

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого  
Президента России Б. Н. Ельцина»

Институт радиоэлектроники и информационных технологий

Учебно-научный центр «Информационная безопасность»

На правах рукописи

Корелин Иван Андреевич

**Разработка специального математического и алгоритмического  
обеспечения для анализа динамики контрольно-пропускных систем  
объектов проведения массовых мероприятий**

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации  
(информатизация и связь)

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени кандидата  
технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, профессор  
Поршнеv Сергей Владимирович

Екатеринбург – 2021

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

Введение.....	5
Глава 1. Анализ состояния предметной области. Постановка задач исследования.....	12
1.1. Проблемы и подходы к обеспечению безопасности посетителей объектов проведения массовых мероприятий .....	12
1.2. Особенности потоков посетителей футбольных матчей чемпионата России.....	18
1.3. Анализ математических моделей НСМО.....	23
1.4. Анализ характеристик программных инструментов для моделирования НСМО .....	36
1.5. Постановка задач исследования.....	38
Глава 2. Разработка имитационной модели турникета контрольно-пропускной системы объектов проведения массовых мероприятий .....	39
2.1. Математическая модель турникета, обслуживающего потоки посетителей массовых мероприятий.....	39
2.2. Обоснование выбора вида функций, аппроксимирующей зависимость интенсивности потока заявок, поступающих на вход НСМО, от времени .	43
2.3. Алгоритм имитационного моделирования отдельного турникета контрольно-пропускной системы объектов проведения массовых мероприятий .....	52
2.4. Программная реализация алгоритма имитационного моделирования одноканальной НСМО и его верификация.....	56
2.5. Обоснование выбора временного интервала кусочно-постоянной аппроксимации зависимости интенсивности поступления заявок от времени.....	64
2.6. Выводы .....	71

Глава 3. Исследование особенностей функционирования ИКПС объектов проведения массовых мероприятий .....	72
3.1 Обоснование выбора макроскопических количественных показателей, характеризующих процесс функционирования ИКПС.....	72
3.2 Анализ влияния случайной составляющей интенсивности потоков посетителей объектов проведения массовых мероприятий на оценки макроскопических количественных характеристик одноканальной НСМО.....	82
3.3 Исследование влияния политики постановки заявок в очередь на обслуживание на макроскопические характеристики многоканальной НСМО.....	94
3.4 Исследование функционирования ИКПС в режиме свободного прохода посетителей.....	115
3.5 Выводы .....	129
Глава 4. Методики решения задач, возникающих на этапах проектирования и модернизации КПС объектов проведения массовых мероприятий.....	131
4.1. Анализ типичных задач, представляющих практический интерес .....	131
4.2. Оценка макроскопических характеристик при заданных параметрах интенсивностей НСМО .....	133
4.3 Оценка числа турникетов в составе ИКПС при заданных макроскопических характеристиках и интенсивностях поступления и обслуживания .....	138
4.4 Оценка количественных характеристик ИКПС в режиме свободного прохода посетителей.....	146
4.5 Выводы .....	151
Заключение .....	152
Список сокращений .....	155

Список условных обозначений.....	156
Список литературы .....	158
Приложение 1. Сравнительная характеристика ПО.....	164
Приложение 2. Свидетельство о регистрации программы ЭВМ.....	185
Приложение 3. Листинг файла NQS_ModelGetStatistical.m.....	186
Приложение 4. Листинг файла task1.m .....	191
Приложение 5. Листинг файла NQS_GetStatistical.m.....	193
Приложение 6. Листинг файла task2.m .....	194
Приложение 7. Листинг файла task3.m .....	196
Приложение 8. Листинг файла NQS_GetFit.m .....	199
Приложение 9. Рисунки зависимостей .....	200
Приложение 10. Листинг файла task4.m .....	204
Приложение 11. Копии актов об использовании результатов диссертационного исследования .....	206

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** Массовые скопления людей являются неотъемлемой частью жизни любого современного человека. Очереди образуются на входах и выходах в метро, аэропорты, вокзалы, концертные залы, места проведения митингов и шествий, что приводит к массовому скоплению людей, нахождение в которых оказывается, как показывает история, потенциально опасными для их участников. Напомним некоторые трагические события с участием большого количества людей, завершившиеся давкой и массовой гибелью ее участников: давку во время коронации Николая II на Ходынском поле в г. Москва 4 мая 1896 г. (1379 человек убиты и более 900 ранены); давку во время похорон И.В. Сталина 9 мая 1953 г. (данные о количестве жертв отсутствуют или засекречены); давки, возникшие во время проведения футбольных матчей, – Большая спортивная арена Центрального стадиона им. В.И. Ленина, г. Москва, 20 октября 1982 г. (66 погибших); стадион «Хиллсборо», г. Шеффилд, 15 апреля 1989 г. (96 погибших, 766 пострадавших); стадион г. Порт-Саид, Египет, 1 февраля 2012 г. (73 погибших) и др. Таким образом, обеспечение безопасности участников массовых мероприятий и недопущение повторения трагических событий, по-прежнему, остается актуальной задачей.

Сегодня для снижения рисков возникновения нештатных ситуаций на этапе входа участников на объект проведения массовых мероприятий и их выхода с объекта по его окончанию (в первую очередь, футбольные стадионы) используют информационные контрольно-пропускные системы (ИКПС), одним из компонентов которой являются турникеты, обеспечивающие автоматизированную проверку билетов и управление потоками участников. При этом понятно, что проектирование и модернизация подобных систем для объектов проведения массовых мероприятий, предназначенных для размещения нескольких десятков тысяч участников мероприятий, является нетривиальной задачей, в ходе решения которой, исходя из априори ожидаемых количественных характеристик очередей посетителей, необходимо обосновать выбор типа и числа турникетов, мест их размещения. Также отметим, что информация о количественных характеристиках ожидаемых потоков посетителей планируемого массового мероприятия необходима представителям службы безопасности объекта его проведения для превентивной разработки адекватных мер по обеспечению безопасности участников массового мероприятия. Традиционным методом решения обсуждаемых задач являются методы аналогии и масштабирования ранее найденных решений (например, увеличение числа турникетов ИКПС пропорционально увеличению максимальной вместимости объекта

проведения массового мероприятия). Однако выбранные технические решения, полученные на основе использования данных методов, как показывает практика, далеко не всегда оказываются оптимальными. При этом обнаружить их недостатки, которые не позволяют обеспечить требуемый уровень безопасности, удастся только на практике. (Например, недостатки ИКПС стадиона «Лужники», модернизированного в преддверии чемпионата мира по футболу 2018 г., были обнаружены только в ходе проведения футбольного матча между сборными Аргентины и Российской Федерации 11 ноября 2017 г. При этом понятно, что их устранение потребовало дополнительных материальных и финансовых расходов).

В этой связи разработка научно-обоснованных подходов, обеспечивающих принятие правильных технических решений в части выбора технических характеристик турникетов ИКПС и их числа, а также получения оценок количественных показателей потоков посетителей массовых мероприятий, является актуальной задачей.

**Степень проработанности темы.** Анализ особенностей обслуживания очередей в различных технических и социальных системах является предметом исследования теории массового обслуживания (ТМО). С точки зрения ТМО, отдельный турникет, представляет собой одноканальную систему массового обслуживания (СМО), контрольно-пропускная система объекта проведения массовых мероприятий – многоканальную СМО. Так как интенсивность потока заявок на обслуживание изменяется во времени обсуждаемые СМО относятся к классу нестационарных СМО (НСМО). В наиболее общем виде динамика НСМО описывается следующей системой дифференциальных уравнений (СДУ):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda(t)P_0(t) + \mu(t)P_1(t), \\ \dots, \\ \frac{dP_n(t)}{dt} = -(\lambda(t) + n\mu(t))P_n(t) + \lambda(t)P_{n-1}(t) + (n+1)\mu(t)P_{n+1}(t) \text{ при } 0 < n < c(t), \\ \dots, \\ \frac{dP_n(t)}{dt} = -(\lambda(t) + c(t)\mu(t))P_n(t) + \lambda(t)P_{n-1}(t) + c(t)\mu(t)P_{n+1}(t), \text{ при } n \geq c(t), \end{array} \right. \quad (1.1)$$

где  $P_n(t)$  – зависимость вероятности нахождения в системе  $n$  заявок от времени,  $\lambda(t)$  – зависимость интенсивности поступления заявок в систему от времени,  $\mu(t)$  – зависимость интенсивности обслуживания заявок от времени,  $c(t)$  – зависимость числа обслуживающих устройств от времени. Зная решение СДУ (1.1), далее, потенциально, можно перейти от вероятностей  $P_n(t)$  к вычислению ряда макроскопических характеристики НСМО,

например, зависимости числа обслуженных заявок от времени, зависимости длины очереди заявок на обслуживание и т.д.

Однако получить аналитическое решение СДУ (1.1) в общем виде и, соответственно, вычислить количественные показатели НСМО, оказывается невозможно. В этой связи были предприняты попытки нахождения аналитических решений упрощенных СДУ, получаемых из (1.1). Здесь следует отметить Д.Р. Кокса, получившего аналитическое решение (1.1) для случая одноканальной НСМО, которое, однако, использовать на практике оказалось невозможным, поскольку при этом возникает необходимость вычисления бесконечных сумм. Также Г.Г. Сигаловым и А.М. Люперольским, были получены аналитические решения (1.1) для случая, когда НСМО функционирует в недогруженном состоянии, а также предложены их аппроксимации.

Известны работы, авторы которых предпринимали попытки найти численное и численно-аналитическое решение СДУ (1.1) (В.П. Бубнов, В.И. Сафонов, В.А Смагин, Я.Н. Гусеница). Однако из-за имевших место вычислительных трудностей они не были доведены до расчетов количественных показателей НСМО для интенсивностей поступления заявок, аналогичных наблюдаемым на практике.

Свободным от указанных недостатков оказывается подход, основанный на имитационном моделировании НСМО, который использовался в работах П.К. Колесара, Л.В. Грина, Г.М. Томсона, В. Вита и др. Отметим цикл работ С.В. Поршнева и Д.А Якоба, в которых, были построены имитационные модели НСМО и их программные реализации, основанные на использовании статистической информации, собранной на футбольных стадионах во время чемпионата РФ, которые оказывались, однако, не универсальными, привязанными к конкретному набору статистической информации.

**Целью диссертационной работы** является разработка специального математического и алгоритмического обеспечения для анализа динамики контрольно-пропускных систем объектов проведения массовых мероприятий и исследование особенностей функционирования ИКПС объектов проведения массовых мероприятий с целью получения оценок количественных макроскопических показателей НСМО, представляющих практический интерес для разработчиков и владельцев объектов проведения массовых мероприятий, а также служб безопасности данных объектов.

Для достижения поставленной цели сформулированы и решены следующие **основные задачи исследования**:

1. Анализ состояния предметной области.
2. Разработка алгоритма имитационного моделирования НСМО, у которой

интенсивность поступления заявок на вход  $\lambda(t)$  подобна интенсивности потока посетителей объектов проведения массовых мероприятий, и его программная реализация.

3. Исследование особенностей функционирования выбранного типа одноканальных и многоканальных НСМО.

4. Разработка методики решения задач, возникающих на этапах проектирования, эксплуатации и модернизации ИКПС объектов проведения массовых мероприятий с помощью разработанных математических моделей и их программных реализаций.

**Объектом исследования** являются ИКПС объектов проведения массовых мероприятий.

**Предметом исследования** является математическое и программное обеспечение для анализа особенностей функционирования ИКПС объектов проведения массовых мероприятий.

**Научная новизна** полученных результатов заключается в:

- обосновании возможности использования вместо непрерывной функции  $\lambda(t)$  ее кусочно-постоянной аппроксимации, что эквивалентно описанию динамики НСМО на последовательных временных интервалах, длительность которых мала в сравнении с длительностью интервала моделирования, как последовательность состояний стационарной СМО, начальные условия функционирования которой на данном временном интервале совпадают с конечным состоянием СМО на предыдущем временном интервале;
- обосновании совокупности макроскопических показателей, достаточных для описания динамики НСМО, у которой интенсивность поступления заявок на обслуживание  $\lambda(t)$  подобна интенсивности потока посетителей объектов проведения массовых мероприятий;
- нахождении функциональных зависимостей макроскопических показателей НСМО из выбранной совокупности показателей, характеризующих динамику НСМО, от параметров функции  $\lambda(t)$  и энергии случайной составляющей интенсивности поступления заявок на обслуживание;
- доказательстве отсутствия влияния политики выбора посетителем турникета (с наименьшей длиной очереди или случайного турникета) в перегруженном режиме.

**Теоретическая значимость** исследования состоит в обосновании возможности описания динамики НСМО, у которой интенсивность поступления заявок на обслуживание

$\lambda(t)$  подобна интенсивности потока посетителей объектов проведения массовых мероприятий, с помощью набора макроскопических количественных характеристик, стационарных во времени.

**Практическая значимость** работы заключается в разработке:

- алгоритма имитационного моделирования ИКПС, у которой интенсивность поступления заявок на обслуживание  $\lambda(t)$  подобна интенсивности потока посетителей объектов проведения массовых мероприятий, и его программной реализации;
- методических рекомендаций по использованию разработанного программного инструмента для оценивания макроскопических показателей динамики НСМО на этапах проектирования ИКПС и подготовке к проведению массового мероприятия;
- научно-обоснованных рекомендаций для посетителей массовых мероприятий о том, как целесообразно вести себя после его окончания при выходе с объекта.

**Методы исследования.** Для решения задач исследования в работе использованы методы теории массового обслуживания, непараметрической математической статистики, компьютерного моделирования.

**Положения, выносимые на защиту:**

- динамика изученных НСМО эквивалентна динамике множества СМО, функционирующих на последовательных временных интервалах, длительность которых мала в сравнении с длительностью интервала моделирования, а начальные условия функционирования СМО на данном временном интервале совпадают с конечным состоянием СМО на предыдущем временном интервале;
- для описания динамики НСМО, у которой интенсивность поступления заявок на обслуживание на временном интервале  $[T_1, T_2]$  монотонно возрастает от нуля до максимального значения  $\lambda_{\max}$ , и далее на временном интервале  $[T_2, T_3]$  убывает от  $\lambda_{\max}$  до нуля, достаточно использовать следующий набор макроскопических показателей: максимальную длину очереди –  $L_{\max}$ , максимальную длительность ожидания в очереди –  $\tau_{\max}^w$ , момент времени, в который длина очереди достигает максимальной длины –  $t_{L_{\max}}$ , момент времени, в который время ожидания в очереди оказывается максимальным –  $t_{\tau_{\max}^w}$ , число обслуженных к моменту начала массового мероприятия заявок –  $N_0$ , время, затраченное на обслуживание всех заявок –  $T_{All}$ ;

– политика выбора турникета в зависимости от длины очереди на обслуживание влияет на макроскопические характеристики НСМО при ее функционировании в недогруженном режиме (когда относительная пропускная способность  $\rho = \lambda/\mu < 1$ ), в то время как в перегруженном режиме работы ( $\rho = \lambda/\mu > 1$ ) влияние данной политики на макроскопические характеристики НСМО при различных политиках выбора очереди незначительно.

**Достоверность полученных результатов** подтверждается использованием адекватных методов анализа первичной информации; непротиворечивостью количественных характеристик, получаемых в работе программной библиотеки, и аналитических расчетов, полученных для стационарных СМО; согласованностью выбранных макроскопических характеристик с зависимостями количественных характеристик функционирования НСМО от времени. Дополнительно достоверность основных результатов работы аргументируется их апробацией на конференциях, а также публикациями в рецензируемых журналах.

**Внедрение результатов диссертационного исследования.** Результаты диссертационного исследования используются в ФГАОУ ВО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», Екатеринбург, Россия (акт об использовании результатов от 16.10.2020); в ПАО «Сбербанк России», Москва, Россия (акт об использовании результатов от 18.08.2020); в ООО «Институт информационных датчиков и технологий», Екатеринбург, Россия (акт об использовании результатов от 14.10.2020).

**Апробация работы.** Материалы работы докладывались на следующих научных конференциях: 26-я международная крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМИКО'2016) Севастополь, 04-10 сентября 2016 г.; межвузовская школа-семинар «Задачи системного анализа, управления и обработка информации» 14 февраля 2017; Межведомственная научно-практическая конференция «Специальные информационные технологии», 19 апреля 2017, Москва, Россия; XI International scientific and technical conference «Applied Mechanics and Dynamics Systems» 14–16 November 2017, Omsk, Russian Federation; Международная конференция «Информационные технологии в промышленности и производстве» 15 февраля 2018, Томск, Россия; Международная научно-практическая конференция «Средства обеспечения безопасности массовых мероприятий», 19 апреля 2018, Москва, Россия; The First International Conference on Physics, Mathematics and Statistics (ICPMS2018) 12–14 May 2018, Shanghai, China; XII Международной конференции «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур» (ICAM 2018), Россия, пос. Катунь, 04-08 июня 2018 г.; II

Международной конференции «Прикладная физика, информационные технологии и инжиниринг» (АРИТЕСН-II – 2020), Россия, г. Красноярск.

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 14 научных работах, в том числе 9 статей опубликованных в рецензируемых научных журналах определенных ВАК РФ и аттестационным советом УрФУ, из них 6 в изданиях входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования WoS и Scopus; свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ; 4 статьи в других изданиях.

**Личный вклад автора** состоит в проведении анализа состояния предметной области, формулировке цели и задач исследования, обосновании алгоритма имитационного моделирования изученной НСМО, и его программной реализации, а также проведении исследований динамики данной НСМО.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы из 67 наименований, 11 приложений, содержит 95 рисунков (без приложений) и 14 таблиц (без приложений). Основной текст работы составляет 152 страницы, общий объем – 203 страницы.

## ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ

### 1.1. Проблемы и подходы к обеспечению безопасности посетителей объектов проведения массовых мероприятий

Неотъемлемой частью жизни современного человека является участие в различных массовых мероприятиях (митингах, концертах, собраниях, выступлениях и др.), отличительная особенность которых состоит в одновременном нахождении большого числа людей в ограниченной области пространства. Процедура проведения любого массового мероприятия, состоит из трех этапов.

1. Этап заполнения объекта проведения массовых мероприятий посетителями.
2. Этап собственно массового мероприятия.
3. Этап выхода посетителя с объекта проведения массового мероприятия по его окончании.

При этом в связи с конечной пропускной способностью технических устройств, обеспечивающих вход на объект проведения массовых мероприятий, на этапе 1 и этапе 3 возможно образование очередей посетителей, которые в ряде случаев могут оказаться весьма значительными (рис. 1). Аналогичные ситуации могут возникать и в метро, аэропортах, железнодорожных вокзалах (см. рис. 1.2). При этом каждый из их участников, несмотря на порой кажущуюся обыденность и безопасность данных мероприятий, в связи с принципиальной невозможностью исключения внештатных ситуаций, потенциально, подвергает себя серьезным рискам, связанными с угрозами собственному здоровью и даже жизни (Рис. 1.3.).



Рисунок 1.1. Очередь посетителей концерта группы «Алиса», проходившего 13.04.2018 в киноконцертном театре «Космос», г. Екатеринбург



А)



Б)



В)



Г)

Рисунок 1.2. Пассажиропотоки в метрополитене г. Шанхай, КНР, 14.05.2018:

- а) проход к эскалаторам; б) проход через рамку металлодетектора и интроскоп; в) выход из вагона  
г) временно используемые ограничители движения потоков людей



Рисунок 1.3. Трагедия на футбольном стадионе в г. Шеффилд, Шотландия Рисунок

Здесь уместно напомнить о том, что одним из наиболее зрелищных и, одновременно, потенциально опасных видов массовых мероприятий являются футбольные матчи, в первую очередь, из-за особого, трудно предсказуемого поведения болельщиков. Список

происшествий на футбольных стадионах насчитывает не один десяток крупных трагедий. В их число входит самая крупная в истории СССР и РФ массовая давка с человеческими жертвами, произошедшая на Большой спортивной арене (БСА) Центрального стадиона им. В.И. Ленина в г. Москва, называемая «трагедией в Лужниках», которая произошла 20 октября 1982 г. По официальным сведениям, она унесла жизни 66 человек. Аналогичная ситуация возникла в английском городе Шеффилде 15 апреля 1989 г. на стадионе «Хиллсборо». Здесь в массовой давке во время полуфинального матча Кубка Англии по футболу между клубами «Ноттингем Форест» и «Ливерпуль» погибли 96 болельщиков, а также получили ранения разной степени тяжести 766 человек (рис. 1.3). Еще один инцидент, унесший жизни 73 человек, произошел 1 февраля 2012 г. в египетском городе Порт-Саид во время футбольного матча между клубом «Аль-Масри» и командой «Аль-Ахли». Таким образом, задача обеспечения безопасности участников массовых мероприятий по-прежнему остается актуальной.

Необходимо отметить, что в последнее время в Российской Федерации (РФ) проводились и проводятся большое количество крупных внутригосударственных (культурных, спортивных, религиозных и др.), а также международных мероприятий (как единовременных, так и на постоянной основе) с участием большого количества посетителей, например:

- всемирная летняя универсиада в Казани (июль 2013 г.);
  - чемпионат мира по легкой атлетике в Москве (август 2013 г.);
  - российский этап чемпионата мира по автогонкам в классе машин «Формула-1», с 2014 г. проводимый на регулярной основе в г. Сочи;
  - XXI Олимпийские зимние игры и XI Паралимпийские зимние игры, проходившие в 2014 г. на территории г. Сочи;
  - 80-й чемпионат мира по хоккею (май 2016 г.);
  - Кубок конфедераций FIFA, проводившийся в 2017 году на стадионах четырех городов Российской Федерации (Москва, Санкт-Петербург, Казань и Сочи);
  - чемпионат мира по футболу FIFA 2018 г. (июнь — июль 2018 г.);
  - XXIX Всемирная зимняя универсиада в г. Красноярске (март 2019 г.);
  - Санкт-Петербургский международный экономический форум;
  - Международный военно-морской салон «МВМС-2017» в г. Санкт-Петербурге;
  - Международный авиационно-космический салон (МАКС) в г. Жуковский;
  - Международная выставка вооружений Russia Expo Arms (Нижний Тагил, с 2017 г. – Московская область);
  - Международная промышленная выставка Иннопром, г. Екатеринбург
- и др.

Обеспечение безопасности при проведении массовых мероприятий российского уровня является одной из основных задач патрульно-постовой службы полиции. Массовые мероприятия международного уровня также курируются и другими правоохранительными службами, отвечающими за противопожарную, антитеррористическую, конструкционную и другие стороны безопасности массовых мероприятий.

Задача обеспечения безопасности участников массовых мероприятий, в свою очередь, декомпозируется на совокупность взаимоувязанных, согласованных по целям, месту и времени организационных, материально-технических задач (мероприятий), решаемых подразделениями органов внутренних дел РФ и другими уполномоченными государственными службами РФ [1]. Каждая из данного комплекса задач решается в различные моменты времени относительно момента  $T_2$  – время начала события. Среди них можно выделить:

- задачи, решаемые на этапе проектирования и модернизации объекта проведения массовых мероприятий (выбор числа подъездов, расположения входов, количество автоматических турникетов, число сканирующих багаж аппаратов, тип и количество стационарных средств ограждения, в том числе противотаранных устройств и т.д.);

- задачи, решаемые заблаговременно до момента  $T_2$  (командирование и размещение сотрудников правоохранительных служб к месту проведения массового мероприятия, планирование расписания смен дежурств, оценка необходимого числа сотрудников в непосредственной близости от места проведения мероприятия, установка временных ограждений);

- задачи, решаемые непосредственно в момент проведения события (принятие решений об использовании дополнительных пропускных пунктов с ручными сканерами билетов и металлодетекторами, групп быстрого реагирования, обеспечение бесперебойной связи, противодействия нелегальным беспилотным летательным аппаратам, сетевым атакам на критическую информационную инфраструктуру и т.д.).

Все технические средства (ТС), используемые для обеспечения безопасности при проведении массовых мероприятиях, можно разделить по их назначению на следующие категории:

- 1) ТС, обеспечивающие безопасность участников массовых мероприятий;
  - 2) ТС, обеспечивающие безопасность сотрудников правоохранительных органов;
  - 3) ТС, обеспечивающие сохранность имущества владельцев объектов проведения массовых мероприятий,
- по их функционалу на:

- 1) ТС, обеспечивающие организацию движения потоков людей (разделители направлений потоков движения масс людей, системы распознавания лиц, информационные контрольно-пропускные системы, лифты, траволаторы, эскалаторы и т.д.);
- 2) ТС, обеспечивающие организацию безопасного движения автотранспорта (светофоры, шлагбаумы, ворота, сканеры автотранспорта, противотаранные устройства, барьеры, временные знаки, регулировщики и т.д.);
- 3) ТС, предназначенные для недопущения проноса/провоза в места проведения мероприятий запрещенных предметов и веществ (интроскопы, металлодетекторы, рентгеновские комплексы, нелинейные локаторы, обнаружители взрывчатых веществ);
- 4) ТС, обеспечивающие локализацию обнаруженных опасных предметов (роботизированные комплексы, блокираторы взрывных устройств, контейнеры для локализации опасных предметов и т.д.);
- 5) ТС оповещения и видеонаблюдения (системы оповещения, громкоговорители, системы анализа динамичных сцен, системы интеллектуального видеонаблюдения);
- 6) ТС обнаружения, подавления или разрушения беспилотных летательных аппаратов (средства радиоэлектронной борьбы, системы ПВО);
- 7) ТС пожаротушения (системы пожарной сигнализации, огнетушители, системы автоматического пожаротушения и т.д.);
- 8) ТС предотвращения атак на объекты критической информационной инфраструктуры объектов проведения массовых мероприятий.

Как показывает анализ накопленного мирового опыта проведения подобных мероприятий [2-4], существенно снизить риски возникновения нештатных ситуаций на объекте контроля удастся за счет использования программно-аппаратных комплексов – информационных контрольно-пропускных систем (ИКПС), основными функциями которых являются [5]:

1. Организация потоков людей на входах, выходах, внутри объекта.
2. Управление разграничениями доступа.
3. Сопровождение и контроль процесса прохода.
4. Мониторинг текущего состояния системы, получение своевременных, актуальных и достоверных показателей ее работы в режиме реального времени.
5. Накопление и дальнейший анализ статистических данных для принятия организационных и управленческих решений.

Принимая во внимание важность задач, решаемых ИКПС, а также необходимость обеспечения правильности ее работы в процессе мониторинга и выявления потенциальных рисков возникновения нештатных ситуаций в ходе проведения массовых мероприятий, понятно, что проектирование и модернизация подобных систем оказываются

нетривиальными задачами. Для нахождения их правильного решения (в том числе, выбора технических характеристик неотъемлемого элемента ИКПС – турникета, собственно, обеспечивающего доступ посетителей на объект проведения массовых мероприятий, а также числа турникетов и их размещения по периметру объекта) необходимо обеспечить разработчиков ИКПС информацией о влиянии технических характеристик турникетов и геометрии их размещения на количественные характеристики потоков посетителей объекта проведения массовых мероприятий, понятной проектировщикам. Отметим, что данная информация также обеспечит получение объективных оценок количества привлекаемых сотрудников правоохранительных органов, обеспечивающих безопасность участников массового мероприятия.

Таким образом, проблема количественного описания динамики потоков посетителей объектов проведения массовых мероприятий (как в штатных, так и нештатных ситуациях) является актуальной.

Для решения данной проблемы, принимая во внимание накопленный опыт проектирования различных информационно-управляющих систем [3, 6-9], представляется целесообразным разработать специальное математическое и алгоритмическое обеспечение для анализа динамики ИКПС объектов проведения массовых мероприятий, а также их программные реализации и провести исследование особенностей функционирования ИКПС с целью получения оценок количественных макроскопических показателей НСМО, представляющих практический интерес для разработчиков и владельцев объектов проведения массовых мероприятий, а также служб безопасности данных объектов.

## 1.2. Особенности потоков посетителей футбольных матчей чемпионата России

Анализ накопленного мирового опыта [10,11] показывает, что существенно снизить риски, связанные с возникновением нештатных ситуаций при проведении массовых мероприятий, удастся за счет использования информационных контрольно-пропускных систем (ИКПС), которые адаптированы (по числу турникетов, их размещению и объединению в группы, техническим характеристикам турникетов и др.) к особенностям потоков посетителей данного объекта.

Одна из попыток исследования особенностей потоков посетителей массовых мероприятий была предпринята в [12]. Здесь была использована статистика, собранная во время проведения 14-ти футбольных матчей, состоявшихся в 2012-2013 гг. на различных российских стадионах, в том числе на: Центральном стадионе г. Екатеринбурга вместимостью 27 000 человек зрителей, стадионе «Петровский» г. Санкт-Петербурга, вместимостью 21 405 зрителей, на стадионе «Металлург» г. Самары вместимостью 33 001 зрителей. Схемы ИКПС данных стадионов представлены на рис. 1.4–1.6.

