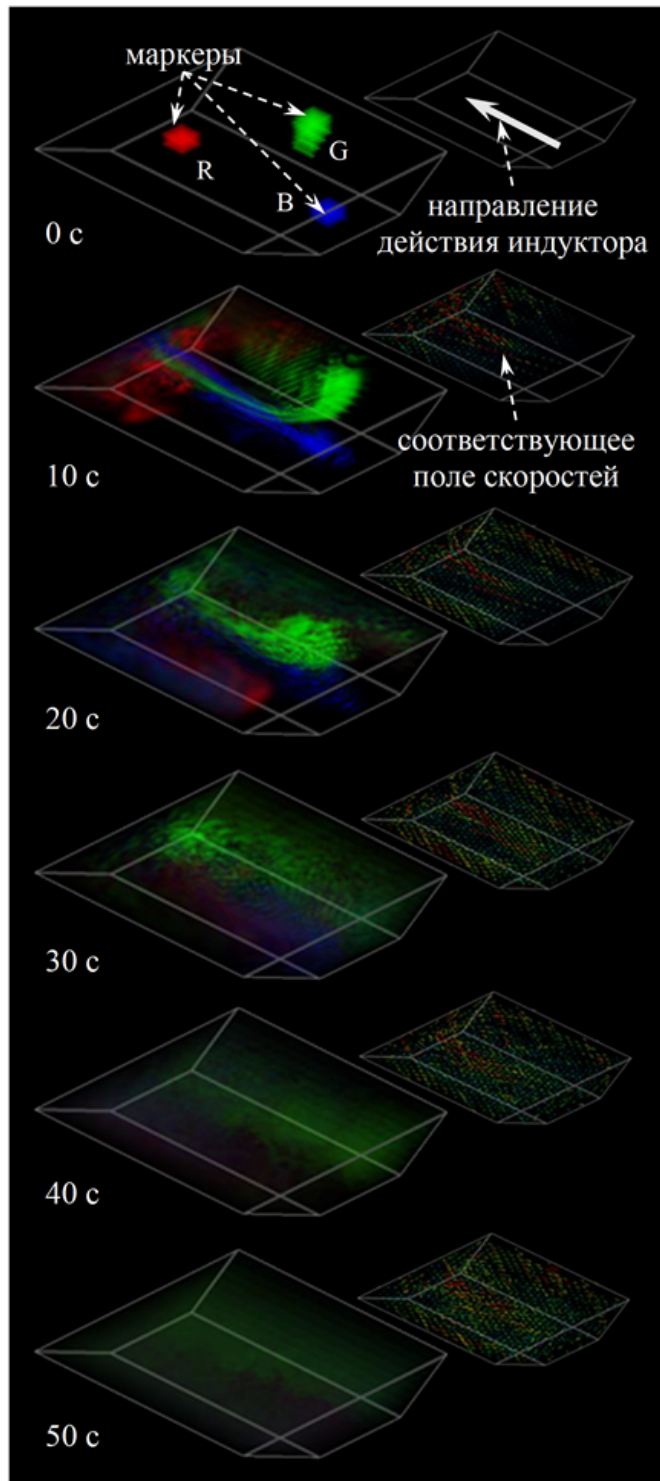


Рисунок 1.17 — Динамика выравнивания условных фаз [65]

напротив, замедляют процесс гомогенизации. Однако, дальнейшие работы по этой тематике продолжения не получили. [88; 106; 107]

В итоге, для оценки эффективности перемешивания в зависимости от несимметрии токов питания статора было принято решение производить оценку качества перемешивания по параметрам процесса распределения примеси,

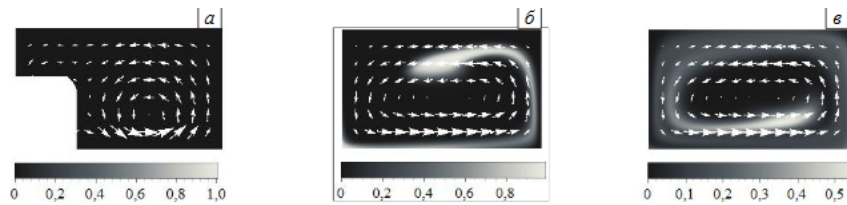


Рисунок 1.18 — Эволюция скорости (стрелки) и распределения примеси (градации серого цвета) в слое жидкого металла при перемешивании его бегущим магнитным полем: в начальный момент времени в области, обозначенной белым квадратом, концентрация примеси равняется 1 (а); распределение концентрации примеси через 5 с (б); через 15 с (в) [107]

так как этот метод проще для имплементации в модель, обеспечивает высокую скорость расчета и менее требователен к вычислительным мощностям.

## 1.7 Выводы по главе

1. Показано, что существует проблема повышения эффективности перемешивания расплавов, описаны основные современные подходы к решению этой проблемы, выявлено перспективное направление исследования.
2. При анализе опубликованных работ показано, что численное моделирование является современным инструментом, который позволяет с достаточной точностью моделировать процессы, происходящие в расплавах магнитогидродинамических установок с жидкометаллическим вторичным элементом. В качестве основы для модели выбран пакет COMSOL Multiphysics.
3. Выявлено, что для упрощения анализа влияния токов линейного индуктора на усилия в расплаве возможно использовать метод симметричных составляющих.
4. Для оценки эффективности перемешивания было принято решение производить оценку по параметрам процесса распределения пассивной примеси в расплаве.



5. В качестве объекта исследования выбрана установка по горизонтальной кристаллизации в псевдодвухмерной постановке с линейный индуктором, создающим бегущее магнитное поле для перемешивания расплава.

## Глава 2. Разработка численной модели перемешивателя с индуктором бегущего магнитного поля

### 2.1 Объект исследования

Ввиду соображений, представленных в предыдущей главе, для исследования структуры неоднородного магнитного поля и его влияния степени его неоднородности на структуру течений в жидкометаллическом вторичном элементе выбрана установка ЛИМ БОСС ИМСС УрО РАН. Она представляет собой (рис. 2.1) трехфазную двухполюсную линейную индукционную машину с сосредоточенными обмотками, основные размеры которой приводятся в таблице 1.

Её основными достоинствами, которые позволяют использовать её для исследования влияния несимметричных режимов питания обмоток статора на характер течений в жидкометаллическом вторичном элементе являются:

1. Питание от программируемого трехфазного источника напряжения Pacific Smart Source 360 ASX-UPC3, что позволяет варьировать параметры питающего тока в широких пределах как по амплитуде, так и по фазовому сдвигу.
2. Жидкометаллический вторичный элемент состоит из эвтектики GaSnZn (свойства – см. таблицу 2), которая не затвердевает даже при комнатной температуре.
3. Установка оборудована системой измерения скорости расплава при помощи доплеровских анемометров.
4. Имеется возможность получения достоверных профилей индукции с помощью калиброванных датчиков.
5. Возможность верификации интегральных тангенциальных усилий обусловлена наличием в системе измерения соответствующего датчика.
6. Жидкометаллический вторичный элемент располагается в плексигласовой кювете длиной и высотой большей, чем толщина, что позволяет избегать рассмотрения как поперечных краевых электромагнитных эффектов, так и рассматривать течение как псевдодвухмерное.

7. Существует возможность возбуждать как ламинарные, так и турбулентные течения в расплаве.

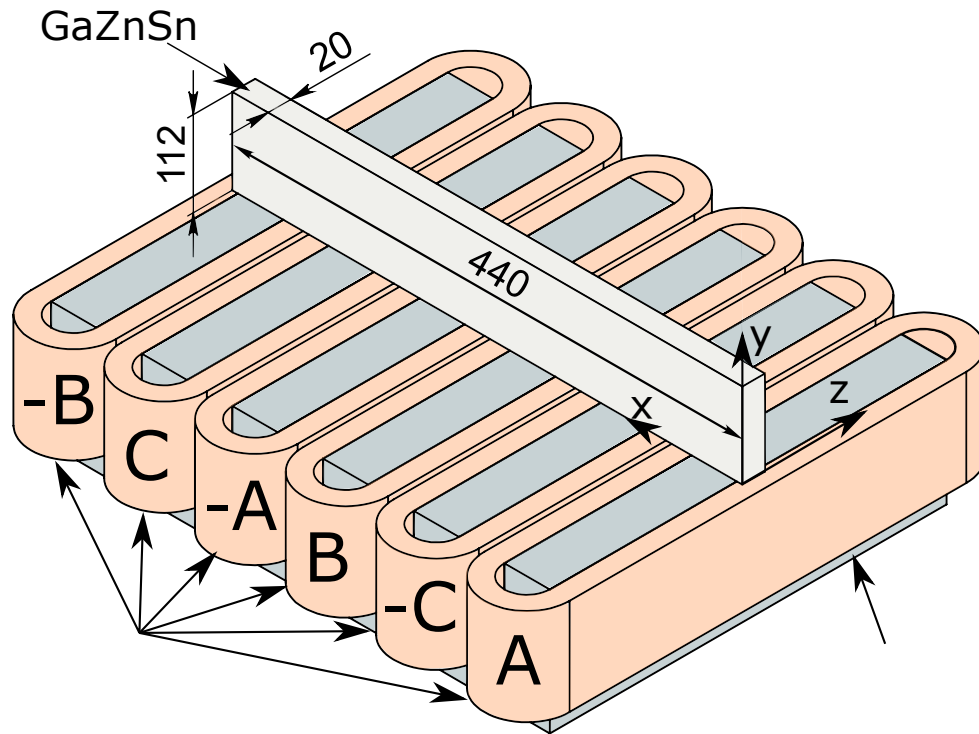


Рисунок 2.1 — Схематическое изображение исследуемой установки

Таблица 1 — Основные параметры линейного индуктора

<b>Магнитопровод:</b>			
Длина магнитопровода	$l_c$	440	мм
Ширина магнитопровода	$w_c$	340	мм
Высота спинки магнитопровода	$h_b$	45	мм
Ширина паза	$l_s$	40	мм
Глубина паза:	$h_s$	85	мм
<b>Катушки:</b>			
Количество витков в катушке	$N$	225	
Сечение провода в катушке	$a$	5·1	мм <sup>2</sup>
<b>Жидкометаллический вторичный элемент:</b>			
Удельное электрическое сопротивление	$\rho$	$1.58 \cdot 10^{-7}$	Ом/м
длина (ось x)	$l$	440	мм
высота (ось y)	$h$	112	мм
ширина (ось z)	$w$	20	мм
воздушный зазор	$h_{air}$	10	мм

Таблица 2 — Физические свойства эвтектики GaSnZn [108].

	Свойство		Значение	
Точка плавления 288,1[K]	$\rho$	плотность	6256	кг/м <sup>3</sup>
	$\mu$	динамическая вязкость	0,00048	кг/м·с
	$\nu$	кинематическая вязкость	$3 \cdot 10^{-7}$	м <sup>2</sup> /с
	$\sigma$	электропроводность	$3,56 \cdot 10^6$	См/м

Данная установка рассматривается как часть модели литейного аппарата, однако в данной диссертационной работе может рассматриваться как модель литейной ванны.

## 2.2 Общие рассуждения

В предыдущей главе показано, что использование численных методов для расчета процессов в металлургических применениях является широко распространенным способом исследования подобных установок, позволяя прояснить то, что нельзя измерить непосредственно.

В качестве расчетной среды используется COMSOL Multiphysics, так как этот программный продукт хорошо зарекомендовал в качестве пакета для численного моделирования, позволяя решать как электромагнитные, так и гидродинамические задачи с высокой степенью точности. Одно из преимуществ данного программного обеспечения – встроенная связка электромагнитной и гидродинамической задач, что позволяет упростить создание модели и ускорить расчеты.

COMSOL Multiphysics задействует CPU для расчетов, поэтому вычислительная мощность процессора – основной фактор, влияющий на скорость вычислений. Использовался процессор AMD Ryzen 9 3900X 12 Core processor с рабочей частотой 3,79 ГГц.

Так как характеристическое число  $Re_m = H < U > \mu\mu_0\sigma = 0,012 \cdot 0,03 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 6300000 = 0.059 \ll 1$ , потоки жидкости практически не влияют на картину магнитного поля. Поэтому связанную магнитогидродинамическую задачу можно упростить, разделив на две задачи. Отдельно можно производить электромагнитный расчет, усилия, полученные в ходе решения которого транслируются как источниковый член в гидродинамическом расчете.

### 2.3 Электромагнитная часть

Для расчета электромагнитной задачи использовался модуль *Magnetic Fields*. Электромагнитная задача решается в гармонической постановке

Электромагнитный анализ проведен методом конечных элементов в программе COMSOL Multiphysics [109]. Расчет выполняется в трехмерной постановке, чтобы учесть все краевые эффекты и зубчатость индуктора. Ранее этот подход был проверен путем сравнения профилей плотности магнитного потока и интегральной электромагнитной силы с экспериментальными измерениями, которые представлены в работе [84].

Электромагнитное поле, вызывающее силы Лоренца, может быть описано с помощью следующих уравнений в А-формулировке (2.1), полученных из уравнений Максвелла во временно-гармонической форме

$$-j\omega\sigma\mu\underline{\mathbf{A}} + \sigma\mu \cdot \text{div}(\text{grad}\underline{\mathbf{A}}) = \mu\underline{\mathbf{J}}, \quad (2.1)$$

где  $j$  - мнимая единица,

$\omega$  - угловая частота,

$\mu$  - магнитная проницаемость,

$\sigma$  - электропроводность,

$\underline{\mathbf{J}}$  - фазор плотности тока,

$\underline{\mathbf{A}}$  - фазор магнитного векторного потенциала.

Силы Лоренца рассчитываются непосредственно по следующему выражению:

$$\mathbf{F}_{em} = \frac{1}{2} \Re(\underline{\mathbf{J}} \times \underline{\mathbf{B}}). \quad (2.2)$$

Расчетная область ограничена сферой, внутри которой располагается индуктор и вторичный элемент. В качестве граничных условий на внешней границе сферы задается нулевой магнитный векторный потенциал. Сетка состоит из 132735 тетраэдров, в области воздушного зазора сетка дополнительно учащена для учета зубчатости индуктора (рис. 2.2).

В качестве граничных условий на внешней границе расчетной области был задан нулевой магнитный векторный потенциал.

$$\mathbf{n} \times \mathbf{A} = 0 \quad (2.3)$$

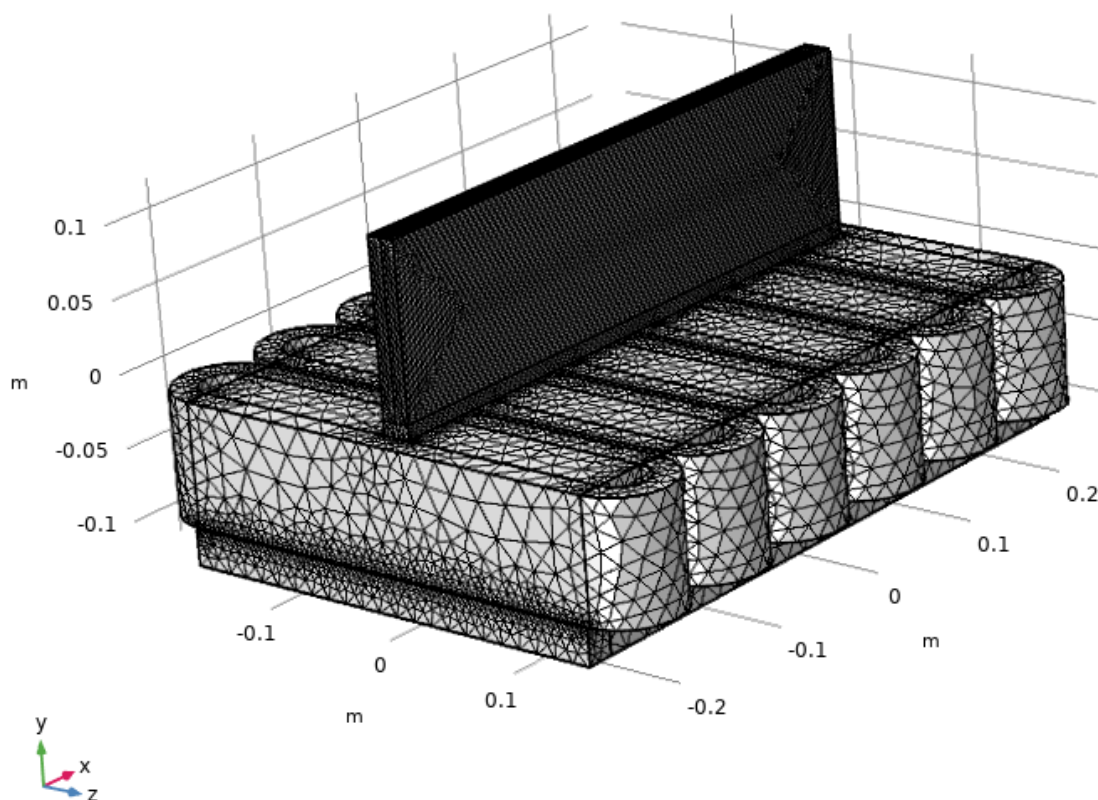


Рисунок 2.2 — Сетка электромагнитной задачи

Так как в данной постановке магнитопровод не насыщен, то возможно использовать линейную аппроксимацию магнитной проницаемости ферромагнетика, по результатам экспериментов принимается, что  $\mu = 150$ , достоверность проверена экспериментально.

## 2.4 Гидродинамическая часть

Для расчета можно использовать формулировку уравнений Навье-Стокса с усреднением по Рейнольдсу (RANS), которая усредняет поля скорости и давления по времени. Эти усредненные по времени уравнения могут быть вычислены стационарным способом на относительно крупной сетке, что значительно сокращает вычислительную мощность и время, необходимое для такого моделирования (обычно несколько минут для двумерного потока и от нескольких минут до нескольких дней для трехмерного потока).

Для этого считалось уравнение Навье-Стокса для несжимаемой жидкости. Моделируемые величины усредняются по времени:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}', \quad (2.4)$$

где  $\mathbf{u}$  – поле скоростей,

$\bar{\mathbf{u}}$  – усредненных по времени скорость,

$\mathbf{u}'$  – пульсации скорости.

В дальнейшем уравнение Навье-Стокса решается относительно усредненных величин, а флуктуации учитываются введенной величиной, называемой тензором турбулентным напряжением (Reynolds stress tensor)  $-\rho\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'}$ . Наиболее распространенным подходом является предположение, что турбулентность действует как дополнительный вязкий эффект, и учитывается следующим образом:

$$-\rho\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} = \mu_T (\nabla\bar{\mathbf{u}} + \nabla\bar{\mathbf{u}}^T). \quad (2.5)$$

В зависимости от того, как рассчитывается турбулентная вязкость, выделяются различные типы моделей. Модели для вихревой вязкости включают наиболее широко используемые в промышленных приложениях модели, такие как  $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega$ ,  $k - \omega$  Shear Stress Transport (SST) модель Ментера и модели турбулентности Спаларта-Аллмараса.

Для расчетов использовалась  $k - \varepsilon$  модель, так как эта модель часто используется в промышленных приложениях, поскольку она надежна и требует немного вычислительных ресурсов. Кроме уравнений Навье-Стокса, вводятся два дополнительных транспортных уравнения, которые решаются относительно вспомогательных величин турбулентной кинетической энергии  $k$  и диссипации  $\varepsilon$ , Они требуются для определения турбулентной вязкости:

$$\mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.6)$$

Сами же уравнения модели имеют следующий вид:

$$\rho\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (2.7)$$

$$\rho\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla(\bar{\mathbf{u}}) = -\nabla\bar{p} + \nabla \cdot (\mu(\nabla\bar{\mathbf{u}} + \nabla\bar{\mathbf{u}}^T)) - \rho\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} + \bar{\mathbf{F}} \quad (2.8)$$

где  $p$  – давление;

$\mu$  – динамическая вязкость

$\mathbf{F}$  – электродинамическое усилие, полученное на шаге электромагнитного расчета.

уравнении переноса для диссипации турбулентной кинетической энергии  $k$ :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla k = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k - \rho \varepsilon \quad (2.9)$$

где

$$P_k = \mu_T \left( \nabla \mathbf{u} : (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u})^2 \right) - \frac{2}{3} \rho k \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (2.10)$$

И транспортное уравнение для диссипации  $\varepsilon$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \varepsilon = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.11)$$

Модельные коэффициенты подобраны экспериментальным путем [110]:

$$C_\mu = 0.09$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44$$

$$C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

$$\sigma_k = 1.0$$

$$\sigma_\varepsilon = 1.3$$

Граничные условия для всех стенок, кроме верхней - стандартные функции стенки:  $\frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln Ey^+$ , где  $E = 9.8$ .

Для расчетов использовался модуль «Turbulent Flow,  $k-\varepsilon$ », расчет велся в стационарной постановке, вычислялись усредненные скорости в установившемся режиме. Двухмерная  $k-\varepsilon$  модель турбулентности была выбрана из-за того, что этот тип модели обеспечивает хорошее первое приближение для последующего решения с использованием других моделей, а также низкие требования к плотности сетки вблизи стенок.

Сетка конечных элементов для гидродинамической задачи, изображенная на рис. 2.3 состоит из 94222 треугольников, сгущенных по краям сетки.

Применение данной модели оправдано из-за низких чисел Рейнольдса,  $Re = \frac{UL}{\nu} = \frac{0.01 \cdot 0.44}{3 \cdot 10^{-7}} = 1470$ . Таким образом, течения будут носить преимущественно ламинарный характер, что упрощает работу с моделью.

Существующая численная модель гидродинамических процессов дополнена уравнением примесей при помощи модуля «Transport of Diluted Species».



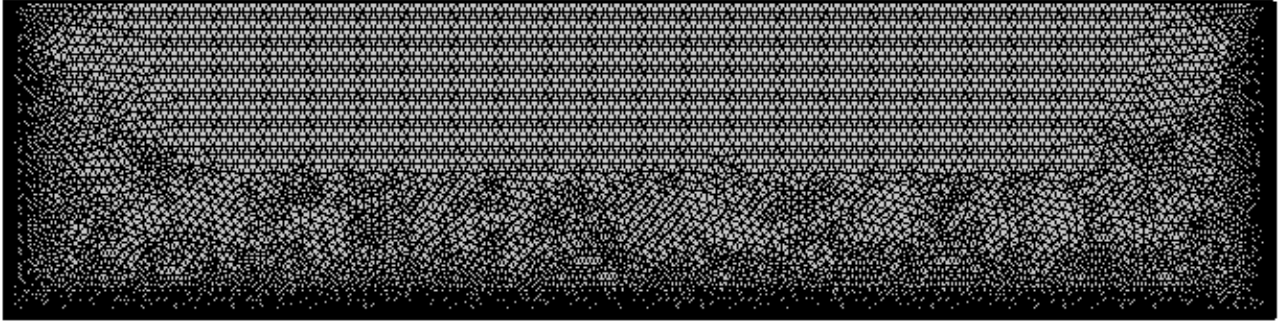


Рисунок 2.3 — Сетка гидродинамической задачи

Моделирование распределение пассивной примеси описывается с помощью диффузионно-конвекционного баланса масс:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + \nabla \cdot (-D_i \nabla c_i + c_i^u) = R_i \quad (2.12)$$

где  $D_i$  – коэффициент диффузии, м<sup>2</sup>/с;

$c_i$  – концентрация вещества, моль/м<sup>3</sup>.

Таким образом учитывался и диффузионный, и конвекционный механизм массопереноса примеси в расплаве.

## 2.5 Экспериментальная валидация

Представленная модель была валидирована на экспериментальной установке (рис. 2.4), параметры которой совпадают с численной моделью.

Магнитная индукция измерялись с помощью трехканального магнитометра Lake Shore 460 Gaussmeter, точность позиционирования датчика – 1 мм (рис. 2.5). Рассчитанные профили индукции совпадают с измеренными при помощи датчиков Холла с погрешностью, укладывающейся в 10%, что для первого приближения достаточно (рис. 2.6).

Скорость течений расплава измерялась с помощью ультразвукового доплеровского анемометра DOP 2000, с последующей обработкой сигналов. Использовались четыре зонда TR0408RS с пьезоэлементом 4 МГц 8 мм и внешним диаметром зонда 12 мм [111]. Датчики располагались на торцевой стенке



Рисунок 2.4 — Внешний вид экспериментальной установки

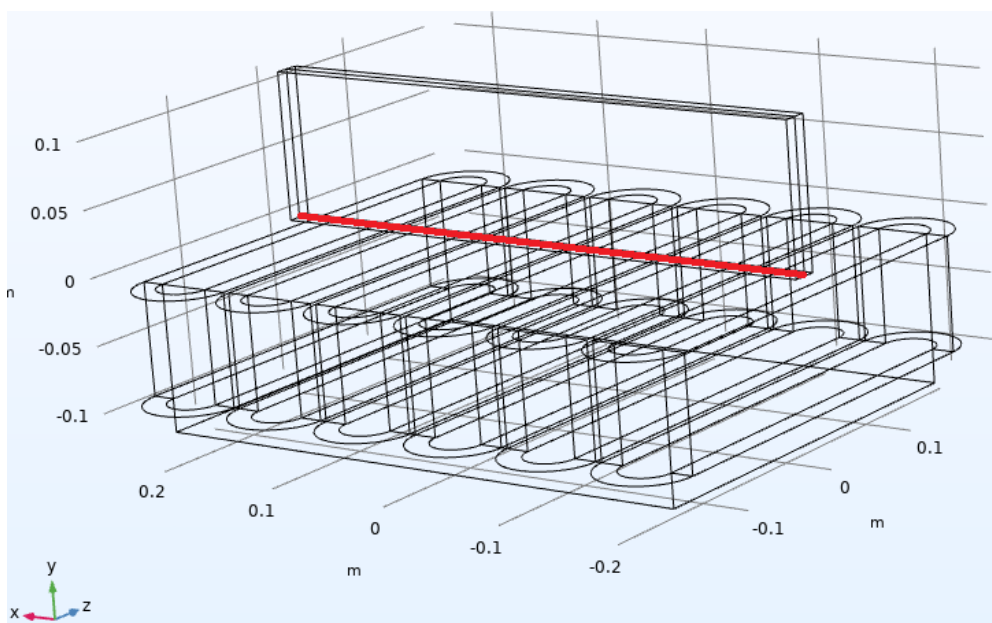


Рисунок 2.5 — Линия измерений составляющих магнитной индукции в кювете кюветы на высотах 34, 50, 66, 80 мм при высоте слоя жидкого металла 112 мм, как показано на рис. 2.7.

Ультразвуковая доплеровская велосиметрия – это неинвазивный метод измерения скорости течения жидких сред на основе доплеровского эффекта, который заключается в изменении частоты и длины волны излучения, воспринимаемого приемником из-за движения источника излучения и/или движения приемника. Идеологически принцип действия ультразвукового доплеровского анемометра основан на анализе изменения частот ультразвуковых волн между ультразвуковыми импульсами, излучаемыми и отражаемыми от частиц в движущейся среде. Техническая реализация метода основана на корреляции

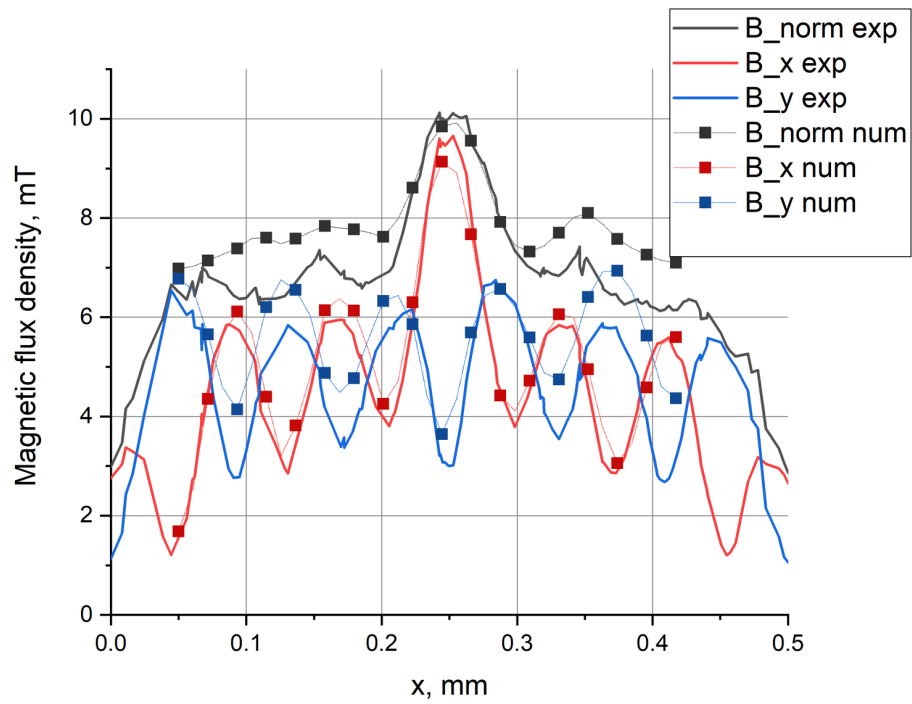


Рисунок 2.6 — Распределение магнитной индукции вдоль поверхности индуктора

онном анализе последовательно излучаемых и принимаемых (отраженных от движущихся частиц) волновых пакетов. Для осуществления данного метода необходимо присутствие частиц, отражающих звук. В частности, при использовании сплава  $GaZnSn$  частицы оксидов  $Ga_2O$  и  $Ga_2O_3$  являются дисперсной фазой. Опыт показывает, что контакт сплава с атмосферным кислородом в течение 1-2 минут является достаточным условием для обеспечения концентрации оксидов, необходимой для ультразвуковых измерений.

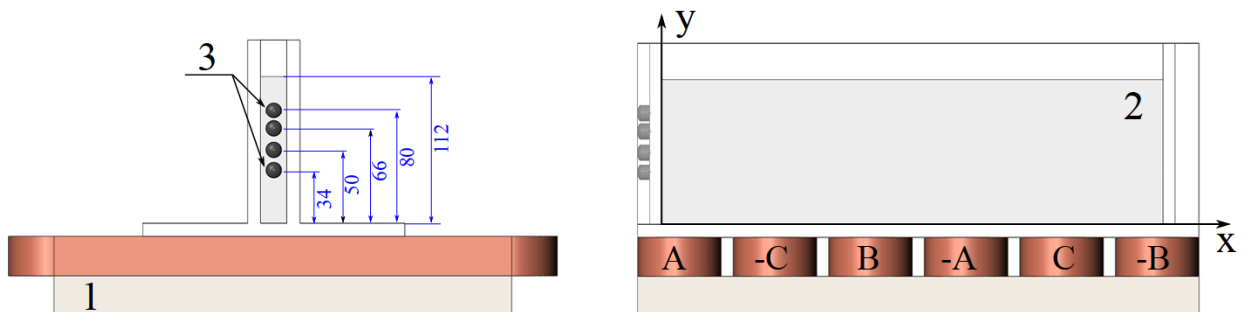


Рисунок 2.7 — Эскиз экспериментальной установки: 1. линейный индуктор, 2. слой жидкого металла, 3. UDV-транзисторы. Буквами на правой подрисункной диаграмме обозначены фазы питающего тока.

Профили скоростей полученные с помощью численного и физического эксперимента приведены на рис. 2.8. Результаты экспериментов хорошо согласуются друг с другом, но расходятся в пристеночной области. В центральной области кюветы численный эксперимент имеет лучшее согласие с экспериментальными данными (10%). Таким образом, мы можем рассматривать данные, полученные с помощью разработанной модели, как достоверные.

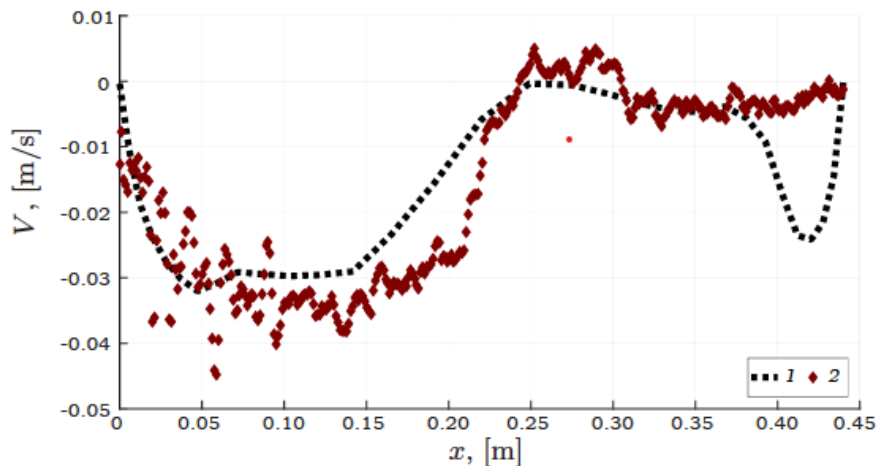


Рисунок 2.8 — Профили скоростей, 1 – численный расчет, 2 – эксперимент

Кроме того, производилась валидация по усилиям. Распределение электромагнитных сил в среде с неоднородной электропроводностью является нетривиальной задачей. Был проведен дополнительный эксперимент, чтобы подтвердить результат расчета электромагнитных сил в слитке с неоднородной электропроводностью. Для моделирования затвердевания была создана пластина *Cu – Ga* и измерены действующие на нее электромагнитные силы. Пластина *Cu* моделирует затвердевший металл, а расплав *Ga* - жидкую массу. Эскиз экспериментальной установки и результаты проверки показаны на рисунке 2.9. Результаты сравнения показывают хорошее согласие эксперимента с расчетом в диапазоне токов индуктора 1-9 А (менее 5%). Расхождение при токе 10 А вызвано наличием в системе стального магнитопровода индуктора, который начинает насыщаться, поэтому в ходе расчета следует избегать зоны насыщения. На основании этого сравнения можно сделать вывод о достаточной точности результатов расчета.

В итоге получено хорошее схождение эксперимента и численной модели как для электромагнитной, так и для гидродинамической задач. Это дает право использовать разработанную модель в дальнейшей работе.

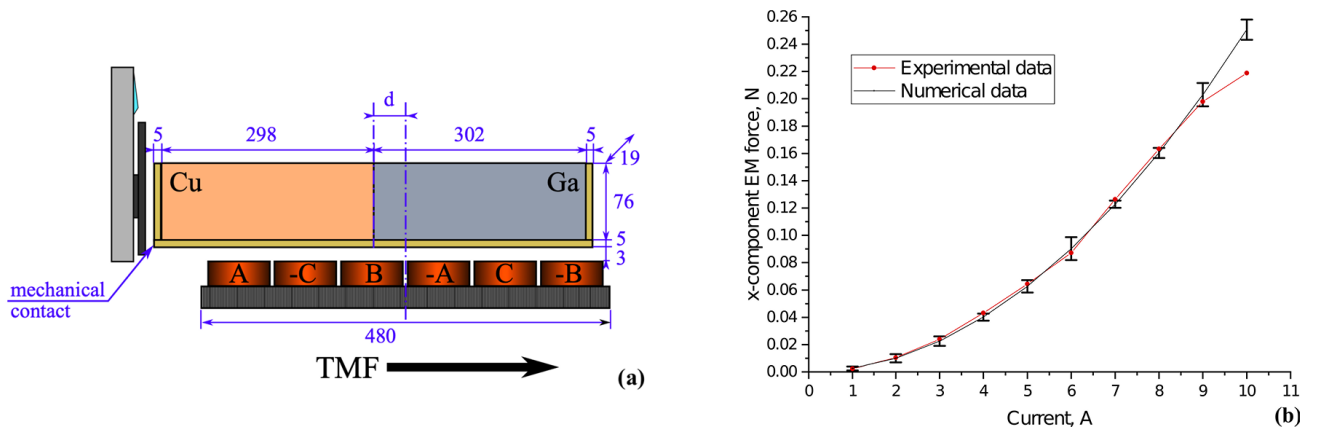


Рисунок 2.9 — Экспериментальная установка для измерения ЭМ сил в биметаллической пластине (a) и результаты оценки численной модели (b)

## 2.6 Алгоритм расчета электродинамических сил

Так как при исследовании рассматриваемых режимов следует использовать большое число расчетных точек, то следует произвести оптимизацию расчетной процедуры. Единичное решение электромагнитной задачи в трехмерное постановке занимает около 5 минут, таким образом, рассмотрение, например, 100 точек займет около 8 часов, что неприемлемо для подробного анализа. Для упрощения решение произвольной электромагнитной задачи будет рассматриваться как линейная сумма отдельных решений, полученных при помощи метода симметричных составляющих (рис. 2.10).

Суть предложенного алгоритма заключается в следующем: на предварительном шаге рассчитываются решения электромагнитной части при единичной составляющей токов линейного индуктора (для прямой, обратной и нулевой последовательностей). Из данных решений можно получить поля плотностей наведенных токов и индукций магнитного во вторичном элементе, необходимых для вычисления электродинамических усилий.

Затем задаваемые токи питания линейного индуктора раскладываются при помощи метода симметричных составляющих на отдельные компоненты, полученные коэффициенты в комплексной форме домножаются на решения, полученные на предварительном шаге, после чего складываются по расчетным формулам (2.13), (2.14). В итоге мы получаем распределение плотностей токов

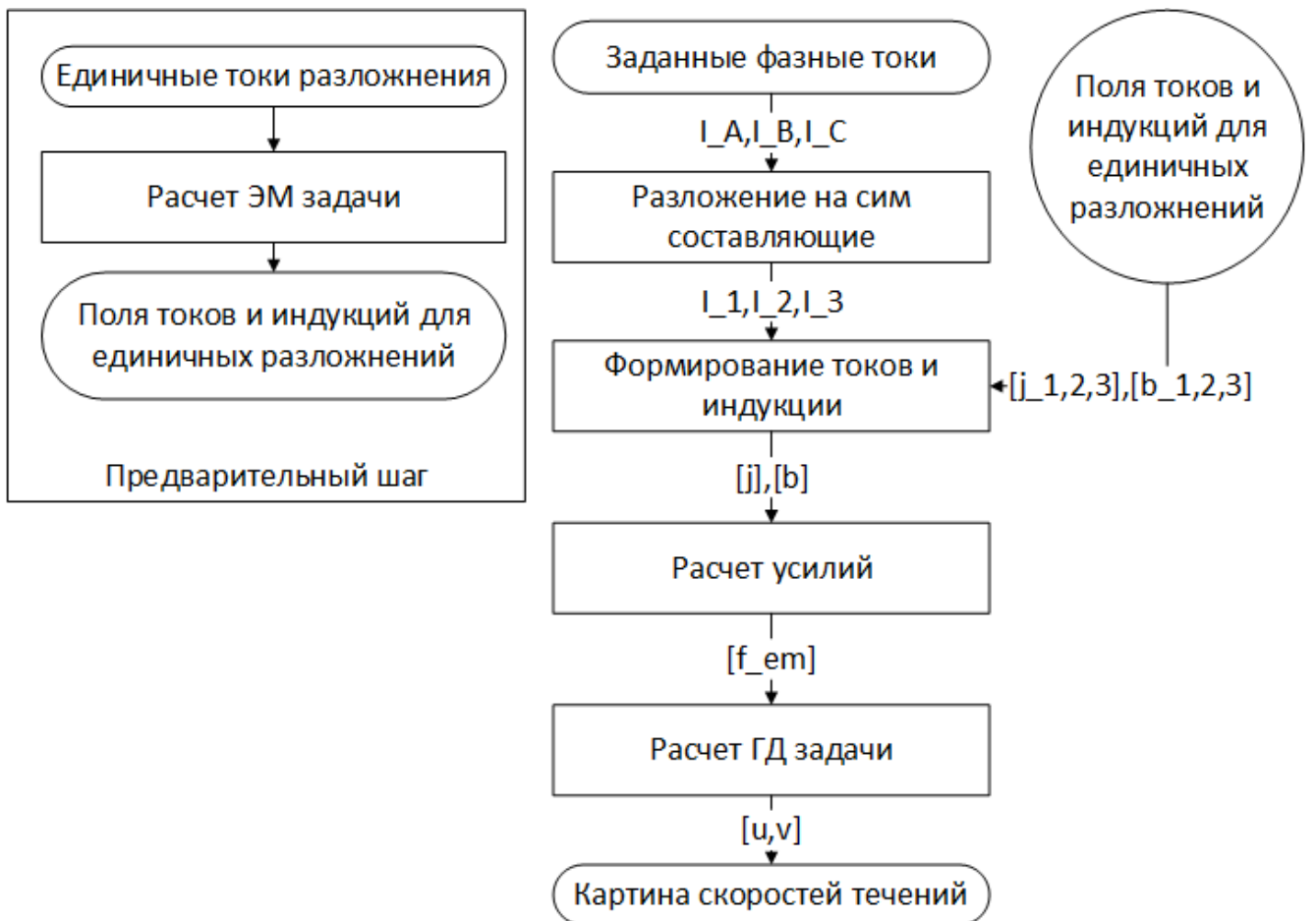


Рисунок 2.10 — Алгоритм расчета полей скоростей

и индукций во вторичном элементе без пересчета электромагнитной задачи.

$$\underline{I}_{\text{sum}} = \underline{I}_0 + \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \mathbf{k}_0 \underline{I}'_0 + \mathbf{k}_1 \underline{I}'_1 + \mathbf{k}_2 \underline{I}'_3 \quad (2.13)$$

$$\underline{B}_{\text{sum}} = \underline{B}_0 + \underline{B}_1 + \underline{B}_2 = \mathbf{k}_0 \underline{B}'_0 + \mathbf{k}_1 \underline{B}'_1 + \mathbf{k}_2 \underline{B}'_3 \quad (2.14)$$

На следующем шаге токи и индукции перемножаются по формуле 2.15, чтобы получить поля осредненных электродинамических усилий, которые, в свою очередь, передаются в гидродинамическую задачу, которая решается напрямую без изменений.

$$\mathbf{F}_{\text{sum}} = \frac{1}{2} \Re(\underline{I}_{\text{sum}} \times \underline{B}_{\text{sum}}) = (\mathbf{k}_0 \underline{I}'_0 + \mathbf{k}_1 \underline{I}'_1 + \mathbf{k}_3 \underline{I}'_3) \times (\mathbf{k}_0 \underline{B}'_0 + \mathbf{k}_1 \underline{B}'_1 + \mathbf{k}_3 \underline{B}'_3) \quad (2.15)$$

Использование данного алгоритма сокращает время расчета электромагнитной задачи до 11 секунд, что позволяет брать больше исследуемых точек. Особенно это заметно при анализе усилий. При такой постановке возможно использовать модели без упрощения геометрии и с относительно мелкой расчетной сеткой.

Для рассмотрения корректности работы алгоритма были взяты следующие параметры симметричных составляющих токов питания линейного индуктора:  $I_1 = 1$  А,  $I_2 = 1$  А,  $I_0 = 1$  А, что соответствует следующему распределению токов по фазам:  $I_A = 3$  А,  $I_B = 0$  А,  $I_C = 0$  А. Решение проводилось при прямом вычислении распределении магнитного потока, созданного исходной системой токов индуктора и при вычислении усилий в расплаве по приведенному выше алгоритму.

Для того, чтобы показать работу алгоритма, имеет смысл сопоставить результаты расчетов электромагнитного поля и создаваемых индуктором удельных объемных усилий в выделенной области пространства перемешивателя при прямом задании токов в катушках индуктора, и при расчете параметров поля по разработанному алгоритму. Индукция и усилия будут рассматриваться на средней линии вдоль дна кюветы, показанной на рис 2.5.

Для анализа индукции рассмотрим распределение в начальный момент времени. На рисунке 2.11 приведены распределения индукции от составляющих токов линейного индуктора, их сумма, а также результат единичного расчета. Кроме того, что индукции прямой и обратной составляющей совпадают по амплитуде. Это обусловлено тем, что у бегущего в прямом направлении и обратном, создаваемыми соответствующими составляющими токами линейного индуктора отличаются лишь направлением распространения магнитного поля. Видно, что при разложении и прямом решении электромагнитной задачи результат один и тот же, суммарная индукция равна заданной. Таким образом, и наведенные токи также совпадают. А следовательно этот алгоритм вполне применим для использования на практике для вычисления распределения магнитного поля при решении численных задач.

Для верификации также приведен анализ нормальных и тангенциальных усилий в расплаве. На рисунке 2.12 видно, что сумма 6 компонент равна единичному расчету. Усилия от собственных составляющих взаимно гасятся. Усилий от пульсирующего поля практически нет, это обусловлено низкой частотой поля. Видно, что основной вклад вызывают усилия, которые ответственны за взаимодействие бегущего и пульсирующего магнитных полей. Кроме того, взаимодействие бегущего в прямом и обратном направлении тоже не создает значительного вклада в распределение удельного электродинамического усилия в расплаве.

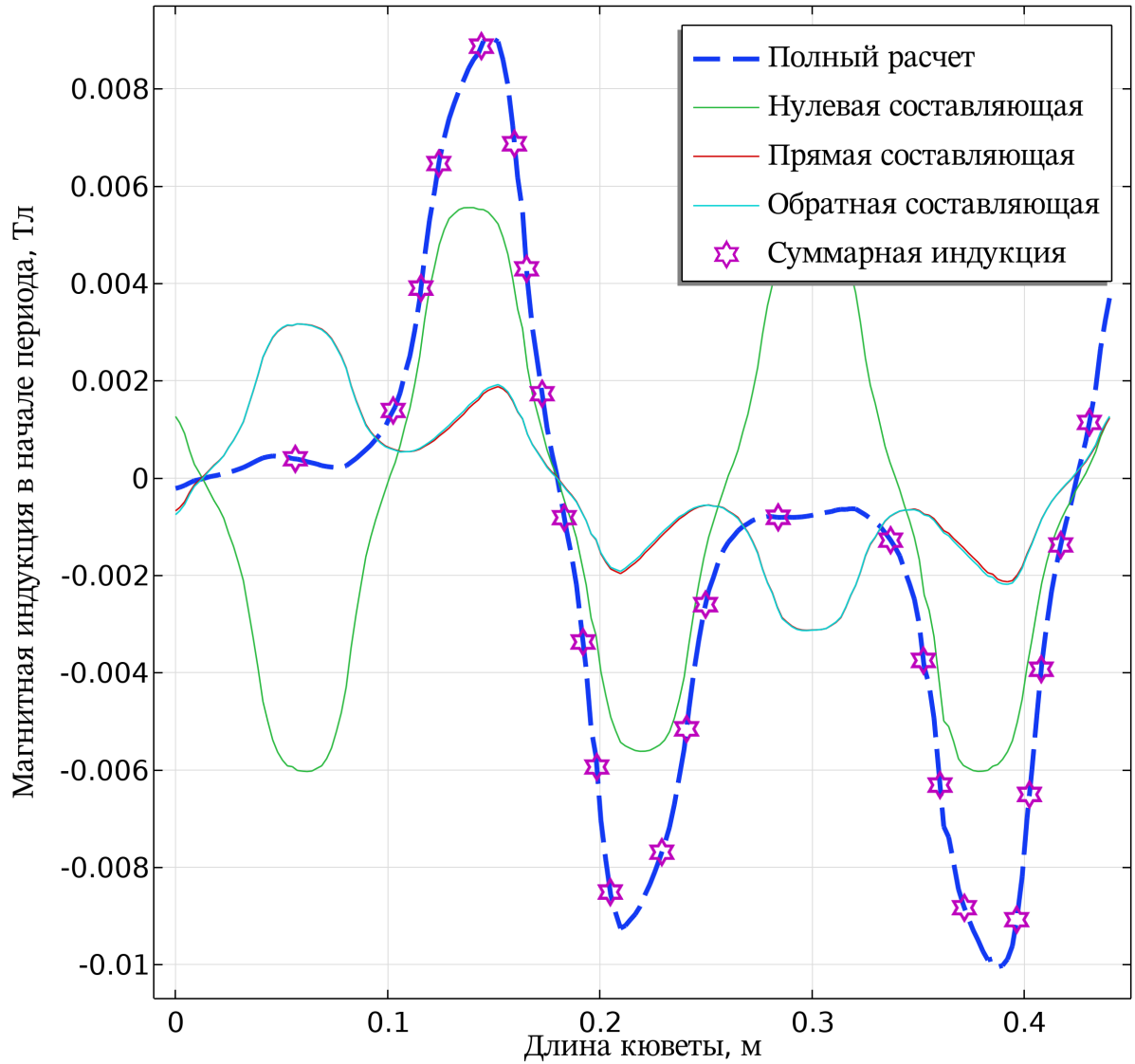


Рисунок 2.11 — Сравнение разложения кривой индукции, создаваемыми симметричными составляющими тока линейного индуктора: синим — суммарная индукция, зеленым — нулевая последовательность, красным — прямая последовательность, бирюзовым — обратная последовательность, фиолетовыми звездочками — прямое вычисление

На рисунке 2.13 видно, что сумма 6 компонент также равна единичному расчету. Видно, что взаимодействие компонент приводит к появлению значительных пиков нормальных усилий, которые будут создавать дополнительные завихрения в расплаве. При этом, существуют области, где нормальные усилия стремятся к нулю, таким образом, будет демпфирование потока, течение будет направлено преимущественно вдоль кюветы.

Таким образом, кроме того, что данный алгоритм ускоряет вычисления электромагнитной задачи, он также позволяет анализировать влияние отдель-



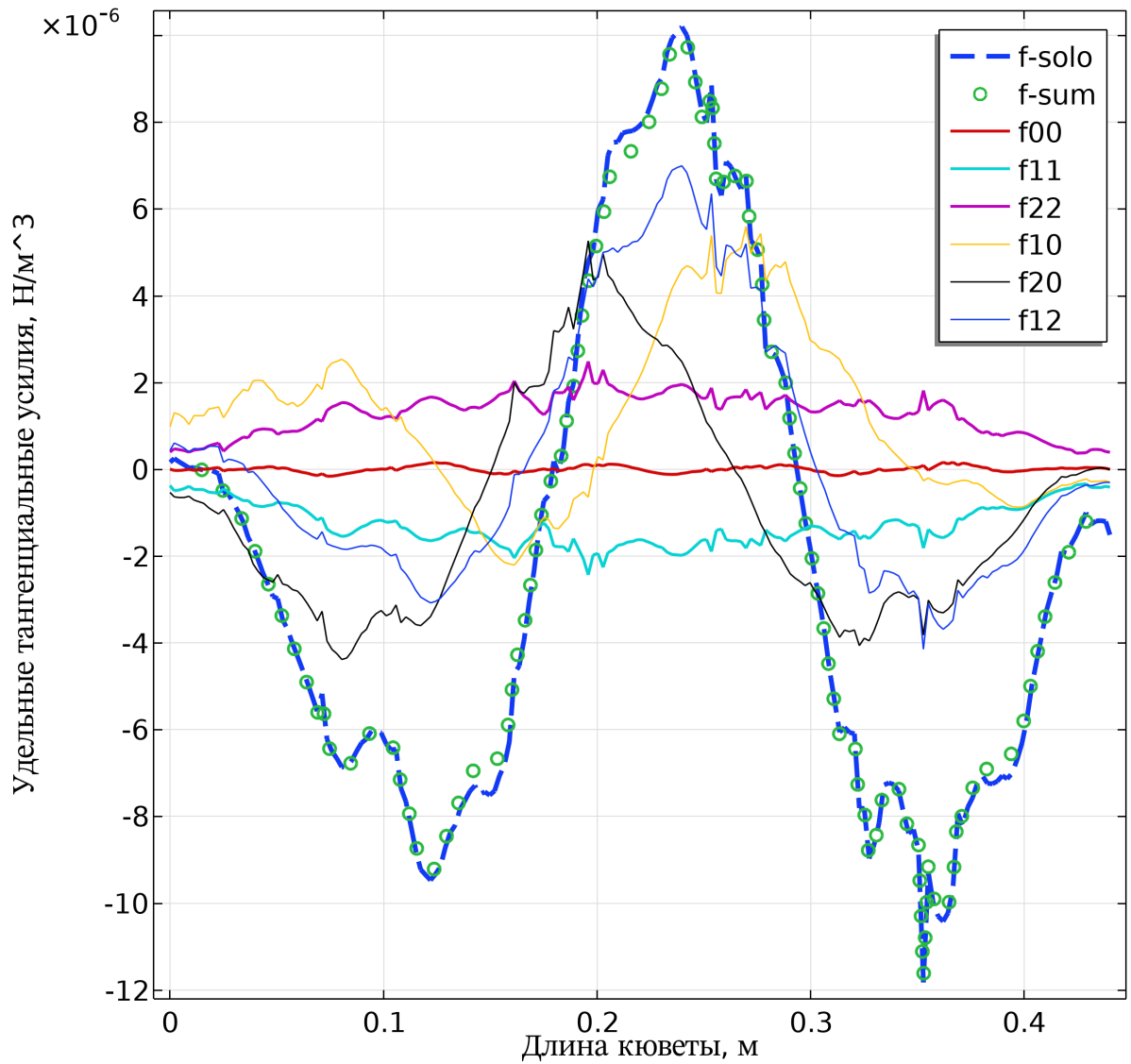


Рисунок 2.12 — Сравнение разложения кривой тангенциальной составляющей усилий, создаваемых симметричными составляющими тока линейного индуктора: синим — прямое вычисление, зеленые кругляшки — суммарная индукция, красным — собственные усилия от нулевой составляющей, бирюзовым — собственные усилия от прямой составляющей, фиолетовым — собственные усилия от обратной составляющей, желтым — усилия от взаимодействия прямой и нулевой составляющей, черным — усилия от взаимодействия обратной и нулевой составляющей, синим — усилия от взаимодействия прямой и обратной составляющей

ных компонент разложения на симметричные составляющие токов индуктора на характер течений, распределения примеси и прочие технологические режимы.

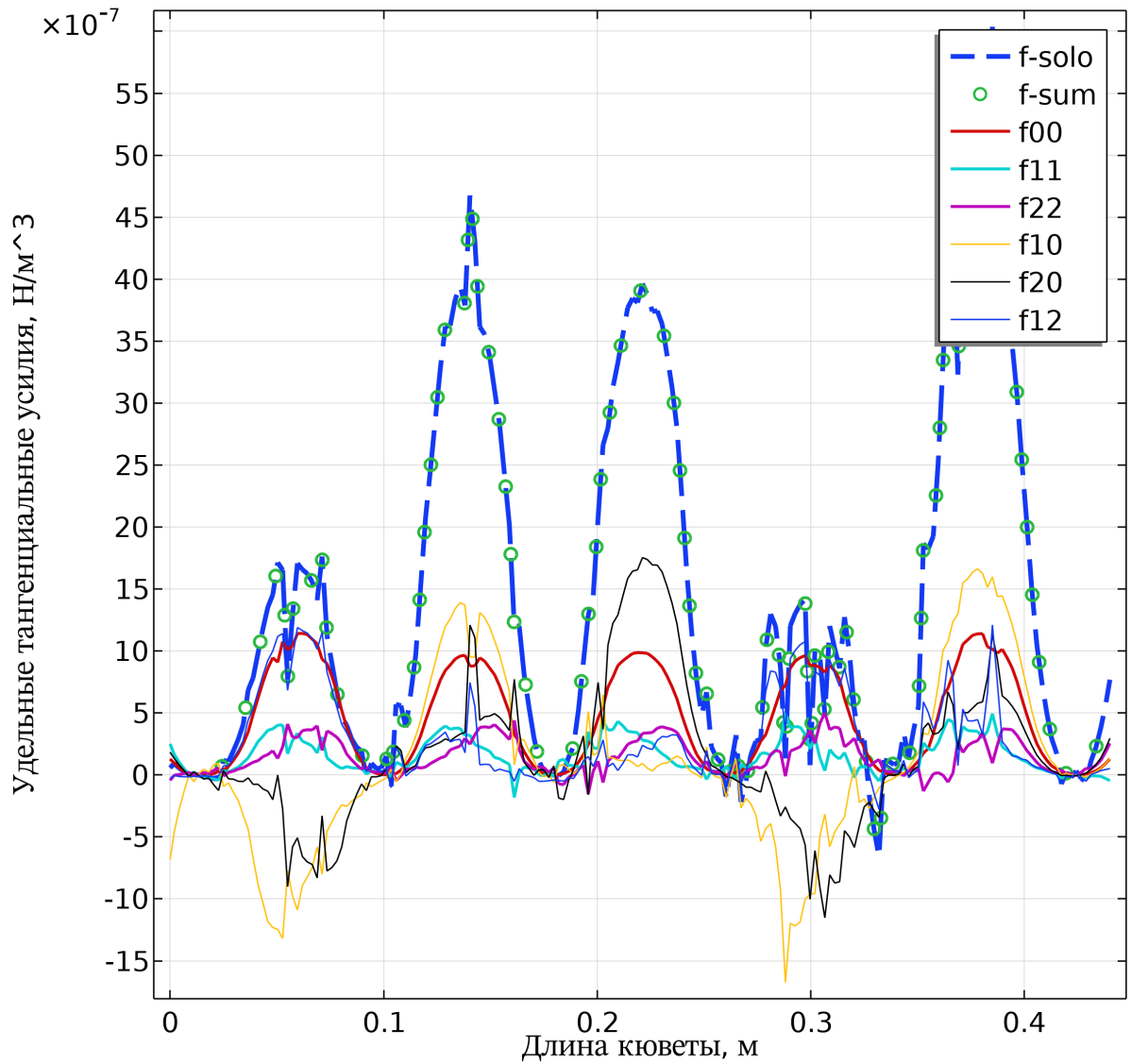


Рисунок 2.13 — Сравнение разложения кривой нормальной составляющей усилий, создаваемых симметричными составляющими тока линейного индуктора: синим — прямое вычисление, зеленые кругляшики — суммарная индукция, красным — собственные усилия от нулевой составляющей, бирюзовым — собственные усилия от прямой составляющей, фиолетовым — собственные усилия от обратной составляющей, желтым — усилия от взаимодействия прямой и нулевой составляющей, черным — усилия от взаимодействия обратной и нулевой составляющей, синим — усилия от взаимодействия прямой и обратной составляющей

Кроме того, подобный алгоритм можно использовать для аналитического нахождения усилий, так как описать отдельные компоненты проще, чем усилия в общем виде.