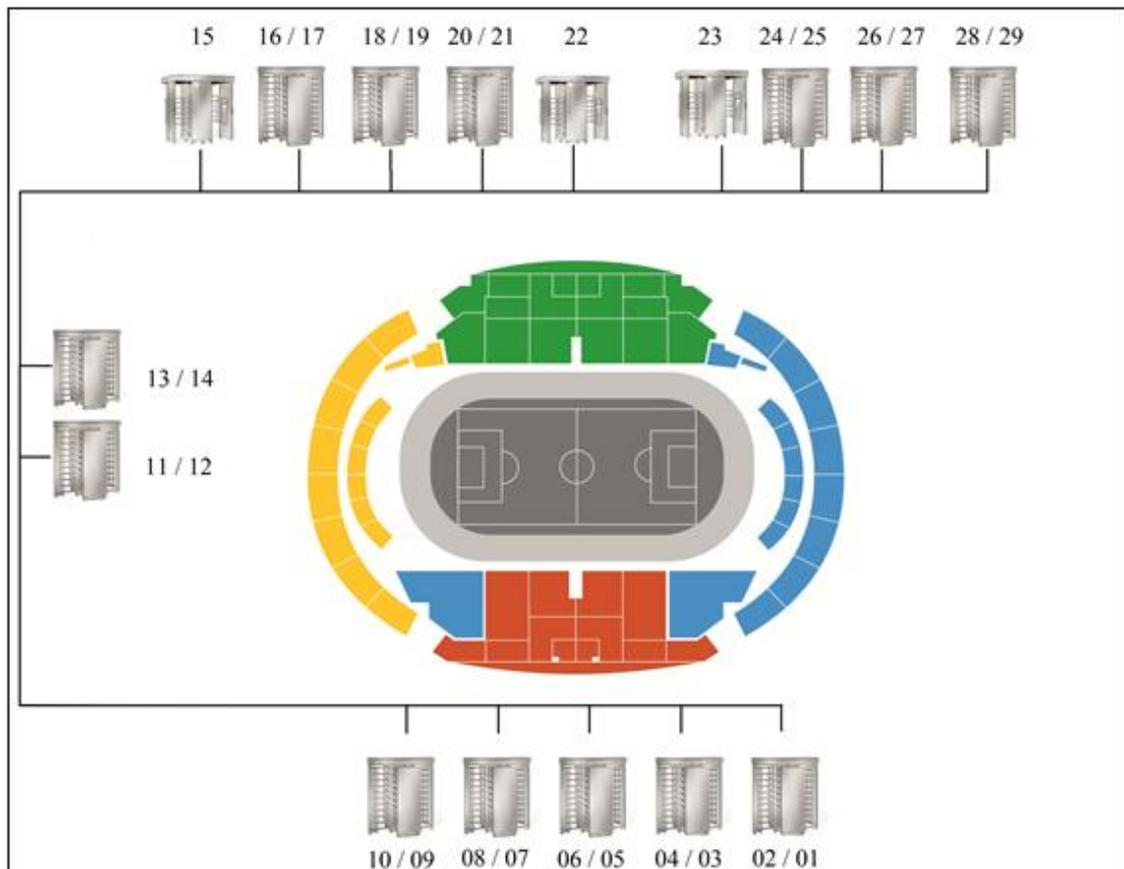


Рис. 1.4 ИКПС Центрального стадиона, г. Екатеринбург [12]

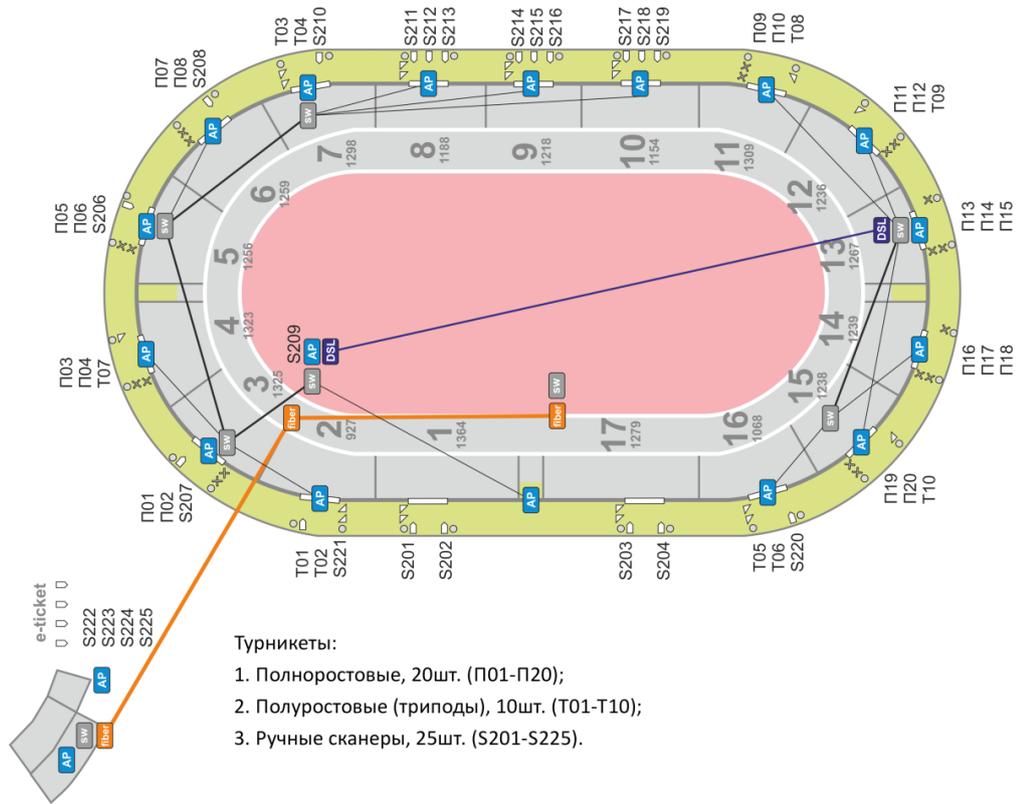


Рис. 1.5. ИКПС стадиона «Петровский», г. Санкт-Петербург [12]



Рис. 1.6. ИКПС стадиона «Металлург», г. Самара [12]

Информация о данных мероприятиях представлена в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Футбольные матчи, использованные в качестве источников статистической информации

№ мероприятия	Дата проведения	Место проведения	Название	Количество зрителей
1	2	3	4	5
1.	09.07.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «Петротрест»	3439
2.	16.07.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «Енисей»	3688
3.	31.07.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «СКА-Энергия»	3011
4.	13.08.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «Торпедо»	2887
5.	22.08.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «Салют»	2473
6.	06.09.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между молодежными сборными России и Польши	13105
7.	10.09.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между молодежными сборными России и Молдавии	9738
8.	17.09.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «Химки»	1220
9.	27.09.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «Анжи»	19402
10.	02.10.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «Уфа»	1129
11.	14.10.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «Нефтехимик»	1880
12.	16.10.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между молодежными сборными России и Чехии	14638
13.	30.10.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «Металлург-Кузбасс»	1457
14.	12.11.2012	Центральный стадион, г. Екатеринбург	Матч между футбольными клубами «Урал» и «Спартак Нальчик»	1708
15.	05.05.2013	Стадион «Металлург», г. Самара	Матч между футбольными клубами «Крылья Советов» и «Динамо»	6895
16.	20.04.2013	Стадион «Металлург», г. Самара	Матч между футбольными клубами «Крылья Советов» и «Алания»	9002
17.	04.05.2013	Стадион «Петровский», г. Санкт-Петербург	Матч между футбольными клубами «Зенит» и «Алания»	15718
18.	08.05.2013	Стадион «Петровский», г. Санкт-Петербург	Матч между футбольными клубами «Зенит» и «Анжи»	18788

Из таблицы 1.1 видно, что число болельщиков на данных футбольных матчах было различным. Оно варьировалось в широком диапазоне от 1129 (матч «Урал» – «Уфа», Центральный стадион, г. Екатеринбург, 02.10.2012) до 19402 человек (матч «Урал» – «Анжи», Центральный стадион, г. Екатеринбург, 27.09.2012). В этой связи рассмотрим зависимости числа вошедших посетителей от времени, нормированные на соответствующее количество зрителей данного футбольного матча (рис. 1.7).

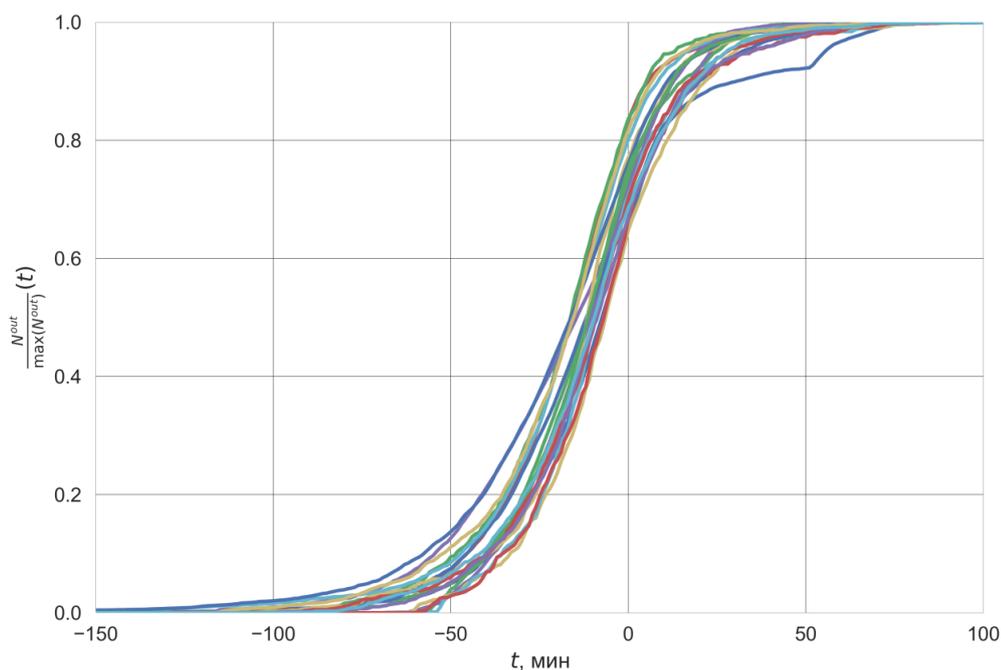


Рис. 1.7. Зависимость нормированного числа вошедших посетителей от времени

Из рисунка 1.7. видно, что у данных зависимостей (вне зависимости от стадиона и размещения турникетов) имеются общие закономерности: к моменту начала футбольного матча на стадионе оказываются от 65 до 85 % посетителей, через 30-40 минут после начала события дальнейшего увеличения количества посетителей не происходит.

Также рассмотрим зависимость относительной интенсивности попыток прохода на стадион от времени, которая вычисляется, как отношение «мгновенной» интенсивности поступления посетителей данного футбольного матча на стадион к максимальной интенсивности поступления посетителей на стадион.

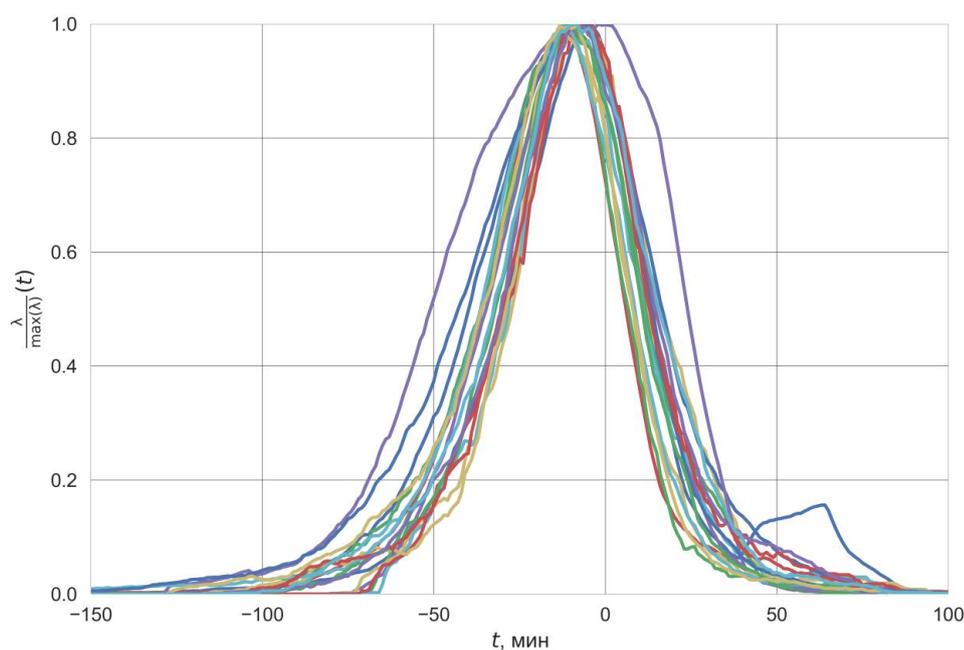


Рис. 1.8. Зависимость относительной интенсивности поступления посетителей на стадион от времени

Из рисунка 1.8. видно, что интенсивность поступления посетителей на матч увеличивается примерно за 2 часа до начала матча от минимального до максимального значения, которого достигает примерно за 10-15 мин до начала события, после начала футбольного матча примерно в течение 15-30 мин интенсивность уменьшается практически до нулевого значения. Отметим, что описанные особенности потоков посетителей не зависят от конкретного стадиона и числа турникетов. При этом из физических соображений следует, что аналогичными свойствами обладают обсуждаемые зависимости и при проведении и других массовых мероприятий.

Таким образом, результаты исследования особенностей функционирования нестационарных систем массового обслуживания, на вход которых поступает поток заявок, у которого интенсивность поступления заявок во времени изменяется аналогично описанному выше, при соответствующем масштабировании могут быть использованы при оценивании количественных характеристик различных КПС различных объектов проведения массовых мероприятий. В этой связи разработка математических моделей НСМО, обсуждаемых в следующем разделе, и, при необходимости, их программных реализаций представляет как научный, так и практический интерес.

### 1.3. Анализ математических моделей НСМО

Поведение систем массового обслуживания (в том числе и нестационарных СМО) с известными параметрами можно изучать, используя следующую систему дифференциальных уравнений (СДУ), описывающую динамику НСМО, описанную, например в [13-16]). Также отметим работы [17] и [18], в которых дано теоретическое обоснование СОДУ (1.1).

Зная решение (1.1), далее можно вычислить значения количественных показателей НСМО (длины очереди, времени ожидания в очереди, числа обслуженных заявок и т.д.), как средних (вычисляемых на временном интервале наблюдения за НСМО), так и зависимости, описывающие изменение выбранных показателей во времени. Классификация известных подходов, используемых для вычисления количественных характеристик НСМО представлена на рис. 1.9.

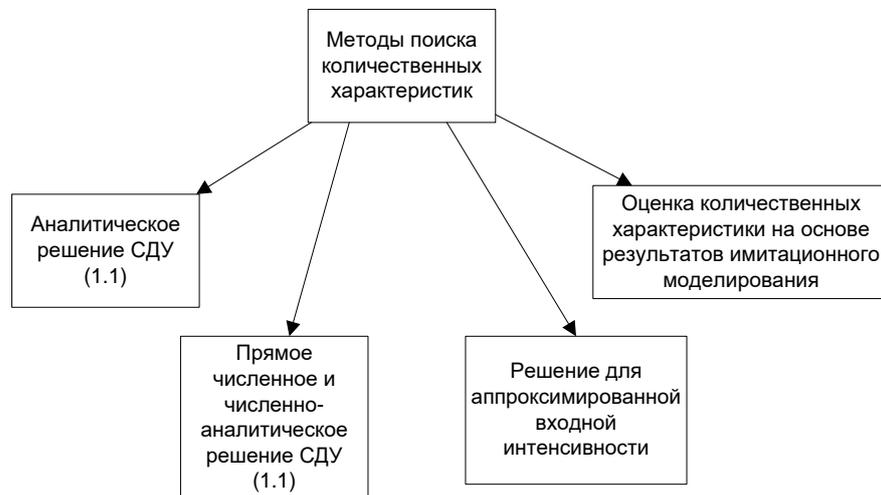


Рисунок 1.9. Классификация методов оценки количественных характеристик НСМО

Аналитические решения СОДУ (1.1) удалось найти только для нескольких частных случаев, например, для одноканальной НСМО [19]:

$$P_n(t) = \rho^{\frac{n-N}{2}} e^{-(1+\rho)t} [I_{N-n}(2t\sqrt{\rho}) + \rho^{\frac{-1}{2}} I_{n+N+1}(2t\sqrt{\rho}) + (1-\rho) \sum_{j=2}^{\infty} \rho^{\frac{-j}{2}} I_{n+N+k}(2t\sqrt{\rho})] \quad (1.2)$$

где  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ ,  $N$  – число заявок в очереди на момент времени  $t=0$ ,  $I_j(\cdot)$  – функция Бесселя

много аргумента  $j$ -ого порядка. Используя данные решения, были получены выражения, описывающие зависимости количественных характеристики НСМО от времени, например,

зависимость среднего числа заявок  $q(t) = \sum_{i=1}^N i \cdot P_i(t)$  от времени, и показано,  $q(t)$  является

решением ДУ:

$$\frac{dq(t)}{dt} = \lambda(t)(1 - P_n(t)) - \mu(t)(1 - P_0(t)). \quad (1.3)$$

Для случая  $n = \infty$ ,  $P_n(t) = 0$ , достаточно знать зависимость  $P_0(t)$ , которая вычисляется по формуле:

$$P_0(t) = e^{-(1+\rho)s} [I_0(as) + \rho^{-1} I_1(as) + (1-\rho) \sum_{j=2}^{\infty} \rho^{-j} I_j(as)] \quad (1.4)$$

где  $s = \mu t$ ,  $a = 2\sqrt{\rho}$ ,  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ .

Однако обсуждаемое решение не получило широкого использования на практике, так как при его использовании возникает необходимость вычисления бесконечных сумм [20]. Для устранения отмеченного недостатка были предложены те или иные аппроксимации

(1.2), (1.4) (см., например, [21,22]), например, в [22] для частного случая, когда  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} \approx 1$ ,

предложено аппроксимировать (1.4) следующей регрессионной зависимостью:

$$P_0(t) = \frac{(1-x)^d}{(1+q)^d} - cx^a(x-0.5)(1-x)^b, \quad (1.5)$$

где  $a = e^{-0.013n}$ ,  $b = 0,7n^{0,4}$ ,  $c = e^{-0,04n}$ ,  $d = \frac{\ln(n+1)}{\ln(n+2)}$ ,  $x = \frac{q}{N}$ .

Отметим, что данный подход, основанный на использовании тех или зависимостей, аппроксимирующих (1.2)–(1.4), даже для некоторых частных случаев не был доведен до аналитических формул, описывающих зависимости изменения количественных показателей одноканальной НСМО от времени и, соответственно, получения оценок макроскопических характеристик данной НСМО, таких как максимальная длина очереди, время наступления максимальной длины очереди, диапазон изменения среднего числа заявок и других.

Также были получены аналитические выражения, описывающие зависимости  $P_n(t)$  для СМО класса  $M/M/c$ , для случая, когда число обслуживающих устройств не превосходит 4 ( $c \leq 4$ ), а  $\lambda = \mu = \text{const}$  [23], которые, однако, нельзя использовать для описания НСМО.

Таким образом, на сегодняшний день аналитических решений СДУ (1.1), обеспечивающих вычисление макроскопических характеристик НСМО при заданных зависимостях  $\lambda(t)$ ,  $\mu(t)$ ,  $c(t)$  не найдено.

Известны попытки найти численные решения СДУ (1.1) ([24,25]), которые, однако, потребовали, особенно для НСМО с высокой нагрузкой, больших вычислительных затрат в [26].

Эффективным оказался подход, предложенный в [27], развитый далее в [28], который не требует нахождения решения СДУ (1.1) и позволяет сразу перейти к вычислению количественных характеристик НСМО. Здесь НСМО описывается в непрерывном времени множеством состояний вложенной Марковской цепи, которые характеризуются числом запросов  $i$ ,  $i = \overline{0, N}$ , ожидающих обслуживания на входе в систему, и числом обслуженных запросов  $j$ ,  $j = \overline{0, N}$ . При этом полагается, что временные интервалы между моментами поступления запросов на обслуживание являются случайными числами с экспоненциальными законами распределений с интенсивностями  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ , где  $\lambda_i$  – интенсивность поступления в НСМО  $i$ -ой заявки,  $i = \overline{1, N}$ , а каждая из заявок обслуживается с соответствующей интенсивностью  $\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N\}$ . Пример графа состояний НСМО при использовании данного подхода представлен на рис. 1.10.

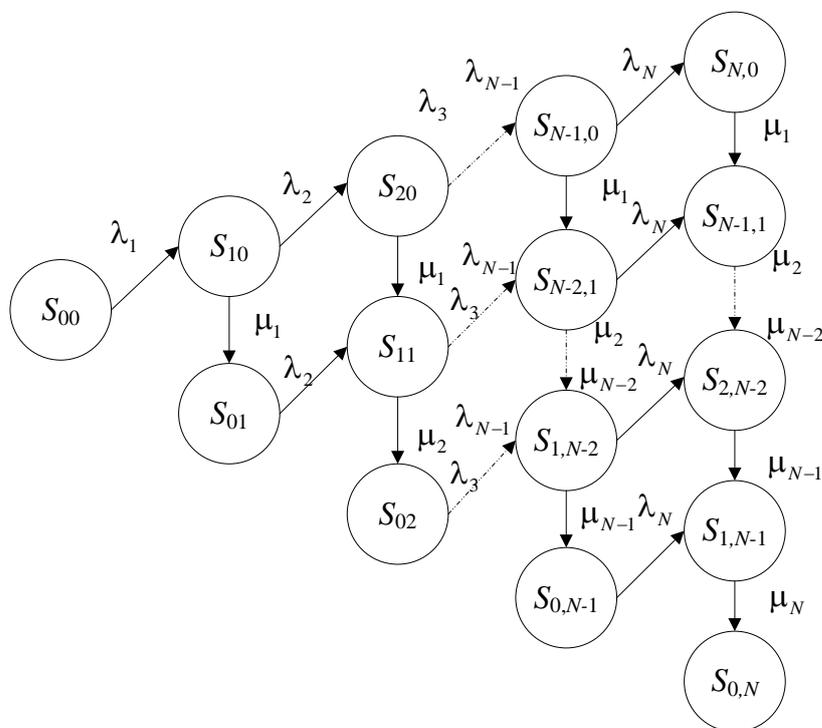


Рисунок 1.10. Граф состояний НСМО

Из рисунка 1.10 видно, что вероятности  $P_{i,j}(t)$  нахождения системы в состояниях  $S_{i,j}$  являются решением следующей СДУ:

$$\frac{dP_{i,j}(t)}{dt} = \theta(i)(P_{i-1,j}(t)\lambda_{i+j} - P_{i,j}(t)\mu_{j+1}) + \theta(j)P_{i+1,j-1}(t)\mu_j - \theta(N-i-j)P_{i,j}(t)\lambda_{i+j+1} \quad (1.6)$$

где  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, N}$ ,

$\theta(t)$  – функция Хэвисайда:

$$\theta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0, \end{cases} \quad (1.7)$$

с начальными условиями

$$P_{i,j}(0) = 1 - \theta(i + j) \quad (1.8)$$

В [27] были найдены решения СДУ (1.6) для случая, когда число поступивших на обслуживание заявок  $N = 20$ . Вычислены зависимости количественных характеристик НСМО от времени (рис. 1.11-1.13), при поступлении заявок с постоянной интенсивностью  $\lambda_1 = 0,04$  запроса/с, интенсивностью обслуживания первых десяти заявок  $\mu_1 = 0,02$  запроса/с и оставшихся десяти заявок с интенсивностью обслуживания  $\mu_2 = 0,08$  запроса/сек (медленное начало), а также интенсивностью обслуживания первых десяти заявок  $\mu_1 = 0,08$  запроса/с и оставшихся десяти заявок интенсивностью обслуживания  $\mu_2 = 0,02$  запроса/с (быстрое начало).

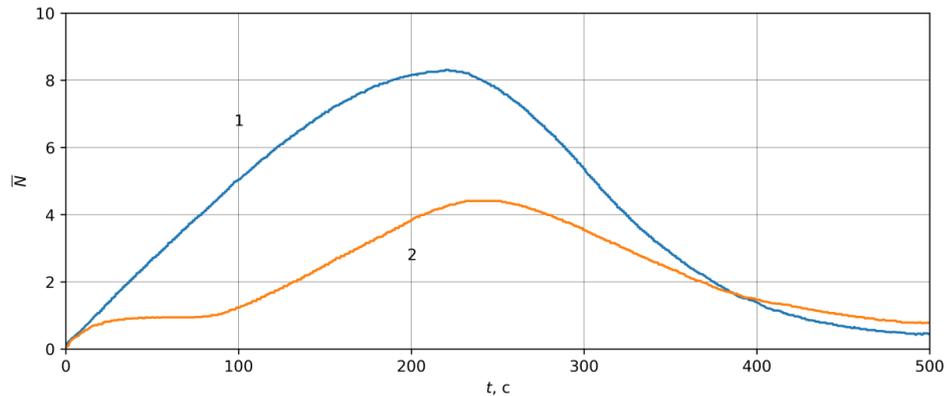


Рисунок 1.11. НСМО  $M/M/1/\infty$ . Зависимость среднего числа заявок от времени:

1 – медленное начало; 2 – быстрое начало

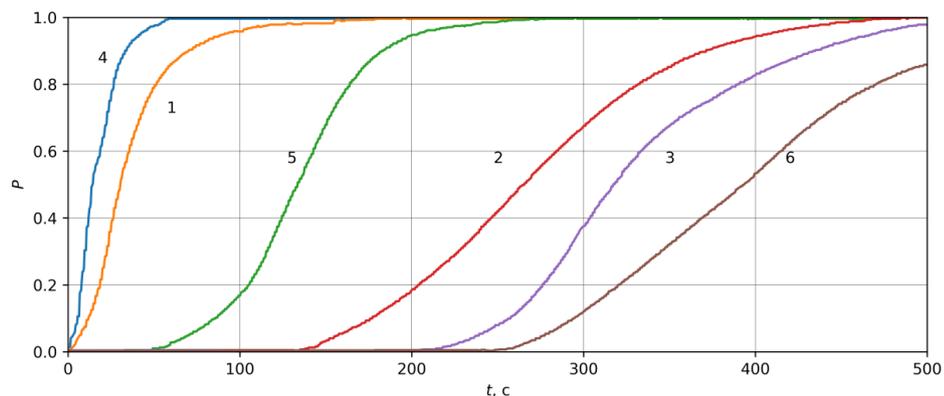


Рисунок 1.12. НСМО  $M/M/1/\infty$ . Зависимость вероятности обслуживания от времени: 1 – одного запроса (медленное начало); 2 – 10 запросов (медленное начало); 3 – двадцати запросов (медленное начало); 4 – одного запроса (быстрое начало); 5 – 10 запросов (быстрое начало); 6 – двадцати запросов (быстрое начало)

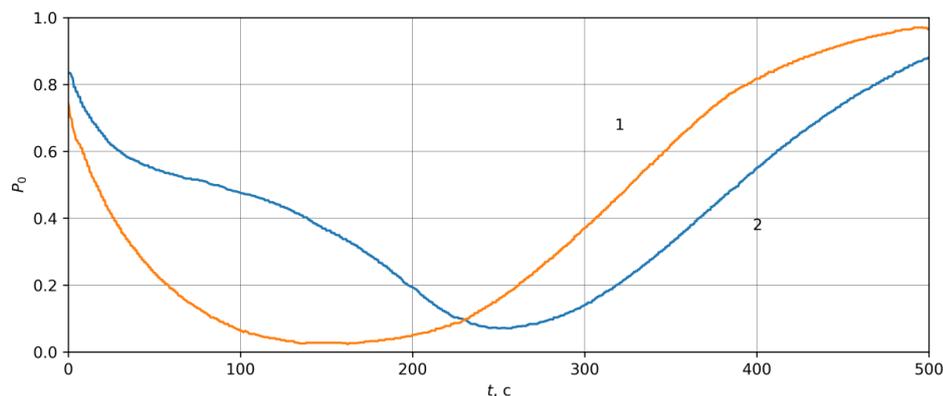


Рисунок 1.13. НСМО  $M/M/1/\infty$ . Зависимость вероятности свободного состояния НСМО от времени: 1 – медленное начало; 2 – быстрое начало

Однако обсуждаемому подходу также присущ ряд недостатков.

1. Необходимость задания в табличном виде интенсивности поступления каждой заявки – величины, физический смысл которой для инженеров-проектировщиков оказывается далеко неочевидным, в то время как основной характеристикой входного потока событий является мгновенная плотность потока  $\lambda(t)$ , определяемая как предел отношения среднего числа событий на участке времени  $(t, t+\Delta t)$ , к длине этого участка, при условии, что длина участка стремится к нулю:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M(t+\Delta t) - M(t)}{\Delta t} = \frac{dM(t)}{dt} \quad (1.9)$$

где  $M(t)$  – математическое ожидание числа поступивших заявок на временном интервале  $[t, t+\Delta t]$ .

Отметим очевидную противоречивость обсуждаемой величины, действительно, факт задания интенсивности поступления для номера заявки отнюдь не означает, что в момент времени  $t$  данная заявка поступит в НСМО.

2. Быстрое увеличение числа уравнений в СДУ (1.6) при увеличении числа заявок на обслуживание, поступающих в НСМО. Например, уже при 100 заявках число уравнений СДУ составит 5151 уравнение [29]), в то время как число посетителей футбольных матчей может достигать десятки тысяч человек. В этой ситуации можно прогнозировать возникновение вычислительных сложностей при нахождении численных решений СДУ (1.6).

3. С точки зрения как проектировщиков ИКПС, так и сотрудников служб безопасности и владельцев стадионов, вычисляемые макроскопические характеристики (вероятность обслуживания  $N$  заявок, вероятность свободного состояния НСМО) не представляют практического интереса.

Следует отметить одну из первых работ, в которой, де-факто, было предложено использовать кусочно-постоянную аппроксимацию зависимости  $\lambda(t)$  [30]. Автор предложил для описания НСМО использовать понятие «ведущей функции»  $\Lambda(a,b)$ :

$$\Lambda(a,b) = \int_a^b \lambda(t) dt, \quad (1.10)$$

которая, по смыслу, представляет собой число заявок на обслуживание, поступивших на временном интервале  $[a,b]$ , интенсивность поступления которых описывается функцией  $\lambda(t)$ , а собственно НСМО на данном временном интервале рассматривается как стационарная СМО. Однако в [30] предложенный подход не был доведен до вычисления зависимостей количественных характеристики НСМО от времени. В тоже время он оказался эффективным, так как, нормируя на длину интервала (1.10):

$$\lambda_{a,b} = \frac{1}{(b-a)} \int_a^b \lambda(t) dt, \quad (1.11)$$

получаем содержательную с физической точки зрения характеристику потока заявок – среднюю интенсивность поступления заявок на временном интервале  $[a,b]$ . При этом понятно, что, вычислив на последовательных временных интервалах  $[a_i, b_i]$ ,  $i = \overline{1, I}$  значения  $\lambda_{a_i, b_i}$ , можно поставить в соответствие непрерывной функции  $\lambda(t)$  ее кусочно-постоянную аппроксимацию. Переход от описания НСМО с помощью функции  $\lambda(t)$  к описанию НСМО с помощью таблицы значений  $\langle [a_i, b_i], \lambda_{a_i, b_i} \rangle$  эквивалентен переходу к описанию состояния изучаемой НСМО на временном интервале  $[a_i, b_i]$ , как СМО, на вход которой поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda_{a_i, b_i}$ , а ее начальное состояние  $[a_i, b_i]$  соответствует конечному состоянию СМО на временном интервале  $[a_{i-1}, b_{i-1}]$ , на вход которой поступал поток заявок с интенсивностью  $\lambda_{a_{i-1}, b_{i-1}}$  и т.д. Граф состояний НСМО при выбранном способе аппроксимации входного потока заявок  $\lambda(t)$  на интервале  $[a,b]$  представлен на рисунке 1.14.