## 2.7 Выводы по главе

1. В качестве инструмента исследования выбрано численное моделирование в программном обеспечении COMSOL Multiphysics с разделением электромагнитной и гидродинамической задач на две отдельные. Для учета примесей используются специально обученные уравнения, дополняющие массообмен в гидродинамике.
2. Показано, что принятая при составлении моделей система допущений не оказывает существенного влияния на точность расчета усилий и скоростей в расплаве. Расхождение в экспериментальных и расчетных данных не превышает 10% при оценке усилий и 5% при оценке скоростей. Таким образом, разработанная модель может вполне использоваться для анализа режимов работы перемешивателя бегущего магнитного поля.
3. Обосновывается использование алгоритма, который позволяет не пересчитывать электромагнитную задачу. Суть его – в предварительном расчете наведенных токов и магнитных индукций в жидкометаллическом вторичном элементе, вызываемых единичными симметричными составляющими токов питания линейного индуктора перемешивателя бегущего магнитного поля, последующем суммировании с учетом фазов симметричных составляющих заданных токов питания линейного индуктора перемешивателя бегущего магнитного поля и вычислении электродинамических усилий. Таким образом, единичное решение электромагнитной задачи в трехмерной постановке занимает около 5 минут, тогда как применение алгоритма снижает время до 11 секунд.

## Глава 3. Влияние сдвига фаз токов индуктора на усилия во вторичном жидкометаллическом элементе

### 3.1 Постановка задачи

На основе модели, разработанной в предыдущей главе, производится анализ режимов питания, создающих неравномерное магнитное поле в кювете. Установка в рабочем режиме питается трехфазным током. В общем случае амплитуды фазовых токов питания индуктора перемешивателя равны, а сдвиг фаз равномерен и равен  $120^\circ$  градусов. Номинальное действующее значения токов катушек равно  $4\text{ А}$ .

В качестве первого приближения будет рассмотрено влияние сдвига фаз (3.1). Это соответствует режиму питания от фазовращательного трансформатора или управляемого источника питания. Подобный режим питания может быть интересен, поскольку управление углом сдвига фаз может стать еще одним потенциальным способом повышения эффективности электромагнитных перемешивателей и насосов, использующих бегущее поле.

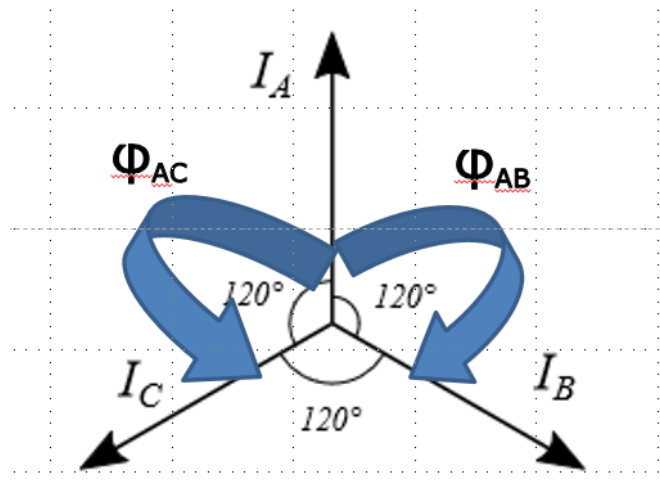


Рисунок 3.1 — Векторная диаграмма токов

В ходе работы рассматривались конфигурации магнитного поля, а также установившиеся режимы скоростей течений при различных начальных углах токов фаз  $B$ ,  $C$ . Они варьировались от  $0^\circ$  до  $330^\circ$  с шагом  $30^\circ$ . Амплитуды токов всех фаз оставались постоянными. Таким образом, был рассчитан 121 режим при различных фазовых сдвигах токов  $B$ ,  $C$  относительно фазы  $A$ .

Особое внимание будет уделено численному исследованию влияния фазового сдвига на электродинамические усилия и характер потоков. Проведен электромагнитный расчет, проанализированы электромагнитные усилия в расплаве, а также получены результаты расчета течений расплава под воздействием наведенных в нем электродинамических усилий.

### 3.2 Результаты моделирования

Чтобы более наглядно продемонстрировать влияние углов сдвига фаз на течение жидкости, были выбраны для рассмотрения четыре случая (векторные диаграммы приведены рис. 3.2). Эти условия характерны для рассматриваемых режимов течения, так как вызывают циркуляцию с расплава с множественным, четырьмя, тремя и одним вихрем соответственно:

1.  $\varphi_{AB} = 0^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 0^\circ$
2.  $\varphi_{AB} = 0^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 300^\circ$
3.  $\varphi_{AB} = 60^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 0^\circ$
4.  $\varphi_{AB} = 120^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 240^\circ$

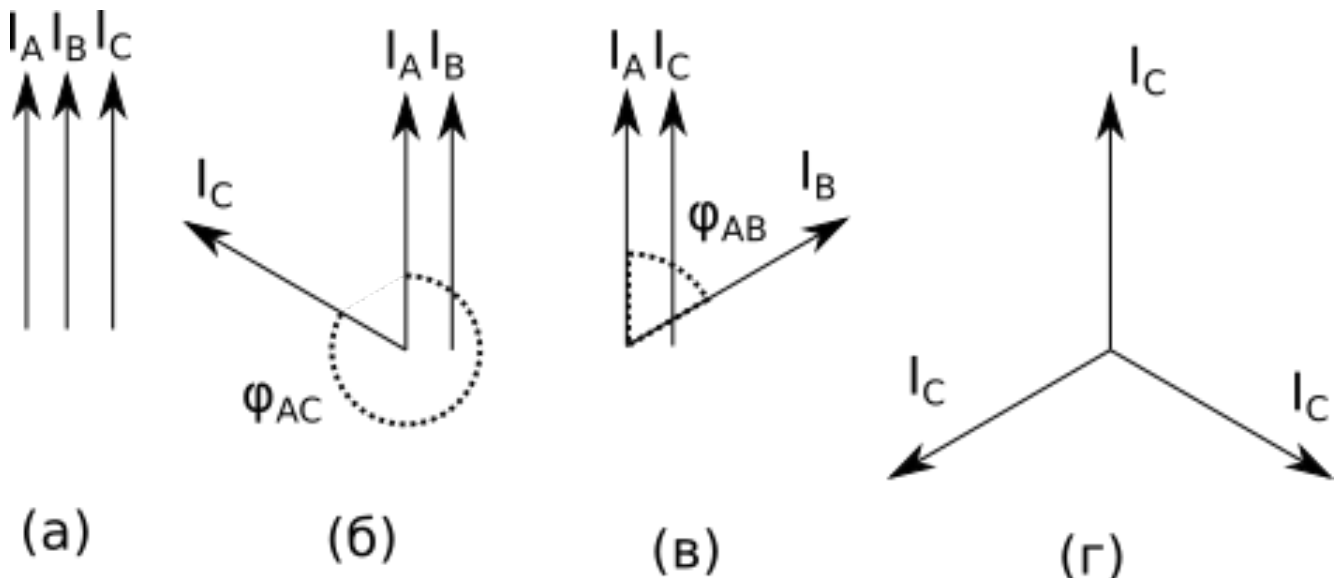


Рисунок 3.2 — Векторная диаграмма для различных случаев: а)  $\varphi_{AB} = 0^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 0^\circ$  б)  $\varphi_{AB} = 0^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 300^\circ$  в)  $\varphi_{AB} = 60^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 0^\circ$  г)  $\varphi_{AB} = 120^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 240^\circ$

Для начала следует оценить распределение магнитного поля, разрезы среднего сечения кюветы приведены на рисунке 3.3. Как видно, для первых

трех случаев действующее значение индукции магнитного поля почти равно, наблюдаются экстремумы индукции при фазах, которые имеют отклонения по фазовому сдвигу. Таким образом, магнитное поле носит значительную пульсационную составляющую. Это объясняется тем, что токи питания линейного индуктора почти не отличаются по фазе, принципиально не происходит изменения.

Видно, что для начальных фаз токов  $\varphi_{AB} = 0^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 0^\circ$  наблюдаются пульсации индукции. Это связано с однофазным режимом работы линейного индуктора, каждая обмотка которого генерирует собственное магнитное поле.

Во втором случае угол между фазами  $A$  и  $C$  составляет  $\varphi_{AC} = 300^\circ$ . Наблюдаются максимумы индукции в центральной области кюветы. Это может быть объяснено тем, что катушки фазы  $C$  располагаются ближе к центру кюветы.

При изменении углов сдвига фаз до  $\varphi_{AB} = 60^\circ$   $\varphi_{AC} = 0$ , максимумы магнитной индукции смещаются по краям кюветы, из-за того, что крайняя катушка – фаза  $B$ .

В четвертом случае токи индуктора создают бегущее магнитное поле ( $\varphi_{AB} = 120^\circ$ ;  $\varphi_{CA} = 240^\circ$ ), что и видно на рисунке. Бегущее поле равномерно затухает по объему кюветы и имеет гораздо большую глубину проникновения в расплав, чем в трех предыдущих случаях.

Таким образом, только по распределению магнитной индукции нельзя судить о характере течений. Поэтому следует рассмотреть картины электромагнитных усилий. Для наглядности будут рассмотрены усилия на средней линии дна кюветы (рис. 2.5), как описано в постановке эксперимента в главе 2.

На рисунке 3.4 рассматриваются две составляющие (тангенциальная и нормальная) электродинамического усилия вдоль средней линии дна кюветы, вызванные магнитным полем индуктора.

Видно, что при  $\varphi_{AB} = 0^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 0^\circ$  отсутствуют тангенциальная составляющая усилий ( $x$ -компонента), режим сводится к пульсирующему полю, а создается только нормальная составляющая усилий ( $y$ -компонента), направленная от индуктора. Амплитуда усилий сравнительно с другими случаями мала, поэтому течения расплава, создаваемые в этом режиме будут малы. Этот режим работы соответствует питанию от набора однофазных катушек.

Во втором случае угол между фазами  $A$  и  $C$  составляет  $\varphi_{AC} = 300^\circ$ . В этом случае нормальная составляющая усилий изменяется незначительно. То-

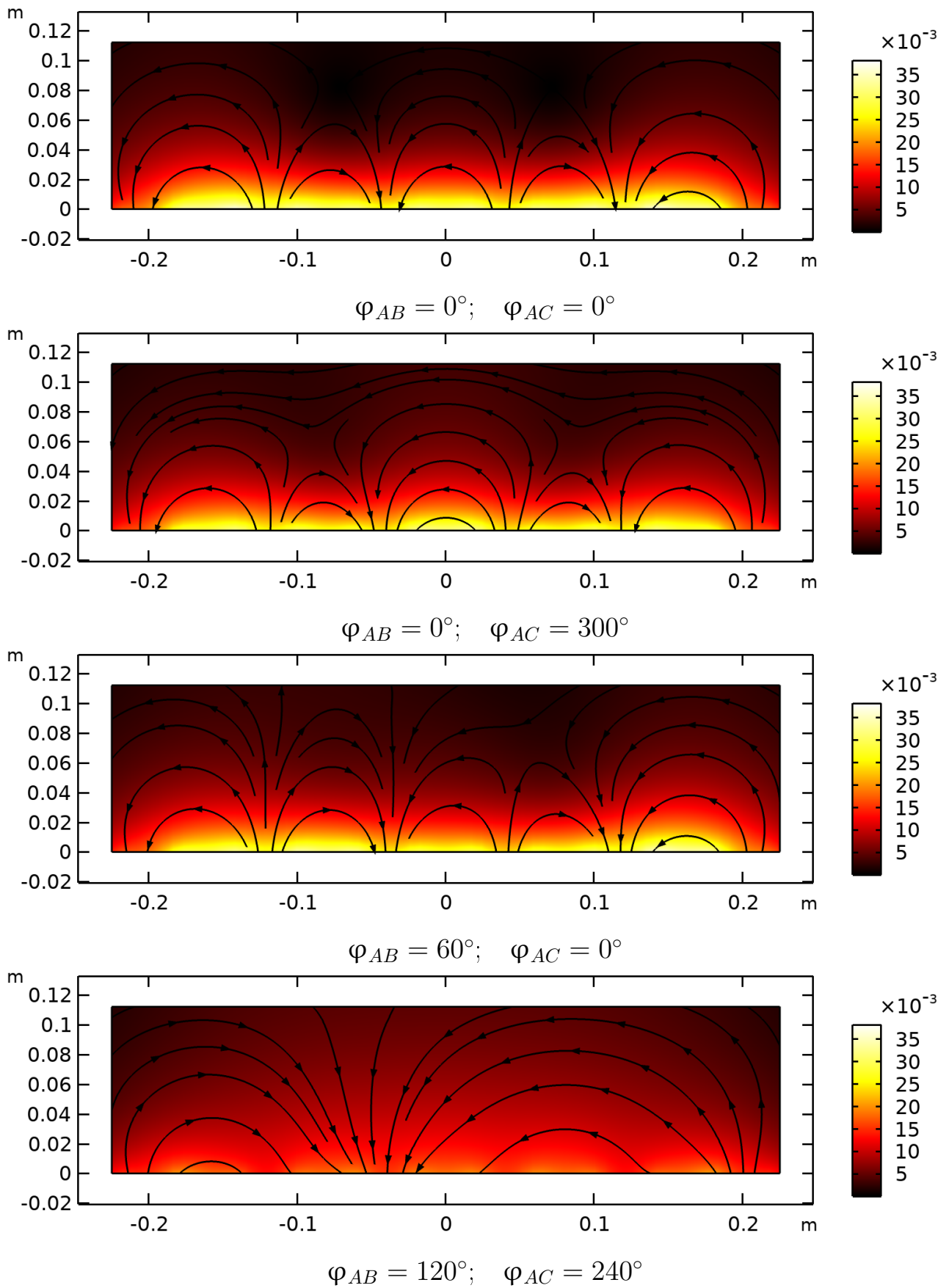
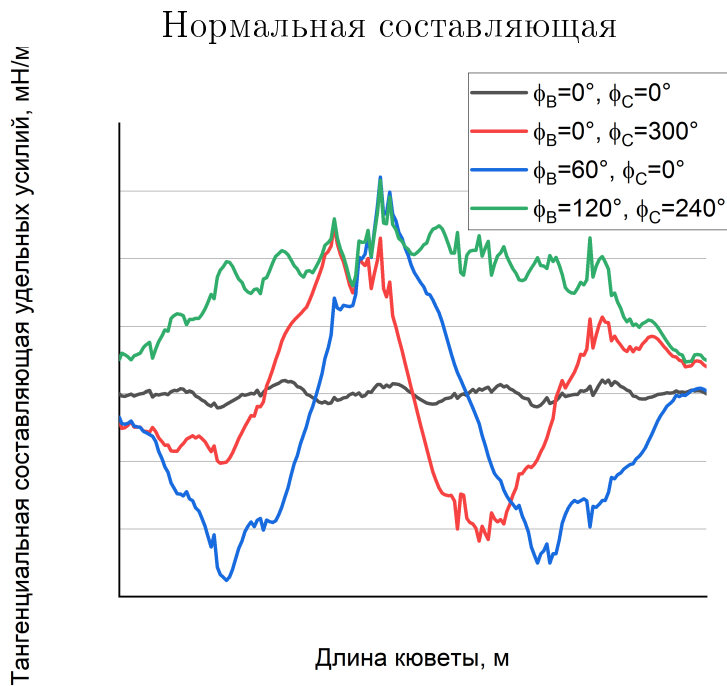
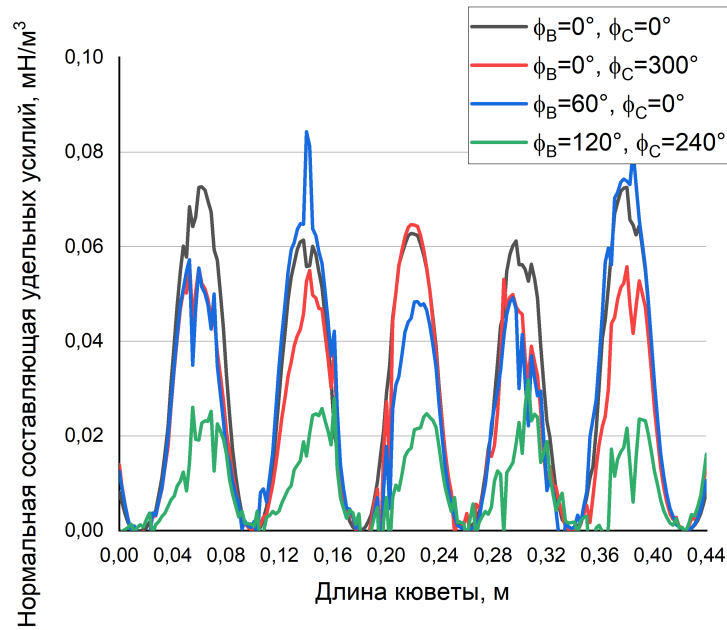


Рисунок 3.3 — Магнитная индукция для различных режимов работы. Цветовая легенда - магнитная индукция (Тл).



Тангенциальная составляющая

Рисунок 3.4 — Силы Лоренца на нижней поверхности жидкого металла для различных комбинаций  $\phi_{AB}$  и  $\phi_{AC}$ .

гда как тангенциальная составляющая увеличивается и имеет отрицательные значения в правой четверти кюветы и от 0,22 до 0,33 длины кюветы, что соответствует направлению усилий в сторону оси  $x$ . И наоборот, от 0,11 до 0,22 и после 0,33 длины кюветы значение усилий положительно и в этих областях усилия направлены вдоль оси  $x$ . Видно, что таким образом будут четыре об-



ласти разнонаправленных усилий, что дает право предположить, что будут созданы четыре вихря.

При изменении углов сдвига фаз до  $\varphi_{AB} = 60^\circ$   $\varphi_{AC} = 0$ , амплитуда как положительных, так и отрицательных  $x$ -компонент усилий увеличивается. Точки пересечения нулевой линии смещаются вдоль оси  $x$ . Для тангенциальной составляющей электродинамических усилий существенных изменений нет. Видно, что в этом случае три области разнонаправленных усилий, поэтому будут созданы три вихря.

И последний случай – однородное трехфазное бегущее магнитное поле ( $\varphi_{AB} = 120^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 240^\circ$ ) дает уменьшение нормальной составляющей электродинамических усилий в расплаве, а тангенциальная составляющая усилий остается направленной в одну сторону по всей длине кюветы. Небольшие пульсации усилий объясняются зубчатой конструкцией индуктора.

Таким образом мы можем рассматривать только тангенциальные усилия, так как они создают постоянное тянущее усилие, которое создает основное течение металла в кювете. Нормальные составляющие усилий носят пульсирующий характер и сконцентрированы у дна кюветы, как видно из картинок с индукциями.

Кроме того, для наглядности усилия, рассмотренные ранее, представлены на рисунке в видах средних сечений (рис. 3.5). Цветом показана амплитуда, стрелками – линии направления усилий.

Рисунок 3.6 показывает картину потоков жидкого металла для четырех различных случаев комбинаций углов сдвига между фазами  $A$  и  $B$  ( $\varphi_{AB}$ ) и между фазами  $A$  и  $C$  ( $\varphi_{AC}$ ). Цветовая легенда соответствует скорости расплавленного металла (м/с), а линии со стрелками указывают направление вихря.

Прежде всего, следует отметить, что во всех случаях, кроме первого  $\varphi_{AB} = 0^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 0^\circ$ , значение скорости расплава примерно одинаково и достигает максимума 90 мм/сек. В первом рассмотренном случае  $\varphi_{AB} = 0^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 0^\circ$  наблюдаются 10 мелкомасштабных вихрей, но они имеют пренебрежимо малую интенсивность и слишком локализованы, чтобы оказать существенное влияние на перемешивание расплава. В этом случае отсутствует тангенциальная составляющая электродинамических усилий, и существуют только усилия, направленные от индуктора. Однако в этом случае мы не имеем двух вихревых потоков, как, например, в индукционных тигельных печах [112], поскольку усилия имеют ярко выраженные пики, что связано с конструкцией магнитной

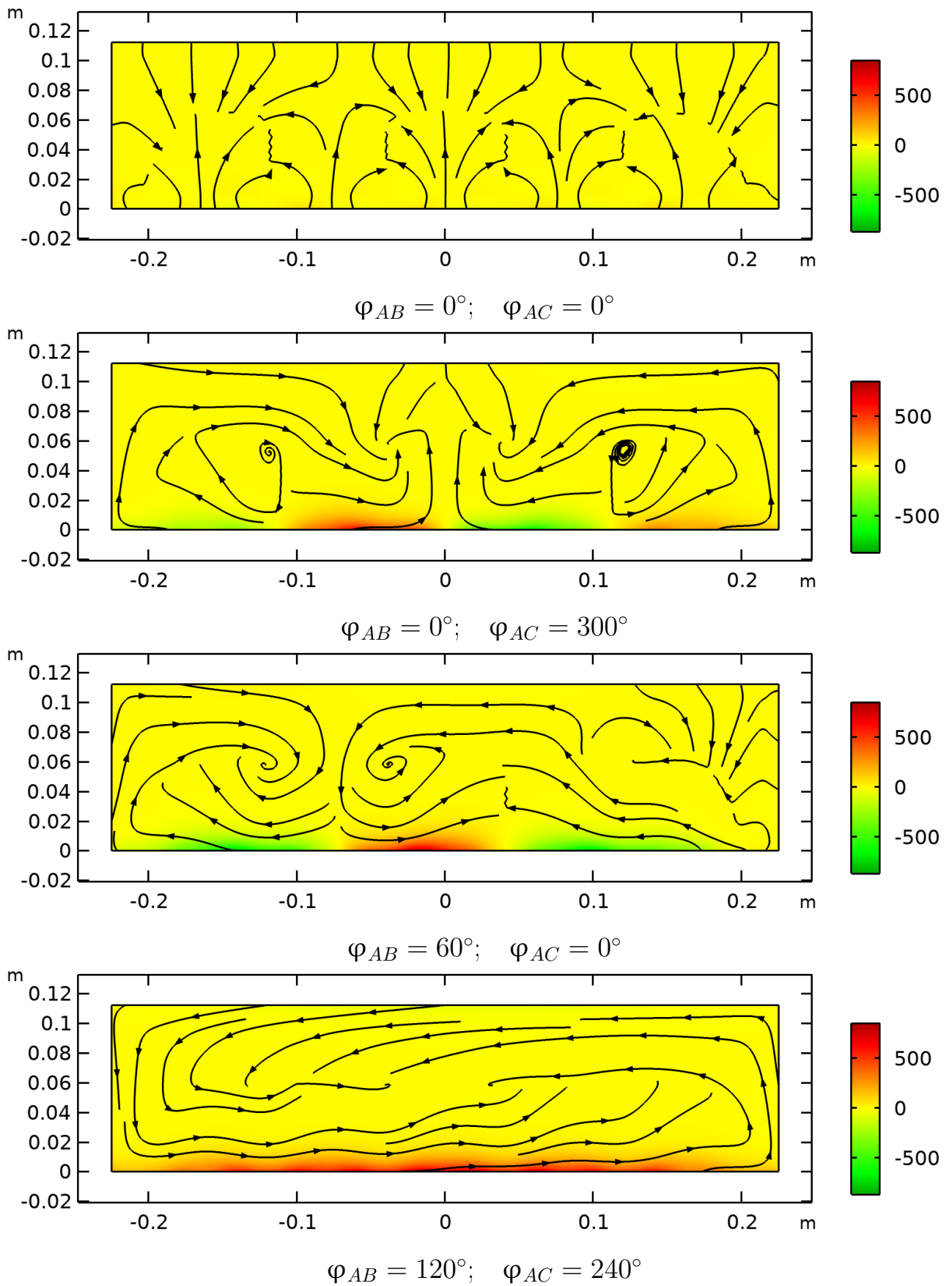


Рисунок 3.5 — Усилия для различных случаев фазового сдвига индуктора. Цветовая легенда - удельное тангенциальное усилие ( $\text{H}/\text{м}^3$ ).

цепи. Этот режим соответствует электромагнитному нагревателю. В этом случае электромагнитная энергия преобразуется в тепловую, а не в механическую. Таким образом, с точки зрения перемешивания расплава, данный режим не имеет предназначения.

Далее, в случае фазовых углов питания индуктора  $\varphi_{AB} = 0^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 300^\circ$ , наблюдается четыре крупномасштабных вихря. В середине и на краю кюветы поток направлен от индуктора и спускается в области 0,15-0,1 м по горизонтальной шкале длины. Такая конфигурация потока полностью соответствует графику тангенциальной составляющей электродинамических усилий, показанному на рисунке 3.4. Максимум скоростей наблюдается в центральной области кюветы.

Для случая  $\varphi_{AB} = 60^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 0^\circ$ , результатом является трехвихревая картина течения. Центральный вихрь вращается против часовой стрелки, а два боковых вихря вращаются по часовой стрелке. Если мы вернемся к графу 3.4 ( $x$ -компонента), то увидим, что график усилий отрицателен по краям кюветы, что соответствует направлению вращения вихрей по часовой стрелке. А направление вращения среднего вихря соответствует электродинамическим усилиям, направленным вдоль оси  $x$ .

Последний случай с равномерными углами сдвига фаз  $\varphi_{AB} = 120^\circ$ ;  $\varphi_{AC} = 240^\circ$  имеет, как и ожидалось, одновихревое течение, поскольку тангенциальная составляющая электродинамических усилий направлена в одну сторону, а нормальной составляющей можно пренебречь. Видно, что существует центральная область, в которой наблюдается малая скорость течения. Максимумы скорости наблюдаются близ дна кюветы, что в промышленных установках может увеличивать конвективный теплообмен и, как следствие, ухудшать тепловые режимы работы футеровки. Кроме того, возможно усиленное размывание, вызывающее механические повреждения огнеупора.

Проведенные численные эксперименты обобщены на рисунках 3.7. На них показаны зависимости значений интегральных величин от абсолютной фазы токов  $I_B$  и  $I_C$ . Рассматривались следующие параметры: (а) - усредненная по объему нормальная компонента электродинамического усилия в расплаве, (б) - усредненная по объему нормальная компонента электродинамического усилия в расплаве, (с) - усредненная компонента тангенциальной составляющей скорости на высоте 0,01 м, для согласованности с экспериментальными данными, полученными с доплеровского анемометра, (д) - число крупномасштабных вихрей.