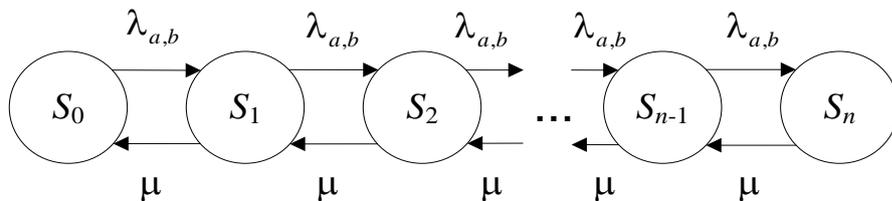


Рис. 1.14. Граф состояний НСМО при кусочно-постоянной аппроксимации функции  $\lambda(t)$  на участке  $[a,b]$

Из рисунка 1.14 видно, что, потенциально, найдя решения СДУ (1.1) при  $\lambda(t) = \lambda_{a,b}$ ,  $\mu(t) = \mu$ ,  $c(t) = c$  на каждом из временных интервалов  $[a_i, b_i]$ ,  $i = \overline{1, I}$ , с начальными условиями, рассчитанными как установившееся состояние системы стационарной СМО  $M/M/c$ , можно получить аналитические выражения, описывающие зависимости количественных характеристик НСМО от времени.

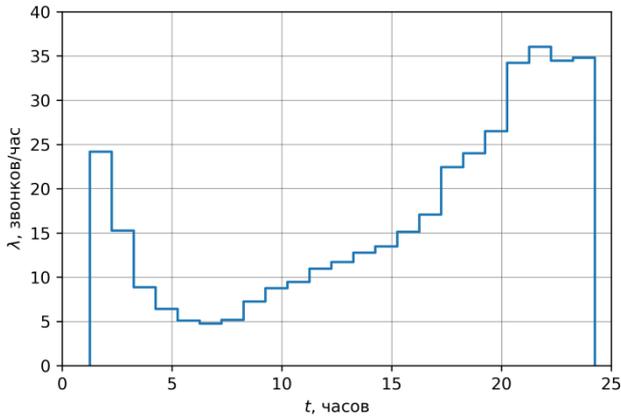
Данный подход был использован для изучения динамики различных НСМО, в том числе тех, у которых зависимость интенсивности поступления заявок на обслуживание от времени  $\lambda(t)$  имеет суточную периодическую составляющую (см., например, [14, 31-36]) Здесь, как правило, значения  $\lambda_{a_i, b_i}$  вычислялись на последовательных временных интервалах длительностью 1 час, а анализ динамики НСМО проводился на временном интервале длительностью одни сутки. Примеры, зависимостей интенсивностей поступления заявок от времени  $\lambda(t)$  на вход изученных НСМО и их кусочно-постоянные аппроксимации представлены на рисунке 1.15.

Решив на каждом из временных интервалах  $[a_i, b_i]$  СДУ (1.1) с соответствующими начальными условиями, потенциально, можно получить аналитические выражения для вычисления зависимостей макроскопических характеристик НСМО от номера интервала (эпохи). Однако на практике инженерам при решении задач проектирования и сопровождения подобных НСМО решать множество СДУ не всегда удобно; задачу пытаются упростить. В этой связи для оценки количественных показателей НСМО используются простые виды аппроксимации функции  $\lambda(t)$  и далее либо численные методы решения СДУ, либо имитационное моделирование.

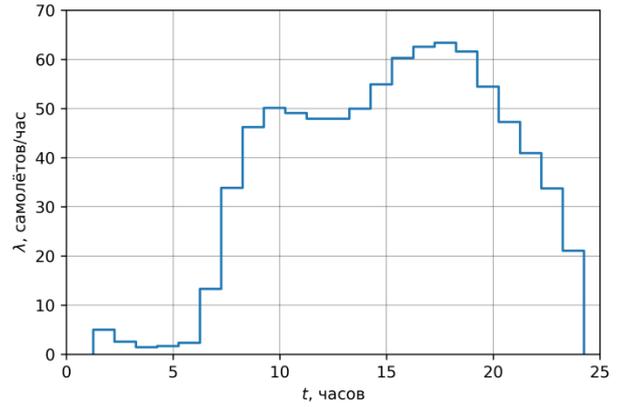
Зная решение СДУ (1.1) в любой момент времени можно найти оценки количественных характеристик НСМО (зависимость длины очереди от времени, зависимость времени ожидания от времени и т.д.):

$$L_q(t) = \sum_{n=c}^{\infty} (n-c) p_n(t), \quad (1.12)$$

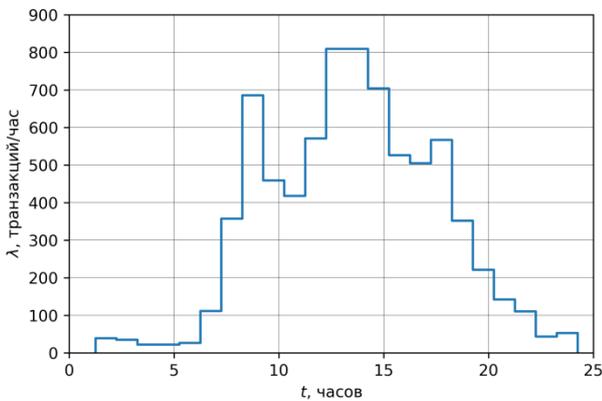
$$W_q(t) = \sum_{n=c}^{\infty} (n-c+1) \frac{p_n(t)}{c\mu}, \quad (1.13)$$



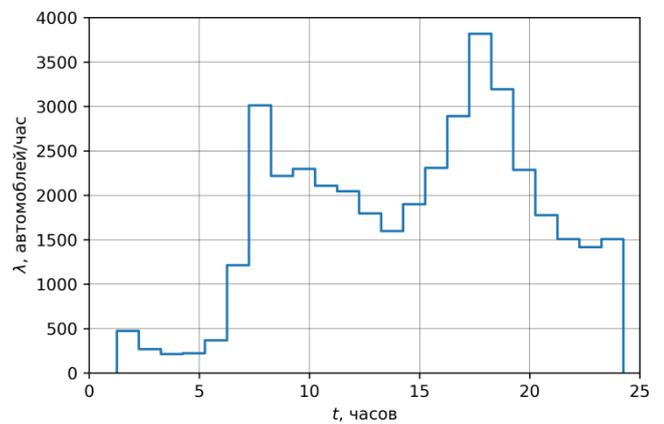
А)



Б)



В)



Г)

Рисунок 1.15. НСМО М/М/с/∞: а) Зависимость интенсивности звонков в службу экстренной помощи 911 департамента полиции г. Бостона от времени; б) зависимость интенсивности прибытия самолётов в международный аэропорт им. Джона Кеннеди г. Нью-Йорк от времени; в) зависимость интенсивности транзакций в банкоматах филиала коммерческого банка г. Нью-Йорк от времени; г) зависимость интенсивности автотрафика на мосту им. Джорджа Вашингтона в г. Нью-Йорк от времени

Однако большинство авторов стремятся находить не самые удобные с практической точки зрения характеристики, такие как средняя длина очереди и средняя длительность ожидания. Рассмотрим, как, используя различные виды стационарной аппроксимации интенсивности  $\lambda(t)$  предлагается исследовать количественные характеристики НСМО. В работе [34] описывается кусочно-постоянная аппроксимация на интервале  $(a, b)$  с помощью которой задаётся, например, средняя длина очереди и среднее время ожидания в очереди:

$$L_q^\infty(a, b) = \frac{1}{b-a} \int_a^b L_q^*(\lambda(t)) dt, \quad (1.14)$$

$$W_q^\infty(a, b) = \frac{1}{\lambda_{a,b}(b-a)} \int_a^b \lambda(t) W_q^*(\lambda(t)) dt, \quad (1.15)$$

где зависимость  $L_q^*(\lambda), W_q^*(\lambda)$  таблично заданная функция, вычисляемая, например, как [37]:

$$L_q^*(\lambda) = \frac{(\lambda/\mu)^c \lambda \mu}{(c-1)!(c\mu - \lambda)^2} P_0^*, \quad (1.16)$$

$$P_0^* = \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{c(\lambda/\mu)^c}{c!(c-\lambda/\mu)} \right]^{-1}. \quad (1.17)$$

Количественный критерий, при выполнении которого можно использовать данный способ аппроксимации функции  $\lambda(t)$ , предложен в [34]:

$$\rho = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\lambda(t)}{c \cdot \mu} dt < 1 \quad (1.18)$$

Физический смысл данного критерия состоит в том, что интенсивность поступления заявок в НСМО никогда не может превышать интенсивность их обслуживания. Причём в работе [38] даётся строгое доказательство корректности оценки указанных количественных характеристик в терминах процесса гибели и размножения, зависящего от времени, и предлагается ещё один способ оценки  $\lambda(t)$ :

$$\bar{\lambda}_{t_0} = \frac{1}{\alpha \mu^{-1}} \int_{t_0 - \alpha \mu^{-1}}^{t_0} \lambda(t) dt, \quad (1.19)$$

где  $\mu^{-1}$  среднее время обслуживания.

Однако эти модели не могут применяться без ограничений на анализ временно перегруженных систем и чаще всего касаются циклических НСМО в разрезе дня. Помимо этих моделей в литературе обсуждаются другие подходы.

Ещё один подход к моделированию НСМО это жидкостные модели. В этих моделях дискретные процессы поступления заявок и завершения обслуживания заменяются непрерывными процессами. Такие модели применимы для аппроксимации работы и стохастических систем [39]. Если система явно недогружена или перегружена, то есть интенсивность поступления значительно меньше или превышает максимальную интенсивность обслуживания, то жидкостные аппроксимации хорошо работают согласно [40] или [41]. Но в жидкостной аппроксимации предполагается, что очереди не начнут формироваться до тех пор, пока интенсивность трафика не превысит единицу, в этой связи жидкостные аппроксимации часто терпят неудачу, если система работает вблизи критической нагрузки, как показано в [42] и [43]. Кроме того, зачастую исследование количественных характеристик заканчивается на рассмотрении среднего числа заявок в системе [44].

Однако, несмотря на определенный прогресс в развитии методов описания НСМО, их непосредственное использование для исследования НСМО, обслуживающих поток

заявок, интенсивность поступления которых подобна интенсивности прихода посетителей объектов проведения массовых мероприятий, определение их макроскопических характеристик не представляется возможным.

Свободным от указанных выше недостатков оказывается подход, основанный на использовании имитационной модели ИКПС [12], параметры которой удалось идентифицировать на основе использования статистической информации, собранной на футбольных стадионах во время чемпионата РФ.

Возможность описания ИКПС как НСМО типа  $M/M/c/\infty$  (по Кендаллу), где  $c$  это число каналов обслуживающего устройства, на основе результатов анализа данных, собранных во время проведения футбольных матчей на стадионах гг. Екатеринбург, Самара и Санкт-Петербурга обоснована в [12].

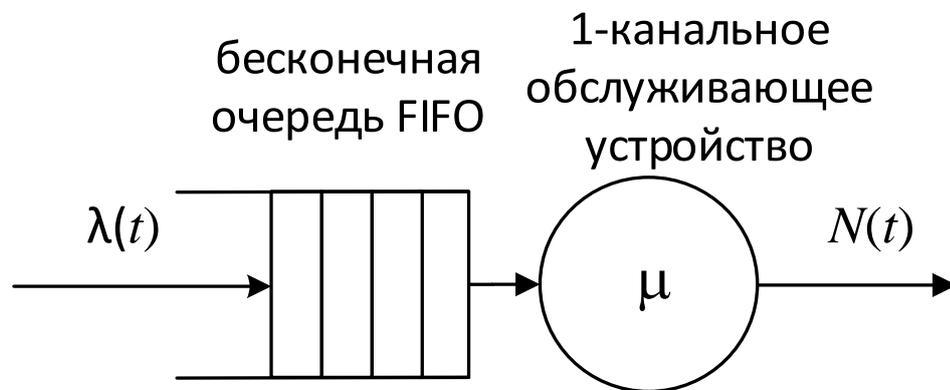


Рисунок 1.16. Схема модели одиночного турникета, как нестационарной СМО

Здесь также показано, что:

1) отдельный турникет в составе ИКПС можно рассматривать, как независимую НСМО типа  $M(t)/M/1/\infty$  (рис. 1.16), на состояние которой состояния других турникетов ИКПС значимого влияния не оказывают [12];

2) поток заявок на обслуживание на входе в НСМО является пуассоновским – моменты времени  $t^i$  поступления заявок являются случайными числами, распределенными в соответствии с экспоненциальным распределением, и интенсивностью  $\lambda=\lambda(t)$ , изменяющейся во времени;

3) заявки, поступающие в НСМО, обслуживаются в соответствии с политикой FCFS (First Come First Serve – первым пришёл первым обслужился);

4) длительности обслуживания отдельных заявок  $t^s$  являются случайными величинами с экспоненциальным распределением, которое зависит от параметра  $\mu$  – интенсивности обслуживания заявок.

Граф гибели и размножения обсуждаемой НСМО представлен на рисунке 1.17.

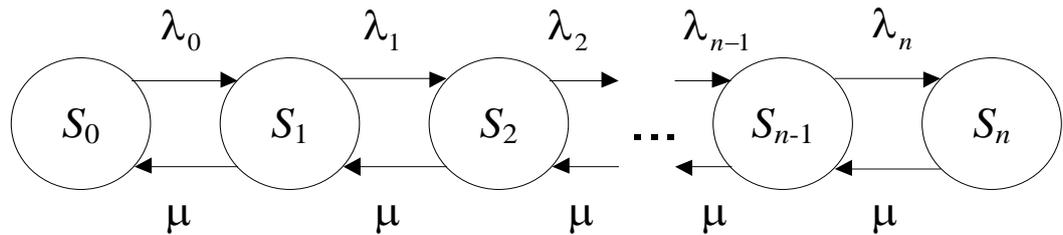


Рисунок 1.17. Граф состояний НСМО:  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n$  – «мгновенные» интенсивности поступления заявок

Из рисунка 1.17 видно, что данная НСМО может находиться в следующих состояниях:

$S_0$  – обслуживающее устройство (ОУ) свободно;

$S_1$  – ОУ занято, очереди нет;

$S_2$  – ОУ занято, 1 заявка находится в очереди;

...

$S_i$  – ОУ занято,  $(i-1)$ -ая заявка находится в очереди.

Максимальное число заявок, одновременно находящихся в системе, равняется  $n$ . Данному случаю соответствует максимальная длина очереди  $L_{\max}$ . Ребра в графе – интенсивности перехода НСМО из одного состояния в другое,  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n$  – «мгновенные» интенсивности входного потока заявок,  $\mu$  – интенсивность потока обслуживаний. Наличие в очереди посетителей с некорректными билетами в [12] предложено учитывать изменением интенсивности обслуживания:

$$\mu' = \mu(1 - q), \quad (1.20)$$

где  $q$  – вероятность появления некорректного билета.

Таким образом, математическая модель НСМО (одиночного турникета) описывается следующей системой дифференциальных уравнений (СДУ):

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda(t)P_0(t) + \mu'P_1(t), \\ \frac{dP_i(t)}{dt} = -(\lambda(t) + \mu')P_i(t) + \lambda(t)P_{i-1}(t) + \mu'P_{i+1}(t). \end{cases} \quad (1.21)$$

где  $P_i(t)$  – вероятность состояния  $S_i$ .

Авторами в [12] с помощью разработанной имитационной модели удалось получить оценки ряда макроскопических показателей ИКПС, представляющих практический интерес, в том числе: среднюю длину очереди, максимальную длину очереди, среднее время ожидания прохода на стадион, а также найти зависимости данных показателей от числа турникетов ИКПС. В результате были даны научно обоснованные рекомендации,

учтенные в ходе реконструкции Центрального стадиона г. Екатеринбурга, проведенной в преддверии чемпионата мира по футболу 2018 г.

Данный подход, при всей его эффективности, однако, также имеет известный недостаток, связанный с тем, что параметры модели, вообще говоря, оказываются зависящими от имеющейся статистической информации, собранной во время проведения футбольных матчей на стадионах гг. Екатеринбурга, Санкт-Петербурга, Самары. В то время как для разработчиков ИКПС объектов проведения массовых мероприятий интерес представляет алгоритмическое и программное обеспечение, позволяющее задавать произвольные законы изменения интенсивности потоков пользователей и получать оценки макроскопических показателей ИКПС, представляющих практический интерес.

Более подробно обзор литературы и сравнение эффективности различных методов приближения представлен в комплексном экспериментальном исследовании [26]. Этот обзор показывает, что общие подходы со стационарными моделями очередей имеют ограничения для применения к временно перегруженным системам. А также описано, что для оценки точности различных методов исследования НСМО используют имитационное моделирование.

Отметим, что, ранее предпринимались попытки использовать модели НСМО для описания различных организационных (например, контакт-центров [45-48]) и технических систем (например, центра обработки данных [49, 50].) Другие примеры использования НСМО можно найти в [32, 33], [51-58].

Отметим, что, несмотря на ряд попыток использования модели НСМО для описания динамики реальных систем, функционирующих в динамично меняющихся условиях, открытым остается целый ряд вопросов, в том числе:

- выбор количественных показателей динамики НСМО;
- выбор количественной меры степени нестационарности СМО (несмотря на то, что подобные попытки ранее предпринимались (см, например, [59]);
- влияние политики выбора ОУ и политики обслуживания на количественные показатели динамики НСМО, несмотря на то что, подобные попытки ранее предпринимались (см, например, [60], а также [61], где предпринята попытка решить задачу оптимизации числа используемых ОУ, в которой использовались две стоимостные функции: стоимость ожидания и стоимость укомплектования дополнительными ОУ ).

Отметим, что наиболее часто используемыми политиками очереди к ОУ СМО являются политика FCFS (First Come First Serve – первым пришёл, первым обслужился), политика LCFS (Last Come First Serve – последним пришёл, первым обслужился).

В связи с тем, что получить решение СДУ для количества турникетов, используемых в реальных ИКПС, и для интенсивностей поступления заявок, аналогичных интенсивностям поступления заявок на обслуживание во время проведения футбольных

матчей, не удастся даже численно, на практике используются программные продукты, позволяющие создавать имитационные модели как СМО, так и НСМО. В этой связи далее проводится сравнительный анализ программного обеспечения, представленного в данном сегменте рынка, с точки зрения возможности его использования для моделирования ИКПС объектов проведения массовых мероприятий и возможности получения оценок их макроскопических характеристик.

#### 1.4. Анализ характеристик программных инструментов для моделирования НСМО

Анализ соответствующего сегмента рынка программного обеспечения (ПО) показал, что число программных инструментов, предназначенных для имитационного моделирования СМО и НСМО, весьма велико. Был проведён анализ 41 программного продукта, относящихся к выбранной категории ПО, в котором были использованы следующие информационные категории:

- математические методы, реализованные в программном инструменте;
- сферы применения;
- типы операционных систем и программные платформы, под управлением которых функционирует ПО;
- наличие доступных прикладных интерфейсов, обеспечивающих интеграцию со сторонним ПО;
- наличие возможности расширения инструментария ПО за счет использования пользовательских примитивов и/или модулей;
- наличие встроенных средств мониторинга производительности системы в процессе моделирования;
- наличие встроенного ЯПВУ, обеспечивающего создание требуемых конфигураций НСМО;
- наличие пошагового режима вычислений при моделировании НСМО;
- типы реализованных аппроксимаций интенсивностей входных потоков;
- наличие инструментов для количественного анализа выходных потоков;
- наличие инструментария для создания сценариев проведения и обработки результатов экспериментов.

Результаты анализа представлены в Таблицах П1.1, П1.2 Приложения 1.

Из таблиц П1.1, П1.2 видно:

- 1) всех производителей данного класса ПО можно разделить на две большие группы: производители специализированного математического ПО общего назначения (софтверные компании); производители ПО, находящиеся в составе крупных промышленных корпораций (инженерные лаборатории);
- 2) программные инструменты Capacity Planning Tool for Shipyards, CircuitLogix, Enterprise Dynamics, FutureFlow Rx, MedModel Optimization Suite, Pedestrian Dynamics, SLIM представляют собой специализированное ПО, предназначенное для моделирования конкретных типов случайных процессов;
- 3) программные инструменты AnyLogic, SAS Simulation Studio, Simulink for MATLAB, обладают известной универсальностью с точки зрения выбора пользователем

вида зависимости  $\lambda(t)$  и способа ее аппроксимации; однако, каких-либо рекомендаций по их выбору разработчики данных программных инструментов пользователям не предоставляют.

4) инструментальные средства для планирования эксперимента и обработки его результатов имеют программные инструменты Analytic Solver Simulation, AnyLogic, Capacity Planning Tool for Shipyards, Enterprise Dynamics, FlexSim, FutureFlow Rx, GoldSim, IPME, Oracle Crystal Ball, Process Simulator, ProModel Optimization Suite, SAS Simulation Studio, Simio Team Edition, SIMPROCESS, Simulink for MATLAB, Tecnomatix Plant Simulation;

5) встроенные языки программирования, обеспечивающие задание НСМО произвольной архитектуры, имеют программные инструменты aGPSS, Analytic Solver Simulation, AnyLogic, ExtendSim Pro, FlexSim, GoldSim, SAS Simulation Studio, Simio Team Edition, Simulink for MATLAB, Solver SDK Platform;

б) ни один из рассмотренных программных инструментов, несмотря на наличие тех или иных инструментов анализа параметров выходных потоков, не обеспечивает вычисления макроскопических характеристик НСМО (таких как максимальная длина очереди, момент времени в который наблюдается максимальная длина очереди, время для прохода всех посетителей, процент заполнения объекта на момент начала события).

Таким образом, несмотря на наличие в соответствующем сегменте рынка прикладного ПО большого числа программных инструментов для моделирования тех или иных НСМО, использующихся в различных областях человеческой деятельности, использование любого из них при проектировании ИКПС объектов проведения массовых мероприятий, помимо его приобретения, потребует предварительным проведением целенаправленных исследований с целью обоснования выбора функции  $\lambda(t)$  и способа ее аппроксимации, а также написания собственного модуля для вычисления макроскопических характеристик ИКПС.

В этой ситуации, принимая во внимание, что базовым методом, используемым для моделирования НСМО, в рассмотренных программных инструментах является метод Монте-Карло, представляется целесообразным разработать собственное ПО, функционал которого будет минимально достаточным для достижения цели исследования.

## 1.5. Постановка задач исследования

Проведенный анализ особенностей управления большими потоками посетителей на объектах проведения массовых мероприятий показал высокую социальную значимость данной задачи и, соответственно, высокую ответственность разработчиков систем, обеспечивающих доступ посетителей на данные объекты (в первую очередь, ИКПС), за принимаемые технические решения как на этапе их проектирования, так и этапе эксплуатации.

В связи с тем, что с математической точки зрения ИКПС представляют собой НСМО, для обоснования выбора из множества возможных конструкторских решений, на этапе проектирования ИКПС целесообразно использовать математические модели НСМО и соответствующее программное обеспечение, которое позволит вычислять макроскопические показатели функционирования ИКПС, представляющие интерес не только для специалистов в области моделирования НСМО, но и разработчиков ИКПС и служб безопасности объектов проведения массовых мероприятий.

Анализ рынка ПО, предназначенного для моделирования НСМО, показал, что подавляющее большинство представленных на нем программных продуктов являются инструментами для имитационного моделирования НСМО на основе метода Монте-Карло. Однако наличие подобных инструментов не исключает необходимости разработки пользователем собственной методологии проведения исследований конкретной НСМО и представления результатов моделирования в форме, понятной для проектировщиков ИКПС. В этой связи разработка научно обоснованного метода описания НСМО, у которой интенсивность поступления заявок на вход  $\lambda(t)$  подобна интенсивности потока посетителей объектов проведения массовых мероприятий, в терминах макроскопических показателей моделируемой системы оказывается актуальной.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие научные задачи:

1. Разработать алгоритм имитационного моделирования отдельного ОУ и в целом НСМО, у которой интенсивность поступления заявок на вход  $\lambda(t)$  подобна интенсивности потока посетителей объектов проведения массовых мероприятий, и его программной реализации.
2. Исследовать особенности функционирования НСМО и обосновать возможность математического описания исследуемой НСМО с помощью набора стационарных во времени макроскопических количественных характеристик.
3. Разработать методики использования математических моделей для решения задач, возникающих на этапах проектирования и модернизации ИКПС объектов проведения массовых мероприятий.

## ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ТУРНИКЕТА КОНТРОЛЬНО-ПРОПУСКНОЙ СИСТЕМЫ ОБЪЕКТОВ ПРОВЕДЕНИЯ МАССОВЫХ МЕРОПРИЯТИЙ

### 2.1. Математическая модель турникета, обслуживающего потоки посетителей массовых мероприятий

Анализ подходов к моделированию НСМО, к которым, в том числе, относятся турникеты ИКПС объектов проведения массовых мероприятий показал, что на первом этапе исследования динамики НСМО исследователям необходимо:

- 1) выбрать математическую модель, собственно, турникета, точнее закона, описывающего вероятность обслуживания одной заявки, поступившей на обслуживание;
- 2) выбрать математическую модель потока заявок, поступающих на обслуживание – зависимости интенсивности потока заявок от времени  $\lambda(t)$ .

Большинство исследователей решают первую проблему, принимая время обслуживания заявок в ОУ постоянной [62, 55, 63, 30, 17]. Однако на практике данная гипотеза оказывается справедливой далеко не всегда. В этой связи некоторые авторы при моделировании НСМО полагают, что время обслуживания заявки в НСМО является величиной, принадлежащей ансамблю случайных чисел с экспоненциальным законом распределения  $p(t) = e^{-\mu t}$ , где  $\mu$  – интенсивность обслуживания заявок [62, 30, 17].

Однако применительно к турникетам ИКПС, используемых на футбольных стадионах гг. Екатеринбург, Санкт-Петербурга и Самары, данная гипотеза, как показывают результаты анализа собранной статистической информации о потоках посетителей, оказывается неверной. Это подтверждается, например, анализом плотностей распределений длительностей временных интервалов между началом обслуживания последовательно поступивших заявок в НСМО [12]. Использование здесь длительностей временных интервалов между началом обслуживания последовательно поступивших заявок в НСМО обусловлено отсутствием статистической информации о моментах выхода данной заявки из турникета. Однако, принимая во внимание, что анализ штрих-кода билета очередного посетителя (т.е. начало его обслуживания), начинается не ранее, чем завершается проход предыдущего посетителя через турникет, можно считать, что с точностью до длительности временных интервалов между началом обслуживания заявок при низкой интенсивности их поступления, данную величину можно принять в качестве оценки времени обслуживания в НСМО данной заявки. При этом, априори, очевидно, что динамика НСМО определяется именно высокими интенсивностями поступления заявок на обслуживание.

Типичная гистограмма распределения временных интервалов между поступлением заявок в НСМО представлена на рисунке 2.1.

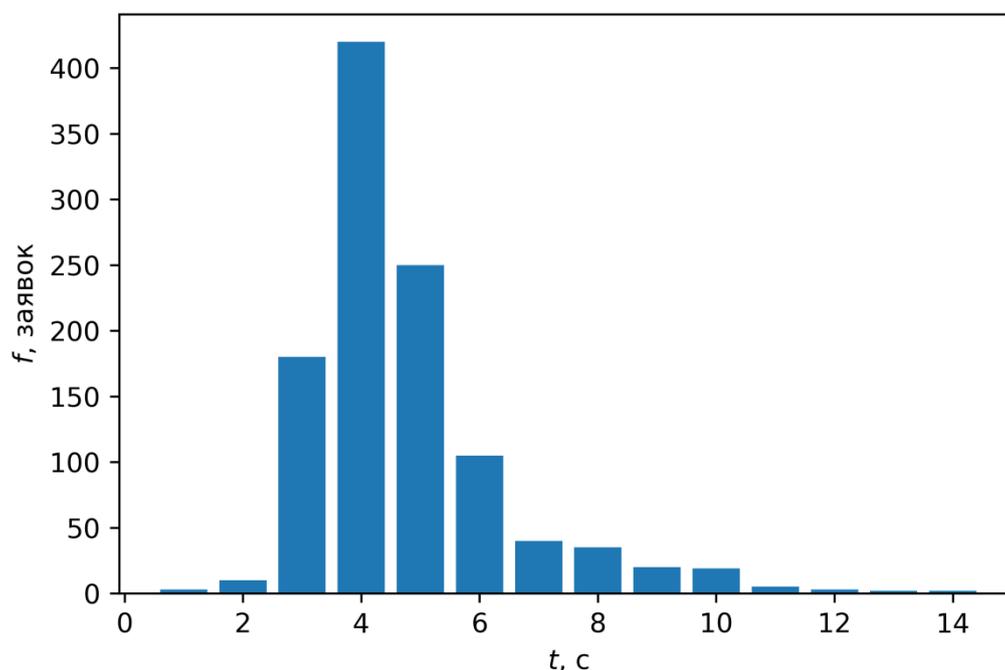


Рисунок 2.1. Гистограмма длительности обслуживания заявки на проход посетителя массового события через турникет

Из рис. 2.1 видно, что множество длительностей временных интервалов между последовательными поступлениями заявок в НСМО представляют собой случайную последовательность, у которой более 75% от общего числа членов случайной последовательности находятся в интервале 4–10 с. При этом максимальное число поступивших на вход НСМО заявок было обслужено в течение 4 с, а время обслуживания 1081 заявки не превысило 10 с.

Данный результат согласуется с техническими характеристиками применяемых на практике турникетов, представленными в табл. 2.1.

Таблица 2.1.

Пропускная способность турникетов

Пропускная способность турникета чел/мин	PERCo-TTR-04CW ООО «ПЭРКо»	Praktika T04(K) ООО «Возрождение»	РОСТОВ-ДОН ООО ПКФ «РосЕвроСтрой»	T-5 ООО «ТиС»
В режиме однократного прохода	30	30	30–50	30
В режиме свободного доступа	60	–	40–60	60

Из таблицы 2.1 видно, что в независимости от типа турникета и его производителя минимальное время обслуживания одной заявки на проход составляет не менее 1–2 секунд. Отметим, что пропускную способность турникета и соответствующую ей характеристику – время обслуживания одной заявки, следует отнести к макроэкономическим характеристикам изучаемых турникетов (НСМО), которые представляют интерес для их разработчиков и специалистов, занимающихся их эксплуатацией.

В [12] была разработана имитационная модель НСМО, в которой авторы для генерации времен обслуживания входящих в НСМО заявок использовали экспериментальные оценки эмпирической функции распределения временных интервалов между последовательными моментами поступления заявок в НСМО на обслуживание. В данном подходе, априори, полагается, что динамика НСМО определяется не конкретным видом плотности распределения вероятностей (ПРВ) случайных последовательностей, содержащих значения временных интервалов между последовательными моментами поступления заявок на обслуживание в НСМО, но областью рассеяния данной случайной последовательности, а также ее математическим ожиданием. (Это предположение было подтверждено результатами статистического моделирования НСМО, представленными далее в работе.) В этой связи значения временных интервалов между последовательными моментами поступления заявок в НСМО выбирались равными случайным числам с плотностью вероятности  $p\{\xi\}$ :

$$p\{\xi\} = \begin{cases} 0, & \text{при } \xi \leq 1, \\ \frac{2M[\xi]}{9(M[\xi]-1)}(\xi-1), & \text{при } 1 < \xi \leq M[\xi], \\ \frac{2M[\xi]}{9(M[\xi]-10)}(\xi-10), & \text{при } M[\xi] < \xi < 10, \\ 0, & \text{при } \xi \geq 10, \end{cases} \quad (2.1)$$

где  $\xi \in [1, 10]$ .

Из (2.2) видно, что выбранная плотность распределения описывается двумя параметрами – областью рассеяния и математическим ожиданием  $M[\xi]$ . В результате интенсивность обслуживания определяется как величина, обратная длительности обслуживания:

$$\mu = \frac{1}{\xi} \quad (2.3)$$

В связи с тем, что генерируемое время обслуживания заявки в ОУ измеряется в секундах, для перехода к интенсивности обслуживания заявок в минуту требуется помножить формулу (2.4) на 60. Кроме того, поскольку время обслуживания является случайной величиной, для численного выражения стоит использовать не саму случайную

величину, а её математическое ожидание. В этой связи средняя интенсивность обслуживания заявок в ОУ вычисляется по формуле:

$$\bar{\mu} = \frac{1}{M[\xi]} \cdot 60 \quad (2.5)$$

Например, при выборе  $M[\xi] = 4$  с, средняя интенсивность обслуживания  $\bar{\mu}$  составляет 15 заявок/минуту, что соответствует параметрам НСМО, изученным в [12].

Выбранная модель турникета обеспечивает варьирование параметров НСМО, которые имеют очевидную физическую интерпретацию и представляют интерес для разработчиков турникетов и специалистов, занимающихся их эксплуатацией.

## **2.2 Обоснование выбора вида функций, аппроксимирующей зависимость интенсивности потока заявок, поступающих на вход НСМО, от времени**

Для выбора функции, описывающей зависимость интенсивности поступления заявок на вход изучаемой НСМО, подобной реальным интенсивностям потоков посетителей массовых мероприятий, проведем анализ статистических данных, собранных ИКПС во время проведения футбольных матчей, состоявшихся в 2012–2013 гг. на Центральном стадионе (г. Екатеринбург) (14 матчей), на стадионе «Петровский» (г. Санкт-Петербург), на стадионе «Металлург» (г. Самара) (2 матча).

Напомним, что имеющиеся статистические данные ранее были использованы в [12], где реализована имитационная модель ИКПС, в которой на вход обслуживающего устройства подавался поток заявок, а значения временных интервалов между поступлением выбирались на основе имеющейся статистической информации. Здесь в связи с невозможностью автоматизировать учет моментов времени, в которые данный посетитель футбольного матча занял очередь к турникету ИКПС (в терминах СМО – моменты времени поступления заявок в очередь или поток `IN_FLOW`), и имеющейся информацией о моменте начала обслуживания данной заявки либо в отказе ее обслуживания (в терминах СМО – поток `OFF_FLOW`), потребовалась разработка оригинального алгоритма вычисления параметров потока `IN_FLOW`. С помощью данной имитационной модели авторам в [12] удалось получить оценки количественных показателей изучаемой НСМО (средняя длина очереди посетителей на входе на стадион, максимальная длина очереди, средняя длительность ожидания прохода на стадион), провести сравнительный анализ различных вариантов расположения турникетов ИКПС и их влияние на количественные показатели изучаемой НСМО, а также дать научно обоснованные рекомендации, которые были использованы при реконструкции Центрального стадиона г. Екатеринбурга в преддверии чемпионата мира по футболу 2018 г.

Однако, во-первых, использованный список параметров с точки зрения оценивания условий безопасности прохода посетителей является, далеко не исчерпывающим, во-вторых, упомянутая выше имитационная модель ИКПС оказалась зависящей от имеющихся статистических данных – моментов времени, в которые данный пользователь прикладывал билет к считывателю штрих-кода билета, и моментов времени, соответствующих покиданию данным пользователем турникета (соответственно, готовности турникета к обслуживанию следующего посетителя).

При этом понятно, что для изучения общих закономерностей потоков посетителей массовых мероприятий следует перейти от задания интенсивности потоков посетителей на основе имеющихся статистических данных, к ее описанию в виде некоторой функции

$\lambda = \lambda(t)$ , свойства которой подобны соответствующим зависимостям, значения которых были измерены во время проведения футбольных матчей. Выбранный подход, позволит исследовать влияние вида и параметров функции  $\lambda = \lambda(t)$  на макроскопические характеристики моделируемой НСМО.

Для обоснования выбора математической модели, описывающей зависимости интенсивности поступления заявок на обслуживание в исследуемой НСМО, рассмотрим зависимости числа посетителей, вошедших на стадион, от времени, нормированные на общее число посетителей футбольного матча  $N^{out}(t)/\max(N^{out}(t))$  (рис. 2.2), и соответствующие зависимости числа попыток прохода на стадион в течение одной минуты от времени, нормированные на  $\lambda_{\max} = \max(\lambda(t))$ ,  $-\lambda(t)/\lambda_{\max}$  (рис. 2.3). (Соответствующие значения  $\lambda_{\max}$  представлены в таблице 2.2).

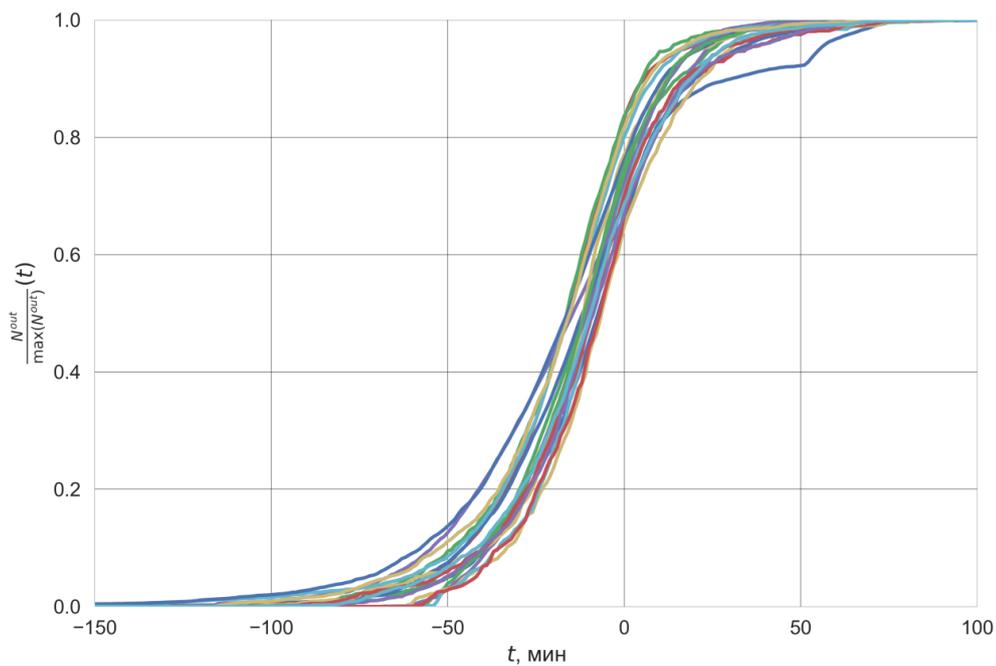


Рисунок 2.2. Нормированная зависимость числа посетителей, вошедших на стадион, от времени

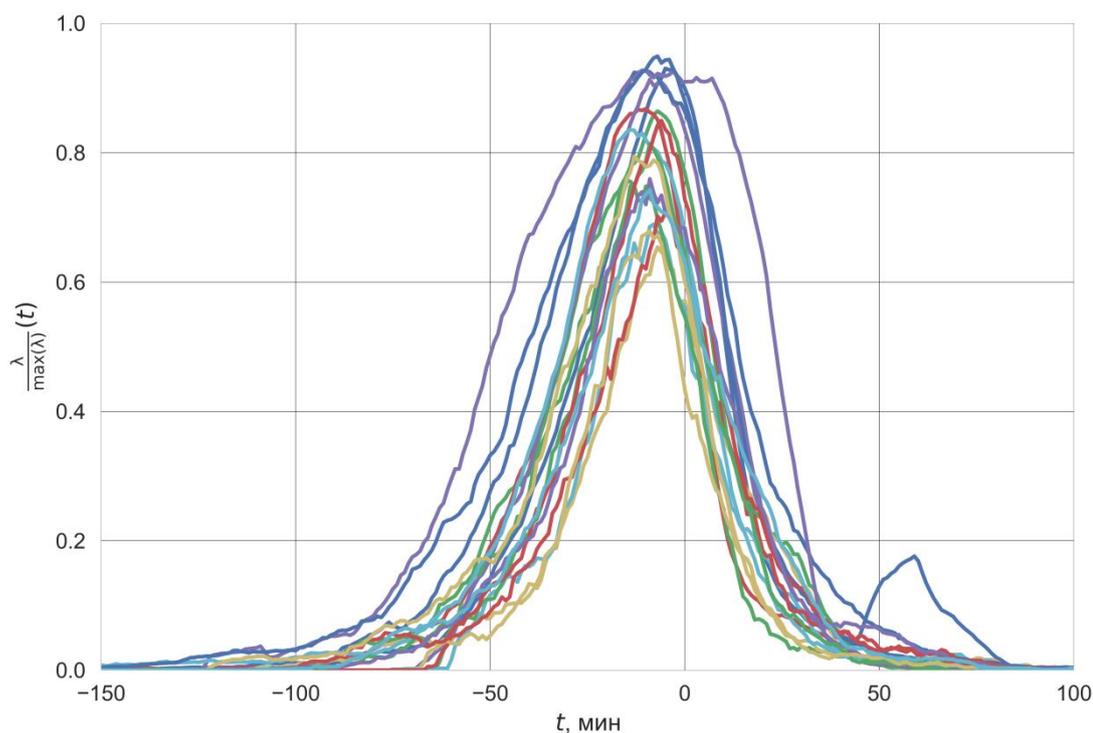


Рисунок 2.3. Нормированные относительные зависимости количества попыток прохода через ИКПС, предпринятые в течение одной минуты

Таблица 2.2

Максимальное число попыток прохода посетителей футбольных матчей

№ события	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\lambda_{\max}$	92	97	79	74	69	225	231	45	272
№ события	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\lambda_{\max}$	36	54	258	50	58	161	200	391	406

Из рисунка 2.2 видно, что 17 из 18 зависимостей  $N^{out}(t)/\max(N^{out}(t))$  представляют собой некоторые монотонно возрастающие функции, значения которых в момент начала футбольного матча варьируются в диапазоне  $[0,65; 0,85]$ . Исключение здесь составляет  $N^{out}(t)/\max(N^{out}(t))$ , зарегистрированная во время проведения футбольного матча между футбольными клубами «Зенит» и «Анжи», проведенного 08.05.2013, на котором 10% посетителей оказалась на стадионе к началу второго тайма.

Из рисунка 2.3 видно, что зависимости  $\lambda(t)/\lambda_{\max}$  монотонно возрастают от нуля до некоторого максимума, которого они достигают примерно за 10–15 минут до начала футбольного матча. После достижения максимального значения зависимости  $\lambda(t)/\lambda_{\max}$

монотонно убывают до нуля. Единственное исключение здесь обнаруживается у зависимости  $\lambda(t)/\lambda_{\max}$ , зарегистрированной во время проведения футбольного матча между футбольными клубами «Зенит» и «Анжи», проведенного 08.05.2013.

Для обоснованного выбора функции, аппроксимирующей зависимости  $\lambda(t)/\lambda_{\max}$  рассмотрим усреднённую относительную интенсивность поступления посетителей от времени по 17 футбольным матчам  $\bar{\lambda}_{norm}(t)$  (рис. 2.4) (здесь из рассмотрения была исключена зависимость  $\lambda(t)/\lambda_{\max}$ , зарегистрированная во время проведения футбольного матча между футбольными клубами «Зенит» и «Анжи», проведенного 08.05.2013), а также ее производную  $\frac{d\bar{\lambda}_{norm}(t)}{dt}$ , представленную на рис. 2.5.

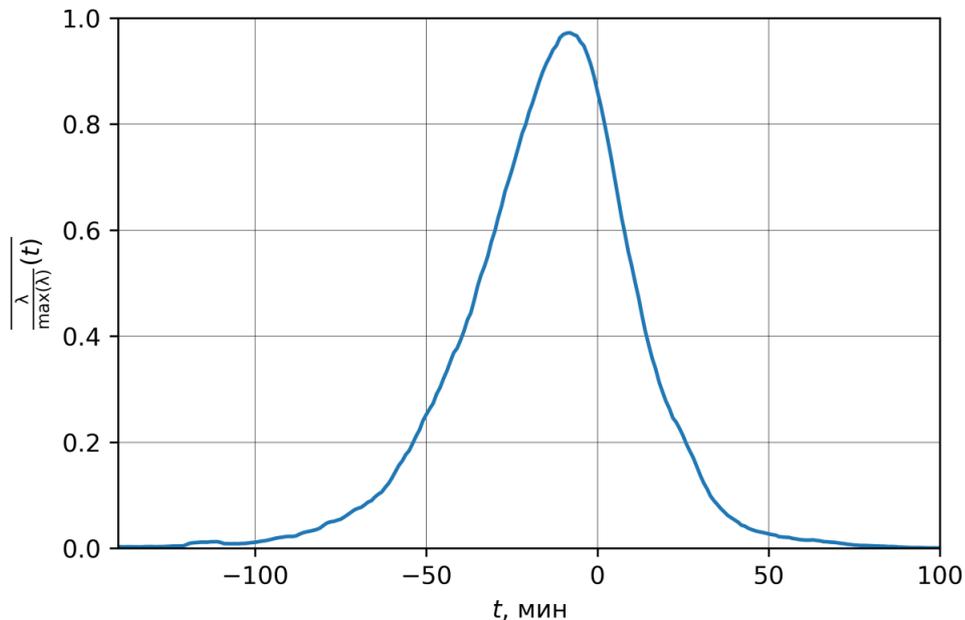


Рисунок 2.4. График зависимости  $\bar{\lambda}_{norm}(t)$

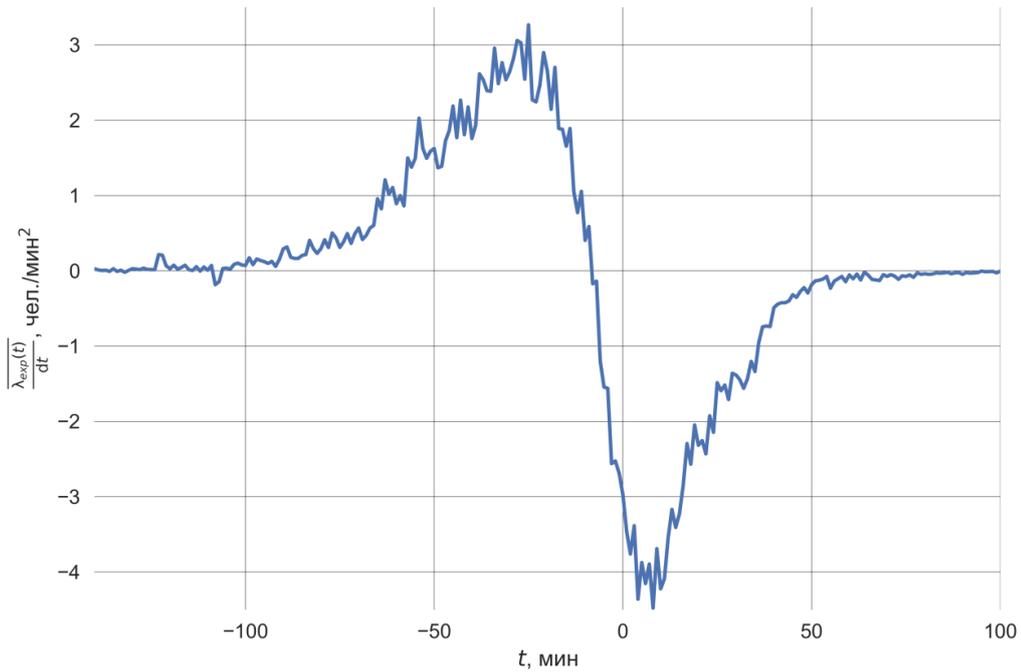


Рисунок 2.5. График зависимости  $\frac{d\bar{\lambda}_{norm}(t)}{dt}$

Из рисунка 2.5 видно, что зависимость  $\frac{d\bar{\lambda}_{norm}(t)}{dt}$  на интервале  $[-150; -25]$  мин возрастает от  $0 \approx -4$  чел./мин<sup>2</sup> до  $\approx 3$  чел./мин<sup>2</sup>, далее на временном интервале  $[-25; 10]$  мин уменьшается от  $\approx 3$  чел./мин<sup>2</sup>  $\approx -4$  чел./мин<sup>2</sup>, далее на временном интервале  $[10; 50]$  мин увеличивается от  $\approx -4$  чел./мин<sup>2</sup> до 0. Описанное поведение зависимости  $\frac{d\bar{\lambda}_{norm}(t)}{dt}$  позволяет сделать обоснованный вывод о том, что зависимость  $\bar{\lambda}_{norm}(t)$  оказывается несимметричной относительно вертикальной прямой, проходящей через точку  $t = -10$  мин. В этой связи задачу аппроксимации зависимости  $\bar{\lambda}_{norm}(t)$  целесообразно решать отдельно на временных интервалах  $[-150; -10]$  мин,  $[-10; 100]$  мин.

Результаты анализа остатков выбранного способа аппроксимации зависимости  $\bar{\lambda}_{norm}(t)$ , вычисленные при использовании кусочно-линейной и кусочно-полиномиальной функции 2, 3, 4 и 5-го порядков представлены в таблице 2.3. Здесь также представлены результаты анализа остатков «глобальной» аппроксимации зависимости  $\bar{\lambda}_{norm}(t)$  на отрезке  $[-150; 10]$  мин гауссовой функцией.

Квантили распределения остатков аппроксимации зависимости  $\bar{\lambda}_{norm}(t)$ , усреднённой по 17 футбольным матчам

Вид аппроксимирующей функции	Квантиль 0,05	Квантиль 0,5	Квантиль 0,95	Ядерная функция
Гауссова функция	-0,057	0,012	0,067	Лапласа
Кусочно-линейная функция 1 порядка	-0,147	-0,018	0,187	Нормальное
Кусочно-полиномиальная функция 2 порядка	-0,055	0,002	0,05	Лапласа
Кусочно-полиномиальная функция 3 порядка	-0,044	0,001	0,042	Лапласа
Кусочно-полиномиальная функция 4 порядка	-0,04	0,001	0,037	Лапласа
Кусочно-полиномиальная функция 5 порядка	-0,031	0	0,033	Лапласа

Для исследования статистических характеристик остатков изученных аппроксимаций зависимости  $\bar{\lambda}_{norm}(t)$  был использован метод Розенблатта-Парзена [64, 65], обеспечивающий нахождение аппроксимации функции распределения  $F(y) = \Pr\{X \leq y\}$  случайной последовательности  $X_i, i = \overline{1, N}$ , связанной с ПРВ  $f(x)$  следующим соотношением:

$$F(y) = \int_{-\infty}^y f(\xi) d\xi, \quad (2.6)$$

соответственно,

$$f(y) = \frac{dF(y)}{dy}. \quad (2.7)$$

В обсуждаемом методе восстановления плотности распределения экспериментальной выборки функция распределения оценивается локально в каждой точке  $x_i$  с помощью элементов обучающей выборки из некоторой окрестности  $x_i$ . При этом общая функция вероятности  $F(y)$  находится как некоторая линейная комбинация известных функций:

$$F(y) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{y - x_i}{h}\right), \quad (2.8)$$

где  $K(t)$  – ядерная функция. Используемые на практике ядерные функции представлены в табл. 2.4.

Оптимальные значения ядерной функции и параметра  $h$  находятся из условия достижения информационным функционалом

$$J = \sum_{-\infty}^{\infty} \ln k(t) \cdot f(t) dt \quad (2.9)$$

максимального значения. Для вычисления аппроксимации Розенблатта-Парзена изучаемой случайной последовательности выбирается то ядро, у которого значение информационного функционала (2.7) для соответствующего оптимального значения параметра размытости  $h$  оказалось наибольшим. В этой связи в табл. 2.3 также указан вид использованной ядерной функции  $K(t)$ .

Таблица 2.4.

Ядерные функции, наиболее часто используемые на практике

№	Ядро	Формула
1	Нормальное	$k(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$
2	Лапласа	$k(t) = \frac{1}{2} e^{- t }$
3	Фишера	$k(t) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\sin(t/2)}{t/2} \right),  t/2  \leq \pi$
4	Коши	$k(t) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{1+t^2} \right)$
5	Логистическое	$k(t) = \frac{e^{-t}}{(1+e^{-t})^2}$
6	Епанечникова	$k(t) = \frac{3(1-t^2/5)}{4\sqrt{5}},  t  \leq \sqrt{5}$
7	Равномерное	$k(t) = \frac{1}{2},  t  \leq 1$
8	Треугольное	$k(t) = 1- t ,  t  \leq 1$
9	Квадратичное	$k(t) = \frac{3}{4}(1-t^2),  t  \leq 1$

Из таблицы 2.3 видно, что наибольшее расстояние между квантилями, соответствующими доверительной вероятности 0.05 и 0.95, равное 0,124, оказывается при использовании «глобальной» интерполяции гауссовой функцией, наименьшее расстояние,

равное 0,064, – при использовании кусочно-полиномиальной интерполяции 5-го порядка, а значение квантиля на уровне доверительной вероятности 0.5 оказывается равным 0. При этом в рассматриваемом случае асимметрия рассматриваемого распределения, не превосходит 6,25%.

Таким образом, наилучшее качество остатков аппроксимации зависимости  $\bar{\lambda}_{norm}(t)$  имеет кусочно-полиномиальная аппроксимация 5-го порядка.

Из рисунка 2.3 видно, что зависимость интенсивности поступления заявок от времени представляет собой аддитивную смесь детерминированной и случайной составляющих:

$$\lambda(t) = \lambda^{\det}(t) + \lambda^{md}, \quad (2.10)$$

где  $\lambda^{\det}(t)$  – детерминированная составляющая, а  $\lambda^{md}$  – случайная составляющая зависимости интенсивности поступления заявок в НСМО от времени. Была высказана гипотеза о возможности использования при моделировании НСМО кусочно-постоянной аппроксимации зависимости  $\lambda^{\det}(t)$ :

$$\lambda^{\det}(t) = \sum_{k=0}^K (\theta(t-t_k) - \theta(t-t_{k+1})) \cdot \bar{\lambda}_k, \quad (2.11)$$

где  $\theta(t-\xi)$  – функция Хэвисайда:

$$\theta(t-\xi) = \begin{cases} 0, & t < \xi, \\ 1, & t \geq \xi, \end{cases} \quad (2.12)$$

где  $K$  – количество интервалов кусочно-линейной аппроксимации,  $\bar{\lambda}_k$  – среднее значение функции  $\lambda(t)$  на интервале  $[t_k, t_{k+1}]$ , а длина очереди заявок на обслуживание на интервале  $[t_k, t_{k+1}]$ , вычисляется с учетом числа заявок, оставшихся необслуженными на интервале  $[t_{k-1}, t_k]$ , соответственно, общее число обслуженных заявок в момент времени  $t_{k+1}$  вычисляется как сумма числа заявок, обслуженных на временных интервалах  $[t_1, t_2], \dots, [t_{k-1}, t_k], [t_k, t_{k+1}]$ . Это эквивалентно переходу от изучения динамики изучаемой НСМО, описываемой СДУ (1.21), к рассмотрению динамики совокупности СМО, функционирующих на последовательных временных интервалах, длительность которых мала в сравнении с длительностью интервала моделирования, а начальные условия функционирования СМО на данном временном интервале совпадают с конечным состоянием СМО на предыдущем временном интервале. Высказанная гипотеза была подтверждена результатами моделирования НСМО, представленными в Главе 3.

Далее обсуждается алгоритм моделирования НСМО, основанный на использовании метода Монте-Карло, в котором используется описанная выше кусочно-постоянная аппроксимация зависимости  $\lambda = \lambda(t)$ .

## 2.3 Алгоритм имитационного моделирования отдельного турникета контрольно-пропускной системы объектов проведения массовых мероприятий

Для моделирования отдельного турникета ИКПС (в терминах СМО – одноканальной НСМО), принимая во внимание научно-обоснованные выше математические модели интенсивности обслуживания посетителей и входящего потока посетителей, описанные в разделах 2.1, 2.2, соответственно, был использован алгоритм, блок-схема которого представлена на рис. 2.6.

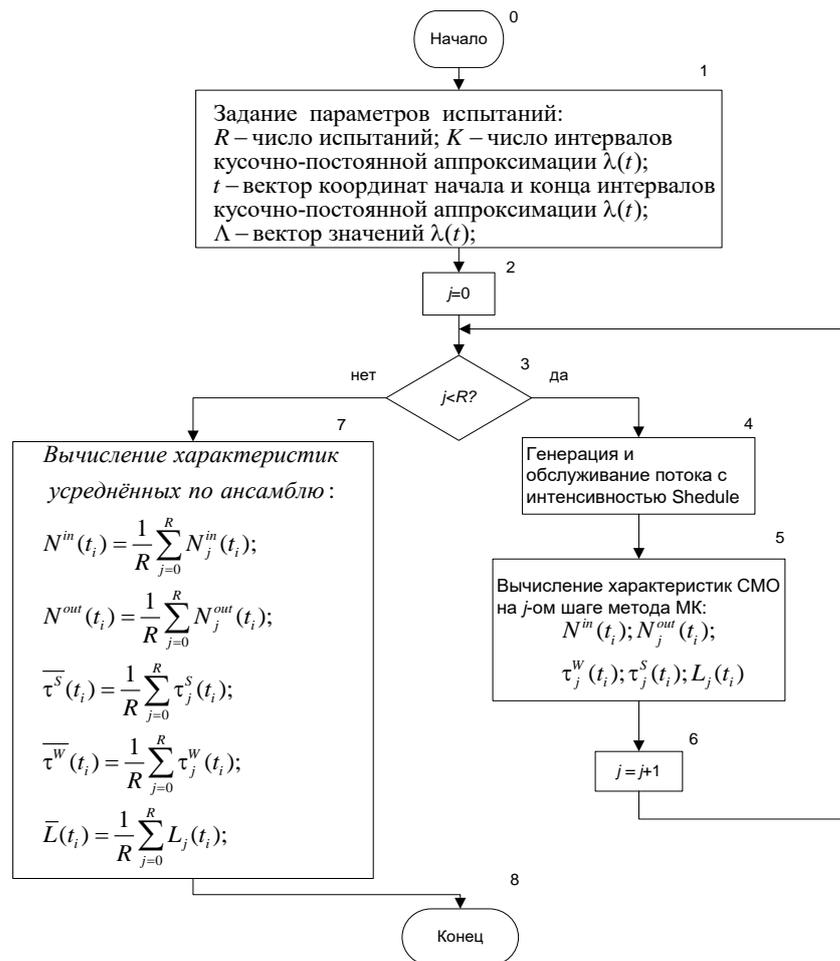


Рисунок 2.6. Блок-схема алгоритма моделирования нестационарной СМО с кусочно-постоянным законом, описывающим изменение интенсивности от времени: 1 – блок задания значений входных параметров алгоритма; 2 – блок инициализации счетчика числа испытаний; 3 – блок контроля значения счетчика шагов метода Монте-Карло; 4 – блок генерации и обслуживания потока заявок (детализация данного блока представлена на рис. 2.7); 5 – блок вычисления характеристик СМО на  $j$ -ом шаге метода Монте-Карло (здесь  $N_j^{in}(t_i)$  – входной поток заявок;  $N_j^{out}(t_i)$  – поток обслуженных заявок;  $\tau_j^S(t_i)$  – зависимость длительности обслуживания от времени;  $\tau_j^W(t_i)$  – зависимость длительности ожидания заявки в очереди от времени;  $L_j(t_i)$  – зависимость длины очереди от времени); 6 – блок увеличения значения счетчика числа испытаний на единицу; 7 – блок вычисления усредненных по ансамблю реализаций характеристик СМО.