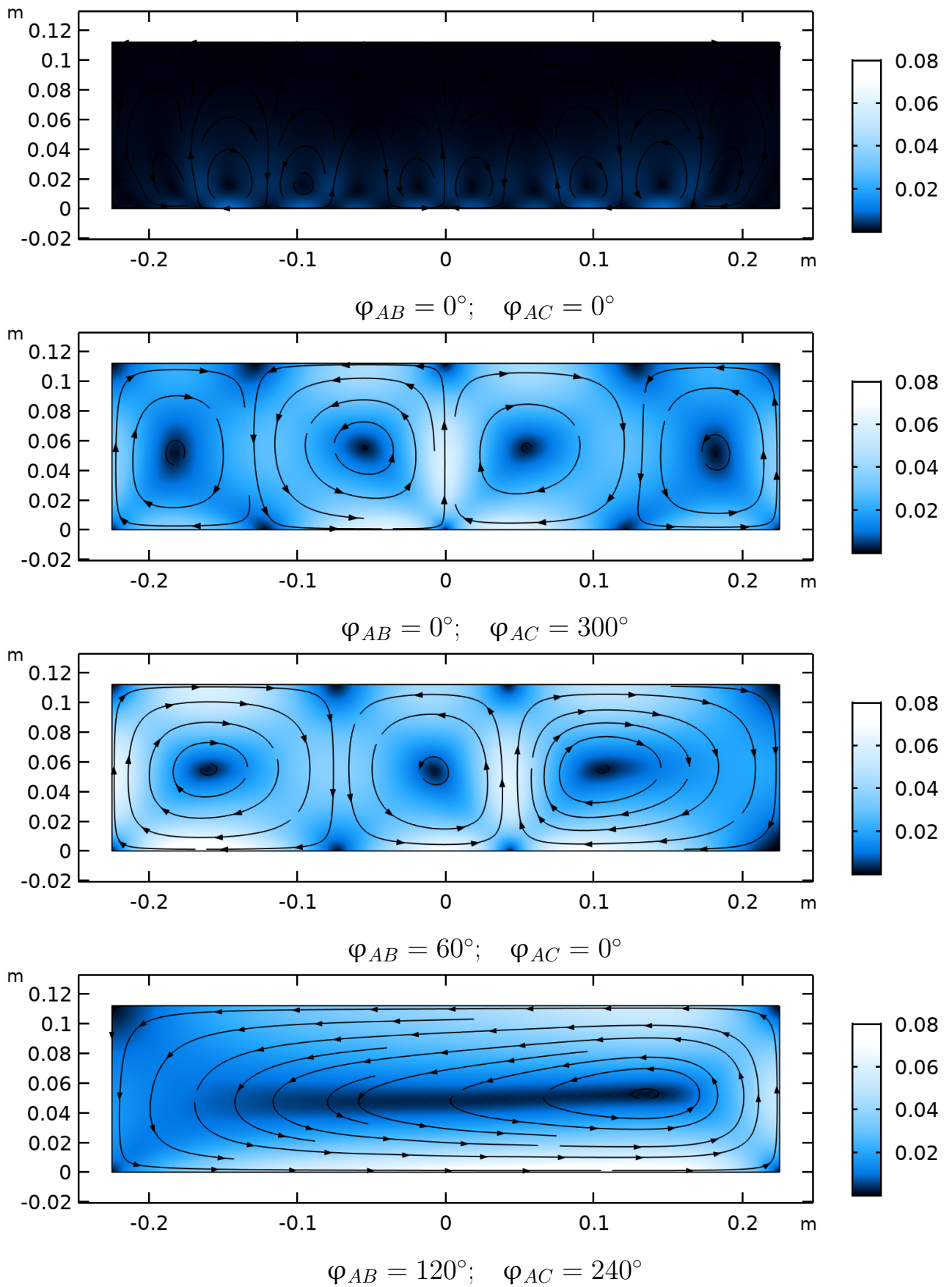


Рисунок 3.6 — Схема течения для различных случаев фазового сдвига индуктора. Цветовая легенда - скорость жидкости (м/с).

Видно, что графики имеют диагональную симметрию, поэтому далее можно рассматривать только диагональную половину графиков с точностью до знака. Эта симметрия может быть объяснена симметрией линейного индуктора относительно катушек питания.

Рисунок 3.7(а) показывает, что максимальное значение нормальной составляющей электродинамических усилий наблюдается при малых относительных углах сдвига фаз, что соответствует углам графика. Эти максимумы достигаются в случаях, когда вектора токов фаз параллельны или близки к этим режимам. То есть это режимы в диапазоне 180 и 360 градусов. Можно рассматривать их как питание пульсирующим полем.

Рисунок 3.7(б) показывает, что максимальное значение тангенциальной составляющей электродинамических усилий наблюдается в случаях, когда вектора токов фаз максимально удалены друг от друга или близки к этим режимам, то есть это режимы в окрестностях 90 и 270 градусов. Подобный режим можно рассматривать как питание бегущим магнитным полем с увеличенной длиной волны.

На рисунке 3.7(с) показаны два локальных максимума скорости, при 90-150° и 240-300°. Полученную систему токов питания индуктора можно рассматривать как вырожденную до двухфазного питания, которое создает бегущее магнитное поле с большей длиной волны, чем трехфазное при том же индукторе. Это позволяет увеличить скорость потока при сохранении электрической частоты питания.

На рисунке 3.7(д) видно, что количество вихрей увеличивается с увеличением относительного фазового сдвига. Существуют области, где вихрей много, есть – где один. Существуют также и промежуточные режимы. При большом количестве вихрей общее интегральное усилие и усредненная скорость стремятся к нулю, это связано с наличием развитых противонаправленных потоков. Интерес представляет двухвихревая область с максимумом скорости. Таким образом, в этой области могут наблюдаться как значительные скорости течений, так и разбиения центральной области расплава.

Для дальнейших исследований планируется изменить амплитуду тока в катушках, сравнить полученные результаты с экспериментальными, вывести аналитические зависимости, провести эксперименты с пассивной примесью. Учет конвективных потоков, вызванных разностью температур, возможно, усложнит потоки, возникающие в кювете. Кроме того, представляет интерес

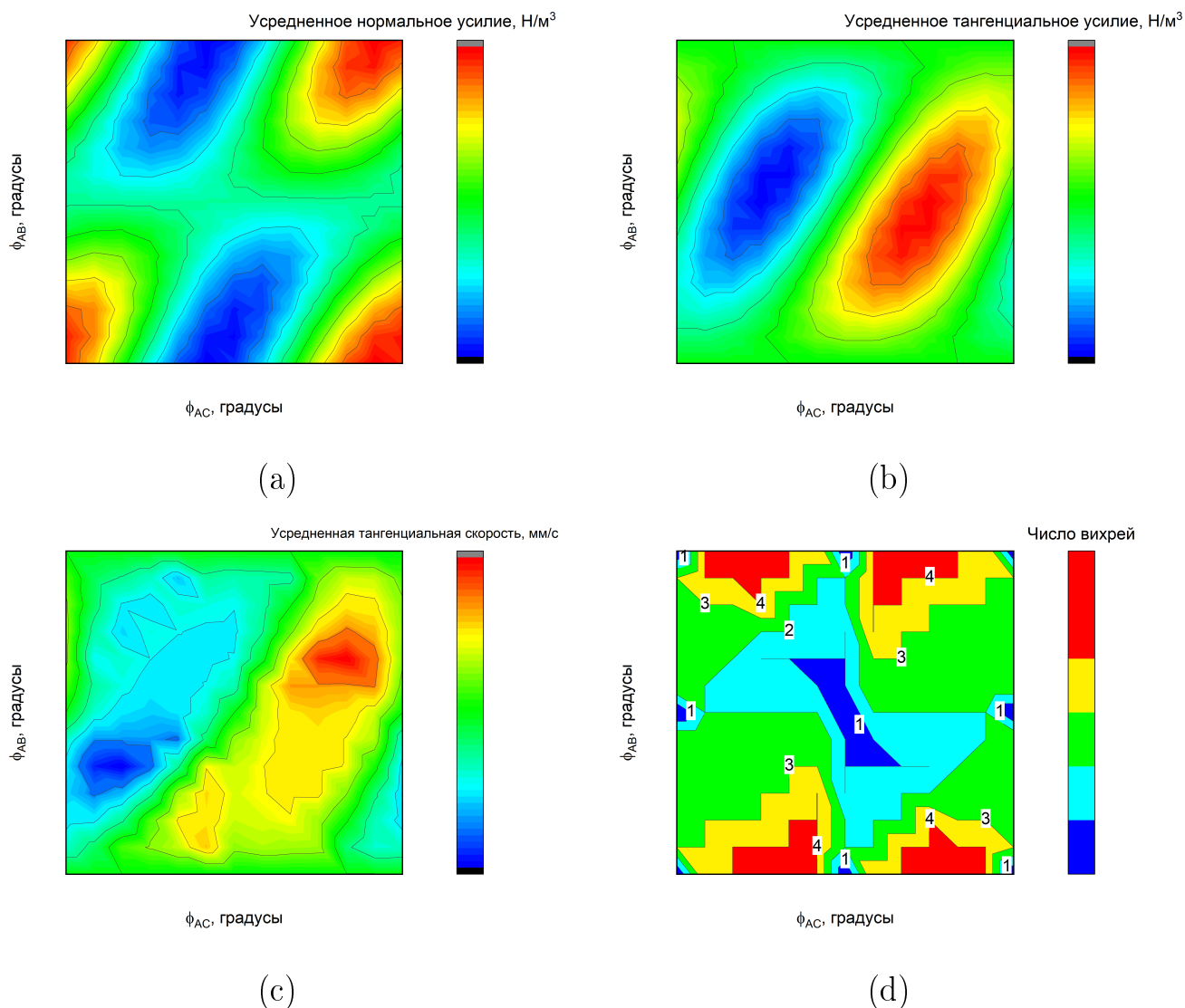


Рисунок 3.7 — Зависимость интегральных значений от  $\phi_{AB}$  и  $\phi_{AC}$ : а) усредненная  $y$ -составляющая усилия в расплаве, б) усредненная  $x$ -составляющая усилия в расплаве, в) усредненная  $x$ -составляющая скорости на высоте 0.1 м от дна кюветы, д) количество крупномасштабных вихрей в расплаве

изучение других установок, например, с вертикальным направленным бегущим магнитным полем.

### 3.3 Выводы по главе

Можно сделать следующие выводы:

1. Показано, что с помощью управления фазовым сдвигом можно получить режимы с асимметричным распределением электродинамических

- усилий в расплаве, что приводит к увеличению числа вихрей, действующих в замкнутом объеме, и перераспределению скоростей при сохранении амплитудных значений. Такой подход, возможно, позволит увеличить интенсивность перемешивания и обеспечить более равномерное распределение пассивной примеси.
2. Видно, что существует симметрия по диагонали  $\varphi_{AB} = \varphi_{AC}$  в графике нормальной составляющей электродинамических усилий (рис. 3.7 (а)) и, с противоположным знаком, на графике тангенциальной составляющей электродинамических усилий (рис. 3.7 (b)). Соответственно, можно упростить дальнейшие расчеты, рассматривая только половину площади полученного графика.
  3. Показано, что усилие в расплаве является функцией как минимум двух переменных (относительных фазовых углов токов линейного индуктора), что на практике усложняет рассмотрение зависимости характера течений от параметров питания.

## Глава 4. Анализ взаимодействия магнитных полей при помощи метода симметричных составляющих

В предыдущей главе показано, что изменение фазового сдвига может значительным образом изменить характер течения. Однако нет теории, описывающей распределение сил в зависимости от сдвига фаз. С этой целью было проведено следующее исследование.

Так как в исследуемой установке значительный немагнитный зазор, магнитная индукция в магнитопроводе не превышает 1 Тл, отсутствует насыщение магнитопровода, нелинейными свойствами стали при расчетах можно пренебречь. Поэтому, возможно рассмотрение результирующего магнитного поля как суперпозиции магнитных полей, создаваемых отдельными компонентами токов питания индуктора [113]. Такой подход позволяет упростить рассмотрение режимов работы перемешивателя.

В уравнении 2.15 можно сгруппировать множители и получить следующее выражение для усилий:

$$\begin{aligned}
 F_{sum} &= k_0 k_0 I'_0 \times B'_0 + k_1 k_1 I'_1 \times B'_1 + k_2 k_2 I'_2 \times B'_2 + \\
 &+ (k_0 k_1 I'_0 \times B'_1 + k_1 k_0 I'_1 \times B'_0) + (k_0 k_2 I'_0 \times B'_2 + k_2 k_0 I'_2 \times B'_0) + (k_1 k_2 I'_1 \times B'_2 + k_1 k_2 I'_2 \times B'_1) = \\
 &= k_1^2 f_1(x) + k_2^2 f_2(x) + k_0^2 f_0(x) + \\
 &+ k_0 k_1 f_{01}((\varphi_0 - \varphi_1), x) + k_1 k_0 f_{02}((\varphi_0 - \varphi_2), x) + k_1 k_2 f_{12}((\varphi_1 - \varphi_2), x), \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

Таким образом, мы получаем, что суммарное усилие будет состоять из шести слагаемых, три из которых можно представить как собственные усилия полей, а три других – как усилия от взаимодействия полей.

Стоит отметить, что собственные компоненты усилий будут зависеть от амплитуды отдельных составляющих токов индуктора, а также от пространственного распределения, обусловленного конструкцией перемешивателя.

Усилия, вызываемые взаимодействием полей, однако, зависят еще и от фазового сдвига между отдельными составляющими токов индуктора. Таким образом, для вычисления сил, действующих на жидкометаллический вторичный элемент электромагнитного перемешивателя, следует знать амплитуды составляющих токов индуктора, а также получить тем или иным образом пространственные распределения усилий.



Для упрощения расчетов возможно производить расчеты для каждой из составляющих токов индуктора при единичном токе, а суммарное поле получать как сумму отдельных компонент, домноженных на задаваемую амплитуду по алгоритму, представленному в главе 2. Всего было рассчитано 360 точек усилий.

#### 4.1 Анализ несимметрии

Для наглядности будут рассмотрены тангенциальная составляющая электродинамических усилий, действующая вдоль центральной линии дна кюветы (рис. 2.5). Тяговое усилие не рассматривалось, так как наличествуют области разнонаправленных усилий, что приводит к снижению интегральной величины.

Это связано с тем, что в других направлениях будет экспоненциальное затухание [87; 114]. В качестве варьируемых параметров использовались амплитуды компонент и фазовые сдвиги. В начале мы рассматривали случаи с изменением только одного параметра: амплитуда токов прямой  $I_2$ , обратной последовательности  $I_0$  или фазовый сдвиг между составляющими токов индуктора  $\varphi_0$  при постоянной амплитуде прямой составляющей  $I_1$ . Подобная постановка связана с оценкой влияния отдельных составляющих параметров питания на тангенциальные усилия в расплаве.

При увеличении обратной последовательности токов  $I_2$ , тангенциальная составляющая электродинамических усилий в расплаве снижается (рис. 4.1) согласно квадрату соотношения параметров, а при равенстве последовательностей токов наблюдаются пульсации тангенциальной составляющей усилий. Это может быть связано с взаимодействием полей, образованных токами, о чем речь пойдет дальше.

Для перераспределения усилий, нулевая последовательность играет большую роль, она изменяет форму кривой тангенциальных составляющих электродинамических усилий, вызывая экстремальные значения силы: амплитуда  $I_0$  изменяет амплитуду (рис. 4.2), причем зависимость квадратичная.

А фазовый сдвиг  $\varphi_0$  изменяет положение экстремума усилий (рис. 4.3), зависимость линейным образом.

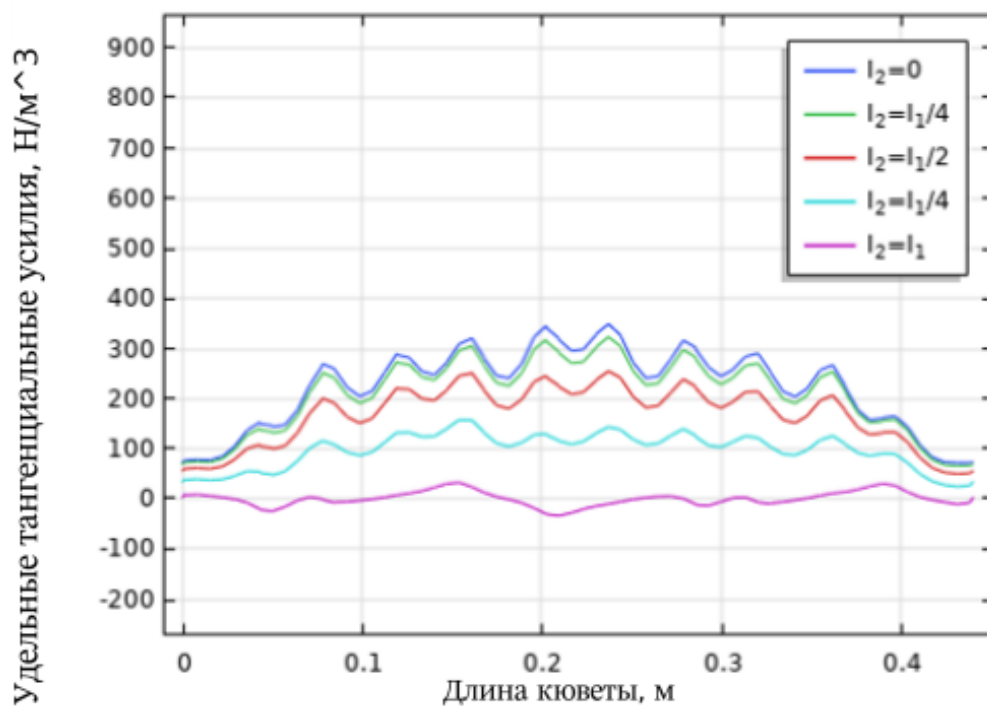


Рисунок 4.1 — Влияние обратной составляющей на распределение усилий

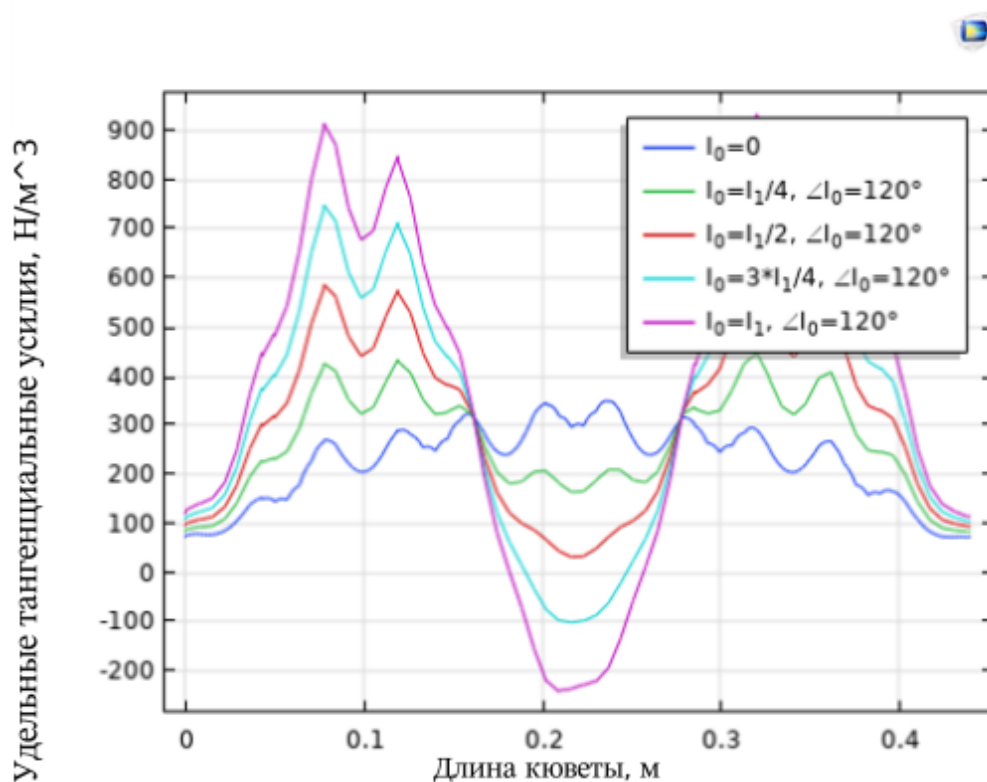


Рисунок 4.2 — Влияние амплитуды нулевой составляющей токов индуктора на распределение усилий

В зависимости от режима питания линейного индуктора перемешивателя, можно генерировать потоки различной топологии. Как было показано в [46],

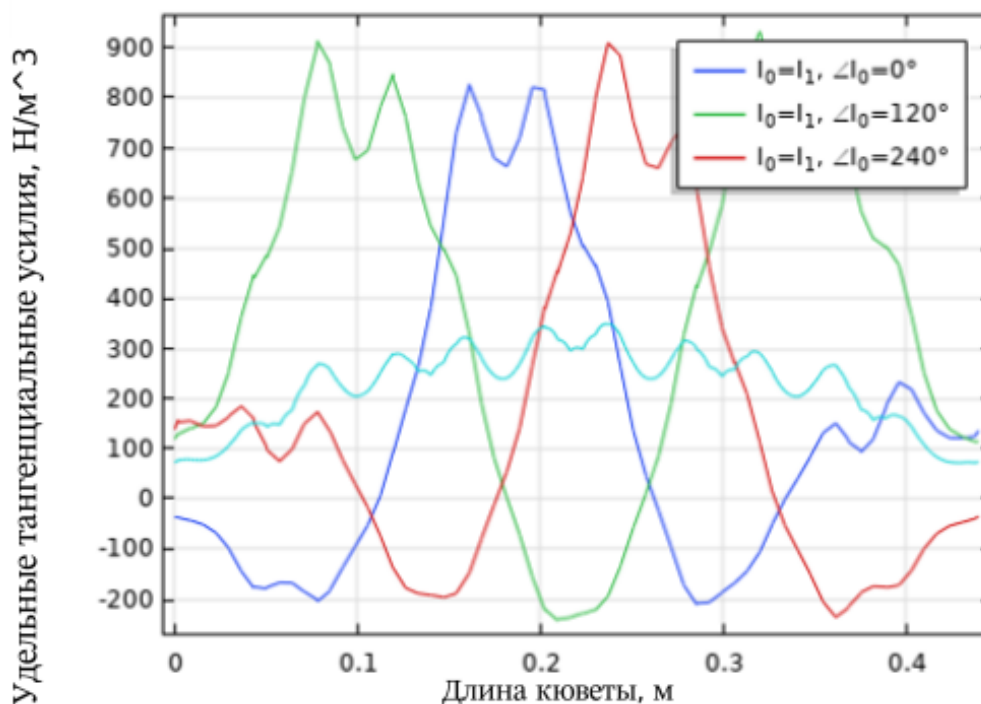


Рисунок 4.3 — Влияние фазы нулевой составляющей токов индуктора на распределение усилий

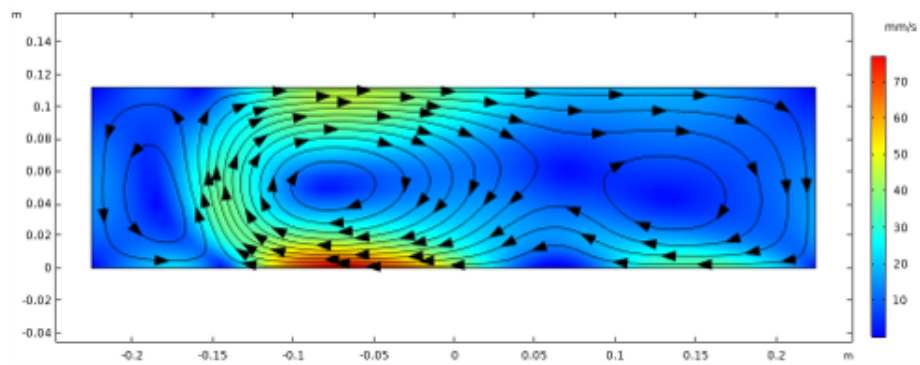
структура вихрей сильно зависит от режима питания. Двумерные поля скоростей, полученные для  $I_0 = I_1, \varphi_0 = 0^\circ$ ;  $I_0 = I_1, \varphi_0 = 120^\circ$ ;  $I_0 = I_1, \varphi_0 = 240^\circ$ ;  $I_0 = 0, \varphi_0 = 0^\circ$  (рис. 4.4).

При приложении  $I = I_0$  возникающие экстремумы силы приводят к созданию потоков различных конфигураций, три (рис. 4.4а), два (рис. 4.4б, 4.4в) или один вихрь (рис. 4.4г). Таким образом, видно, что значение  $I_0$  играет важную роль в процессах управления потоком.

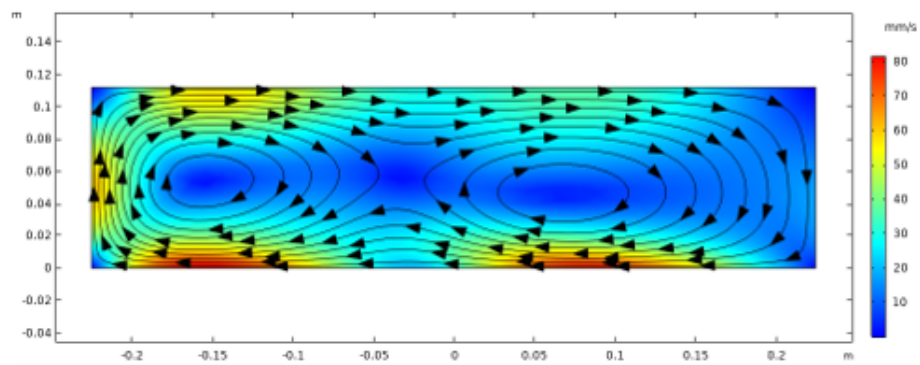
При произвольном выборе  $I_0, I_1, I_2$  поток представляет собой сложную суперпозицию этих предельных режимов, и конечное поле скоростей определяется противодействием отдельных режимов.

Анализируя приведенные выше результаты, можно показать, что результирующая сила может быть получена как суммирование отдельных компонентов с учетом амплитуды. На основе уравнения 4.1, мы получаем графики силы для отдельных компонентов. По оси  $x$  - относительная координата вдоль кюветы, по оси  $y$  - начальный фазовый сдвиг. Влияние амплитуды не исследовалось, так как оно очевидно квадратичное.

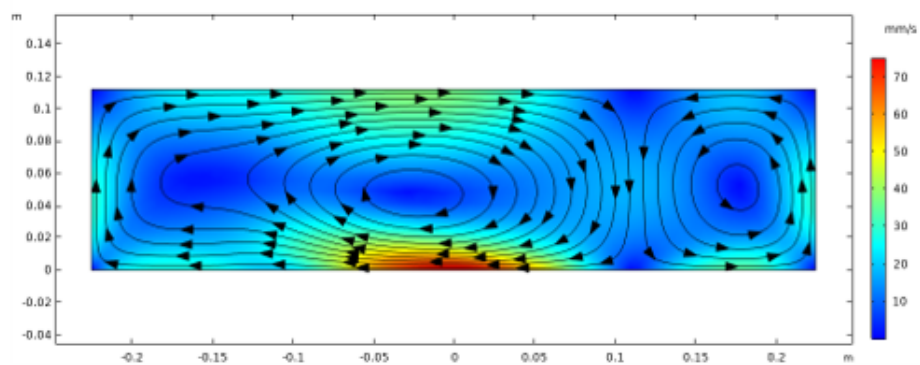
Как видно из рисунков 4.5а-4.5б, наибольший вклад в асимметрию вносит взаимодействие между бегущим и пульсирующим магнитным полем, а поло-



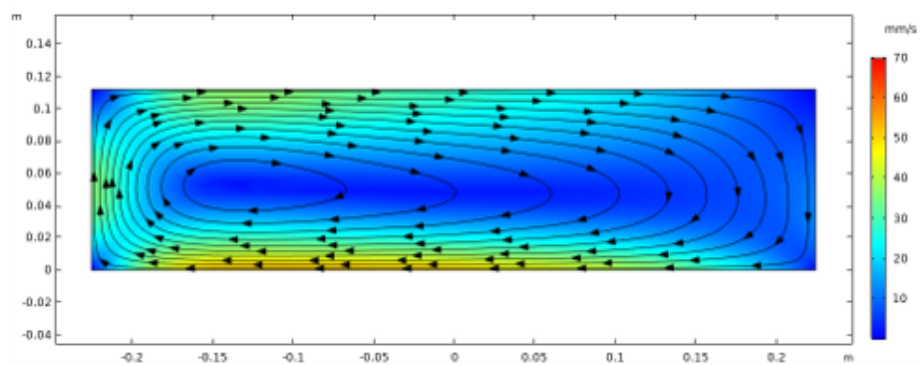
а)



б)



в)



г)

Рисунок 4.4 — Поле скоростей в среднем поперечном сечении кюветы при: а)  $I_0 = I_1, \varphi_0 = 0^\circ$ ; б)  $I_0 = I_1, \varphi_0 = 120^\circ$ ; в)  $I_0 = I_1, \varphi_0 = 240^\circ$ ; г)  $I_0 = 0, \varphi_0 = 0^\circ$ .

жение экстремумов линейно зависит от угла между нулем и прямой/обратной последовательностью. Видно, что графики равноправны по знаку. При  $I = I_0$  возникает магнитное поле, перемещающееся вдоль оси  $x$ , и мультипликативный вихрь. Видно, что наибольший вклад в силу в перемешивателе данной конструкции вносит взаимодействие бегущего и пульсирующего магнитных полей.

Показано, что при симметричном подключении без нейтрального провода обратная составляющая токов индуктора уменьшает интегральное тангенциальное усилие без создания дополнительных токов. Такая система питания оправдана для питания насосов или мешалок, где требуется только один вихрь.

Усилие, создаваемое токами прямой и обратной последовательности не зависит от фазового угла, что очевидно (рис. 4.5в-4.5г). При  $I = I_2$  бегущее поле направлено против оси  $x$  и поток инвертирован по отношению к случаю, когда усилие создается прямой составляющей токов.

Показано, что при изменении обратной составляющей токов линейного индуктора  $I_2$  (рис. 4.1), что соответствует соединению без нейтрального провода, происходит ослабление интегральной силы без изменения характера сил, поэтому рассмотрение соотношения токов не представляет интереса, так как будет наблюдаться только уменьшение скорости течения. Однако при изменении  $I_0$ , (введение нулевой последовательности токов), происходит значительное увеличение силы в одной части расплава вместе с ослаблением в других. Таким образом, это перераспределение создает встречные силы, которые вызывают различные течения, как показано на рис. 4.5а и 4.5б.

Таким образом, видно, что, изменяя сдвиги фаз между прямой, обратной и нулевой последовательности токов линейного индуктора, можно получить экстремумы сил в расплаве и управлять их положением. На характер потоков влияет нулевая последовательность, ее амплитуда и фазовый угол относительно прямой и обратной составляющей, изменением фазового угла можно влиять на положение максимальных сил и противонаправленных сил. Комбинируя отдельные компоненты последовательности, можно получить различные профили сил.

Полученная численно зависимость может быть аппроксимирована. В качестве аппроксимирующей зависимости предлагается использовать функцию вида:

$$y = y_0 + (1 - a_1 e^{bx})(1 - a_2 e^{-b(x+x_0)}), \quad (4.2)$$

Коэффициенты аппроксимации

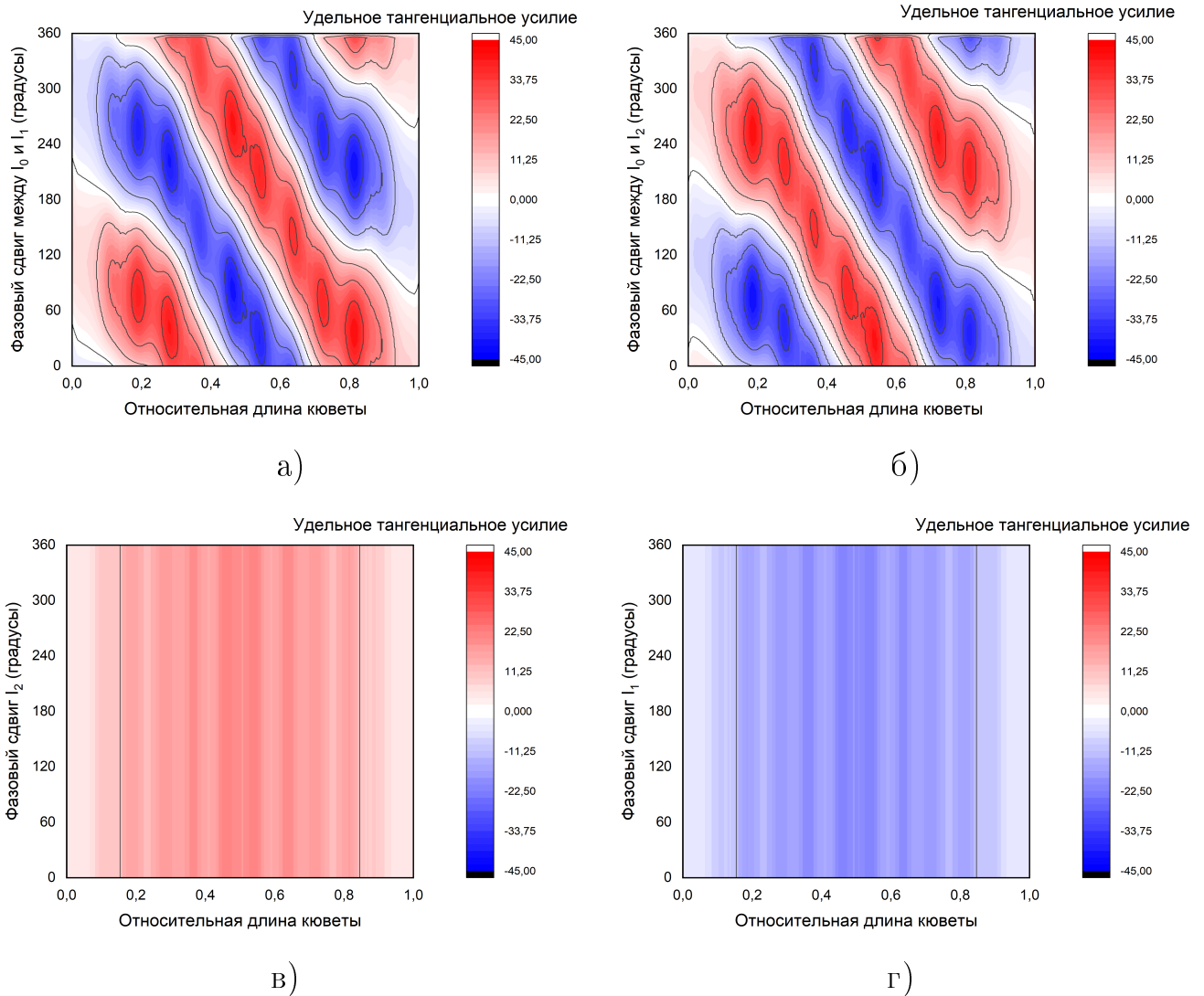


Рисунок 4.5 — Зависимость от фазового сдвига распределения по длине кюветы тангенциальных усилий от: а) взаимодействия прямой и нулевой составляющей токов питания индуктора  $f_{01}$ ; б) взаимодействия обратной и нулевой составляющей токов питания индуктора  $f_{02}$ ; в) прямой составляющей токов питания индуктора  $f_1$ ; г) обратной составляющей токов питания индуктора  $f_2$ .

$y_0 = -27,96$  — отвечает за нулевое смещение кривой усилий,

$a_1 = 2,041, a_2 = 448,8$  — за относительное положение кривой,

$b = 5,994$  — отвечает за степень затухания.

$x_0 = 0,45$  — конец кюветы

Коэффициент детерминации при аппроксимации составил  $R^2 = 0.889$ .

Для повышения этого коэффициента следует учитывать зубчатость линейного индуктора. Визуализация кривой приведена на рисунке 4.6.

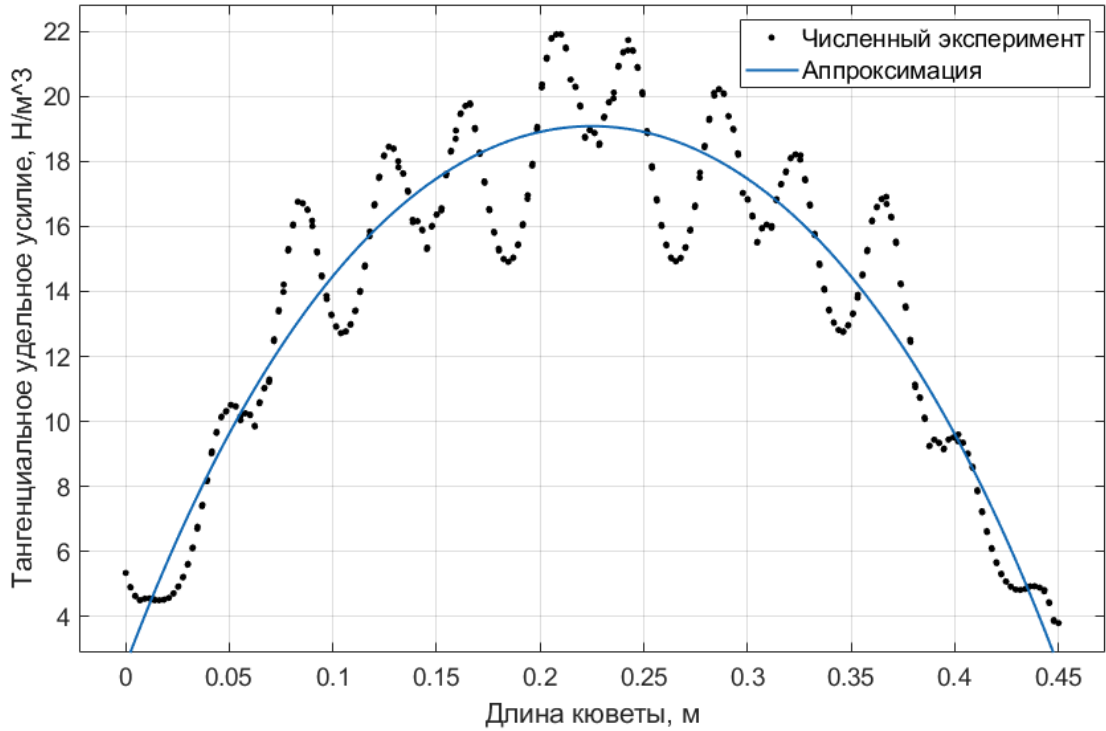


Рисунок 4.6 — Аппроксимация кривой тангенциальных усилий от прямой составляющей токов питания индуктора

Так как обратная составляющая токов индуктора равна бегущим в прямом направлении с точностью до знака, может быть использована аппроксимация 4.3 с учетом коэффициентов.

$$y = -y_0 - (1 - a_1 e^{bx})(1 - a_2 e^{-b(x+0.45)}), \quad (4.3)$$

Коэффициенты аппроксимации

$y_0 = -27,96$  — отвечает за нулевое смещение кривой усилий,

$a_1 = 2,041$ ,  $a_2 = 448,8$  — за относительное положение кривой,

$b = 5,994$  — отвечает за степень затухания.

$x_0 = 0,45$  — конец кюветы

Коэффициент детерминации при аппроксимации составил  $R^2 = 0.889$ .

Для повышения этого коэффициента следует учитывать зубчатость линейного индуктора. Визуализация кривой приведена на рисунке 4.7.

Кроме того можно аппроксимировать зависимости усилий от межполевого взаимодействия функцией

$$z = z_0 \cdot \sin(2\pi(a \cdot \lambda) \cdot y - (\pi/360) \cdot 2x - (\pi/360) \cdot \varphi_0), \quad (4.4)$$

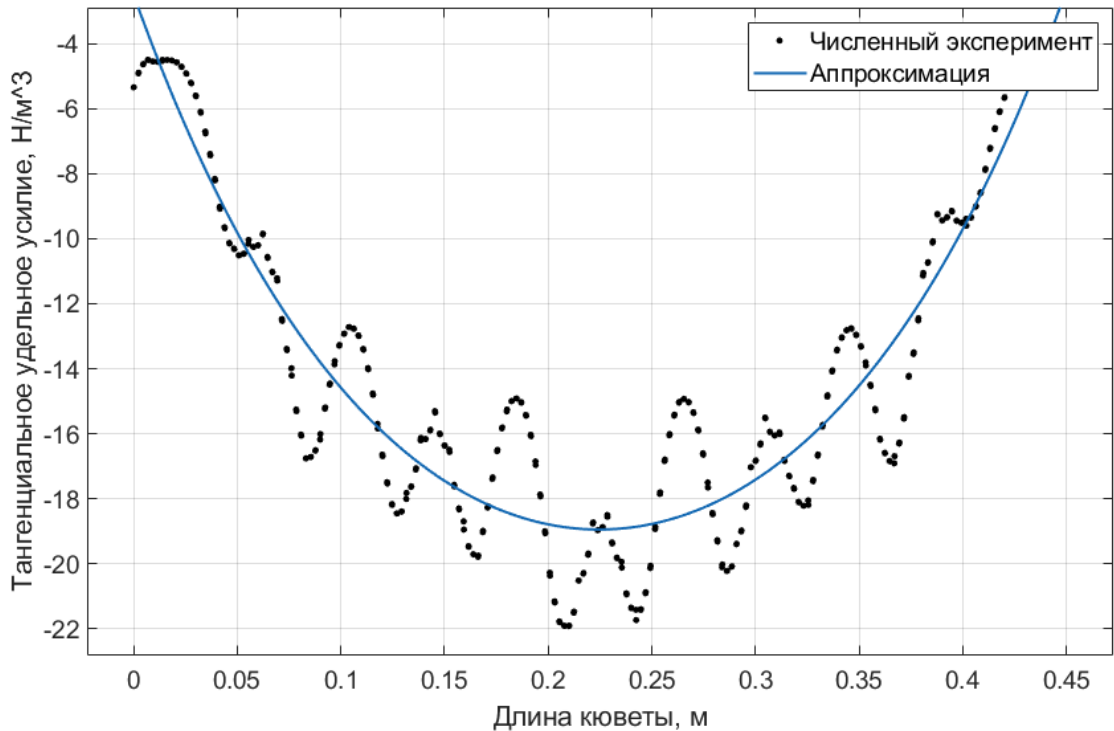


Рисунок 4.7 — Аппроксимация кривой тангенциальных усилий от обратной составляющей токов питания индуктора

которая представляет собой синусоидальную поверхность, смещенную по оси фазового сдвига.

Коэффициенты аппроксимации:

$\varphi_0 = 205$  градусов, начальное смещение синусоиды;

$z_0 = 29$  — амплитуда усилий;

$\lambda = 0,48$  — длина волны бегущего магнитного поля;

$a = 8$  — эмпирический коэффициент, учитывающий пространственное распределение усилий.

Коэффициент детерминации при аппроксимации составил  $R^2 = 0.854$ , для повышения также следует учитывать зубчатость магнитопровода индуктора и затухание усилий ближе к краям магнитопровода. Визуализация плоскости приведена на рисунке 4.8.

Так как  $f_{20} = f_{21}$ , зависимость тангенциальных усилий от взаимодействия обратной и нулевой составляющей токов питания индуктора может быть описана аппроксимационной функцией (4.4) с учетом фазового сдвига:

$$z = z_0 \cdot \sin(2\pi(a \cdot \lambda) \cdot y - (\pi/360) \cdot 2x + (\pi/360) \cdot \varphi_0), \quad (4.5)$$



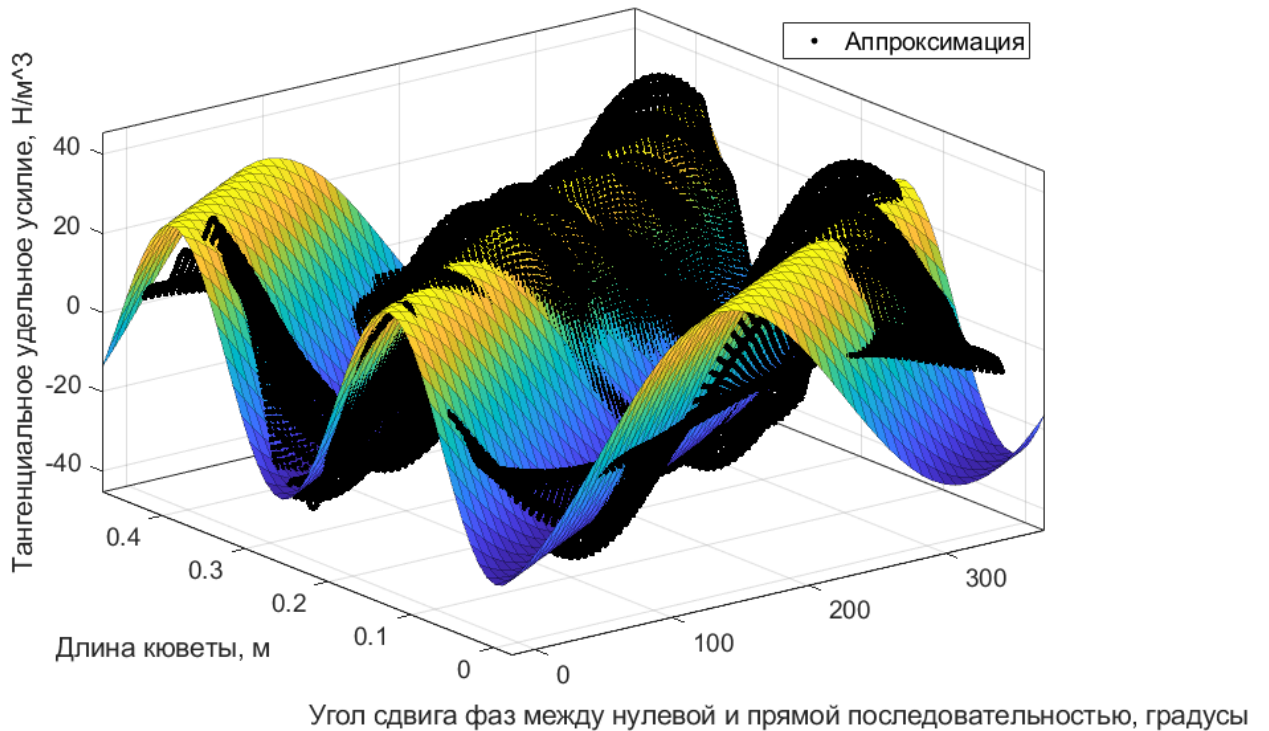


Рисунок 4.8 — Аппроксимация поверхности тангенциальных усилий от взаимодействия прямой и нулевой составляющей токов питания индуктора

которая также представляет собой синусоидальную поверхность.

Коэффициенты аппроксимации:

$\varphi_0 = 155$  градуса, начальное смещение синусоиды;

$z_0 = 29$  – амплитуда усилий;

$\lambda = 0,48$  – длина волны бегущего магнитного поля;

$a = 8$  – эмпирический коэффициент, учитывающий пространственное распределение усилий.

Коэффициент детерминации при аппроксимации также составил  $R^2 = 0.854$ , для повышения также следует учитывать зубчатость магнитопровода индуктора и затухание усилий ближе к краям магнитопровода. Визуализация поверхности приведена на рисунке 4.9.

Таким образом, усилие от четырех основных компонент может быть достаточно просто представлено аналитически, с помощью аппроксимации. В дальнейшем возможно определить физический смысл коэффициентов.

На рисунке 4.10а показано, что пульсирующее магнитное поле в трехфазном индукторе вызывает пульсации силы малой амплитуды, незначительные по сравнению с бегущим магнитным полем, создаваемым токами той же амплитуды. На рисунке 4.10б мы видим, что разнонаправленные бегущие магнитные

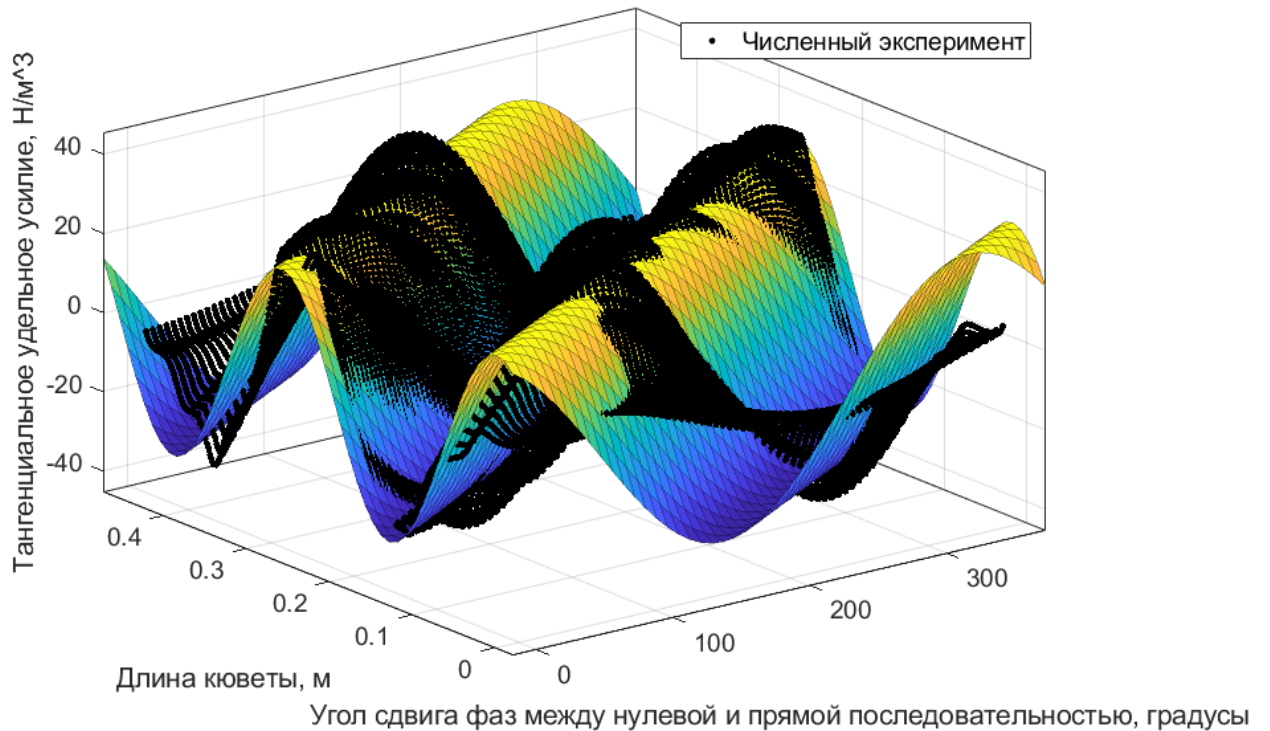


Рисунок 4.9 — Аппроксимация поверхности тангенциальных усилий от взаимодействия обратной и нулевой составляющей токов питания индуктора

поля в реальных индукторах могут взаимодействовать по более сложным законам, чем простое гашение друг друга, возможно появление разнонаправленных сил. Таким образом демонстрируется взаимодействие двух полей.

Отдельно можно рассмотреть влияние  $f_{00}$  и  $f_{12}$  (рис. 4.10): видно, что влияние собственных усилий от пульсирующих полей, равно как и от взаимодействия полей прямой и обратной последовательности составляющих мало (в 10 раз) по сравнению с основной компонентой.

Основываясь на аппроксимации отдельных составляющих тангенциальных усилий, можно получить следующее выражение:

$$f_{\Sigma} = f_1 + f_2 + f_{10} + f_{20}, \quad (4.6)$$

значения отдельных слагаемых аппроксимации сведены в таблицу 3, наглядное представление приведено в приложении А.

Аппроксимацию этих случаев не рассматривалась, так как амплитуда этих составляющих усилий сопоставима с пульсациями от зубчатости индуктора, а корректное описание требует применения функций с множеством параметров, что значительно усложняет анализ.

Таблица 3 — Значение аппроксимационных функций

Слагаемое	Формула
$f_1$	$I_1^2 \cdot (-27,96 + (1 - 2,041e^{5,994x})(1 - 448,8e^{-5,994(x+0,45)}))$
$f_2$	$I_2^2 \cdot (-27,96 - (1 - 2,041e^{5,994x})(1 - 448,8e^{-5,994(x+0,45)}))$
$f_{10}$	$I_1 I_0 \cdot (29 \cdot \sin(2\pi(8 \cdot 0,48) \cdot x - (\pi/360) \cdot 2\varphi_{10} + (\pi/360) \cdot 205))$
$f_{20}$	$I_1 I_0 \cdot (29 \cdot \sin(2\pi(8 \cdot 0,48) \cdot x - (\pi/360) \cdot 2\varphi_{20} + (\pi/360) \cdot 155))$

Таким образом, в терминах прямой, обратной и нулевой последовательности становится понятным объяснение сложной структуры течений.

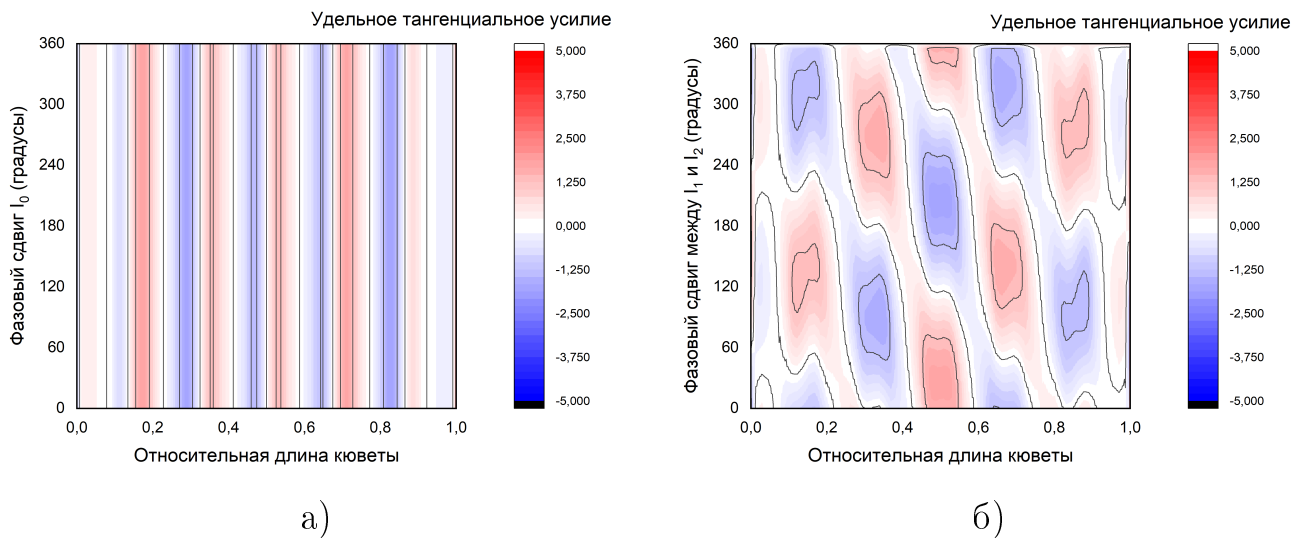


Рисунок 4.10 — Зависимость от фазового сдвига распределения по длине кюветы тангенциальных усилий от: а) нулевой составляющей токов питания индуктора  $f_0$ ; б) взаимодействия прямой и обратной составляющей токов питания индуктора.

Кроме того, интерес представляет не только анализ электромагнитных сил, но и гидродинамических течений расплава в кювете. В качестве изменяемых параметров был взят относительный фазовый сдвиг и соотношение нулевой и прямой составляющей токов питания линейного индуктора. Выбор данных параметров объясняется тем, что при анализе усилий было показано, как взаимодействие  $I_0$  и  $I_1$  создает  $f_{01}$ , которое приводит к принципиальному изменению характеров течений, в отличие от прочих параметров. А в свою очередь, за  $f_{01}$  отвечает соотношение нулевой и прямой составляющей токов питания линейного индуктора и относительный фазовый сдвиг между нулевой и прямой составляющей токов питания линейного индуктора.

Будет рассмотрено 4 режима по амплитуде и 12 по углам в каждом случае. В качестве наглядного параметра выступает профиль тангенциальной составляющей скорости на высоте 34 мм, что соответствует высоте измерения нижнего ультразвукового анемометра в эксперименте. Данная высота был выбрана для того, чтобы обеспечить максимальную измеряемую скорость. Кроме того, на этой высоте нет влияния пристеночной области, что повышает достоверность результатов.

Сначала рассмотрим режим с одиночным бегущим магнитным полем (рис. 4.11). Видно, что скорости равномерно распределены в объеме, больше всего их в правой части кюветы, по краям – затухание. Зависимость от фазового сдвига отсутствует, что очевидно. Наблюдается смещение максимума тангенциальной скорости к одному из краев кюветы, это обусловлено разгоном жидкости под действием равномерно приложенного усилия. Таким образом, по мере роста слитка максимальная скорость будет снижаться.