Блок генерации и обслуживания потока заявок детализирован на рис.2.7.

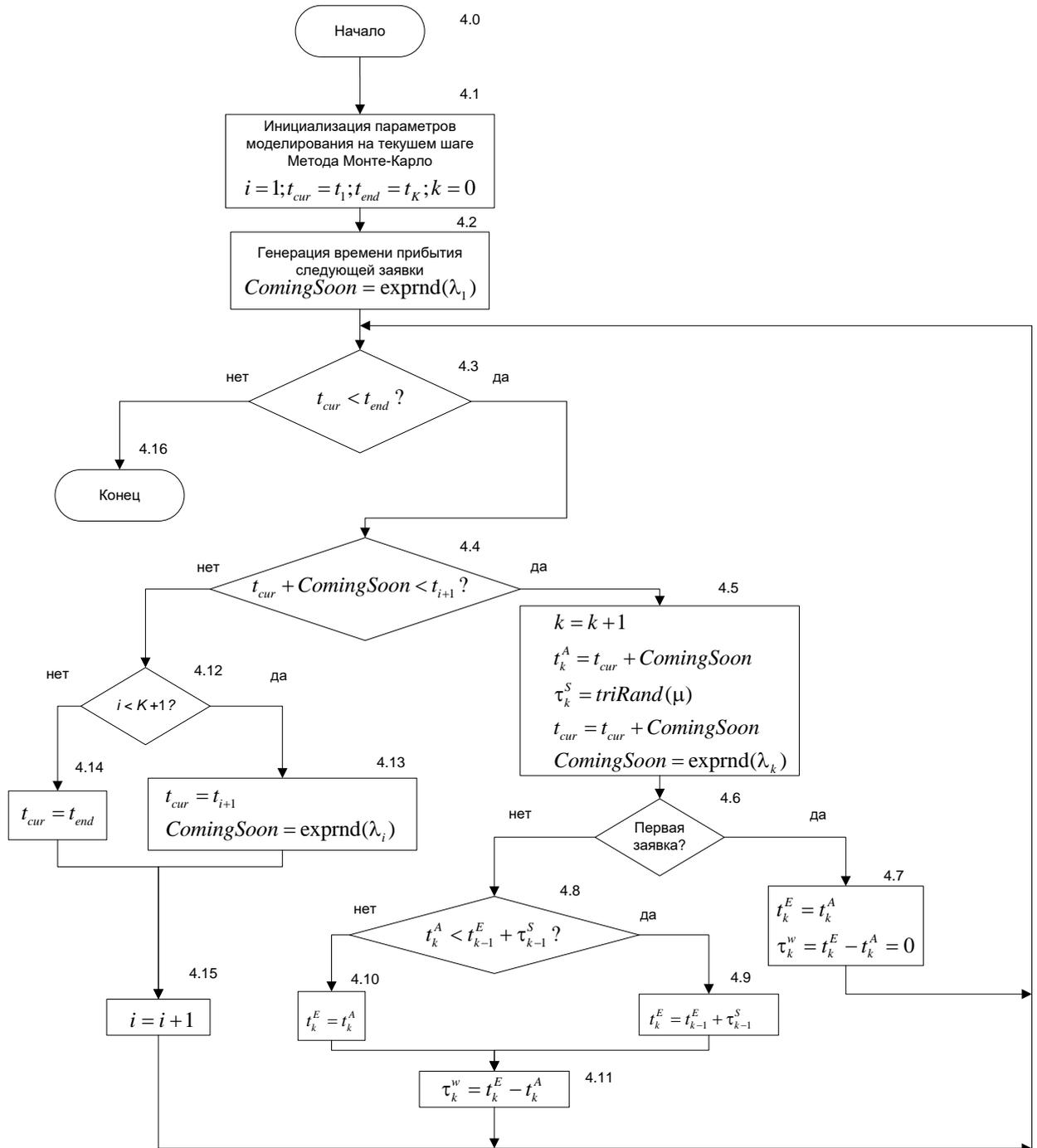


Рис. 2.7. Детализация блока 4: 4.1 – блок задания значений входных параметров алгоритма  $\lambda_{cur} = \lambda_i; t_{cur} = t_i; t_{end} = t_K$ ; для  $j$ -го шага метода Монте-Карло; 4.2 – блок генерации случайного числа ( $ComingSoon$  – время прихода следующей заявки) с законом распределения  $F(t) = 1 - e^{-\lambda_{cur}t}$ ; 4.3 – блок проверки необходимости продолжать моделирование; 4.4 – блок проверки попадания следующей заявки в текущий интервал; 4.5 – блок установки модельного времени в момент  $ComingSoon$ ; генерации заявки и добавление её в конец очереди (здесь же осуществляется генерация случайного числа с треугольным законом распределения с параметрами  $[min, mean, max]$  ( $min$  – минимальное время обслуживания заявки,  $mean$  – момент времени, соответствующий максимальному значению плотности треугольного распределения времени обслуживания заявки,  $max$  – максимальное время обслуживания заявки), используемого как значение времени обслуживания данной заявки; момент  $ComingSoon$  переопределяется аналогично блоку 4.2; блок 4.6 – проверка была ли обслужена хотя бы одна заявка; 4.7 – блок обслуживания первой заявки без

очереди; 4.8 – блок проверки обслужилась ли предыдущая заявка до момента поступления текущей заявки (есть ли очередь); 4.9 – блок вычисления момента, когда текущая заявка поступит на обслуживание; 4.10 – блок вычисления момента, когда текущая заявка поступит на обслуживание; 4.11 – блок вычисления времени ожидания в очереди; 4.12 – блок проверки не завершились ли интервалы для моделирования; 4.13 – блок перехода на следующий интервал моделирования; 4.14 – блок перехода на конец последнего интервала моделирования; 4.15 – блок инкремента счётчика интервалов;

Из рисунков 2.6, 2.7 видно, что алгоритм моделирования отдельного ОУ НСМО в соответствии с выбранным алгоритмом реализуется выполнением следующей последовательности действий.

1. Задание параметров испытаний (блок 1):

- числа испытаний –  $R$ ;
- числа интервалов кусочно-постоянной аппроксимации зависимости  $\lambda(t)$  –  $K$ ;
- массива, содержащего значения интенсивности поступления заявок на вход НСМО на выбранных интервалах кусочно-постоянной аппроксимации зависимости  $\lambda(t)$  –  $\lambda_i, i = \overline{1, K}$ .

2. Инициализация счетчика числа испытаний  $j$  (блок 2).

3. Сравнение текущего значения счетчика цикла по переменной  $j$  со значением переменной  $R$  (блок 3). Если  $j < R$ , переход к п. 4, если  $j = R$ , переход к п. 10.

4. Моделирование отдельного ОУ НСМО на текущем шаге метода Монте-Карло (блок 4).

4.1. Инициализация параметров моделирования (блок 4.1):

- счётчика интервалов –  $i$ ;
- номера текущей заявки –  $k$ ;
- модельного времени –  $t_{cur}$ .

4.2. Генерация момента времени прибытия первой заявки (блок 4.2).

4.3. Сравнение модельного времени  $t_{cur}$  с границей интервала моделирования  $t_{end}$  (блок 4.3). Если  $t_{cur} < t_{end}$  – переход к п. 4.4, иначе – окончание моделирования на данном шаге метод Монте-Карло (переход к п. 5).

4.4. Сравнение момента прихода следующей заявки  $t_{cur} + ComingSoon$  с границей текущего интервала  $t_{i+1}$ , если  $t_{cur} + ComingSoon < t_{i+1}$  (блок 4.4). Если  $t_{cur} < t_{end}$  – переход к п. 4.5, иначе – переход к п. 4.12.

4.5. Генерация заявки на  $i$ -ом интервале кусочно-постоянной аппроксимации и вычисление времени ее обслуживания (блок 4.5):

- увеличение значения счетчика заявок  $j$  на единицу;
- сохранение времени прибытия заявки –  $t_j^A = t_{cur} + ComingSoon$ ;
- расчёт обслуживания сгенерированной заявки –  $\tau_j^S$ ;

– установка нового значения модельного времени  $t_{cur}$  и вычисление момента поступления следующей заявки *ComingSoon*.

4.6. Проверка является ли данная заявка первой (блок 4.6). Если да, то переход к п. 4.7, иначе к п. 4.8.

4.7. Задание значения времени поступления первой заявки на обслуживание  $t_j^E$  равным времени прибытия данной заявки  $t_j^A$ , соответственно, время ожидания в очереди  $\tau_j^w$  равным 0 (блок 4.7). Переход к п. 4.3.

4.8. Вычисление значения момента времени поступления заявки на обслуживание  $t_j^E$ , определяемого как время поступления ранее поступившей заявки  $t_{j-1}^E$ , ожидающей обслуживания, плюс время на обслуживание данной заявки  $\tau_{j-1}^S$ . Проверка выполнения условия  $t_k^A < t_{k-1}^E + \tau_{k-1}^S$  (блок 4.8). Если условие выполняется – переход к п. 4.9, иначе к п. 4.10.

4.9. Вычисление времени ожидания  $k$ -ой заявки:  $t_k^S = t_{k-1}^E + \tau_{k-1}^S$  (блок 4.9). Переход к п. 4.11.

4.10. Задание значения времени поступления заявки на обслуживание  $t_j^E = t_j^A$ . (блок 4.10). Переход к п. 4.11.

4.11. Вычисление времени поступления заявки на обслуживание  $t_j^E$  как разности между временем поступления впередистоящей заявки  $t_{j-1}^E$  плюс время на обслуживание впередистоящей заявки  $\tau_{j-1}^S$  (блок 4.11). Переход к п. 4.3.

4.12. Сравнение значения счётчика интервалов  $j$  с максимальным значением  $K$  (блок 4.12). Если  $j < K$  переход к п. 4.13, иначе к п. 4.14.

4.13. Задание значение модельного времени  $t_{cur}$  началу следующего интервала  $t_{i+1}$  (блок 4.13). Переход к п. 4.15.

4.14. Задание значения модельного времени  $t_{cur}$  равным моменту окончания последнего интервала моделирования  $t_{end}$  (блок 4.14) Переход к п. 4.15.

4.15. Задание значения счетчика интервалов  $k$  на единицу (блок 4.15). Переход к п. 4.3.

5. Вычисление количественных характеристик одноканальной НСМО на  $j$ -ом шаге метода Монте-Карло.

6. Увеличение счетчика испытаний  $j$  на 1 (блок 6) переход к п. 3.

7. Вычисление усреднённых по  $R$  испытаниями количественных характеристик одноканальной НСМО (блок 7).

8. Окончание моделирования.

Описание программной библиотеки, реализующей описанный выше алгоритм моделирования НСМО, и результаты моделирования НСМО, подтверждающие ее работоспособность представлены в следующем разделе работы.

## 2.4 Программная реализация алгоритма имитационного моделирования одноканальной НСМО и его верификация

Для практического применения описанного в предыдущих разделах алгоритма моделирования работы одноканальной НСМО с бесконечным накопителем, на вход которой поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda = \lambda(t)$ , автором совместно с С.В. Поршневым, в пакете MATLAB была разработана программная библиотека (ПБ) «Программа для моделирования одноканальных нестационарных систем массового обслуживания» (МОНСМО). (свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2018617426 от 25.06.2018). В данном разделе представлено описание ПБ МОНСМО и результаты ее использования, полученные в ходе тестовых испытаний. Листинги функций ПБ МОНСМО представлены в Приложении 3, свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ в Приложении 2.

### 2.4.1. Назначение программной библиотеки.

ПБ МОНСМО содержит набор функций, обеспечивающих статистическое моделирование одноканальной НСМО с бесконечным накопителем в соответствии с вычислительным алгоритмом, описанным в разделе 2.3.

### 2.4.2. Используемые технические средства.

Тип реализующей ЭВМ: IBM – совместимая класса Pentium и выше

Язык: MATLAB (MATLAB Compiler)

ОС: Windows (Win-32).

Объем программы: 8 Кб

### 2.4.3. Описание модулей программной библиотеки.

#### 2.4.3.1. Функция `NQS_ModelGetSingleResults.m`.

Функция возвращает векторы, содержащие значения моментов времени: прибытия заявок –  $t^E$ ; поступления заявок на обслуживание –  $t^A$ ; длительности обслуживания  $\tau^S$ .

*Входные параметры:*

$x$  – вещественная двумерная матрица, в столбцы которой занесены значения левых и правых границ интервалов кусочно-постоянной аппроксимации функции  $\lambda = \lambda(t)$ ;

$y$  – вещественный вектор, содержащий значения входной интенсивности на соответствующих интервалах кусочно-постоянной аппроксимации функции  $\lambda = \lambda(t)$ ;

$\mu$  – средняя интенсивность обслуживания заявки.

*Выходные параметры:*

$t\_a$  – моменты времени прибытия заявок (вещественный вектор)

$t\_e$  – моменты времени поступления заявок на обслуживание (вещественный вектор)

$\tau_s$  – длительности интервалов обслуживания заявок (вещественный вектор)

*Синтаксис вызова функции:*

```
[t_a, t_e, tau_s] = NQS_ModelGetSingleResults(x, y, Mu)
```

#### 2.4.3.2. Функция **NQS\_ModelGetQuantitativeCharacteristics.m**.

Функция возвращает количественные характеристики НСМО ( $N^{in}(t_i)$  – зависимость входного потока заявок от времени;  $N^{out}(t_i)$  – зависимость числа обслуженных заявок от времени;  $\tau^w(t_i)$  – зависимость длительности ожидания заявки в очереди от времени;  $L(t_i)$  – зависимость длины очереди заявок на входе НСМО от времени), вычисленные на данном шаге метода Монте-Карло.

*Входные параметры:*

$t_a$  – времена прибытия заявок (вектор, возвращаемый функцией **NQS\_ModelGetSingleResults.m**),

$t_e$  – времена поступления заявок на обслуживание (вектор, возвращаемый функцией **NQS\_ModelGetSingleResults.m**),

periods – число отсчётов количественных характеристик,

$x_0$  – начало модельного времени для количественных характеристик,

$dx$  – шаг модельного времени для количественных характеристик.

*Выходные параметры:*

$N_{in}$  – зависимость количества заявок на обслуживание от времени (вещественный вектор),

$N_{out}$  – зависимость числа обслуженных заявок от времени (вещественный вектор),

$L$  – зависимость длины очереди от времени (вещественный вектор),

$\tau_w$  – зависимость среднего времени ожидания заявок (вещественный вектор)

*Синтаксис вызова функции:*

```
function [N_in, N_out, L, tau_w] =  
NQS_ModelGetQuantitativeCharacteristics(t_a, t_e, periods, x0,  
dx)
```

#### 2.4.3.3. Функция **NQS\_ModelGetStatistical.m**.

Функция возвращает количественные характеристики НСМО ( $N^{in}(t_i)$  – входной поток заявок;  $N^{out}(t_i)$  – поток обслуженных заявок;  $\tau^w(t_i)$  – зависимость длительности ожидания заявки в очереди от времени;  $L(t_i)$  – зависимость длины очереди от времени), усредненные по ансамблю реализаций, сгенерированному в соответствии с методом Монте-Карло:

*Входные параметры:*

ScheduleX - матрица с двумя столбцами вещественного типа [начало, конец], описывающими моменты времени начала и конца интервала расписания,  
 ScheduleY - вещественный вектор входной интенсивности Лямбда,  
 ExperimentsNumber – число испытаний в методе Монте-Карло,  
 Mu - средняя интенсивность обслуживания,  
 periods - число отсчётов количественных характеристик,  
 x0 – начало модельного времени для количественных характеристик,  
 dx – шаг модельного времени для количественных характеристик.

*Выходные параметры:*

N\_in - число поступивших заявок (вектор),  
 N\_out - число обслуженных заявок (вектор),  
 L - длина очереди заявок (вектор),  
 tau\_w - среднее время ожидания заявок (вектор).

*Синтаксис вызова функции:*

```
[N_in, N_out, L, tau_w] =
NQS_ModelGetStatistical(ScheduleX, ScheduleY, ExperimentsNumber, ...
Mu, periods, x0, dx, pd, x)
```

**2.4.3.4. Функция triRand.m.**

Функция возвращает случайное число, сгенерированное в соответствии с треугольным законом распределения.

*Входные параметры:*

MinTdelay – минимальное значение,  
 MeanTdelay – медианное значение,  
 MaxTdelay – максимальное значение.

*Выходные параметры:*

q – псевдослучайная величина.

*Синтаксис вызова функции:*

```
function q = triRand(MinTdelay, MeanTdelay, MaxTdelay)
```

**2.4.3.4. Функция eRand.m.**

Функция возвращает случайное число, сгенерированное в соответствии с экспоненциальным законом распределения.

*Входные параметры:*

Lambda – параметр распределения.

*Выходные параметры:*

r – псевдослучайная величина.

Синтаксис вызова функции:

```
function r = eRand(Lambda)
```

Рассмотрим технологию использования функций ПБ МОНСМО на примере моделирования НСМО, имеющей следующие параметры: входная интенсивность  $\lambda = \lambda(t)$  – на временном интервале  $[-150; -10]$  мин функция, линейно возрастающая от 0 до  $\lambda_{\max} = 20$  заявок/мин, на временном интервале  $[-10; 15]$  мин функция, линейно убывающая от  $\lambda_{\max} = 20$  заявок/мин до 0 (рисунок 2.8);  $\mu = 15$  заявок/мин; шаг интервала кусочно-постоянной аппроксимации – 0,25 мин; временной интервал моделирования НСМО  $[-150; 50]$  мин.

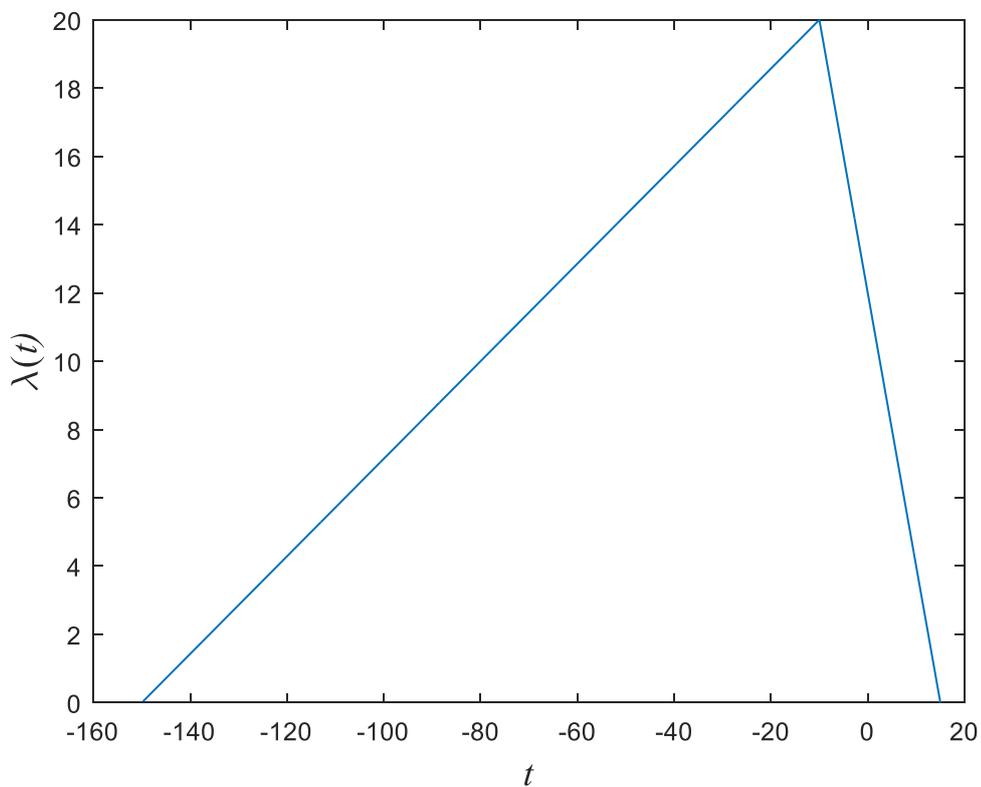


Рисунок 2.8. Зависимость синтетической интенсивности поступления  $\lambda = \lambda(t)$  от времени

Для моделирования НМСО с указанными выше характеристиками с помощью ПБ МОНСМО в командном окне MATLAB следует выполнить последовательность команд, размещенную в файле demo.m, листинг которого приведен ниже.

## Листинг файла demo.m (начало)

```

exp = 700; % число статистических испытаний
Mu = 15; % максимальная интенсивность обслуживания,
% заявок/МИН
LambdaMax = 20; % максимальная интенсивность поступления заявок,
% заявок/МИН
dx = 0.25; % длительность временного интервала кусочно-
% постоянной аппроксимации функции  $\lambda=\lambda(t)$ 
T1 = -150; % момент начала поступления заявок
T2 = -10; % момент достижения максимальной интенсивности
% поступления заявок
T3 = 15; % время окончания поступления новых заявок
T4 = 50; % время окончания моделирования НСМО
periods = (T4 - T1) / dx; % число интервалов кусочно-постоянной
% аппроксимации функции  $\lambda=\lambda(t)$ 

% инициализация временной сетки, используемой
% для визуализации количественных показателей НСМО
t = (1:(T4-T1) / dx)' * dx + T1;
%=====
% инициализация матрицы, содержащей
% значения левых и правых концов интервалов
% кусочно-постоянной аппроксимации
% функции  $\lambda=\lambda(t)$ 
x1 = (1:(T3-T1) / dx)' * dx + T1;
x(:,1) = x1;
x(:,2) = circshift(x(:,1),-1);
x(length(x),2) = x(length(x),1) + dx;
%=====
% вычисление параметров линейных функций, описывающих функцию  $\lambda=\lambda(t)$ 
% на временных интервалах [T1;T2], [T2;T3], соответственно
a1 = LambdaMax / (T2 - T1);
b1 = -a1 * T1;
a2 = LambdaMax / (T2 - T3);
b2 = -a2 * T3;
y(x1 >= T1 & x1 <= T2) = a1 * x1(x1 >= T1 & x1 <= T2) + b1;
y(x1 >= T2 & x1 <= T3) = a2 * x1(x1 >= T2 & x1 <= T3) + b2;
%=====
% вычисление значений зависимостей:
% прибытия заявок  $t^E = t^E(t)$ ,
% поступления заявок на обслуживание  $t^A = t^A(t)$ ,
% длительности обслуживания  $\tau^S = \tau^S(t)$ 
% на одном шаге метода Монте-Карло
[t_a, t_e, tau_s] = NQS_ModelGetSingleResults(x, y, Mu);
% вычисление количественных характеристик НСМО
% на одном шаге метода Монте-Карло
[n_in, n_out, l, Tau_w] =...
    NQS_ModelGetQuantitativeCharacteristics(t_a, t_e, periods, x(1,1), dx);
% вычисление значений зависимостей:
% прибытия заявок  $t^E = t^E(t)$ ,
% поступления заявок на обслуживание  $t^A = t^A(t)$ ,
% длительности обслуживания  $\tau^S = \tau^S(t)$ ,
% усредненных по ансамблю реализаций
[N_in, N_out, L, tau_w] =...
    NQS_ModelGetStatistical(x, y, exp, Mu, periods, x(1,1), dx);

```

## Листинг файла demo.m (продолжение)

```

%=====
%визуализация результатов для одного эксперимента%
figure;
histogram(tau_s); % гистограмма длительности обслуживания
figure;
subplot(2,2,1);
plot(t, n_in); %график зависимости числа поступивших заявок от времени
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
ylabel('\itN^{in}_i(\itt)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
subplot(2,2,2);
plot(t, n_out); %график зависимости числа обслуженных заявок от времени
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
ylabel('\itN^{out}_i(\itt)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
subplot(2,2,3);
plot(t, l); %график зависимости длины очереди от времени
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
ylabel('\itL_i(\itt)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
subplot(2,2,4);
plot(t, Tau_w); % график зависимости времени ожидания обслуживания от времени
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
ylabel('\tau^{\itw}_i(\itt)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
%визуализация характеристик НСМО, усредненных по ансамблю реализаций%
figure;
subplot(2,2,1);
plot(t, mean(N_in,2));%график зависимости числа поступивших заявок от времени
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
ylabel('\itN^{in}_{all}(\itt)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
subplot(2,2,2);
plot(t, mean(N_out,2)); %график зависимости числа обслуженных заявок от
% времени
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
ylabel('\itN^{out}_{all}(\itt)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14);
subplot(2,2,3);
plot(t, mean(L,2)); %график зависимости длины очереди от времени
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
ylabel('\itL_{all}(\itt)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
subplot(2,2,4);
plot(t, mean(tau_w,2)); %график зависимости длительности ожидания от времени
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);
ylabel('\tau^{\itw}_{\itall}(\itt)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14);

```

Результаты выполнения последовательности команд, размещенной в файле demo.m представлены на рисунках 2.9–2.11.

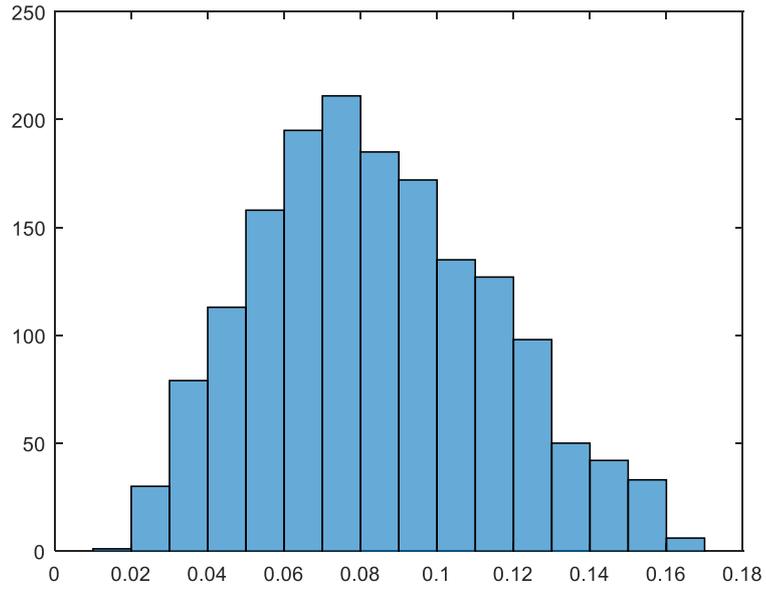


Рисунок 2.9. Гистограмма случайной последовательности, размещенной в векторе  $\tau^s$

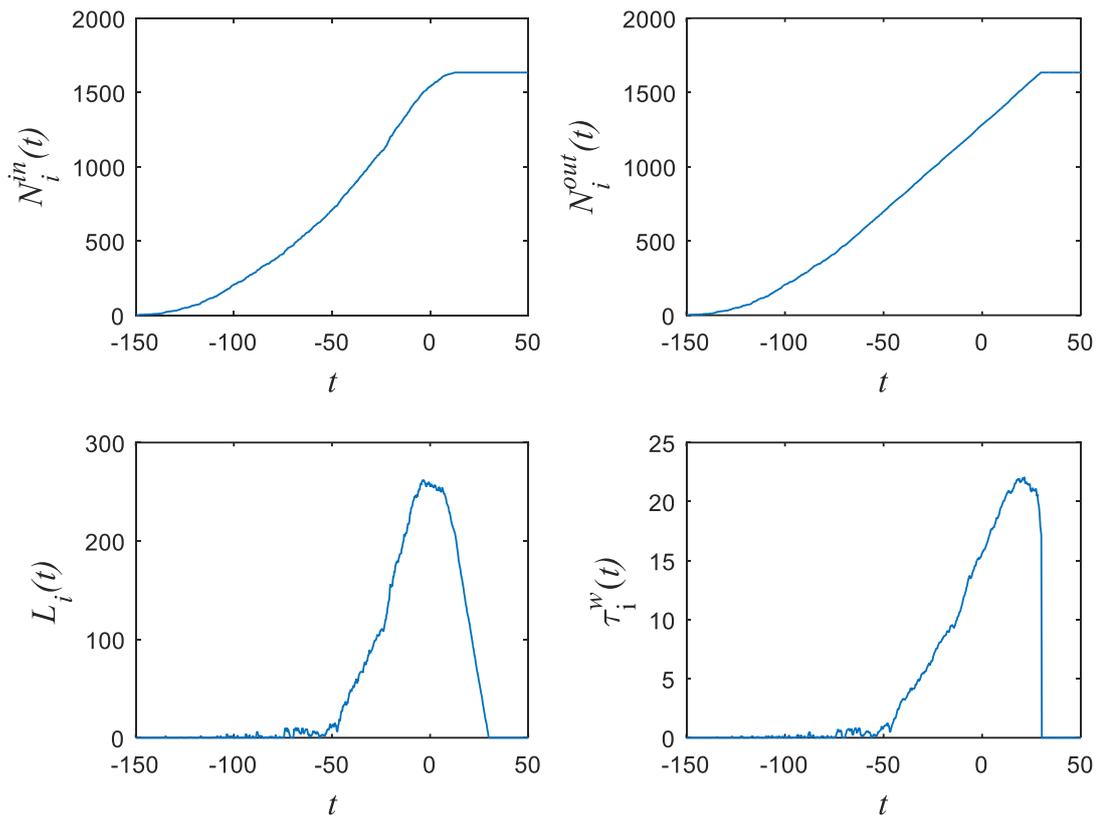


Рисунок 2.10. Графики зависимостей (слева направо и сверху вниз): числа заявок, поступивших на вход одноканальной НСМО, от времени; числа обслуженных заявок от времени; длины очереди от времени; длительности ожидания обслуживания от времени в отдельном эксперименте

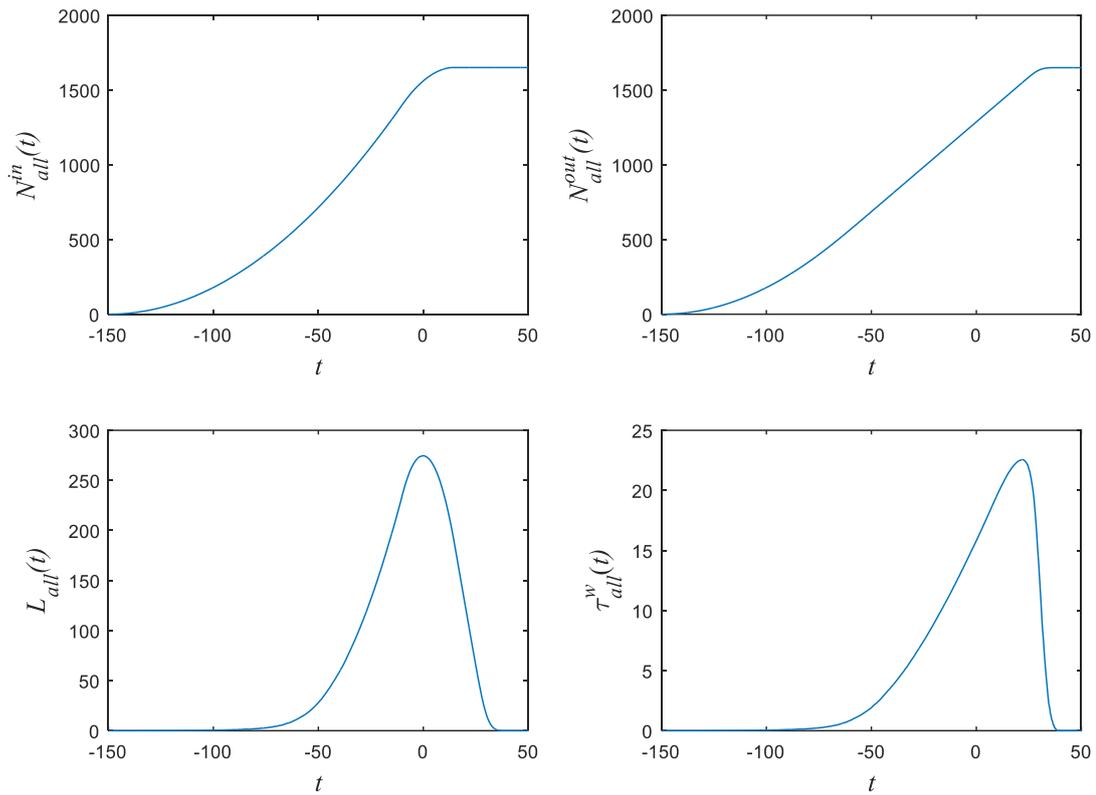


Рисунок 2.11. Графики зависимостей (слева направо и сверху вниз): числа заявок, поступивших на вход одноканальной НСМО, от времени; числа обслуженных заявок от времени; длины очереди от времени; длительности ожидания обслуживания от времени, усреднённые по ансамблю реализаций

Приведенные результаты свидетельствуют о работоспособности ПБ МОНСМО. Результаты, подтверждающие адекватность математической модели НСМО, реализованной в ПБ МОНСМО, обсуждаются в Главе 3.