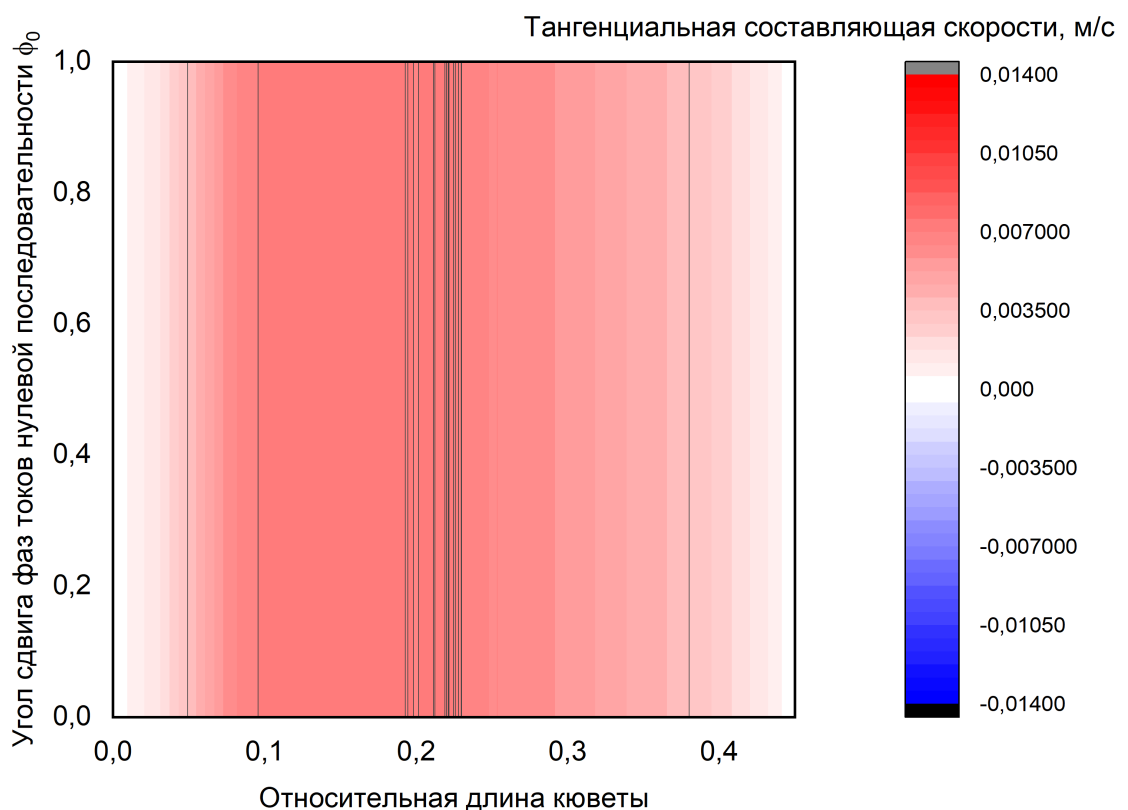


Рисунок 4.11 — Зависимость тангенциальной скорости расплава от угла сдвига фаз и относительной длины кюветы при отсутствии нулевой составляющей токов питания линейного индуктора.

На рисунке 4.12 видно, что при малом соотношении нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой  $\frac{I_0}{I_1} = 0.33$  изменение фазового сдвига не вызывает принципиальных изменений в структуре течений, только увеличение или уменьшение тангенциальной составляющей скорости в отдельных областях. Подобные режимы могут применяться для роста кристаллов, для изменения тангенциальной составляющей скорости потока в отдельных областях кюветы, тем самым управляя ростом и формой фронта кристаллизации.

Минимум усредненной тангенциальной скорости достигается при фазовом сдвиге нулевой последовательности токов питания линейного индуктора в диапазоне значений, близких к 300 градусов, а максимум – в диапазоне значений, близких к 120 градусам. Таким образом, можно управлять и средней скоростью расплава в широком диапазоне.

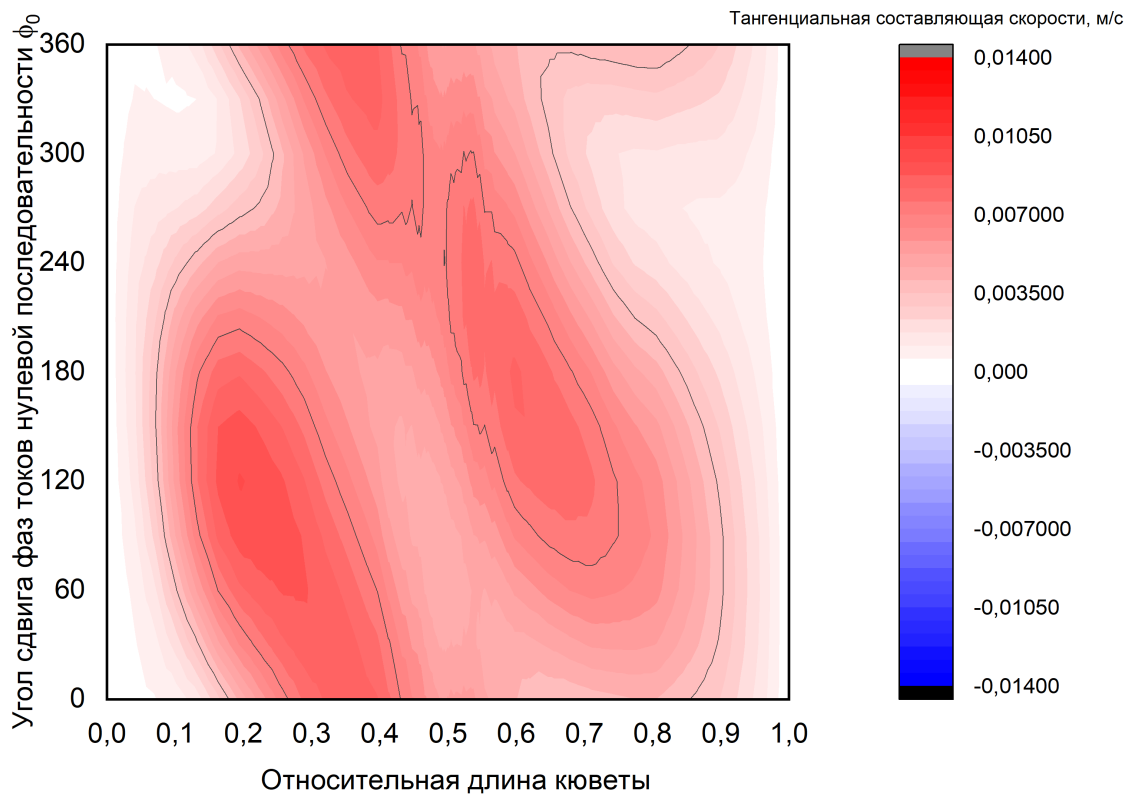


Рисунок 4.12 — Зависимость тангенциальной скорости расплава от угла сдвига фаз и относительной длины кюветы при соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой  $\frac{I_0}{I_1} = 0.33$

На рисунке 4.13 видно, что наличие значительного соотношения нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой  $\frac{I_0}{I_1} = 0.66$  приводит к изменению характера течения в кювете. В ряде режимов существуют

застойные зоны, а в ряде – возникают противотечения и, следовательно, крупномасштабные вихри.

Для определения границы перехода от одновихревого к двухвихревому режиму в этой области следует провести дополнительные исследования, так как зависимость обратных течений от контролируемых параметров явно нелинейная. При исследуемом соотношении нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой возможно формирование как одновихревого течения, так и более сложных, двух-, трех- и четырехвихревых течений. Подобные режимы могут использоваться для более точного управления течений в расплаве.

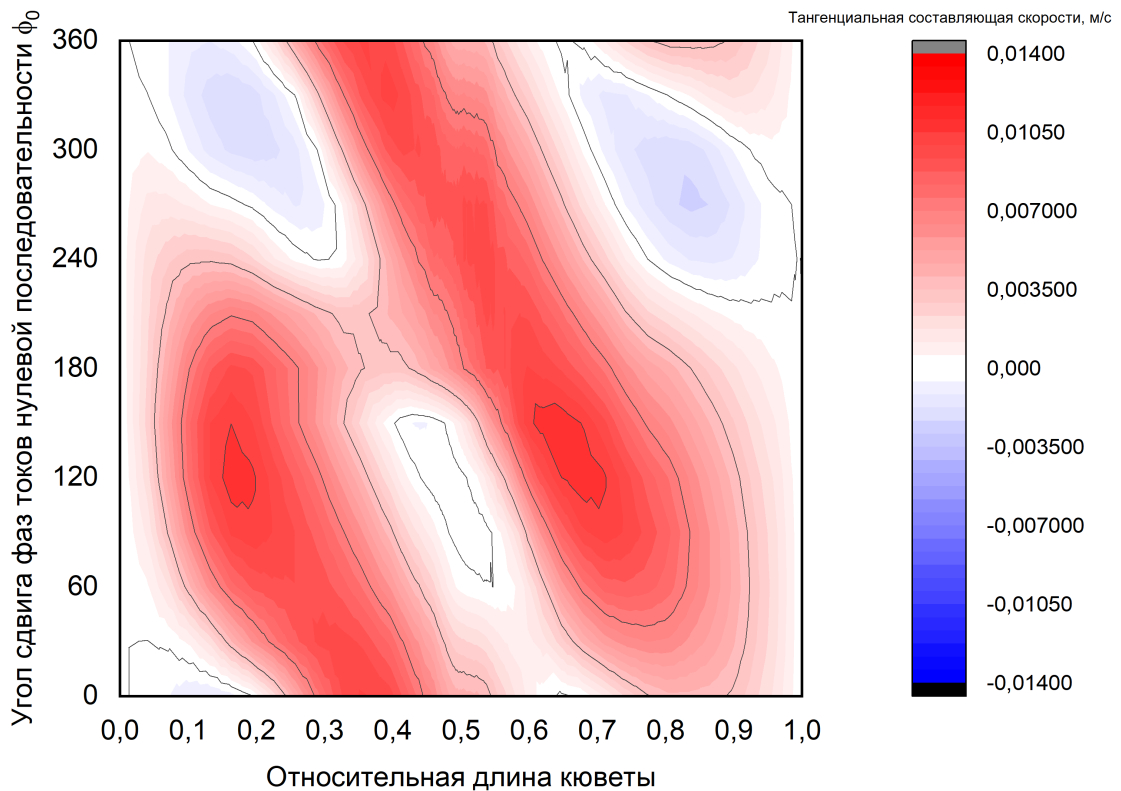


Рисунок 4.13 — Зависимость тангенциальной скорости расплава от угла сдвига фаз и относительной длины катушки при соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой  $\frac{I_0}{I_1} = 0.66$

При единичном соотношении нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой  $\frac{I_0}{I_1} = 1$ , видно (рис. 4.14), что изменение фазовых сдвигов нулевой составляющей токов питания линейного индуктора приводит к значительному влиянию на течения во всем диапазоне изменения параметра. В результате, возникают противотечения, по амплитуде скорости сопоставимые

с основным течением, формируя вихри равного масштаба. Видно, что положения максимумов и минимумов тангенциальных скоростей коррелирует с углом нулевой последовательности токов питания линейного индуктора. Разница в амплитуде максимальной скорости между режимом с отсутствием нулевой составляющей составляет до двух раз. Кроме того, видно, что могут существовать режимы, где число вихрей варьируется от трех до четырех. Таким образом, при наличии токов нулевой последовательности, сопоставимых по амплитуде с токами прямой последовательности характер работы электромагнитного перемешивателя изменится принципиальным образом.

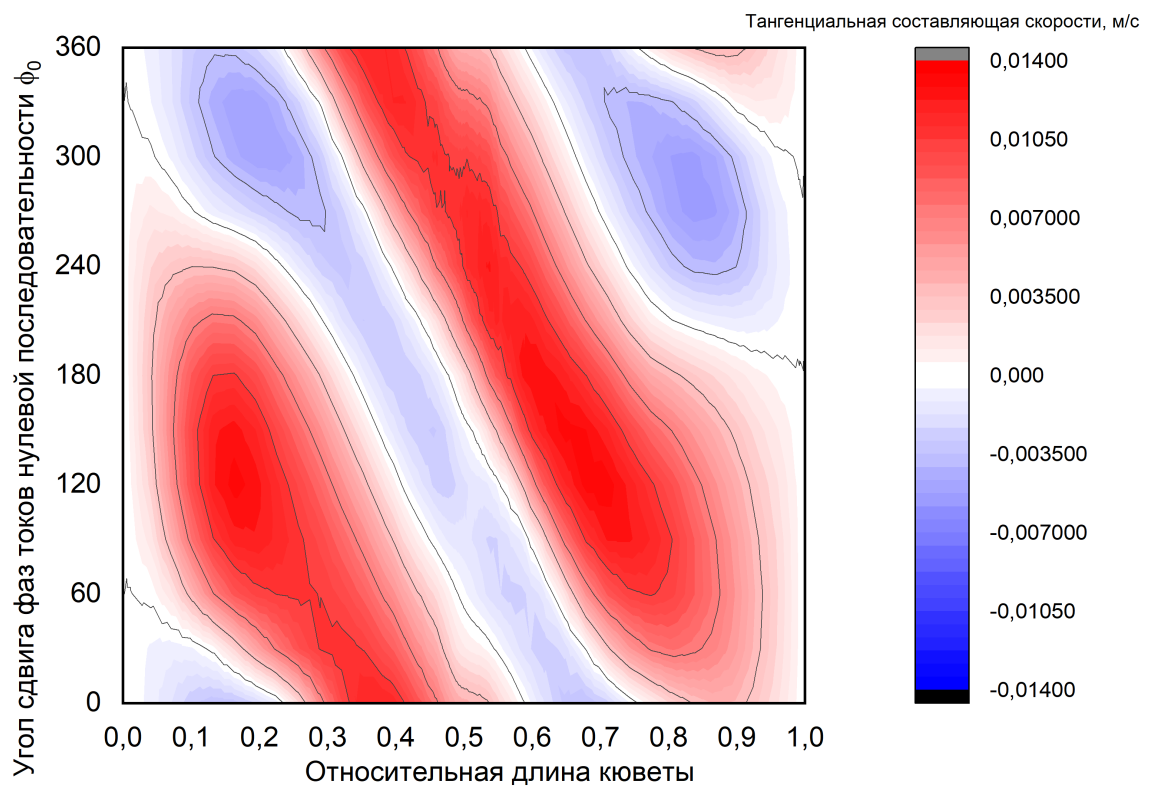


Рисунок 4.14 — Зависимость тангенциальной скорости расплава от угла сдвига фаз и относительной длины кюветы при соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой  $\frac{I_0}{I_1} = 1$

Таким образом, существуют режимы, в которых характер течения меняется коренным образом. Поэтому, необходимо учитывать как амплитуду, так и фазовый сдвиг токов нулевой последовательности.

Для оценки характера тангенциальных скоростей вычислялось число Рейнольдса для каждого из режимов работы по формуле  $Re = \frac{\langle U_x \rangle L}{\nu} = \frac{\langle U_x \rangle \cdot 0.112}{3 \cdot 10^{-7}}$ , где в качестве характеристической длины  $L$  использовалась высота кюветы,

равная 0,112 метров, рассматривалось усредненная в пространстве и времени тангенциальная составляющая скорости.

Видно, что область неоднородна, изменение параметров может приводить как к увеличению, так и к уменьшению скорости потоков. Разница между максимальным и минимальным значением может достигать до двух раз. В диапазоне углов 20-200 число Рейнольдса увеличивается, а в диапазоне 200-360, напротив, уменьшается. Это может быть обусловлено изменением числа вихрей, как видно по рисунку 4.17.

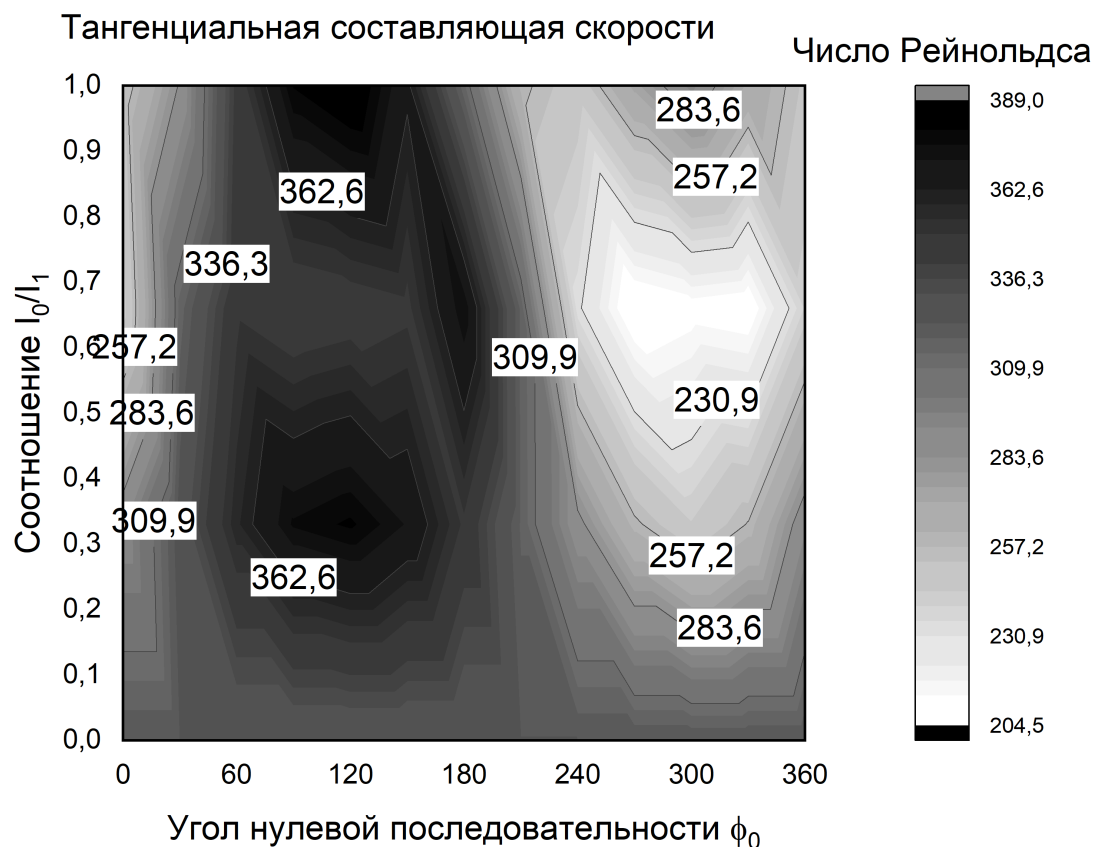


Рисунок 4.15 — Зависимость тангенциального числа Рейнольдса от угла сдвига фаз и относительной длины кюветы при соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой

Для оценки характера нормальных скоростей вычислялось число Рейнольдса для каждого из режимов работы по формуле  $Re = \frac{\langle U_y \rangle L}{\nu} = \frac{\langle U_y \rangle \cdot 0.45}{3 \cdot 10^{-7}}$ , где в качестве характеристической длины  $L$  использовалась длина кюветы, равная 0,44 метров, рассматривалось усредненная в пространстве и времени нормальная составляющая скорости.

Из графика 4.16 видно, что с увеличением соотношения амплитуд нулевой и прямой составляющих токов линейного индуктора увеличивается нормальная



составляющая скорости. Таким образом, усиливается перемешивание верхних и нижних слоев расплава.

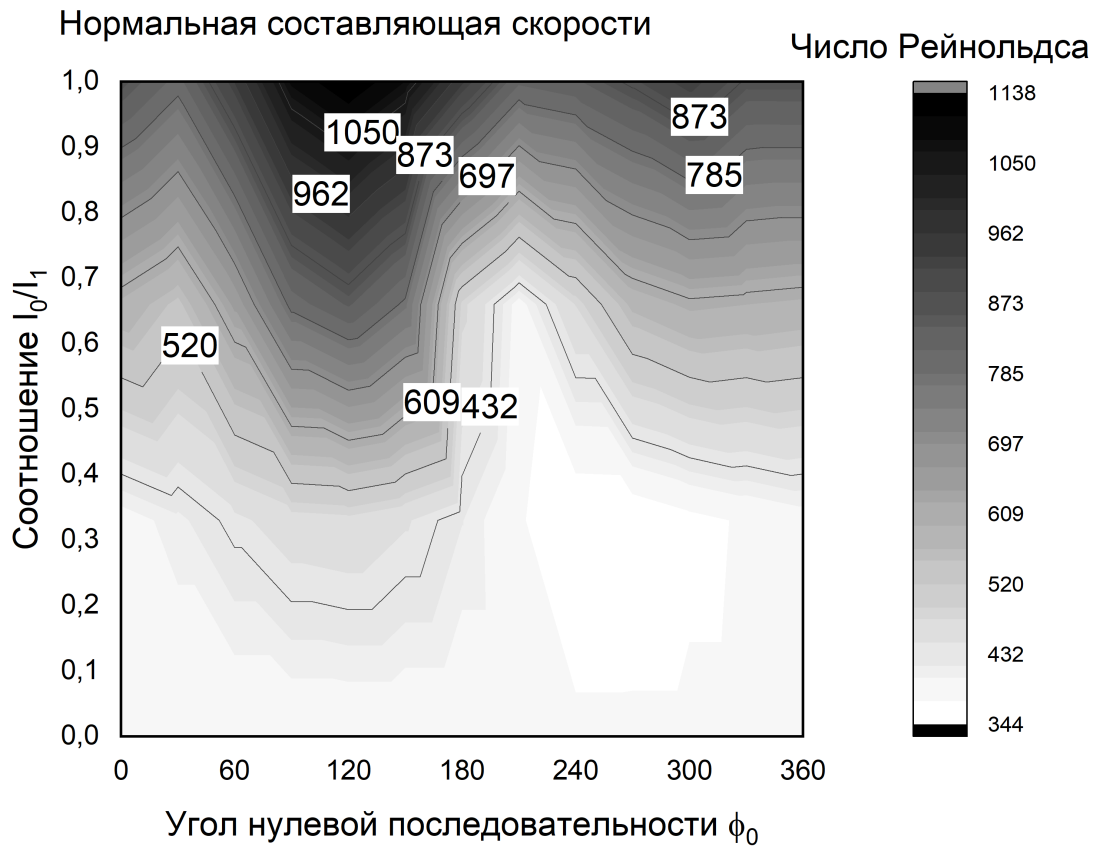


Рисунок 4.16 — Зависимость нормального числа Рейнольдса от угла сдвига фаз и относительной длины кюветы при соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой

Видно, что зависимость числа Рейнольдса для каждой составляющей скорости монотонна относительно соотношения амплитуд, но нелинейна относительно фазового угла. Это усложняет потенциальный анализ режимов.

Результаты, представленные на предыдущих рисунках, решено обобщить и представить рисунке 4.17. На нем представлено количество вихрей, создаваемое в кювете, в зависимости от фазового угла токов нулевой последовательности линейного индуктора и от соотношения амплитуд нулевой и прямой составляющих токов линейного индуктора.

При малых соотношения ( $I_0/I_1 < 0.3$ ) влияния на число вихрей не оказывается, при больших углах важную роль играет фазовый сдвиг, в диапазоне 50 – -70 градусов переход от одного типа к другому наступает относительно быстро. Это может быть связано с тем, что усилия от взаимодействия компонент по краям перебарывают основную компоненту. Также стоит отметить, что

число вихрей монотонно зависит от соотношения последовательностей токов питания индуктора.

Видно, что зависимость между числом вихрей и параметрами питания индуктора нелинейна, это связано с гидродинамическими явлениями, поэтому, для дальнейшей эксплуатации необходимо составление набора подобных карт.

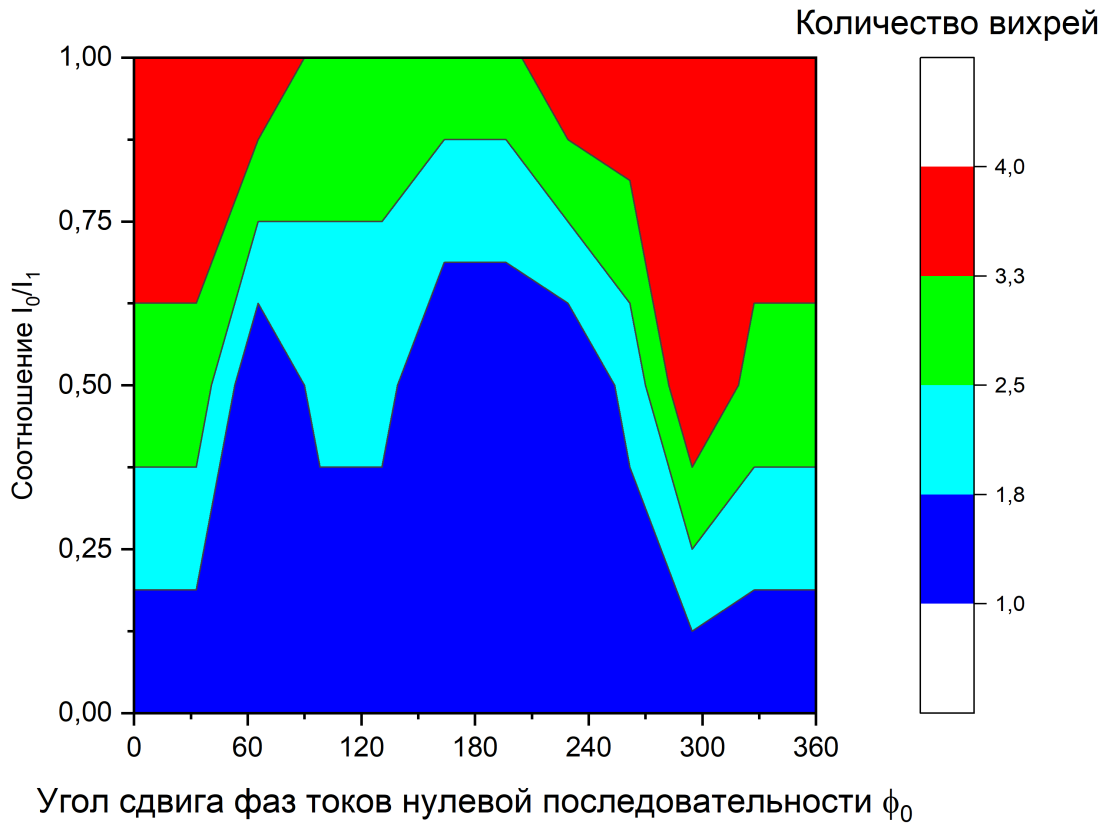


Рисунок 4.17 — Количество вихрей в зависимости от соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой и фазового сдвига нулевой составляющей токов питания

Из сопоставления графиков 4.17 и 4.16 видно, что для оценки количества крупномасштабных вихрей может быть применен расчет числа Рейнольдса относительно нормальной составляющей скорости течений, чем больше число — тем больше вихрей. Это может быть объяснено тем, что число вихрей увеличивает число нормально направленных течений.

Было проведено исследование зависимости, получены зависимости усилий и скоростей (числа Рейнольдса) от соотношения токов последователей, а также их фазовых сдвигов.

## 4.2 Анализ распределения примеси

В предыдущей части было показано, что обратная последовательность токов питания линейного индуктора в целом снижает амплитуду удельных усилий, поэтому для анализа эффективности перемешивания рассматриваем только влияние нулевой последовательности токов питания линейного индуктора.

Для расчетов распределения концентрации примеси, гидродинамическая задача модели была дополнена модулем «Deluted Spice», описание уравнений массообмена, использующихся в данном модуле приводится в главе 2. Было проведено 48 расчетов во временной области, расчет велся до 200 секунд.

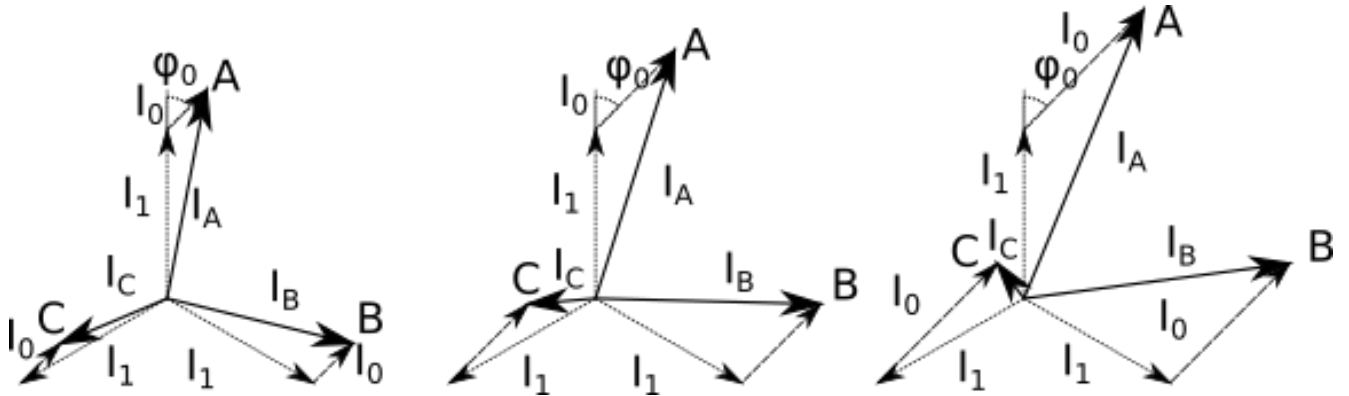


Рисунок 4.18 — Пример векторной диаграммы питающих токов индуктора

Для оценки степени перемешивания вводится коэффициент неоднородности, который вычисляется через соотношение между стандартным отклонением концентрации примеси  $C_i$  во всех  $n$  точках кюветы от конечной концентрации примеси после перемешивания (в момент времени  $t$ ) и тем же стандартным отклонением в начальный момент времени [107]:

$$\xi(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{C}(\tau) - C_i(\tau))^2 |_{\tau=t}}{\sum_{i=1}^n (\bar{C}(\tau) - C_i(\tau))^2 |_{\tau=0}}}, \quad (4.7)$$

где  $\bar{C}(\tau)$  – средняя концентрация в объеме кюветы в момент времени  $\tau$ ,

Также вводится характерное время перемешивания  $t_{eff}$ , которое определяет время, когда параметр  $\xi(t)$  уменьшается до  $\xi(t_{eff})$ . Как видно из формулы (4.7), в начальный момент времени коэффициент неоднородности всегда равен единице и с течением времени уменьшается. Это обусловлено тем, что локальная концентрация примеси не может увеличиваться, а только уменьшаться.