## 2.5 Обоснование выбора временного интервала кусочно-постоянной аппроксимации зависимости интенсивности поступления заявок от времени

При практическом использовании описанного выше подхода к моделированию НСМО, на вход которой поступает поток заявок, интенсивность которого во времени изменяется по закону, аналогичному потоку посетители футбольных матчей, закономерно возникает вопрос о выборе временного шага кусочно-постоянной аппроксимации. Для обоснования рекомендаций по выбору обсуждаемого временного интервала рассмотрим типичную зависимость интенсивности потока посетителей футбольного матча  $\lambda = \lambda(t)$  и ее кусочно-постоянные аппроксимации, представленные на рис. 2.12

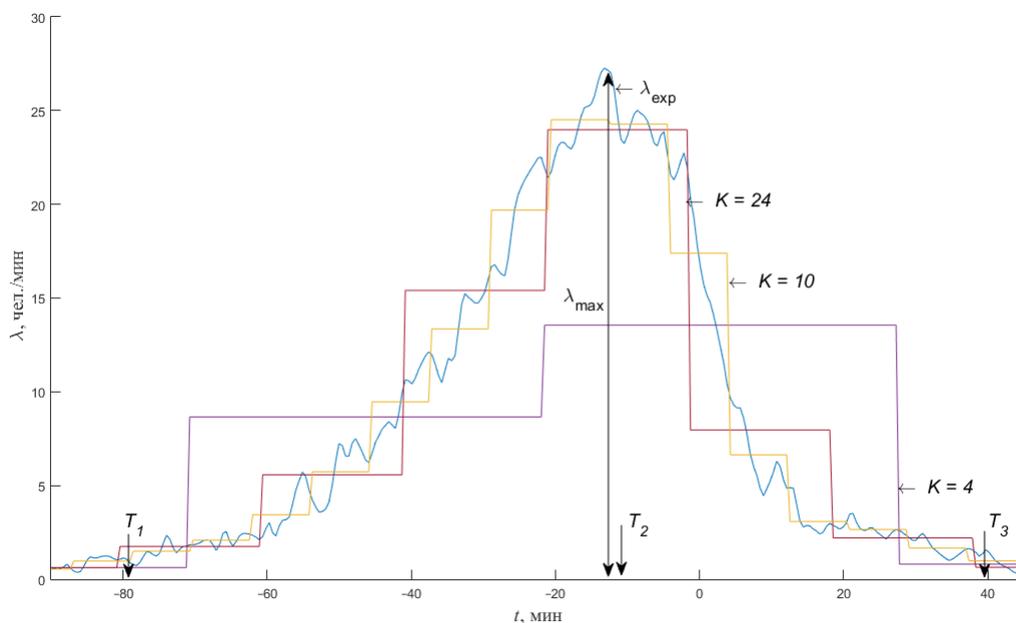


Рис. 2.12. Кусочно-постоянная аппроксимация зависимости  $\lambda = \lambda(t)$  для  $K = 4, 10$  и  $24$

Из рисунка 2.12 видно, что, при «степень близости» использованной кусочно-постоянной аппроксимации функции  $\lambda = \lambda(t)$  зависит от числа выбранных временных интервалов кусочно-постоянной аппроксимации  $K$ , соответственно, длительности данных интервалов. В этой связи понятно, что результаты моделирования НСМО и соответствующие оценки макроэкономических показателей, характеризующих динамику НСМО, также будут зависеть от длительности временных интервалов кусочно-постоянной аппроксимации. (Подробное обоснование выбора набора макроэкономических показателей приведено в Главе 3.)

Для изучения данного вопроса было проведено имитационное моделирование одноканальной НСМО. Интенсивности поступления входного потока заявок на

обслуживание  $\lambda = \lambda(t)$  представлены на рисунке 2.13. Для этого использовались функции  $\lambda = \lambda(t)$  такие, что на временном интервале  $[T_1, T_2]$  ( $T_1 = -80$  мин,  $T_2 = -10$  мин) интенсивность возрастала по параболическому закону от 0 до  $\lambda_{\max}$ , далее на временном интервале  $[T_2, T_3]$  ( $T_3 = 40$  мин) по параболическому закону интенсивность убывала от  $\lambda_{\max}$  до 0. При этом параметр  $\lambda_{\max}$  варьировался в диапазоне  $[18...32]$  чел./мин с постоянным шагом 0,8 чел./мин, значения  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T_3$  оставались неизменными, а параметры парабол выбраны таким образом, чтобы общее число вошедших  $N \left( N = \int_{T_1}^{T_3} \lambda(t) dt \right)$  для каждого значения  $\lambda_{\max}$  составляло 1400 чел. В проведённых вычислительных экспериментах была использована кусочно-постоянная аппроксимация функций  $\lambda = \lambda(t)$  на интервале  $[T_1, T_3]$  при  $K \in \{2, 4, 8, 16, 32, 64, 100, 154, 205, 308, 616, 1232\}$ .

Далее на основе результатов имитационного моделирования одноканальной НСМО были вычислены оценки наиболее очевидных с физической точки зрения ее макроскопических характеристик: максимальной длины очереди заявок на обслуживание  $\bar{L}_{\max}$  – средней по ансамблю зависимостей длины очереди от времени, вычисленных в соответствии с методом Монте-Карло, а также максимальной длительности ожидания в очереди  $\overline{\tau_{\max}^w}$  – средней по ансамблю зависимостей времени ожидания обслуживания, вычисленных в соответствии с методом Монте-Карло при различном числе интервалов кусочно-постоянной аппроксимации зависимостей  $\lambda = \lambda(t)$ .

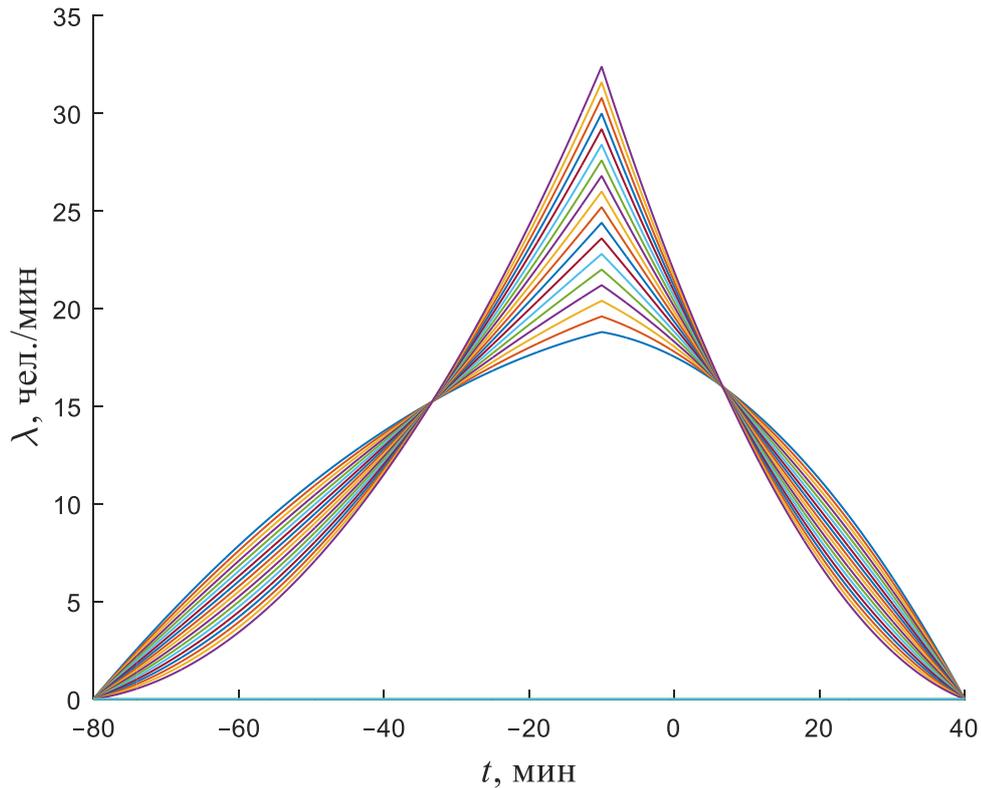


Рис. 2.13. Зависимости  $\lambda(t)$  НСМО (начало мероприятия  $t = 0$ )

Рассмотрим графики зависимостей  $\bar{L}_{\max} = f(\lambda_{\max}, K)$ ,  $\bar{\tau}_{\max}^w = f(\lambda_{\max}, K)$  при указанных ранее значениях  $\lambda_{\max}$ , представленные на рис. 2.14 и 2.15 соответственно. Здесь каждая из точек соответствует среднему значению по ансамблю из 500 независимых статистических испытаний, проводимых в соответствии с описанной выше методикой.

Из рисунков 2.14 и 2.15 видно, что изучаемые зависимости  $\bar{L}_{\max} = f(\lambda_{\max}, K)$ ,  $\bar{\tau}_{\max}^w = f(\lambda_{\max}, K)$  при  $K > 100$  (соответствующая длительность интервала кусочно-постоянной аппроксимации функции  $\lambda = \lambda(t) - 3,75$  мин) значения обсуждаемых функций практически не изменяются. Аналогичные результаты получены и для числа обслуженных посетителей к началу мероприятия  $N_0$ , а также максимального времени обслуживания  $T_{All}$ . В то же время понятно, что данный вывод является скорее качественным, нежели количественным, поскольку значения выбранных макроскопических показателей являются оценками математического ожидания, вычисленными по некоторым случайным выборкам (рисунок 2.16).

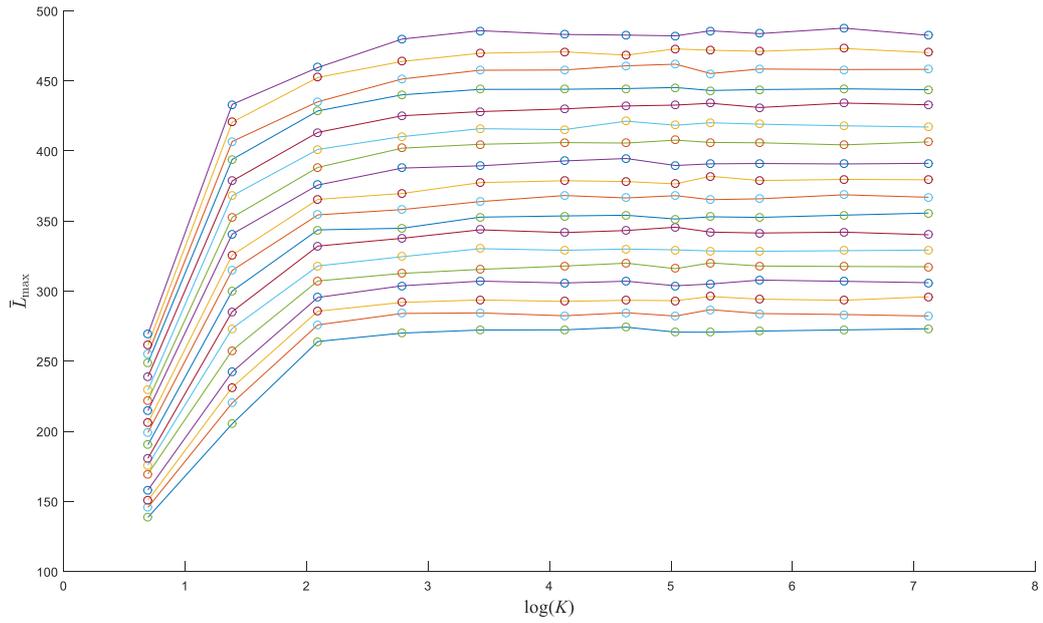


Рис. 2.14. Зависимости  $\bar{L}_{\max} = f(\lambda_{\max}, K)$  для указанных значений  $\lambda_{\max}$

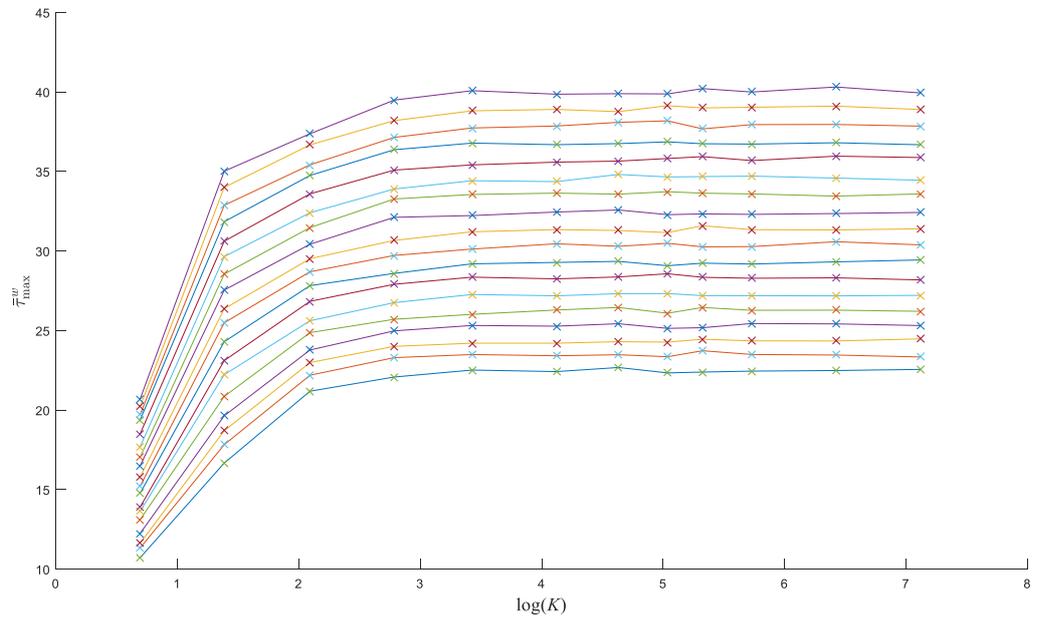


Рис. 2.15. Зависимости  $\bar{\tau}_{\max}^w = f(\lambda_{\max}, K)$  для указанных значений  $\lambda_{\max}$

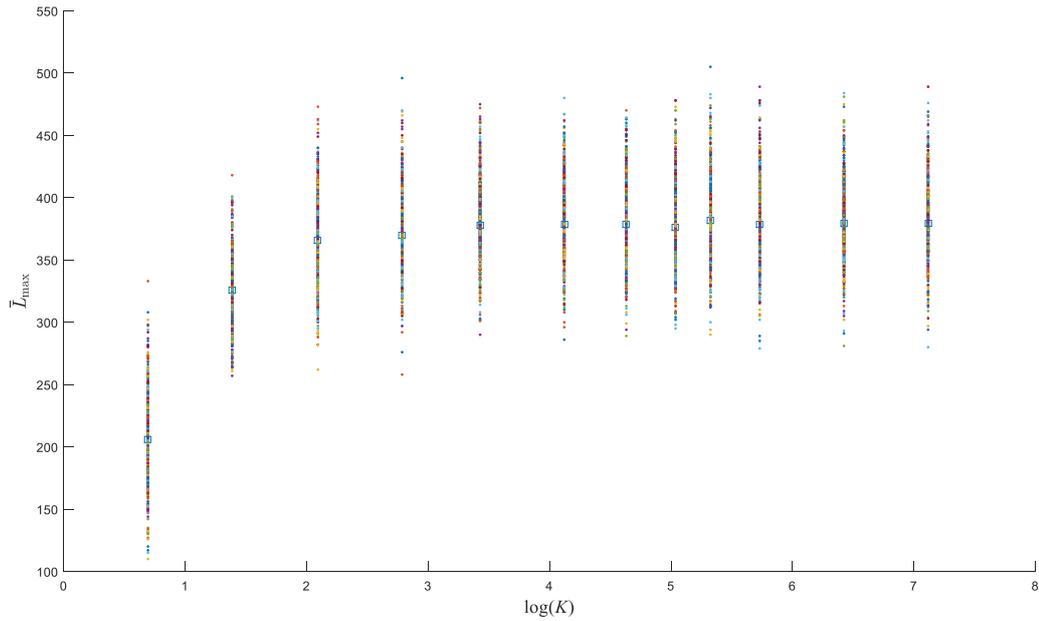


Рис. 2.16. Визуализация выборок значений максимальной длины очереди заявок на обслуживание, по которым оценивается средняя максимальная длина очереди  $\bar{L}_{\max} = f(\lambda_{\max}, K)$ , при  $\lambda_{\max} = 26$  чел./мин

В этой связи для более строгого обоснования выбора числа интервалов кусочно-постоянной аппроксимации были получены оценки статистической значимости отличий распределений выбранных макроэкономических показателей НСМО для  $j$  и  $(j+1)$  случайных выборок,  $j = \overline{1, 11}$ . Здесь номер выборки соответствует порядковому номеру элемента последовательности, содержащей значения числа интервалов кусочно-линейной аппроксимации. Для оценки статистической значимости отличий данных распределений использовался непараметрический критерий типа критерия Колмогорова–Смирнова [66], реализованный в пакете MATLAB в виде функции  $kstest2()$ , возвращающей значение 1, если гипотеза об однородности сравниваемых выборок отклоняется, и 0 – в противоположном случае. В результате применения данной функции для каждого из выбранных макроэкономических параметров были получены зависимости значения критерия от порядкового номера элемента,  $KST(\psi, \lambda_{\max}, j)$ , где  $\psi$  – элемент множества  $\{L, \tau^w, N_0, T_{All}\}$ .

Сравнение результатов значений критерия на основе теста Колмогорова–Смирнова, полученных в нескольких независимых испытаниях, показало, что их значения при некоторых значениях числа интервалов кусочно-постоянной аппроксимации  $K$ , зависящих от  $\lambda_{\max}$  случайным образом оказываются равными 0 или 1. В этой связи для каждого набора параметров  $\psi, \lambda_{\max}, j$  были проведены по 20 независимых испытаний и получены соответствующие значения критерия, по которым были вычислены оценки средних значений данного критерия  $\overline{KST}(\psi, \lambda_{\max}, j)$ . Зависимости  $\overline{KST}(\bar{L}_{\max}, \lambda_{\max}, j)$ ,

$\overline{KST}(\bar{\tau}^w, \lambda_{\max}, j)$  от номера элемента последовательности, содержащие значения числа интервалов кусочно-линейной аппроксимации, представлены на рис. 2.17–2.20.

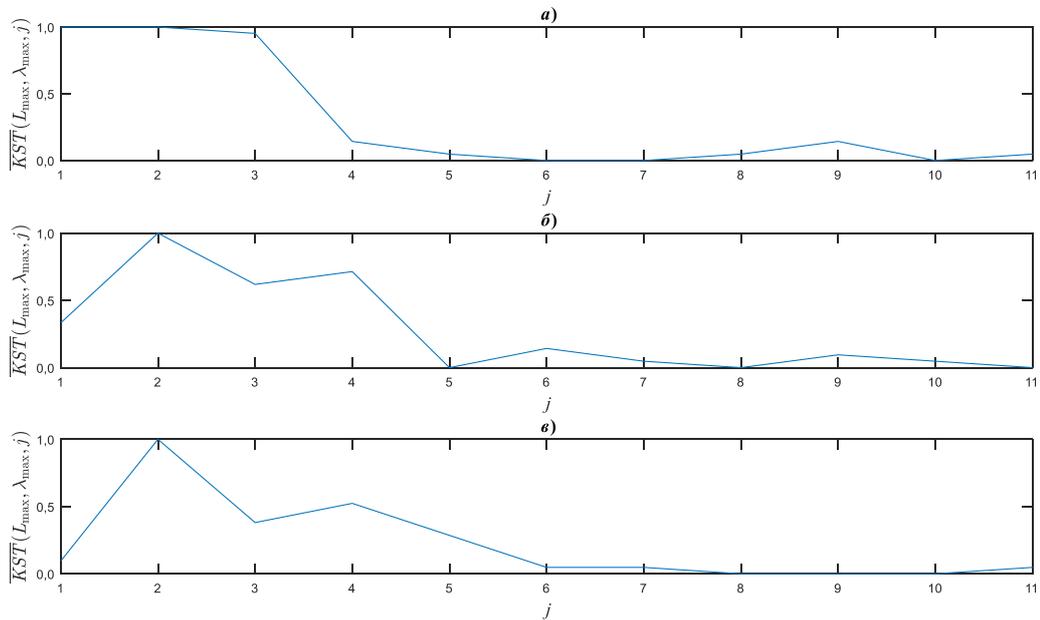


Рис. 2.17. Зависимости усреднённых значений теста однородности Колмогорова – Смирнова для  $\bar{L}_{\max}$ : а) –  $\lambda_{\max} = 18,8$  чел./мин б) –  $\lambda_{\max} = 21,2$  чел./мин в) –  $\lambda_{\max} = 23,6$  чел./мин

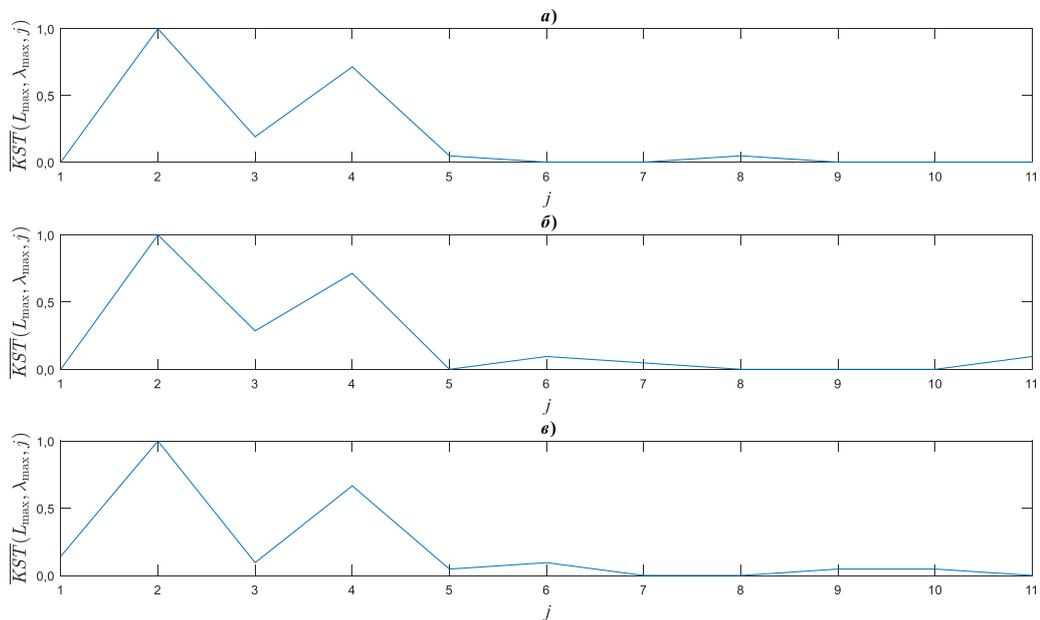


Рис. 2.18. Зависимости усреднённых значений теста однородности Колмогорова – Смирнова для  $\bar{L}_{\max}$ : а) –  $\lambda_{\max} = 26$  чел./мин б) –  $\lambda_{\max} = 28,4$  чел./мин в) –  $\lambda_{\max} = 30,8$  чел./мин

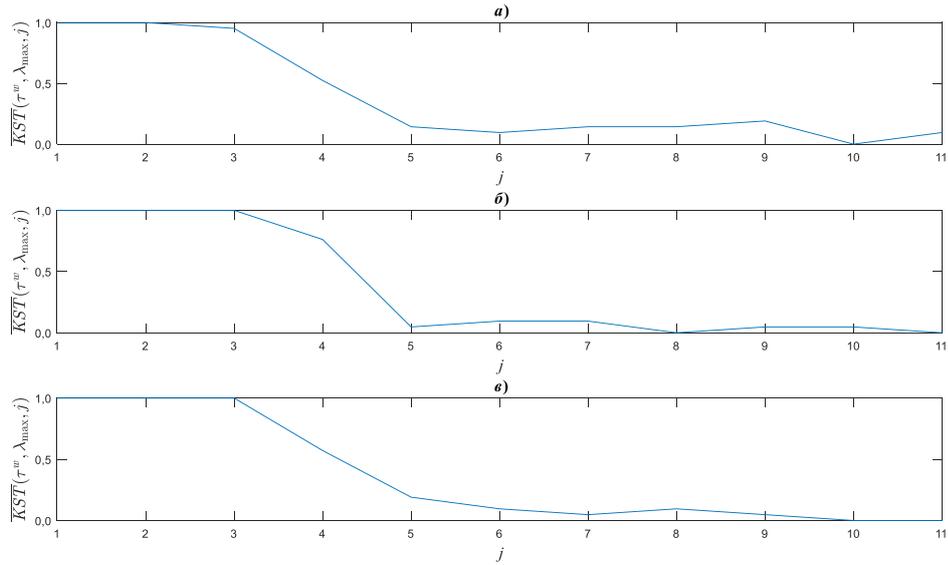


Рис. 2.19. Зависимости усреднённых значений теста однородности Колмогорова – Смирнова для  $\tau^w$ : а) –  $\lambda_{\max} = 18,8$  чел./мин б) –  $\lambda_{\max} = 21,2$  чел./мин в) –  $\lambda_{\max} = 23,6$  чел./мин

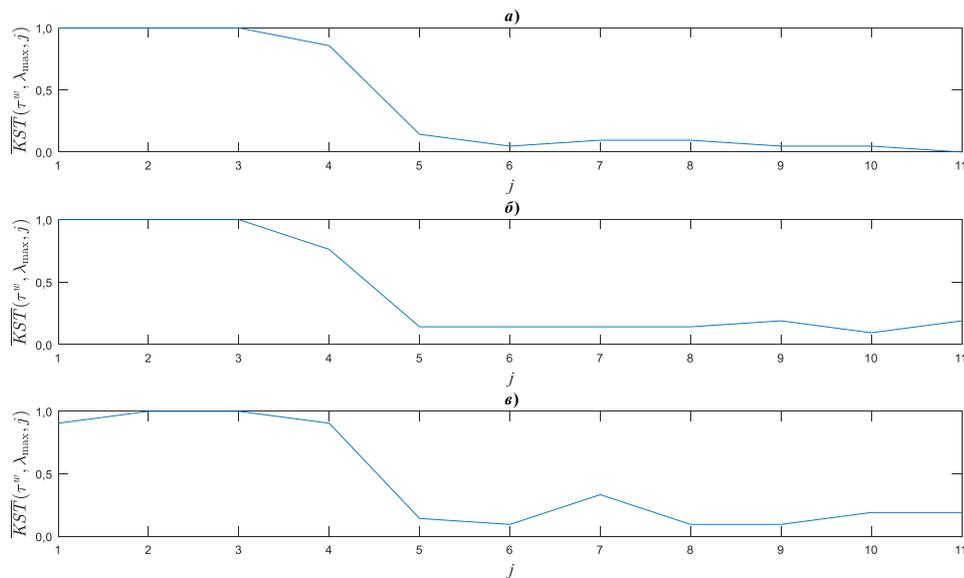


Рис. 2.20. Зависимости усреднённых значений теста однородности Колмогорова – Смирнова для  $\tau^w$ : а) –  $\lambda_{\max} = 26$  чел./мин б) –  $\lambda_{\max} = 28,4$  чел./мин в) –  $\lambda_{\max} = 30,8$  чел./мин

Из рис. 2.17–2.20 видно:

- 1) вычисленные зависимости  $\overline{KST}(\bar{L}_{\max}, \lambda_{\max}, j)$ ,  $\overline{KST}(\bar{\tau}^w, \lambda_{\max}, j)$  для разных макроскопических показателей подобны друг другу;
- 2) при выборе числа интервалов кусочно-постоянной аппроксимации зависимости  $\lambda = \lambda(t)$  следует выбирать, исходя из значения  $\lambda_{\max}$ ;
- 3) для случая  $\lambda_{\max} \in [18,8; 30,8]$  заявок/мин следует использовать не менее 154 интервалов кусочно-постоянной аппроксимации (соответственно, длительность интервала – 1,875 мин).