Таким образом, эффективное время перемешивания определяется как время, за которое данный коэффициент  $\xi(t)$  становится равным 0.1.

Для оценки влияния места инъекции использовались три маркерных примеси, выпущенные в трех местах кюветы (рис. 4.19) соответственно: вверху (красный цвет,  $\xi_1(t)$ ), посередине (зеленый цвет,  $\xi_2(t)$ ) и снизу (синий цвет,  $\xi_3(t)$ ). Подобная постановка позволяет оценить распределение при различных случаях: например, при закидывании сверху, внесении в защитной оболочке или при вымывании со дна. Подобные случаи применяются в металлургии при получении высококачественных сплавов металлов, обладающих экстраординарными качествами по сравнению с нелегированными сплавами.

Оценка времени перемешивания важна, так как позволит ориентироваться и снизить время технологического процесса, что позволит снизить энергозатраты и минимизировать риск перегрева расплава, что крайне важно с технологической и экономической точек зрения.

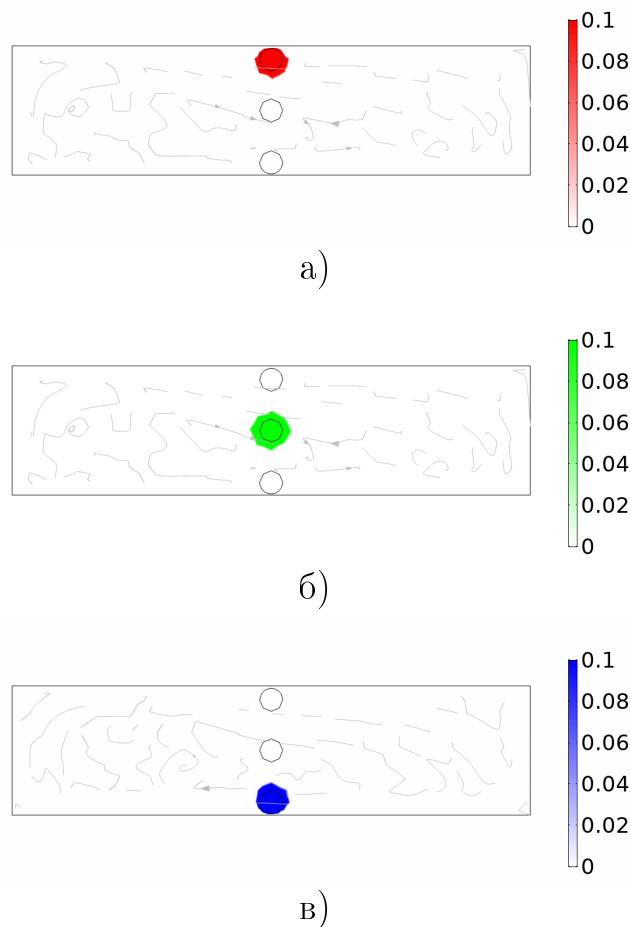


Рисунок 4.19 — Концентрация маркерной примеси на начало расчета

Перемешивание с несимметрией формирует несколько вихрей, поэтому нет сильного перемешивания по всему объему, коэффициенты выравниваются

хуже, однако в ряде режимов верх замешивается лучше из-за меньшего размера вихря и потоков, направленных непосредственно ко дну.

В качестве способа повышения скорости и равномерности распределения предлагается чередовать режимы. Сначала вмешивать примеси в малый вихрь, потом перемешивать его с остальными.

Выше были приведены результаты по исследованию структуры течений расплава. Характерные случаи приведены на рис. 4.4. Для технологического процесса важно рассмотреть не только течения, но и оценить распределение примеси, так как это является одним из важнейших технологических параметров металлургических установок. Поэтому рассмотрим эволюцию примеси в зависимости от электрических параметров, а именно от соотношения амплитуд прямой и нулевой последовательностей токов индуктора и сдвига фаз между токами нулевой и прямой последовательностей, так как ранее показано, что именно эти два параметра оказывают наибольшее влияние на характер течений: количество и интенсивность вихрей.

Для наглядности также рассмотрим режим с  $I_0 = I_1$ . На рисунке 4.20 видно, что изменение фазового сдвига нулевой последовательности значительно изменяет время перемешивания примеси в расплаве.

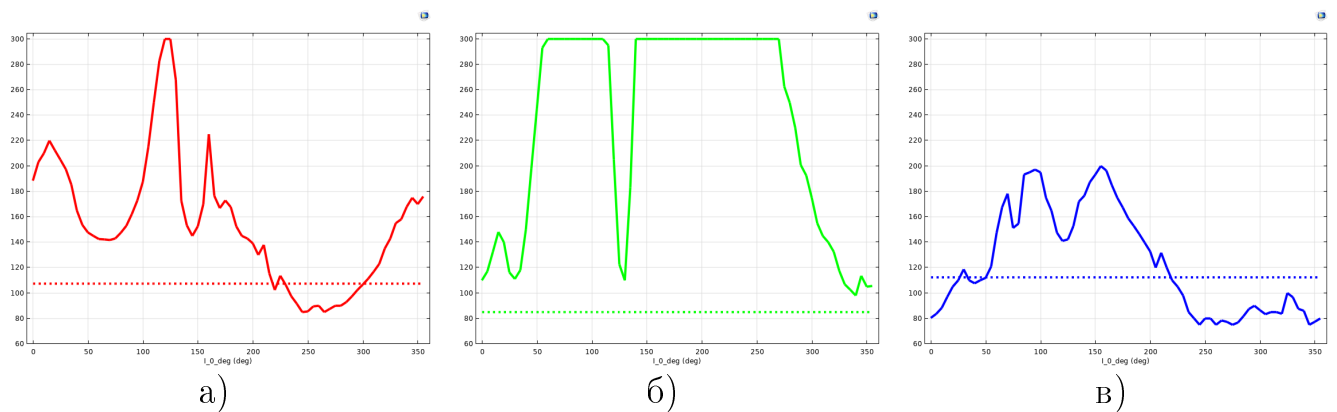


Рисунок 4.20 — Время эффективного перемешивания для различных точек вне-  
сения примеси

На графике, изображенном на рис. 4.21 приведена зависимость времени эффективного перемешивания примеси, внесенной в верхней части кюветы, от угла сдвига фаз нулевой последовательности токов питания индуктора ( $\varphi_0$ ) и от соотношения амплитуд токов прямой и нулевой последовательностей. Из рисунка видно, что в области значений  $0,3 < I < 1$  наблюдается увеличение времени по сравнению с режимом трехфазного перемешивания. Это может быть связано с созданием локализованных вихрей. Наименьшее время наблюдается при

промежуточных соотношениях  $I_0$  к  $I_1$ , а в режимах при наличии токов нулевой последовательности, сопоставимых по амплитуде с токами прямой последовательности в диапазоне углов сдвига фаз нулевой последовательности от 200 до 300 градусов время эффективного перемешивания снижается до полутора раз.

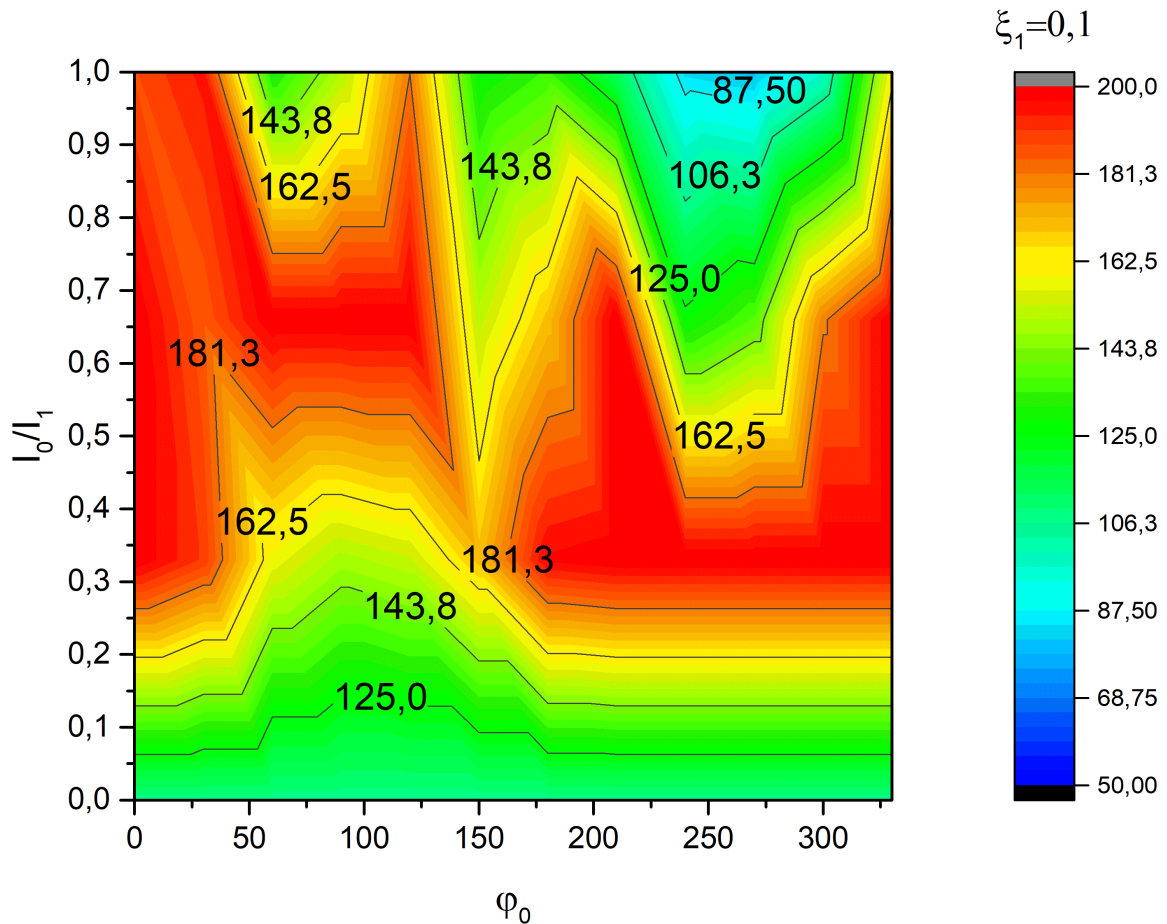


Рисунок 4.21 — Время эффективного перемешивания примеси при внесении в верхней части кюветы от соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой и фазового сдвига нулевой составляющей токов питания

На этом графике 4.22 приведена зависимость времени эффективного перемешивания примеси, внесенной в средней части кюветы, от угла сдвига фаз нулевой последовательности токов питания индуктора ( $\varphi_0$ ) и от соотношения амплитуд прямой и нулевой последовательностей токов индуктора. Из рисунка видно, что в области значений  $0,3 < I < 1$  наблюдается увеличение времени по сравнению с режимом трехфазного перемешивания. Наименьшее время перемешивания наблюдается в узком диапазоне параметров  $0 < I < 0,7$  и  $175 < \varphi_0 < 225$  градусов.

В целом, при внесении примеси в средней части управление нулевой последовательностью не уменьшает время гомогенизации расплава, следовательно подобных режимов следует избегать, если требуется перемешивать центральную область.

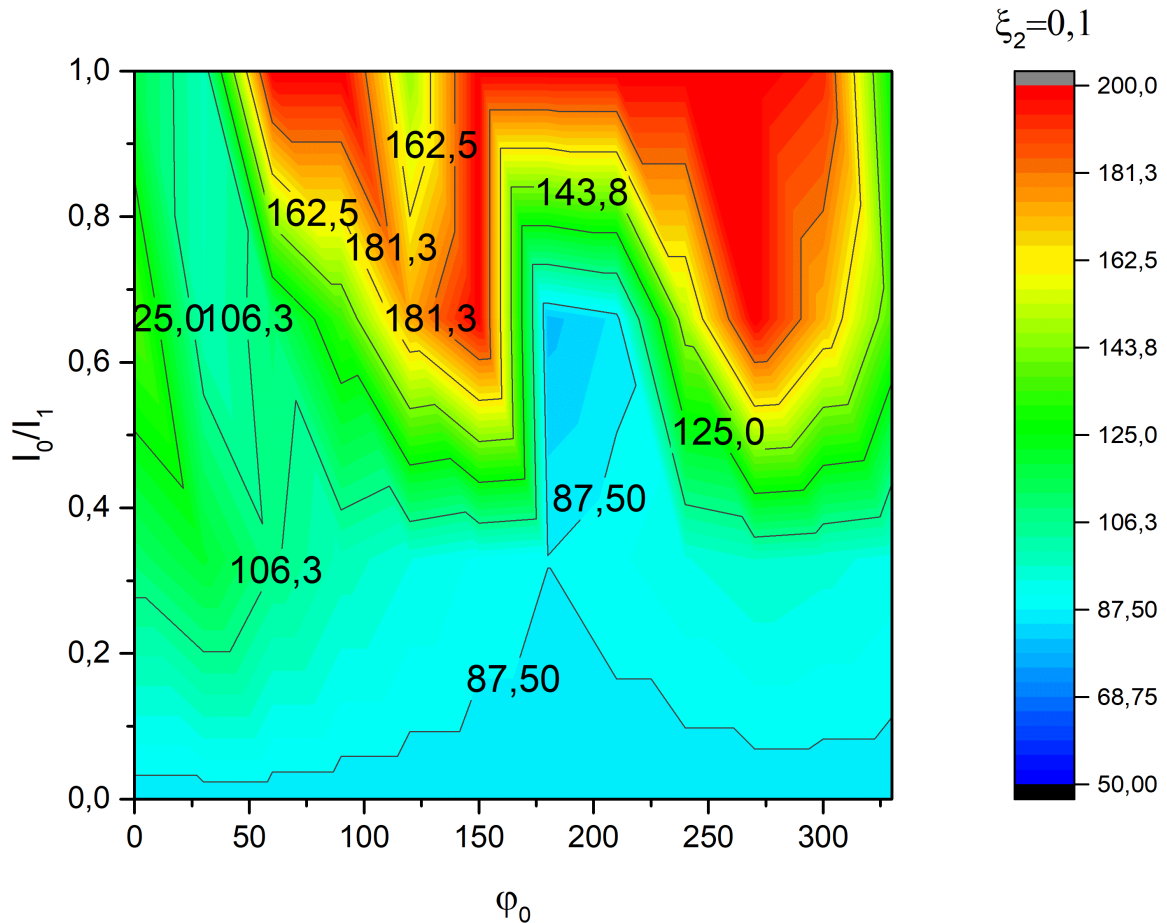


Рисунок 4.22 — Время эффективного перемешивания примеси при внесении в средней части кюветы от соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой и фазового сдвига нулевой составляющей токов питания

На графике 4.23 приведена зависимость времени эффективного перемешивания примеси, внесенной в нижней части кюветы, от угла сдвига фаз нулевой последовательности токов питания индуктора ( $\varphi_0$ ) и от соотношения амплитуд прямой и нулевой последовательностей токов индуктора. Из рисунка видно, что в области значений  $0,3 < I < 0,5$  наблюдается уменьшение времени в полтора раза по сравнению с режимом трехфазного перемешивания. Кроме того, наблюдается максимум времени перемешивания в диапазоне параметров  $0,5 < I < 0,9$

и  $60 < \varphi_0 < 130$  градусов. Он может быть обусловлен концентрацией примеси в одном вихре, который слабо взаимодействует с оставшимся расплавом в кювете.

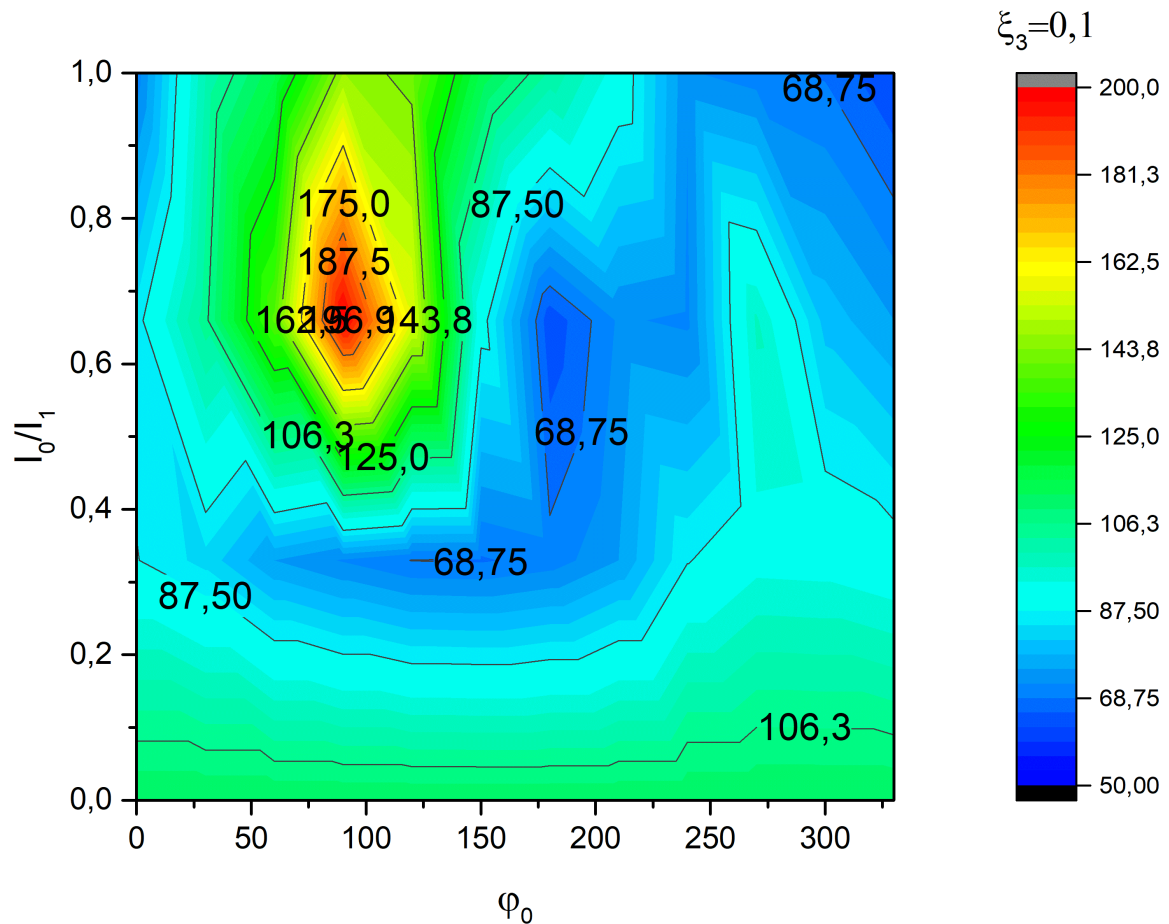


Рисунок 4.23 — Время эффективного перемешивания примеси при внесении в нижней части кюветы от соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой и фазового сдвига нулевой составляющей токов питания

Таким образом, для управления содержанием примеси в расплаве возможно применять инъекцию токов нулевой последовательности, причем важно учитывать как амплитуду, так и фазу. В зависимости от режима будет обеспечиваться различное время перемешивания, причем для различных областей внесения оной характер временной зависимости гомогенизации будет различаться принципиальным образом.



### 4.3 Выводы по главе

1. При помощи метода симметричных составляющих возможно упростить рассмотрение влияния токов питания линейного индуктора перемещивателя бегущего магнитного поля на электродинамические усилия, вызываемые ими во вторичном жидкометаллическом элементе. Суммарное усилие может быть представлено как сумма шести отдельных компонент, трех собственных, и трех связанных с взаимодействием полей, вызываемых составляющими токов линейного индуктора.
2. Продемонстрировано, что собственные усилия не зависят от фазового угла симметричных составляющих токов питания индуктора, а только от амплитуды, в то же время при взаимодействии полей важно учитывать как амплитуду, так и разность фазовых сдвигов симметричных составляющих токов.
3. Обобщены результаты при помощи метода симметричных составляющих. Данное допущение применимо в случае линейности процессов, т.е. при магнитном числе Рейнольдса много меньше 1 и отсутствии насыщения магнитопровода (при магнитной индукции в стали меньше 1,4 для большинства электротехнических сталей). Показано, что основной вклад в несимметрию вносит взаимодействие бегущего и пульсирующего магнитных полей, наложенных друг на друга, тогда как по отдельности существует единственный вихрь или незначительные пульсации.
4. Отсутствие нулевой составляющей токов линейного индуктора будет приводить к выравниванию электродинамических усилий в объеме расплава, таким образом, отсутствие нулевого проводника играет весомую роль в устойчивости процессов.
5. Использование метода симметричных составляющих позволяет уменьшить число переменных, влияющих на силы, создаваемые неравномерным бегущим полем. Выявлено, что основной вклад в создание тангенциальных усилий в расплаве вносит магнитное поле, создаваемое прямой составляющей токов питания индуктора, обратной составляющей, а также взаимодействие этих бегущих полей с полем от нулевой составляющей токов питания. Таким образом для оценки возможно ис-

- пользовать четыре слагаемых, которые с достаточной точностью могут быть аппроксимированы. Разложение может помочь при аналитическом анализе, так как полученные карты усилий можно подвергнуть аппроксимации и получить аналитические зависимости усилий от токов.
6. Показана возможность использования подхода для анализа токов в несимметричных режимах питания ЛИМ. Применение данного метода может упростить проектирование ЛИМ с расплавами и анализ режимов его питания. В качестве примера использования данного метода, получены карты зависимости времени эффективного перемешивания от управляющих параметров (соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой и фазового сдвига нулевой составляющей токов питания). Выявлено наличие режимов, при которых эффективность перемешивания увеличиваются до двух раз по сравнению с перемешиванием одиночным бегущим магнитным полем.

## Заключение

**Основные результаты работы** заключаются в следующем:

1. При анализе литературы выявлен метод, который позволяет осуществлять управление течениями во вторичном жидкометаллическом элементе без внесения изменений в конструкцию линейного индуктора. Этот метод основывается на изменении параметров питающих токов, а именно амплитуды и фазового сдвига.
2. Разработан алгоритм, который позволяет использовать метод симметричных составляющих для упрощения расчета и анализа электродинамических усилий во вторичном жидкометаллическом элементе. Суммарное усилие может быть представлено как сумма шести отдельных компонент, трех собственных и трех, связанных с взаимодействием полей, вызываемых отдельными составляющими токов линейного индуктора. Единичное решение электромагнитной задачи в трехмерной постановке занимает около 5 минут, тогда как применение алгоритма снижает время расчета до менее чем минуты. Подобное разложение позволяет получать карты усилий, которые зависят от малого числа переменных, что упрощает их анализ. Область применения такого алгоритма – установки с ненасыщенными магнитопроводами и малым магнитным числом Рейнольдса.
3. Выявлено, что основной вклад в создание тангенциальных усилий в расплаве вносит бегущее магнитное поле, создаваемое прямой составляющей токов питания индуктора, обратной составляющей, а также взаимодействие этих бегущих полей с пульсирующим полем от нулевой составляющей токов питания. Таким образом, для оценки возможно использовать четыре слагаемых, которые с достаточной точностью аппроксимируются функциями, которые, в свою очередь, зависят от амплитуды и фазового сдвига соответствующих составляющих токов питания линейного индуктора.
4. Получены зависимости тангенциальной скорости расплава от угла сдвига фаз и относительной длины кюветы при соотношении амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора. Построены зависимости числа Рейнольдса для тангенциальной и нормальной

составляющей скоростей расплава в жидкометаллическом элементе от соотношения амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой и фазового сдвига нулевой составляющей токов питания. Выявлена корреляция числа вихрей в объеме от числа Рейнольдса для нормальной составляющей скорости.

5. Произведена оценка эффективности перемешивания через время распределения примеси во вторичном жидкометаллическом элементе. Получены карты зависимости времени эффективного перемешивания от управляющих параметров (соотношений амплитуд нулевой составляющей токов питания линейного индуктора к прямой и фазового сдвига нулевой составляющей токов питания). Выявлено наличие режимов, при которых эффективность перемешивания увеличивается до двух раз по сравнению с перемешиванием одиночным бегущим магнитным полем.

**Перспективами дальнейшей разработки темы** являются:

1. Повышение эффективности использования электромагнитных перемешивателей в металлургическом производстве (например, при получении  $LiB$  композитов в производстве химических источников тока), за счет управляемого воздействия на расплав и характер течений для влияния на процессы кристаллизации и распределения примеси, что позволит увеличить производительность, выход годного материала, увеличить объем получаемых слитков. Для этого, исходя из требуемых условий перемешивания, выбираются режимы работы источника питания, т.е. рассчитываются соотношения прямой, обратной и нулевой составляющей токов трехфазной системы, фазовые токи и соответственно требуемое напряжение источника.
2. Применение полученных результатов для анализа электромагнитных перемешивателей различных конструкций, при условии ненасыщенности магнитопровода и при магнитном числе Рейнольдса менее 1, а также перемешивателей с накладывающимися бегущими и вращающимися электромагнитными полями;
3. Разработка алгоритмов управления источников питания электромагнитных перемешивателей для практической реализации, а также переход от составляющих токов в катушках индуктора к фазным напряжениям;

4. Дальнейшее обобщение полученных результатов, исследование зависимости числа Рейнольдса от характеристических чисел, например безразмерного силового числа, а также дальнейшее применение к описанию процессов кристаллизации.

Также автор благодарит Швыдкого Е. Л. за помощь в постановке задачи, Лосева Г. Л. за экспериментальную верификацию численных моделей моделирования на оборудовании ИМСС УрО РАН и авторов шаблона «Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template» за помощь в оформлении диссертации.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Фризену В. Э. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство диссертационным исследованием.

## Список литературы

1. Efficient melt stirring using pulse sequences of a rotating magnetic field: Part I. flow field in a liquid metal column [Текст] / S. Eckert [и др.] // Metallurgical and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing Science. — 2007.
2. Efficient melt stirring using pulse sequences of a rotating magnetic field: Part II. Application to solidification of Al-Si alloys [Текст] / B. Willers [и др.] // Metallurgical and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing Science. — 2008. — Т. 39, № 2. — С. 304—316.
3. Ščepanskis, M. Homogenization of Non-Conductive particles in em induced metal flow in a cylindrical vessel [Текст] / M. Ščepanskis, A. Jakovičs, B. Nacke // Magnetohydrodynamics. — 2010. — № 4. — С. 413—423.
4. The effect of traveling and rotating magnetic fields on the structure of aluminum alloy during its crystallization in a cylindrical crucible [Текст] / S. Denisov [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 2014. — Т. 50, № 4. — С. 407—422.
5. Hachani, L. Experimental study of the solidification of Sn-10 wt.% Pb alloy under different forced convection in benchmark experiment [Текст] / L. Hachani, K. Zaidat, Y. Fautrelle // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2015. — Т. 85. — С. 438—454.
6. Separation mechanism of the primary Si phase from the hypereutectic Al-Si alloy using a rotating magnetic field during solidification [Текст] / J. Jie [и др.] // Acta Materialia. — 2014. — Т. 72. — С. 57—66.
7. Numerical and experimental study of the traveling magnetic field effect on the horizontal solidification in a rectangular cavity part 2: Acting forces ratio and solidification parameters [Текст] / M. Avnaim [и др.] // International Journal of Heat and Fluid Flow. — 2018. — Февр. — Т. 69. — С. 9—22. — URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0142727X17302886>.
8. Application of Electromagnetic (EM) Separation Technology to Metal Refining Processes: A Review [Текст] / L. Zhang [и др.] // Metallurgical

- and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing Science. — 2014. — Т. 45, № 6. — С. 2153—2185.
9. *Dropka, N.* Enhanced VGF-GaAs growth using pulsed unidirectional TMF [Текст] / N. Dropka, C. Frank-Rotsch // Journal of Crystal Growth. — 2014. — ЯНВ. — Т. 386. — С. 146—153.
  10. *Dropka, N.* Enhanced VGF-GaAs growth using pulsed unidirectional TMF [Текст] / N. Dropka, C. Frank-Rotsch // Journal of Crystal Growth. — 2014. — Т. 386. — С. 146—153.
  11. *Dropka, N.* Enhanced VGF growth of single and multi-crystalline semiconductors using pulsed TMF [Текст] / N. Dropka, C. Frank-Rotsch // Magnetohydrodynamics. — 2015. — Т. 51, № 1. — С. 149—156.
  12. Non-isothermal model experiments and numerical simulations for directional solidification of multicrystalline silicon in a traveling magnetic field [Текст] / K. Dadzis [и др.] // Journal of Crystal Growth. — 2013. — ИЮНЬ. — Т. 372. — С. 145—156. — URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S002202481300153X>.
  13. Characterization of mc-Si directionally solidified in travelling magnetic fields [Текст] / F.-M. Kiessling [и др.] // Journal of Crystal Growth. — 2012. — Дек. — Т. 360. — С. 81—86. — URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S002202481200200X>.
  14. Numerical and experimental study of the traveling magnetic field effect on the horizontal solidification in a rectangular cavity part 1: Liquid metal flow under the TMF impact [Текст] / M. Avnaim [и др.] // International Journal of Heat and Fluid Flow. — 2018. — Т. 69, November. — С. 23—32. — URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2017.11.003>.
  15. *Rudolph, P.* Crystal Growth from the Melt under External Force Fields [Текст] / P. Rudolph, K. Kakimoto // MRS Bulletin. — 2009. — Т. 34, № 4. — С. 251—258.
  16. *Fdhila, R. B. E. L.* A stirring history [Текст] / R. B. E. L. Fdhila, U. L. F. Sand, J. A. N. E. Eriksson. —
  17. *Nikrityuk, P. A.* Computational Thermo-Fluid Dynamics [Текст] / P. A. Nikrityuk. — Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011. — URL: <https://doi.org/10.1002/9783527636075>.