## 2.6 Выводы

1. Проведен анализ технических характеристик турникетов, являющихся неотъемлемой частью контрольно-пропускной системы объектов проведения массовых мероприятий, обоснована математическая модель турникета, в соответствии с которой длительность обслуживания одного посетителя представляет собой случайную величину с треугольным законом распределения, характеризующимся следующим набором параметров: минимальное время обслуживания, максимальное время обслуживания, наиболее вероятное время обслуживания.

2. Проведен анализ статистической информации, собранной во время проведения 16 футбольных матчей на стадионах гг. Екатеринбург, Санкт-Петербурга, Самары, результаты которого позволили сделать обоснованный вывод о необходимости раздельной аппроксимации зависимости интенсивности поступления посетителей футбольного матча от времени  $\lambda(t)$  на временном интервале, отсчитываемом от момента прихода на стадион первого посетителя футбольного матча (примерно за 120 минут до начала футбольного матча) до достижения интенсивности поступления посетителей максимального значения (примерно, за 10–20 минут до начала матча), и на временном интервале, отсчитываемом от момента достижения интенсивности поступления заявок от времени максимального значения до момента окончания прихода посетителей на стадион (примерно, не позднее 20 минут после начала футбольного матча), с помощью полиномов  $\lambda_1(t), \lambda_2(t)$ , степень которых не превосходит 5.

3. Предложен алгоритм имитационного моделирования одиночного турникета контрольно-пропускной системы объектов проведения массовых мероприятий (одноканальной НСМО), основанный на использовании метода Монте-Карло, в котором предложено использовать не собственно функции  $\lambda_1(t), \lambda_2(t)$ , но их кусочно-постоянную аппроксимацию.

4. Разработана программная библиотека, реализующая предложенный алгоритм, и представлены результаты моделирования одноканальной НСМО, подтверждающие ее работоспособность.

5. Обоснован выбор шага кусочно-постоянной аппроксимации интенсивности поступления заявок на обслуживание.

### ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИКПС ОБЪЕКТОВ ПРОВЕДЕНИЯ МАССОВЫХ МЕРОПРИЯТИЙ

В главе 2 были предложены математические модели турникета ИКПС (одноканальной НСМО) и потоков посетителей объекта проведения массовых мероприятий, а также предложен алгоритм моделирования изучаемой НСМО и его программная реализация, которая позволяет изучать особенности функционирования ИКПС для различных зависимостей  $\lambda = \lambda(t)$ . Однако для инженеров, занимающихся проектированием и модернизацией ИКПС, а также лиц, принимающих решения о закупке соответствующего оборудования, и сотрудников служб безопасности объектов проведения массовых мероприятий практический интерес представляют не собственно результаты моделирования НСМО, но оценки их макроскопических количественных показателей, имеющих очевидный физический смысл.

В данной главе проводится исследование особенностей функционирования ИКПС объектов проведения массовых мероприятий с целью обоснования возможности описания данных НСМО с помощью некоторого набора макроскопических показателей, стационарных во времени.

#### 3.1 Обоснование выбора макроскопических количественных показателей, характеризующих процесс функционирования ИКПС

Напомним, что традиционно [17] для оценки функционирования одноканальной СМО используются следующие характеристики:

- среднее число заявок, находящихся в СМО,  $n$ :

$$n = \sum_{k=1}^{\infty} k p_k = \frac{\rho}{1-\rho}, \quad (3.1)$$

где  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ ,

- среднее число заявок, находящихся в очереди на обслуживание:

$$l = \frac{\rho^2}{1-\rho} \quad (3.2)$$

- среднее время ожидания в очереди  $t^w$ :

$$t^w = \frac{1}{\lambda} l, \quad (3.3)$$

- среднее количество обслуженных заявок  $N$ :

$$N = n - l = \rho. \quad (3.4)$$

Из (3.1)–(3.4) видно, что используемые характеристики СМО зависят от интенсивности поступления заявок  $\lambda$  и обслуживания  $\mu$ . А следовательно, в случае, когда интенсивность поступления заявок будет описываться некоторой функцией, зависящей от времени, –  $\lambda = \lambda(t)$ , обсуждаемые показатели также окажутся некоторыми функциями, зависящими от времени, для которых, однако, получить явные аналитические выражения для данных функций, зная зависимость  $\lambda = \lambda(t)$ , не удастся. При этом возможно вычислить выбранные количественные показатели численно на основе результатов статистического моделирования.

Рассмотрим методику вычисления зависимостей значений функций  $L(t)$ ,  $\tau^w(t)$ ,  $N_{out}(t)$ , описывающих, соответственно, зависимости длины очереди на входе в НСМО, длительности ожидания в очереди, количества обслуженных заявок от времени, зависящих от времени, в которой, в соответствии с алгоритмом, описанном в разделе 2.3, использовалась кусочно-постоянная аппроксимация зависимости интенсивности поступления заявок на вход изучаемой НСМО от времени:

$$\lambda(t) = \sum_{k=0}^K (\theta(t-t_k) - \theta(t-t_{k+1})) \cdot \bar{\lambda}_k, \quad (3.5)$$

где  $\theta(t-\xi)$  – функция Хэвисайда (2.10),  $K$  – количество интервалов кусочно-линейной аппроксимации,  $\bar{\lambda}_k$  – среднее значение функции  $\lambda(t)$  на интервале  $[t_k, t_{k+1}]$ .

Выбранный способ аппроксимации означает, что на каждом из интервалов  $[t_k, t_{k+1}]$  моделируемая НСМО рассматривается как стационарная СМО, на вход которой поступает стационарный поток заявок с интенсивностью  $\lambda_k$ , а ее начальное состояние соответствует конечному состоянию СМО на временном интервале  $[t_{k-2}, t_{k-1}]$ .

В связи с тем, что использовалось дискретно-событийное моделирование, зависимости количественных показателей от времени, получаемые на каждом шаге метода Монте-Карло, представляли собой не непрерывные функции, но их кусочно-постоянные аппроксимации в узлах временной сетки  $t_k = T_1 + \frac{T_3 - T_1}{K}(k-1)$ ,  $k = 1, K$ , вообще говоря, зависящие от числа отрезков кусочно-постоянной аппроксимации  $K$  (эквивалентно, длительности временного интервала кусочно-постоянной аппроксимации). В результате значения изучаемых зависимостей при различных значениях длительностей временных интервалов кусочно-постоянной аппроксимации оказывались вычисленными в узлах различных временных сеток.

В этой связи, для сравнения вычисленных зависимостей для различных длительностей интервалов кусочно-постоянной аппроксимации зависимости  $\lambda = \lambda(t)$  требуется сначала привести их к единой временной сетке, например, с помощью процедуры интерполяции, или изначально вычислять значения выбранных зависимостей в узлах единой временной сетки  $\tau_j = T_1 + \frac{T_4 - T_1}{J}(j-1)$ ,  $j = \overline{1, J}$ ,  $J > K_{\max}$ ,  $K_{\max}$  – максимальное число интервалов кусочно-постоянной аппроксимации зависимости  $\lambda = \lambda(t)$ , использованное в численных экспериментах, а  $T_4$  – момент времени окончания обслуживания.

Так как использование интерполяции с неизбежностью будет приводить к возникновению дополнительной погрешности величин, характеризующих динамику изучаемой НСМР, был использован второй подход, в соответствии с которым на каждом интервале  $[\tau_{j-1}, \tau_j]$  вычислялось число заявок, поступивших в систему с учетом необслуженных заявок на предыдущем временном интервале  $[\tau_{j-2}, \tau_{j-1}]$ , и число заявок, обслуженных в течение данного интервала,  $q^E(\tau_j)$  и  $q^S(\tau_j)$ , соответственно. На втором этапе на каждом из временных интервалов  $[\tau_{j-1}, \tau_j]$  вычислялись:

– «мгновенное» число, обслуженных заявок

$$N_{out}(\tau_j) = \sum_{r=1}^{N_j} q^S(\tau_r), \quad (3.6)$$

где  $N_j$  – число заявок, поступивших в течение временного интервала  $[\tau_{j-1}, \tau_j]$  с учетом числа заявок, оставшихся необслуженными на временном интервале  $[\tau_{j-2}, \tau_{j-1}]$ ;

– «мгновенная» длина очереди:

$$L(\tau_j) = L(\tau_{j-1}) + \sum_{r=1}^{N_j} q^E(\tau_r) - \sum_{r=1}^{N_j} q^S(\tau_r), \quad (3.7)$$

где  $L(\tau_{j-1})$  – количество заявок, ожидающих обслуживания после окончания временного интервала  $[\tau_{j-2}, \tau_{j-1}]$ ;

– «мгновенное» значение времени ожидания в очереди:

$$\tau^w(\tau_j) = \frac{\sum_{i=1}^{N_j} (t_i^E - t_i^A)}{q^S(\tau_j)}, \quad (3.8)$$

где  $t_i^E$  – время обслуживания  $i$ -ой заявки,  $t_i^A$  – время поступления в очередь на обслуживание  $i$ -ой заявки, определяемые в соответствии с алгоритмом, описанным в Разделе 2.3. Совокупности вычисленных значений далее для краткости будем называть:

зависимостью мгновенных значений числа обслуженных заявок от времени и обозначать  $N_{out}(t)$ , зависимостью мгновенной длины очереди от времени и обозначать  $L(t)$ , зависимостью мгновенного времени ожидания в очереди от времени и обозначать  $\tau^w(t)$ . Соответствующие зависимости, усредненные по ансамблю независимых реализаций, будем обозначать:  $\bar{N}_{out}(t)$ ,  $\bar{L}(t)$ ,  $\bar{\tau}^w(t)$ :

$$\bar{N}_{out}(t) = \frac{1}{M} \sum_{s=1}^M [N_{out}(t)]_s,$$

$$\bar{L}(t) = \frac{1}{M} \sum_{s=1}^M [L(t)]_s,$$

$$\bar{\tau}^w(t) = \frac{1}{M} \sum_{s=1}^M [\tau^w(t)]_s.$$

Рассмотрим зависимости  $\bar{L}(t)$ ,  $\bar{\tau}^w(t)$ ,  $\bar{N}_{out}(t)$ , вычисленные для случаев, когда входная интенсивность представляла собой функцию, линейно возрастающую на временном интервале  $[-T_1, 0]$  от нуля до максимального значения  $\lambda_{max}$  и линейно убывающую от максимального значения  $\lambda_{max}$  до нуля на временном интервале  $[0, T_2]$  (рис. 3.2–3.5).

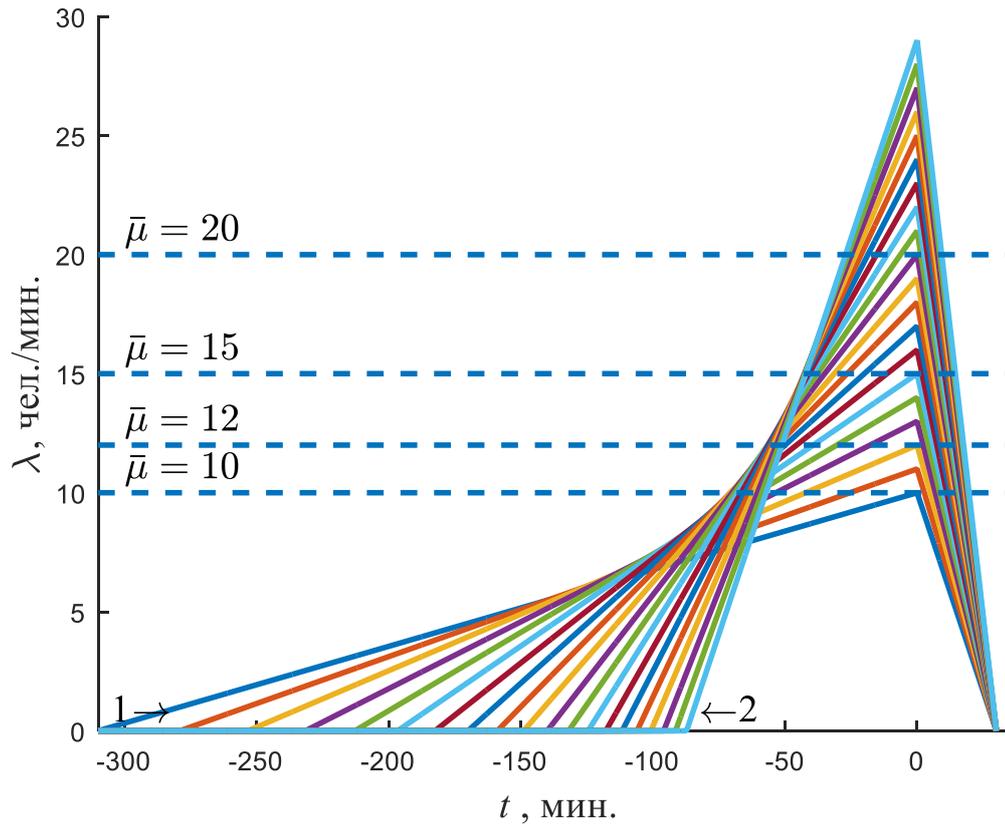


Рис. 3.2. Зависимости интенсивности поступления заявок на вход одноканальной НСМО от времени  $\lambda(t)$ , использованные в обсуждаемых численных экспериментах

Из рис. 3.2 видно, что в проведенных численных экспериментах варьировались параметры  $T_1, \lambda_{\max}$  зависимости  $\lambda = \lambda(t)$  при фиксированном значении параметра  $T_2 = 30$  мин, что обеспечивало одинаковое число обслуженных заявок  $N$  (вошедших посетителей), равное 1700, так как параметры  $N, T_1, \lambda_{\max}, T_2$  связаны друг с другом:

$$\lambda_{\max} = 2 \cdot N / (T_1 + T_2). \quad (3.9)$$

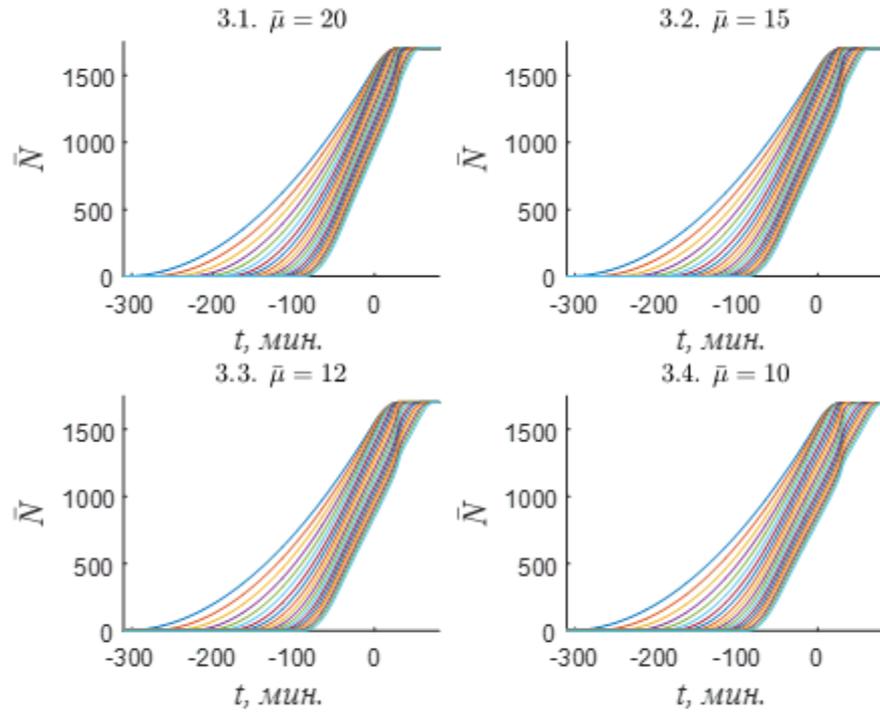


Рис. 3.3. Зависимости  $\bar{N}(\lambda_{max}, \bar{\mu}, t)$  (начало матча  $t = 0$ ) для различных значений параметров

$$\lambda_{max}, \bar{\mu}$$

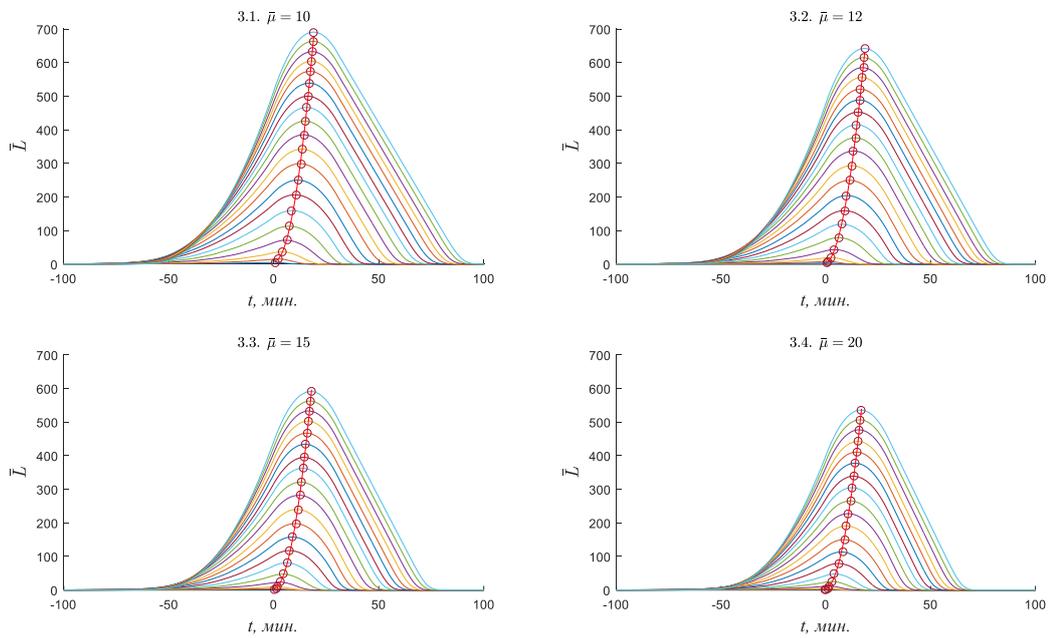


Рис. 3.4 Зависимости  $\bar{L}(\lambda_{max}, \bar{\mu}, t)$  для различных значений параметров  $\lambda_{max}, \bar{\mu}$

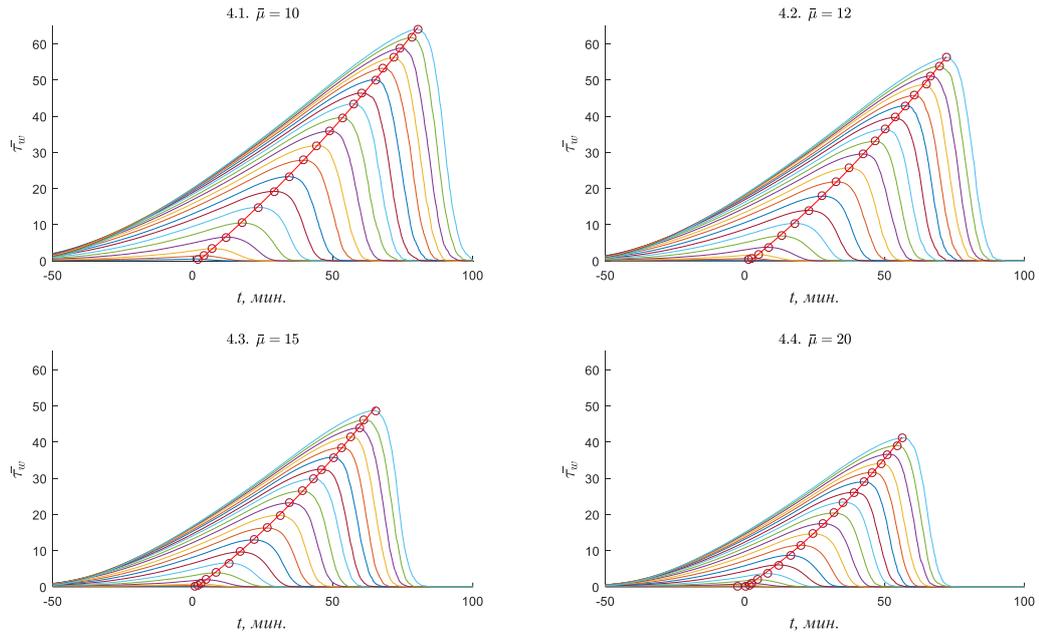


Рис. 3.5. Зависимости  $\bar{\tau}_w(\lambda_{max}, \bar{\mu}, t)$  (начало матча  $t = 0$ ) для различных значений параметров  $\lambda_{max}, \bar{\mu}$

Из рис. 3.3–3.5 видно, что для всех значений параметров  $N, T_1, \lambda_{max}, T_2$  изученные зависимости оказываются подобными друг другу. Более того, они подтверждают адекватность предложенной модели, на основании соответствия количественных показателей физическим представлениям. Например, число вошедших  $N$  является интегралом от интенсивности поступления.

Рассмотрим выбранные зависимости  $\bar{N}_{out}(t), \bar{L}(t), \bar{\tau}_w(t)$ , представленные на рис. 3.6–3.8 для случая  $\lambda_{max}=20, \bar{\mu}=15$ .

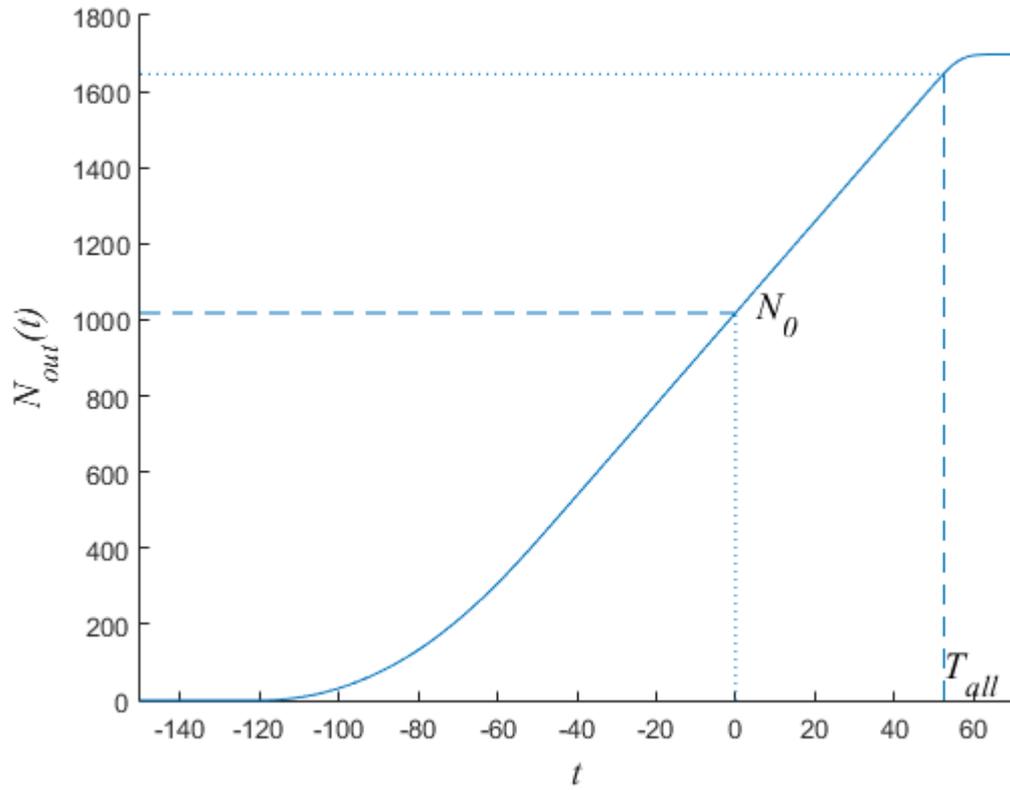


Рис. 3.6. Зависимость числа обслуженных заявок от времени  $N_{out}(t)$

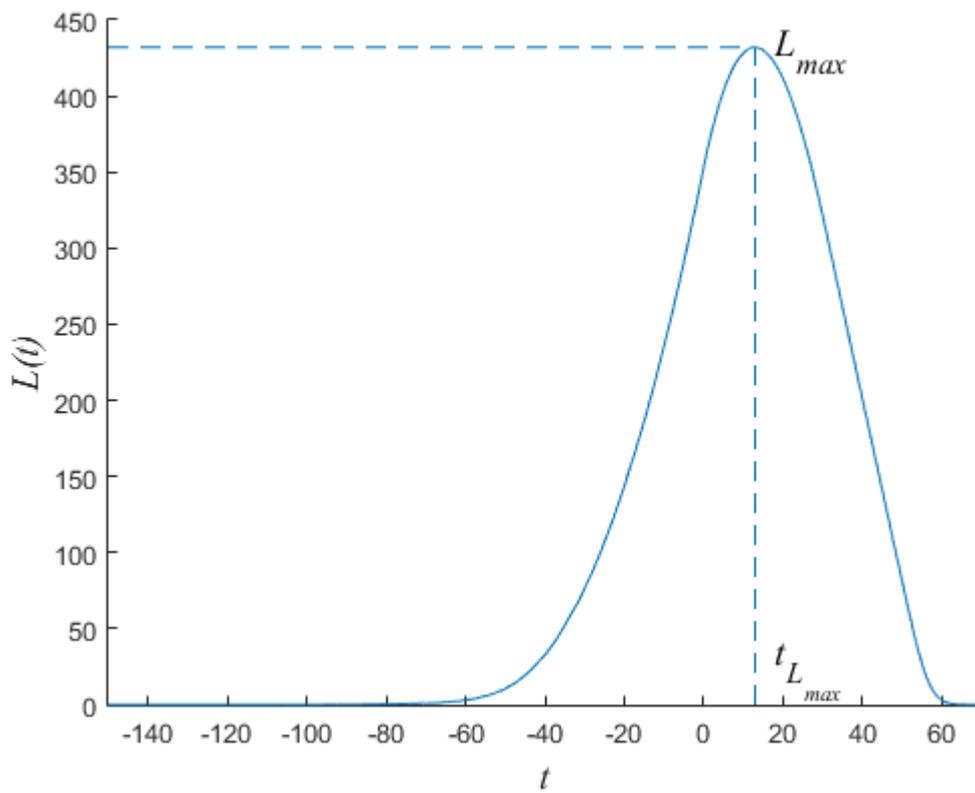


Рис. 3.7. Зависимость длины очереди от времени  $L(t)$

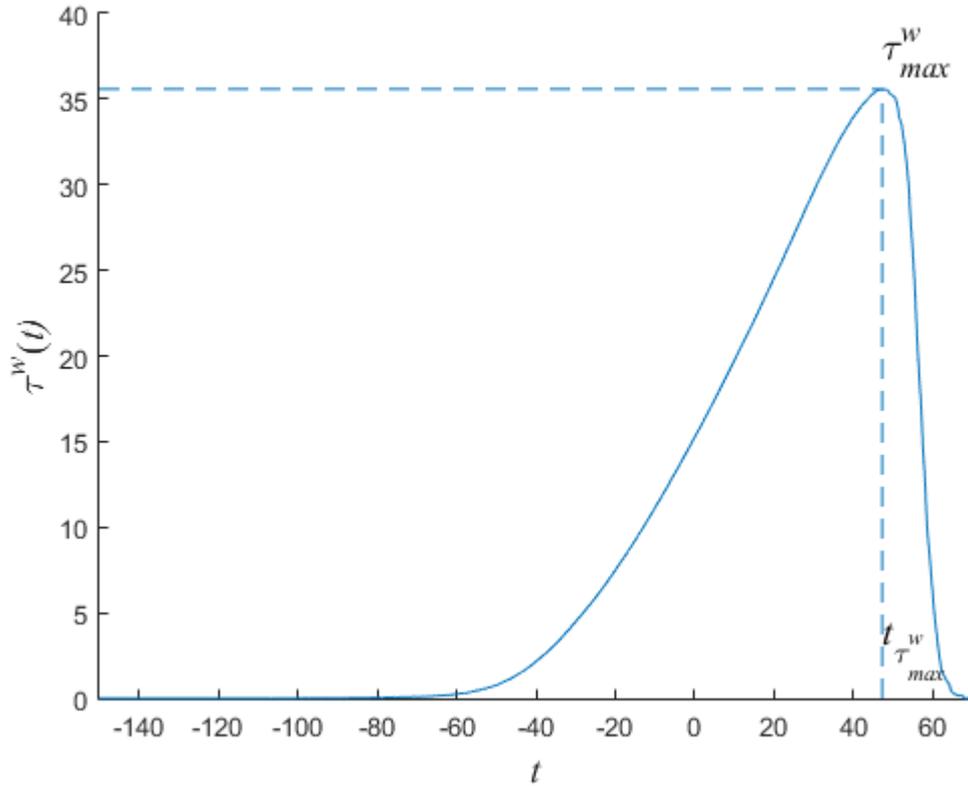


Рис. 3.8. Зависимость длительности ожидания обслуживания от времени  $\tau^w(t)$

Из рисунков 3.3–3.8 видно, что каждую из анализируемых зависимостей можно описать, указав координаты характерных точек:

– зависимость  $L(t)$ :

$$L_{\max} = \max(L(t)), \quad (3.10)$$

$$t_{L_{\max}} = \arg \max_t (L(t)), \quad (3.11)$$

– зависимость  $\tau^w(t)$ :

$$\tau_{\max}^w = \max(\tau^w(t)), \quad (3.12)$$

$$t_{\tau_{\max}^w} = \arg \max_t (\tau^w(t)), \quad (3.13)$$

– зависимость  $N_{out}(t)$ :

$$N_0 = N(0), \quad (3.14)$$

$$T_{All} = \{t : N(t) \geq 0.97 \cdot N_{\max}\}, \quad (3.15)$$

где  $N_{\max} = \max(N(t))$ .