18. *Chedzey, H.* Avoidance of growth-striae in semiconductor and metal crystals grown by zone-melting techniques [Текст] / H. Chedzey, D. Hurle // Nature. — 1966. — Т. 210, № 5039. — С. 933—934.
19. *Utech, H.* Elimination of solute banding in indium antimonide crystals by growth in a magnetic field [Текст] / H. Utech, M. Flemings // Journal of Applied Physics. — 1966. — Т. 37, № 5. — С. 2021—2024.
20. *Series, R.* The use of magnetic fields in semiconductor crystal growth [Текст] / R. Series, D. Hurle // Journal of Crystal Growth. — 1991. — Т. 113, № 1/2. — С. 305—328.
21. Influence of DC and AC magnetic fields on melt motion in FZ large si crystal growth [Текст] / К. Lacis [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 2010. — № 2. — С. 199—218.
22. *Muiznieks, A.* Convective phenomena in large melts including magnetic fields [Текст] / A. Muiznieks, A. Krauze, B. Nacke // Journal of Crystal Growth. — 2007. — Т. 303, 1 SPEC. IS. — С. 211—220.
23. Numerical modeling of 2D axisymmetric flow under the influence of DC EM field for industrial CZ silicon single crystal growth facilities [Текст] / A. Krauze [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 2005. — Т. 41, № 2. — С. 159—188.
24. *Gondi, P.* Improvements in the purification of germanium by zone melting [Текст] / P. Gondi, G. Scacciati // Il Nuovo Cimento. — 1961. — Т. 21, № 5. — С. 829—833.
25. *Hulme, K.* The role of evaporation in zone refining indium antimonide [Текст] / K. Hulme, J. Mullin // Journal of Electronics and Control. — 1957. — Т. 3, № 2. — С. 160—170.
26. *Dadzis, K.* Modeling of directional solidification of multicrystalline silicon in a traveling magnetic field [Текст] : дис. ... канд. / Dadzis Kaspars. — Technischen Universitat Bergakademie Freiberg genehmigte, 2012.
27. *Brückner, F.-U.* Single crystal growth with the Czochralski method involving rotational electromagnetic stirring of the melt [Текст] / F.-U. Brückner, K. Schwerdtfeger // Journal of Crystal Growth. — 1994. — Т. 139, № 3/4. — С. 351—356.



28. *Spitzer, K.-H.* Application of rotating magnetic fields in Czochralski crystal growth [Текст] / K.-H. Spitzer // Progress in Crystal Growth and Characterization of Materials. — 1999. — Т. 38, № 1. — С. 59—71.
29. Solidification refining of MG-Si by Al-Si alloy under rotating electromagnetic field with varying frequencies [Текст] / B. Van [и др.] // Separation and Purification Technology. — 2018. — Т. 202. — С. 266—274.
30. Effects of vertical, horizontal and rotational magnetic fields on convection in an electromagnetically levitated droplet [Текст] / L. Feng [и др.] // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2019. — Т. 130. — С. 787—796.
31. Fluid flow analysis and vertical gradient freeze crystal growth in a travelling magnetic field [Текст] / R. Lantzsch [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 2006. — Т. 42, № 4. — С. 445—449.
32. Experimental and numerical results on the fluid flow driven by a traveling magnetic field [Текст] / R. Lantzsch [и др.] // Journal of Crystal Growth. — 2007. — Т. 305, № 1. — С. 249—256.
33. The effect of the traveling magnetic field (TMF) on the buoyancy-induced convection in the vertical Bridgman growth of semiconductors [Текст] / S. Yesilyurt [и др.] // Journal of Crystal Growth. — 2004. — Т. 263, № 1—4. — С. 80—89.
34. Numerical and experimental modeling of the melt flow in a traveling magnetic field for vertical gradient freeze crystal growth [Текст] / V. Galindo [и др.] // Journal of Crystal Growth. — 2007. — Т. 303, 1 SPEC. IS. — С. 258—261.
35. *Mitric, A.* Design of vertical Bridgman experiments under alternating magnetic field [Текст] / A. Mitric, T. Duffar // Journal of Crystal Growth. — 2008. — Т. 310, № 7—9. — С. 1511—1517.
36. *Abritska, M.* Effect of an ac magnetic field on hydrodynamical processes at Chokhralski single crystal growth [Текст] / M. Abritska, L. Gorbunov // Magnitnaya Gidrodinamika. — 1992. — № 4. — С. 89—95.
37. *Вольдек, А. И.* Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом [Текст] / А. И. Вольдек. — Ленинград : Энергия, 1970. — 271 с.

38. *Веселовский, О. Н.* Линейные асинхронные двигатели [Текст] / О. Н. Веселовский, А. Ю. Коняев, Ф. Н. Сарапулов. — М. : Энергоатомиздат, 1991. — 254 с.
39. *Сарапулов, Ф. Н.* Магнитогидродинамические машины с бегущим или пульсирующим магнитным полем [Текст] / Ф. Н. Сарапулов. — Екатеринбург : УГТУ, 1994. — 205 с.
40. Линейные индукционные машины со встречно бегущими магнитными полями для энергоэффективных технологий [Текст] / А. Ю. Коняев [и др.] // Промышленная энергетика. — 2017. — № 4. — С. 2–7.
41. Обмотки индукционных машин вращательного и поступательного движения: учебное пособие [Текст] / С. А. Бычков [и др.] ; под ред. Ф. Н. Сарапулов. — Российская Федерация : Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, 2017. — URL: <http://elar.urfu.ru/handle/10995/56196>.
42. *Yamamura, S.* Theory of Linear Induction Motors [Текст] / S. Yamamura. — Wiley, 1972. — (Halsted Press book).
43. The influence of traveling magnetic field inductor asymmetric power supply on the liquid metal flow [Текст] / I. Sokolov [и др.] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Т. 581. — 2019. — С. 012002.
44. *Goldsteins, L.* Experimental and numerical analysis of behavior of electromagnetic annular linear induction pump [Текст] : Theses : 2015GREAI047 / Goldsteins Linards. — Université Grenoble Alpes, 2015. — URL: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01232570>.
45. *Abdullina, K.* 3D numerical modeling of liquid metal turbulent flow in an annular linear induction pump [Текст] / K. Abdullina, S. Bogovalov, Y. Zaikov // Annals of Nuclear Energy. — 2018. — Янв. — Т. 111. — С. 118–126.
46. Adaptation of the linear induction machine power supply to the tasks of liquid metals transportation and mixing [Текст] / G. Losev [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 2021. — Т. 57, № 1. — С. 85–94.
47. *Верте, Л. А.* Магнитная гидродинамика в металлургии [Текст] / Л. А. Верте. — М.: Металлургия : Металлургия, 1975. — 288 с.

48. *Кирко, И. М.* Жидкий металл в электромагнитном поле [Текст] / И. М. Кирко. — Москва: Энергия, 1964. — 162 с.
49. *Кирко, И. М.* Магнитная гидродинамика. Современное видение проблем [Текст] / И. М. Кирко, Г. Е. Кирко. — М.-Ижевск : УГТУ, 2009. — 632 с.
50. *Davidson, P. A.* MAGNETOHYDRODYNAMICS IN MATERIALS PROCESSING [Текст] / P. A. Davidson // Annual Review of Fluid Mechanics. — 1999. — Т. 31, № 1. — С. 273—300.
51. *Davidson, P. A.* An Introduction to Magnetohydrodynamics [Текст] / P. A. Davidson. — Cambridge University Press, 2001. — (Cambridge Texts in Applied Mathematics).
52. МГД технологии в металлургии. Интенсивный курс Специализация IV [Текст] / Э. Бааке [и др.]. — СПб : Издательство СПбГЭТУ "ЛЭТИ 2013. 233 с., 2013. — С. 233.
53. *Timofeev, V.* Theoretical Design Fundamentals for MHD Stirrers for Molten Metals [Текст] / V. Timofeev, M. Khatsayuk // Magnetohydrodynamics. — 2016. — Т. 52, № 4. — С. 495—506.
54. Magnetic field advection in a rotating magnetic field driven flow induced by a non-ideal inductor [Текст] / A. Azulay [и др.] // Physics of Fluids. — 2018. — Т. 30, № 7. — С. 075104.
55. *Сидоров, О. Ю.* Методы конечных элементов и разностей в электромеханике и электротехнологии [Текст] / О. Ю. Сидоров, Ф. Н. Сарапулов, С. Ф. Сарапулов. — Москва : Энергоатомиздат, 2010. — 331 с.
56. *Smolyanov, I.* Calculation of linear induction motor features by detailed equivalent circuit method taking into account non-linear electromagnetic and thermal properties [Текст] / I. Smolyanov, F. Sarapulov, F. Tarasov // Computers and Mathematics with Applications. — 2019. — Ноябрь. — Т. 78, № 9. — С. 3187—3199.
57. *Logan, D. L.* A first course in the finite element method [Текст] / D. L. Logan. — Cengage Learning, 2016.
58. *Grossmann, C.* Numerical treatment of partial differential equations [Текст]. Т. 154 / C. Grossmann, H.-G. Roos, M. Stynes. — Springer, 2007.
59. Finite volume methods for hyperbolic problems [Текст]. Т. 31 / R. J. LeVeque [и др.]. — Cambridge university press, 2002.

60. A Finite Volume Method using a Quadtree Non-Uniform Structured Mesh for Modeling in Electrical Capacitance Tomography [Текст] / D. Wanta [и др.] // Proceedings of the National Academy of Sciences, India Section A: Physical Sciences. — 2021. — С. 1—10.
61. Comparison of finite element and finite volume methods application in geometrically nonlinear stress analysis [Текст] / N. Fallah [и др.] // Applied Mathematical Modelling. — 2000. — Т. 24, № 7. — С. 439—455.
62. *Ranganayakulu, C.* Compact heat exchangers: Analysis, design and optimization using FEM and CFD approach [Текст] / C. Ranganayakulu, K. N. Seetharamu. — John Wiley & Sons, 2018.
63. *Hachani, L.* Study of the influence of natural and forced convection on the solidification of a binary metal alloy. [Текст] : Theses : 2013GRENI067 / Hachani Lakhdar. — Université de Grenoble, 2013. — URL: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00949060>.
64. Numerical and experimental study of the traveling magnetic field effect on the horizontal solidification in a rectangular cavity part 1: Liquid metal flow under the TMF impact [Текст] / M. Avnaim [и др.] // International Journal of Heat and Fluid Flow. — 2018. — Февр. — Т. 69. — С. 23—32.
65. *Хацаюк, М. Ю.* Теория и моделирование магнитогидродинамических процессов в электротехнологических комплексах металлургического назначения // Дисс. докт. техн. наук / Хацаюк Максим Юрьевич [Текст] : дис. ... д-ра / Хацаюк Максим Юрьевич. — 2020. — Красноярск. Санкт-Петербургский государственный электротехнических университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина). — URL: [https://etu.ru/assets/files/nauka/dissertacii/2019/hacayuk/dissertaciya\\_hacayuk-myu.pdf](https://etu.ru/assets/files/nauka/dissertacii/2019/hacayuk/dissertaciya_hacayuk-myu.pdf).
66. Numerical Modeling of Free Surface Dynamics of Melt in an Alternate Electromagnetic Field. Part II: Conventional Electromagnetic Levitation [Текст] / S. Spitan [и др.] // Metallurgical and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing Science. — 2016. — Т. 47, № 1. — С. 522—536.
67. Верификация пакетов для расчета течений жидкости в канале при действии внешнего магнитного поля [Текст] / И. А. Смольянов [и др.] //

- Вычислительная механика сплошных сред. — 2021. — Т. 14, № 3. — С. 322—332.
68. *Dzelme, V.* Liquid metal free surface deformation in electrically induced vortical flow [Текст] / V. Dzelme, A. Jakovičs, E. Baake // *Magnetohydrodynamics*. — 2020. — Т. 56, № 1. — С. 67—74.
69. Experimental analysis of the solidification of Sn-3 wt.%Pb alloy under natural convection [Текст] / L. Nachani [и др.] // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. — 2012. — Т. 55, № 7. — С. 1986—1996. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931011007009>.
70. *Losev, G. L.* Control of the metal crystallization process by the modulated traveling magnetic field [Текст] / G. L. Losev, I. V. Kolesnichenko, R. I. Khalilov // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2018. — Ноябрь. — Т. 1128. — С. 012051.
71. *Hebditch, D. J.* Observations of ingot macrosegregation on model systems [Текст] / D. J. Hebditch, J. D. Hunt // *Metallurgical and Materials Transactions B*. — 1974. — Июль. — Т. 5, № 7. — С. 1557—1564. — URL: <https://link.springer.com/10.1007/BF02646326>.
72. A 2D1/2 model for natural convection and solidification in a narrow enclosure [Текст] / I. Hamzaoui [и др.] // *International Journal of Thermal Sciences*. — 2019. — Т. 140. — С. 167—183.
73. Laboratory model of the aluminum furnace with MHD stirring induced by a rod-like inductor generating a travelling magnetic field [Текст] / S. Khripchenko [и др.] // *Magnetohydrodynamics*. — 2017. — Т. 53, № 2. — С. 273—280.
74. Use of a travelling magnetic field "ROD"inductor for stirring molten metal in an aluminum bath [Текст] / S. Khripchenko [и др.] // *Magnetohydrodynamics*. — 2016. — Т. 52, № 3. — С. 407—416.
75. *Lekomtsev, S. V.* Evaluation of the Temperature Regime of the Rods of the Inductor of an MHD Stirrer for Possible Use in an Industrial Aluminum Furnace [Текст] / S. V. Lekomtsev, S. Y. Khripchenko // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. — 2018. — Т. 59, № 7. — С. 1189—1196. — URL: [www.scopus.com](http://www.scopus.com).

76. Shape optimization of soft magnetic composite inserts for electromagnetic stirrer with traveling magnetic field [Текст] / К. Bolotin [и др.] // COMPEL - The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering. — 2020. — Т. 39, № 1.
77. *Bolotin, K.* Numerical and experimental simulation of a bottom electromagnetic stirrer with a rotating field [Текст] / К. Bolotin, V. Frizen, E. Shvidkiy // Proceedings of 2017 18th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering, CPEE 2017. — 2017.
78. Numerical study of the possibility of using cermet inserts in electromagnetic stirring application [Текст] / К. Bolotin [и др.] // Acta Technica CSAV (Ceskoslovensk Akademie Ved). — 2018. — Т. 63, № 5. — С. 709—720.
79. *Bolotin, K.* Experimental investigation of the Bottom MHD stirrer with the working gap compensated by magnetodielectric composite [Текст] / К. Bolotin, E. Shvydkiy, I. Sokolov // Magnetohydrodynamics. — 2019. — Т. 55, № 1/2. — С. 23—30.
80. *Bolotin, K.* Numerical Simulation of Electromagnetic Stirrer with Magnetic Core Made Soft Magnetic Composite [Текст] / К. Bolotin, D. Brazhnik // Proceedings of the 2020 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, EIConRus 2020. — 2020. — С. 613—615.
81. Electromagnetic melt flow control during solidification of metallic alloys [Текст] / S. Eckert [и др.] // The European Physical Journal Special Topics. — 2013. — Март. — Т. 220, № 1. — С. 123—137. — URL: <http://link.springer.com/10.1140/epjst/e2013-01802-7>.
82. *Shvydkiy, E.* Liquid Metal Flow Under Traveling Magnetic Field—Solidification Simulation and Pulsating Flow Analysis [Текст] / E. Shvydkiy, E. Baake, D. Köppen // Metals. — 2020. — Апрель. — Т. 10, № 4. — С. 532. — URL: <https://www.mdpi.com/2075-4701/10/4/532>.
83. Directional melting and solidification of gallium in a traveling magnetic field as a model experiment for silicon processes [Текст] / К. Dadzis [и др.] // Journal of Crystal Growth. — 2016. — Июль. — Т. 445. — С. 90—100. — URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022024816301166>.

84. Effective stirring of liquid metal by a modulated travelling magnetic field [Текст] / G. Losev [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 2019. — Июнь. — Т. 55, № 1/2. — С. 107—114. — URL: <http://www.mhd.sal.lv/contents/2019/1/MG.55.1.13.R.html>.
85. Flow structures arising from melt stirring by means of modulated rotating magnetic fields [Текст] / D. Rübiger [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 2012. — Т. 48, № 1. — С. 213—220.
86. Structure of solidified aluminum melt in crucibles of circular and square cross-sections in reverse regimes of rotating magnetic field [Текст] / S. Y. Khripchenko [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 2019. — Т. 55, № 4. — С. 437—445. — URL: [www.scopus.com](http://www.scopus.com).
87. A Periodically Reversed Flow Driven by a Modulated Traveling Magnetic Field: Part II. Theoretical Model [Текст] / X. Wang [и др.] // Metallurgical and Materials Transactions B. — 2009. — Февр. — Т. 40, № 1. — С. 104—113. — URL: <http://link.springer.com/10.1007/s11663-008-9210-2>.
88. *Oborin, P.* Influence of conventional and reverse travelling magnetic fields on liquid metal stirring in an asymmetric cavity [Текст] / P. Oborin, S. Khripchenko, E. Golbraikh // Magnetohydrodynamics. — 2014. — Т. 50, November. — С. 291—301.
89. Effect of electromagnetic stirring on the ingot structure during semicontinuous casting [Текст] / B. A. Sokunov [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 1977. — Т. 13, № 3. — С. 361—364.
90. Magnetohydrodynamic instability in annular linear induction pump [Текст] / H. Araseki [и др.] // Nuclear Engineering and Design. — 2006. — Май. — Т. 236, № 9. — С. 965—974. — URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0029549305003596>.
91. *Dadzis, K.* Modeling of directional solidification of multicrystalline silicon in a traveling magnetic [Текст] / K. Dadzis // Thesis. — 2012. — November. — С. 1—277.
92. Model experiments and numerical simulations for directional solidification of multicrystalline silicon in a traveling magnetic field [Текст] / K. Dadzis [и др.] // Journal of Crystal Growth. — 2011. — Т. 333, № 1. — С. 7—15.

93. Non-isothermal model experiments and numerical simulations for directional solidification of multicrystalline silicon in a traveling magnetic field [Текст] / K. Dadzis [и др.] // Journal of Crystal Growth. — 2013. — Т. 372. — С. 145—156.
94. *Dropka, N.* Optimization of magnetically driven directional solidification of silicon using artificial neural networks and Gaussian process models [Текст] / N. Dropka, M. Holena // Journal of Crystal Growth. — 2017. — Август. — Т. 471. — С. 53—61. — URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022024817303275>.
95. Numerical modeling of the travelling magnetic field stirrer for liquid lithium [Текст] / E. Shvydkiy [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 2017. — Т. 53, № 4. — С. 707—713.
96. Numerical study of TMF inductor phase shift influence on liquid metal flow in a rectangular cell [Текст] / I. Sokolov [и др.] // Magnetohydrodynamics. — 2021. — Т. 57, № 1. — С. 95—104.
97. *Fortescue, C. L.* Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks [Текст] / C. L. Fortescue // Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. — 1918. — Т. 37, № 2. — С. 1027—1140.
98. *Clarke, E.* Circuit analysis of AC power systems; symmetrical and related components [Текст]. Т. 1 / E. Clarke. — Wiley, 1943.
99. A model for homogenization of solid alloying admixtures in an induction crucible furnace [Текст] / M. Ščepanskis [и др.] // Steel Research International. — 2015. — Т. 86, № 2. — С. 169—174.
100. Assessment of Electromagnetic Stirrer Agitated Liquid Metal Flows by Dynamic Neutron Radiography [Текст] / M. Ščepanskis [и др.] // Metallurgical and Materials Transactions B. — 2017. — Т. 48, № 2. — С. 1045—1054.
101. Solid inclusions in an electromagnetically induced recirculated turbulent flow: Simulation and experiment [Текст] / M. Ščepanskis [и др.] // International Journal of Multiphase Flow. — 2014. — Т. 64. — С. 19—27.



102. *Leenov, D.* Theory of electromagnetophoresis. I. Magnetohydrodynamic forces experienced by spherical and symmetrically oriented cylindrical particles [Текст] / D. Leenov, A. Kolin // The Journal of Chemical Physics. — 1954. — Т. 22, № 4. — С. 683—688.
103. *Shvydkiy, E.* 3D simulation of particle transport in the double-sided travelling magnetic field stirrer [Текст] / E. Shvydkiy, K. Bolotin, I. Sokolov // Magnetohydrodynamics. — 2019. — Т. 55, № 1/2. — С. 185—192.
104. Impurity Distribution in a Two-Sided Electromagnetic Stirrer [Текст] / E. Shvydkii [и др.] // Russian Metallurgy (Metally). — 2019. — Т. 2019, № 6. — С. 570—575.
105. *Shvydkiy, E.* Three-Dimensional Numerical Model of a Double-Sided Electromagnetic Stirrer of a Traveling Magnetic Field [Текст] / E. Shvydkiy, E. Baake // Proceedings - 2019 21st International Conference "Complex Systems: Control and Modeling Problems, CSCMP 2019. 2019—Septe. — 2019. — С. 249—251.
106. *Oborin, P.* Influence of conventional and reverse travelling magnetic fields on liquid metal stirring in an asymmetric cavity [Текст] / P. Oborin, S. Khripchenko, E. Golbraikh // Magnetohydrodynamics. — 2014. — Т. 50, № 3. — С. 291—301.
107. *Оборин, П. А.* Генерация течения жидкого металла и перенос пассивной примеси в прямоугольной полости бегущим магнитным полем [Текст] / П. А. Оборин, С. Ю. Хрипченко // Вычислительная механика сплошных сред. — 2013. — июл. — Т. 6, № 2. — С. 207—213.
108. Thermophysical properties of the liquid Ga–Sn–Zn eutectic alloy [Текст] / A. Dobosz [и др.] // Fluid Phase Equilibria. — 2018. — Т. 465. — С. 1—9. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.fluid.2018.03.001>.
109. COMSOL Multiphysics Reference Manual. Meshing. COMSOL Multiphysics® v. 5.5. COMSOL AB, Stockholm, Sweden. 2019 [Текст]. —
110. *David C. Wilcox.* Turbulence Modeling for CFD [Текст] / David C. Wilcox. — 3rd. — Dcw Industries, Incorporated, 2006. — С. 544.
111. *Processing, S.* Transducers selection guide. [Текст] / S. Processing. — Switzerland.

112. Extension of the k- $\epsilon$  model for the numerical simulation of the melt flow in induction crucible furnaces [Текст] / Е. Вааке [и др.] // Metallurgical and Materials Transactions B. — 1995. — Т. 26, № 3. — С. 529–536.
113. *Das, J. C.* Symmetrical Components Using Matrix Methods [Текст] / J. C. Das // Understanding Symmetrical Components for Power System Modeling. — Hoboken, NJ, USA : John Wiley, Sons, Inc., 12.2016. — С. 1–14. — URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9781119226895.ch1>.
114. The Influence of Liquid–Solid Interface Position and Shape on the Electromagnetic Forcing Parameter During Horizontal Solidification [Текст] / Е. Shvydkiy [и др.] // Metallurgical and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing Science. — 2021.

## Приложение А

### Аппроксимация кривой тангенциальных усилий в среднем сечении кюветы

Основываясь на аппроксимации отдельных составляющих тангенциальных усилий, по выражению 4.6. Как видно, наличествует зависимость тангенциальных усилий от параметров симметричных составляющих токов питания, а также от положения вдоль кюветы.

На рисунке А.1 слева построена звезда векторов фазовых токов питания линейного индуктора  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ , а также симметричных составляющих этих токов  $\dot{I}_0, \dot{I}_1, \dot{I}_2$ , справа – суммарная кривая тангенциальных усилий в среднем сечении кюветы.

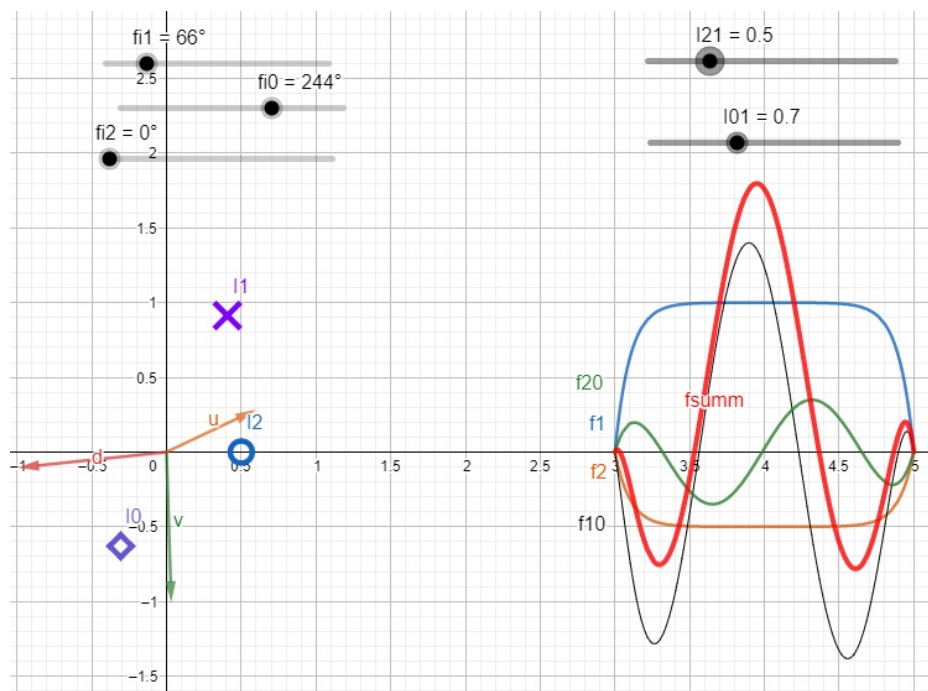


Рисунок А.1 – Внешний вид представления, выполненного в пакете GeoGebra

Для наглядности использовалось представление вида:  $\dot{A} = \sqrt{2}Ae^{i(\omega t + \varphi_A)}$ ,  $A$  – действующее значение комплексной величины,  $\varphi$  – начальный фазовый сдвиг комплексной величины. В качестве переменных использовались следующие переменные:  $I_{21} = \frac{I_2}{I_1}$  – соотношение амплитуд обратной и прямой последовательностей токов питания,  $I_{01} = \frac{I_0}{I_1}$  – соотношение амплитуд обратно и прямой последовательностей токов питания при амплитуде прямой

последовательности  $I_1 = 1$  А; а также переменные  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_0$  – начальный фазовый сдвиг прямой, обратной и нулевой последовательности токов питания соответственно, которые задавали соответственно следующие параметры аппроксимации  $\varphi_{10} = \varphi_1 - \varphi_0, \varphi_{20} = \varphi_2 - \varphi_0$ , которые соответственно представляют разность между фазовыми сдвигами прямой или обратной последовательности токов питания и нулевой.

Такое представление в любом математическом пакете позволяет наглядно оценить тангенциальную составляющую усилий в зависимости от параметров питания. Это, в свою очередь, облегчит задание режимов течений, подготовку эксперимента.