Применительно к ИКПС данный результат означает, что изучаемую одноканальную НСМО можно описать следующим набором макроскопических показателей:

- максимальным числом посетителей объекта проведения массового мероприятия, находящихся в очереди;
- моментом времени, в которое длина очереди на входе на объект проведения массовых мероприятий достигает своего наибольшего значения;
- максимальным временем ожидания в очереди для входа на объект проведения массового мероприятия;
- моментом времени, в который время ожидания в очереди достигает своего максимального значения;
- числом посетителей, вошедших на объект проведения массового мероприятия к моменту его начала;
- моментом времени, к которому число посетителей массового мероприятия составит 97% от числа посетителей объекта проведения массовых мероприятий.

### 3.2 Анализ влияния случайной составляющей интенсивности потоков посетителей объектов проведения массовых мероприятий на оценки макроскопических количественных характеристик одноканальной НСМО

Зависимость интенсивности поступления заявок от времени, как показано в разделе 2.2, представляет собой аддитивную смесь детерминированной и случайной составляющих:

$$\lambda(t) = \lambda^{\text{det}}(t) + \lambda^{\text{rnd}}, \quad (3.16)$$

где  $\lambda^{\text{det}}(t)$  – детерминированная составляющая, а  $\lambda^{\text{rnd}}$  – случайная составляющая зависимости интенсивности поступления заявок в одноканальной НСМО от времени. Для моделирования НСМО и вычисления ее макроскопических характеристик в Разделе 2.1 было предложено использовать кусочно-постоянную аппроксимацию зависимости  $\lambda^{\text{det}}(t)$ , а случайную составляющую входной интенсивности  $\lambda^{\text{rnd}}$  учитывать добавлением к значению стационарной интенсивности на каждом из участков кусочно-постоянной аппроксимации случайного числа, генерируемого в соответствии с плотностью распределения, оцененной по имеющимся статистическим данным, собранным при проведении футбольных матчей на стадионах гг. Екатеринбурга, Санкт-Петербурга и Самары:

$$\lambda_k = \lambda_k^{\text{det}} + \lambda_k^{\text{rnd}}. \quad (3.17)$$

При этом, априори, понятно, что количественные значения макроскопических характеристик исследуемой НСМО будут определяться обеими составляющими зависимости интенсивности поступления заявок от времени. В этой связи было проведено исследование влияния случайной составляющей интенсивности поступления на получаемые количественные показатели функционирования одноканальной НСМО.

В проведенных вычислительных экспериментах была использована описанная выше кусочно-постоянная аппроксимация зависимости детерминированной составляющей интенсивности входного потока заявок от времени  $\lambda_{\text{det}}(t)$  (число интервалов кусочно-постоянной аппроксимации – 1360), которая на временном интервале  $[-120; 0]$  мин монотонно возрастала от 0 до  $\lambda_{\text{max}} = 25$  чел/мин, а на временном интервале  $[0; 30]$  мин монотонно убывала от  $\lambda_{\text{max}}$  до 0 чел/мин (последовательность  $\lambda_k^{\text{det}}$ ).

На каждом шаге метода Монте-Карло генерировались в соответствии с оценкой Розенблатта-Парзена плотности распределения случайной составляющей реальных зависимостей  $\lambda(t)$ , полученной на основе анализа статистической информации, собранной

при проведения футбольных матчей на стадионах гг. Екатеринбург, Санкт-Петербурга и Самары,  $k$  случайных чисел (последовательность  $\lambda_k^{rnd}$ ). Далее каждый из членов последовательности  $\lambda_k^{rnd}$  умножался на соответствующий масштабирующий множитель, значения которого выбирались так, чтобы отношение энергий детерминированной и случайной составляющих (по аналогии с теорией сигналов – отношение сигнал/шум,  $SNR$ ), измеряемое в Дб.

$$SNR = 10 \cdot \lg \left( \frac{\sum_k [\lambda_k^{det}]^2}{\sum_k [\lambda_k^{rnd}]^2} \right), \quad (3.18)$$

изменялось в диапазоне [5,5;22,2] Дб. Значения  $SNR$ , использованные в проведенных экспериментах, представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1  
Значения  $SNR$ , использованные в проведенных экспериментах

22,14	19,43	17,35	15,70	14,40	13,27	12,27	11,37	10,58	9,88
9,26	8,69	8,16	7,66	7,19	6,74	6,31	5,91	5,54	–

Для каждого из значений  $SNR$ , приведенных в таблице 3.1, проводилось 500 независимых экспериментов (шагов метода Монте–Карло), в каждом из которых вычислялись выбранные макроскопические характеристики исследуемой одноканальной НСМО:  $[L_{\max}]_m$ ,  $[t_{L_{\max}}]_m$ ,  $[\tau_{\max}^w]$ ,  $[t_{\tau_{\max}^w}]_m$ ,  $[N_0]_m$ ,  $[T_{All}]_m$  ( $m = \overline{1, 500}$ ). Анализ данных последовательностей показал, что совокупности значений каждой из макроскопических количественных характеристик НСМО представляют собой некоторые случайные последовательности, что иллюстрируют аппроксимации Розенблатта-Парзена функции распределения случайной последовательности  $[L_{\max}]_m$  ( $F(L_{\max})$ ) при различных значениях  $SNR$ .

Из рис. 3.9 видно, что функции распределения случайных последовательностей  $[L_{\max}]_m$  для различных значений  $SNR$  оказываются отличными друг от друга, так:

– при  $SNR = 22.14$  Дб квантили функции распределения  $F_{L_{\max}}(L_{\max})$  на уровнях доверительной вероятности  $P_\alpha = 0.05, 0.5, 0.95$  ( $Q_{P_\alpha}^{L_{\max}} = F_{L_{\max}}^{-1}(P_\alpha)$ ),  $Q_{0.05}^{L_{\max}}$ ,  $Q_{0.5}^{L_{\max}}$ ,  $Q_{0.95}^{L_{\max}}$  равны 373.1, 440.5, 512.2, соответственно;

– при  $SNR = 9.88$  Дб  $Q_{0.05}^{L_{\max}} = 362.0$ ,  $Q_{0.5}^{L_{\max}} = 437.9$ ,  $Q_{0.95}^{L_{\max}} = 518.7$ ;

– при  $SNR = 5.54$  Дб  $Q_{0.05}^{L_{\max}} = 340.9$ ,  $Q_{0.5}^{L_{\max}} = 425.8$ ,  $Q_{0.95}^{L_{\max}} = 528.4$ .

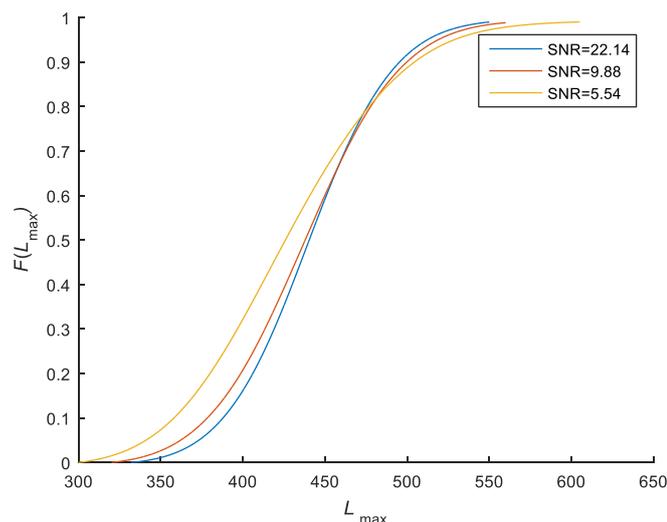


Рис. 3.9. Функция распределения  $F_{L_{\max}}(L_{\max})$  случайной последовательности  $[L_{\max}]_m$  при различных значениях  $SNR$

Таким образом, квантили функции распределения случайной последовательности  $[L_{\max}]_m$  оказываются зависящими от  $SNR$ , что подтверждает высказанную выше гипотезу о влиянии случайной составляющей зависимости интенсивности поступления заявок на вход исследуемой одноканальной НСМО от времени на выбранные макроскопические характеристики. (Отметим, что можно провести аналогию между изученными функциями распределений  $F_{L_{\max}}(L_{\max})$  и нормальным законом распределения и трактовать значение квантиля  $Q_{0.5}^{L_{\max}}$ , как математическое ожидание случайной последовательности, а разность  $Q_{0.95}^{L_{\max}} - Q_{0.05}^{L_{\max}}$  как аналог интервала, на котором укладывается 90% значений случайной последовательности  $[L_{\max}]_m$ .)

В связи с обнаруженной зависимостью функции распределения случайной последовательности  $[L_{\max}]_m$  от  $SNR$  были вычислены зависимости квантилей распределений случайных последовательностей  $[L_{\max}]_m, [t_{L_{\max}}]_m, [\tau_{\max}^w], [t_{\tau_{\max}^w}]_m, [N_0]_m, [T_{All}]_m$  ( $m = \overline{1, 500}$ ) для уровней доверительной вероятности  $P_{\alpha} = 0.05, 0.5, 0.95$  от  $SNR$  и найдены аппроксимации данных зависимостей полиномами соответствующих порядков методом наименьших квадратов

$$f^{(L_{\max}, t_{L_{\max}}, \tau_{\max}^w, t_{\tau_{\max}^w}, N_0, T_{All})}(SNR) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot SNR^i, \quad (3.19)$$

где порядок полинома для каждой случайной последовательности выбирался из условия минимального значения среднеквадратического отклонения остатков регрессионной

модели в сравнении с аналогичными величинами при использовании полиномов другой степени. Соответствующие зависимости:

$$\begin{aligned} Q_{0.05} \left\langle L_{\max}, t_{L_{\max}}, \tau_{\max}^w, t_{\tau_{\max}^w}, N_0, T_{All} \right\rangle &= f_{0.05} \left\langle L_{\max}, t_{L_{\max}}, \tau_{\max}^w, t_{\tau_{\max}^w}, N_0, T_{All} \right\rangle (SNR), \\ Q_{0.5} \left\langle L_{\max}, t_{L_{\max}}, \tau_{\max}^w, t_{\tau_{\max}^w}, N_0, T_{All} \right\rangle &= f_{0.5} \left\langle L_{\max}, t_{L_{\max}}, \tau_{\max}^w, t_{\tau_{\max}^w}, N_0, T_{All} \right\rangle (SNR), \\ Q_{0.95} \left\langle L_{\max}, t_{L_{\max}}, \tau_{\max}^w, t_{\tau_{\max}^w}, N_0, T_{All} \right\rangle &= f_{0.95} \left\langle L_{\max}, t_{L_{\max}}, \tau_{\max}^w, t_{\tau_{\max}^w}, N_0, T_{All} \right\rangle (SNR), \end{aligned} \quad (3.20)$$

и аппроксимирующие их полиномы представлены на рисунках 3.10 – 3.15 (здесь пунктиром обозначены значения соответствующих квантилей функции распределения при отсутствии случайной составляющей во входной интенсивности поступления заявок на вход изучаемой одноканальной НСМО). Значения коэффициентов аппроксимирующих полиномов представлены в таблице 3.2.

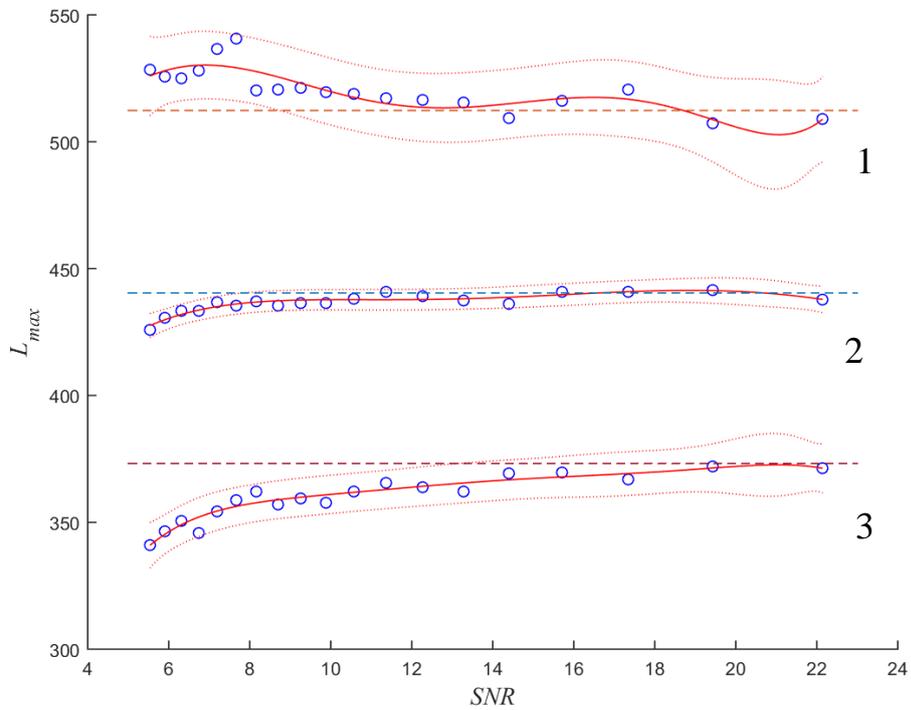


Рис. 3.10. Зависимости квантилей случайной последовательности  $[L_{\max}]_m$  от  $SNR$ : 1 –

$$Q_{0.05}^{L_{\max}} = f_{0.05}^{L_{\max}}(SNR); 2 - Q_{0.5}^{L_{\max}} = f_{0.5}^{L_{\max}}(SNR); 3 - Q_{0.95}^{L_{\max}} = f_{0.95}^{L_{\max}}(SNR)$$

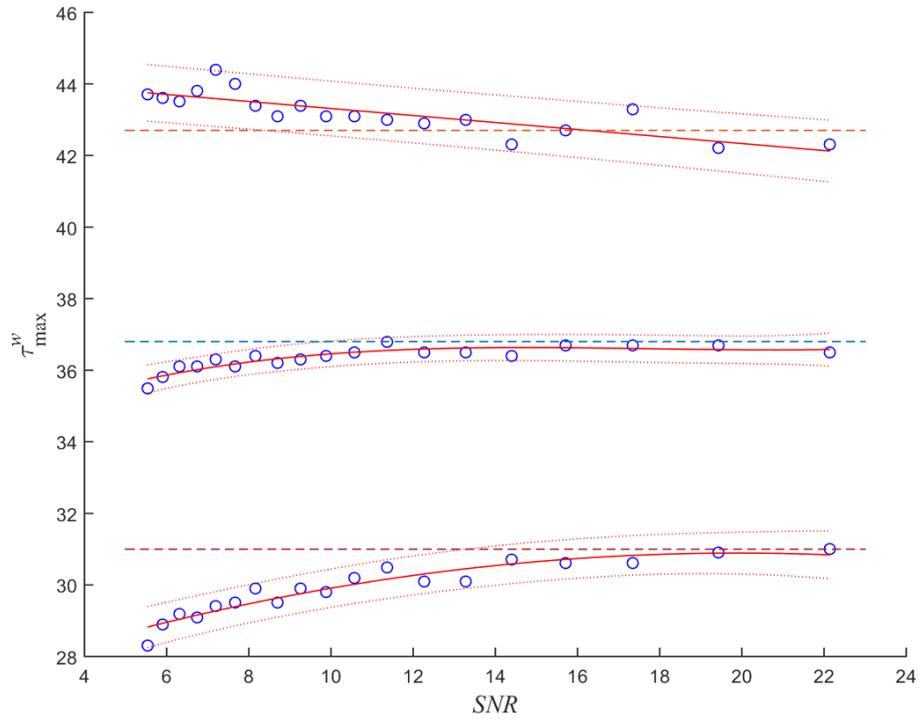


Рис. 3.11. Зависимости квантилей случайной последовательности  $[\tau_{\max}^w]$  от SNR:

$$1 - Q_{0.05}^{\tau_{\max}^w} = f_{0.05}^{\tau_{\max}^w}(SNR); \quad 2 - Q_{0.5}^{\tau_{\max}^w} = f_{0.5}^{\tau_{\max}^w}(SNR); \quad 3 - Q_{0.95}^{\tau_{\max}^w} = f_{0.95}^{\tau_{\max}^w}(SNR)$$

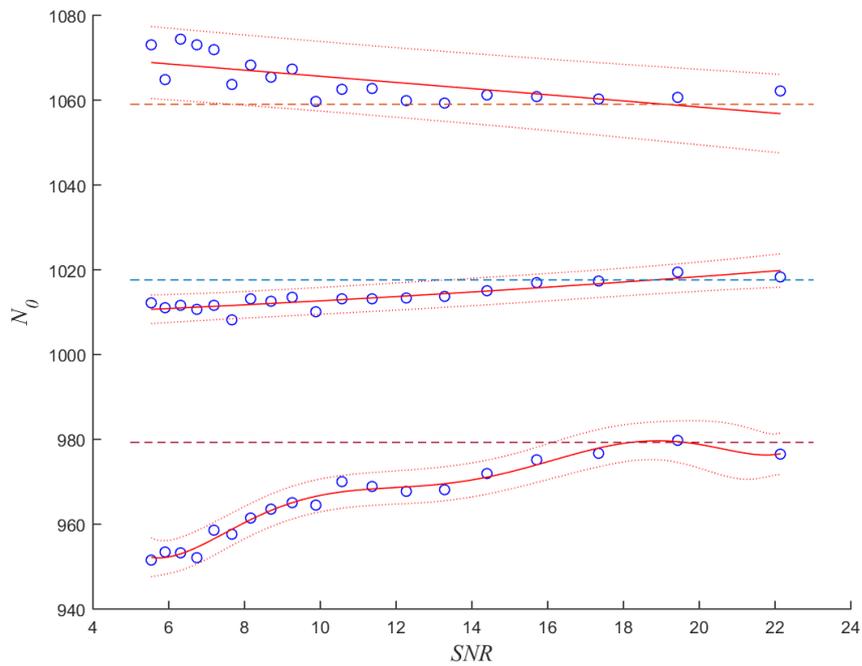


Рис. 3.12. Зависимости квантилей случайной последовательности  $[N_0]_m$  от SNR:

$$1 - Q_{0.05}^{N_0} = f_{0.05}^{N_0}(SNR); \quad 2 - Q_{0.5}^{N_0} = f_{0.5}^{N_0}(SNR); \quad 3 - Q_{0.95}^{N_0} = f_{0.95}^{N_0}(SNR)$$

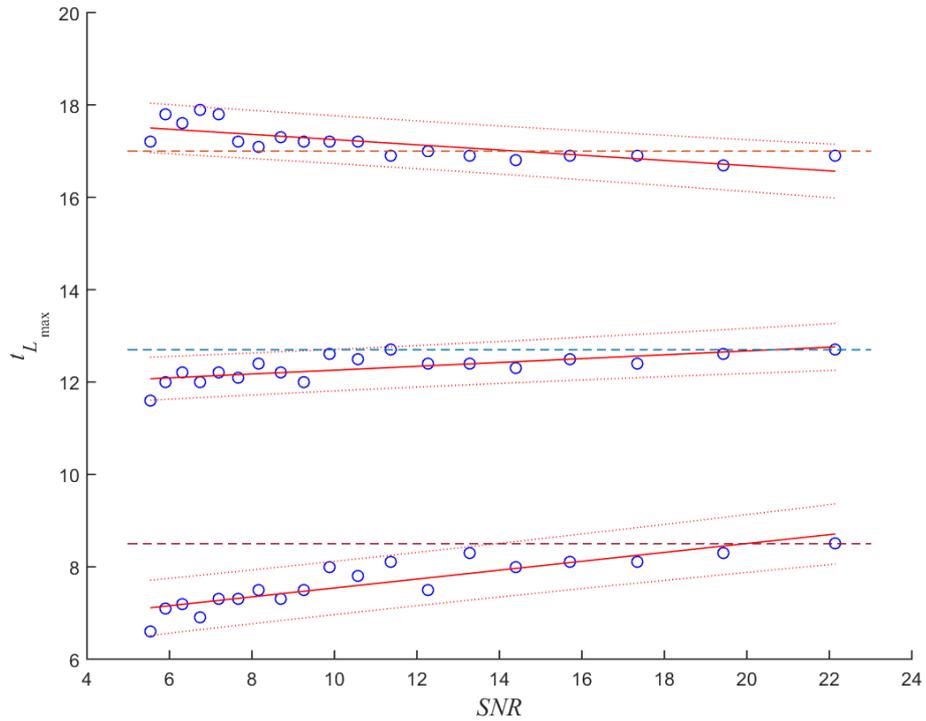


Рис. 3.13. Зависимости квантилей случайной последовательности  $\left[ t_{L_{\max}} \right]_m$  от SNR:

$$1 - Q_{0.05}^{t_{L_{\max}}} = f_{0.05}^{t_{L_{\max}}}(SNR); 2 - Q_{0.5}^{t_{L_{\max}}} = f_{0.5}^{t_{L_{\max}}}(SNR); 3 - Q_{0.95}^{t_{L_{\max}}} = f_{0.95}^{t_{L_{\max}}}(SNR)$$

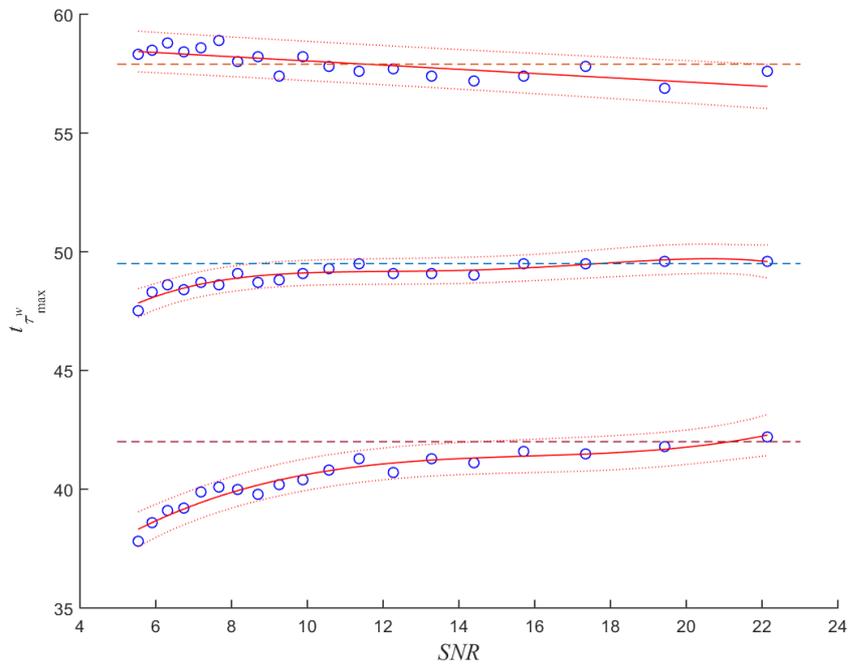


Рис. 3.14. Зависимости квантилей случайной последовательности  $\left[ t_{\tau_{\max}}^w \right]_m$  от SNR:

$$1 - Q_{0.05}^{t_{\tau_{\max}}^w} = f_{0.05}^{t_{\tau_{\max}}^w}(SNR); 2 - Q_{0.5}^{t_{\tau_{\max}}^w} = f_{0.5}^{t_{\tau_{\max}}^w}(SNR); 3 - Q_{0.95}^{t_{\tau_{\max}}^w} = f_{0.95}^{t_{\tau_{\max}}^w}(SNR)$$

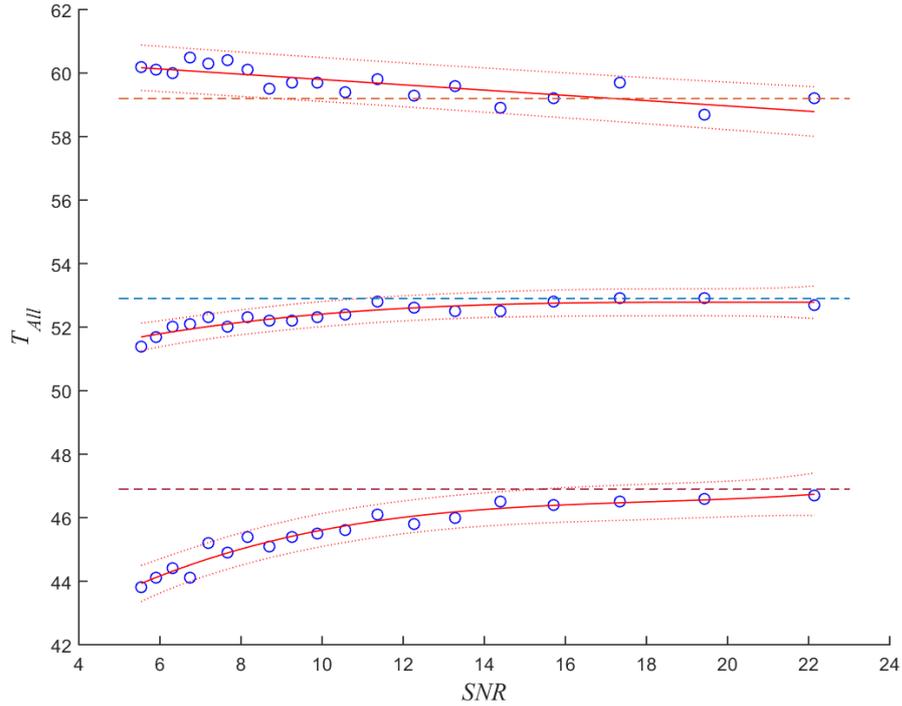


Рис. 3.15. Зависимости квантилей случайной последовательности  $[T_{All}]_m$  от  $SNR$ :

$$1 - Q_{0.05}^{T_{All}} = f_{0.05}^{T_{All}}(SNR); \quad 2 - Q_{0.5}^{T_{All}} = f_{0.5}^{T_{All}}(SNR); \quad 3 - Q_{0.95}^{T_{All}} = f_{0.95}^{T_{All}}(SNR)$$

Из рисунков 3.10 – 3.15 видно, что, действительно, квантили распределений случайных последовательностей  $[t_{L_{max}}]_m$ ,  $[\tau_{max}^w]_m$ ,  $[t_{\tau_{max}^w}]_m$ ,  $[N_0]_m$ ,  $[T_{All}]_m$ :  $Q_{0.05}^{(L_{max}, t_{L_{max}}, \tau_{max}^w, t_{\tau_{max}^w}, N_0, T_{All})}$ ,  $Q_{0.5}^{(L_{max}, t_{L_{max}}, \tau_{max}^w, t_{\tau_{max}^w}, N_0, T_{All})}$ ,  $Q_{0.95}^{(L_{max}, t_{L_{max}}, \tau_{max}^w, t_{\tau_{max}^w}, N_0, T_{All})}$  являются соответствующими функциями  $SNR$ , значения которых при увеличении  $SNR$  стремятся к соответствующим значениям, вычисленным для случая отсутствия случайной составляющей в зависимости интенсивности поступления заявок на вход исследуемой одноканальной НСМО. Используя полученные аппроксимации зависимостей (3.21), были вычислены «средние» выбранных количественных показателей одноканальной НСМО:

$$\langle \bar{L}_{max}, \bar{t}_{L_{max}}, \bar{\tau}_{max}^w, \bar{t}_{\tau_{max}^w}, \bar{N}_0, \bar{T}_{All} \rangle = Q_{0.5}^{(L_{max}, t_{L_{max}}, \tau_{max}^w, t_{\tau_{max}^w}, N_0, T_{All})},$$

а также диапазон их возможных значений:

$$\langle \Delta L_{max}, \Delta t_{L_{max}}, \Delta \tau_{max}^w, \Delta t_{\tau_{max}^w}, \Delta N_0, \Delta T_{All} \rangle = Q_{0.95}^{(L_{max}, t_{L_{max}}, \tau_{max}^w, t_{\tau_{max}^w}, N_0, T_{All})} - Q_{0.05}^{(L_{max}, t_{L_{max}}, \tau_{max}^w, t_{\tau_{max}^w}, N_0, T_{All})},$$

представленные в таблице 3.3.

Таблица 3.2. Значения коэффициентов аппроксимации зависимости макроскопических показателей от различных соотношений  $SNR$  входной интенсивности

	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
1	2	3	4	6	6	7	8
$[L_{\max}]_m$	$-65 \pm 900$	$189 \pm 400$	$-35 \pm 110$	$3 \pm 11$	$-0,2 \pm 0,7$	$0,005 \pm 0,022$	$-0,00006 \pm 0,00027$
	$295 \pm 150$	$51 \pm 70$	$-7 \pm 11$	$0,4 \pm 0,9$	$-0,014 \pm 0,036$	$0,0002 \pm 0,0005$	–
	$422 \pm 1500$	$13 \pm 800$	$8 \pm 180$	$-2 \pm 20$	$0,2 \pm 1,2$	$-0,007 \pm 0,038$	$0,0001 \pm 0,0004$
$[\tau_{\max}^w]_m$	$26,9 \pm 0,8$	$0,40 \pm 0,14$	$-0,01 \pm 0,005$	–	–	–	–
	$33,7 \pm 1,5$	$0,5 \pm 0,4$	$-0,03 \pm 0,032$	$0,0006 \pm 0,0007$	–	–	–
	$44,3 \pm 0,4$	$-0,098 \pm 0,036$	–	–	–	–	–
$[N_0]_m$	$1400 \pm 400$	$-270 \pm 250$	$60 \pm 50$	$-6 \pm 6$	$0,38 \pm 0,36$	$-0,011 \pm 0,011$	$0,00013 \pm 0,00013$
	$1009 \pm 5$	$0,3 \pm 0,8$	$0,008 \pm 0,031$	–	–	–	–
	$1073 \pm 5$	$-0,72 \pm 0,39$	–	–	–	–	–
$[t_{L_{\max}}]_m$	$6,58 \pm 0,33$	$0,096 \pm 0,027$	–	–	–	–	–
	$11,84 \pm 0,26$	$0,0415 \pm 0,021$	–	–	–	–	–
	$17,81 \pm 0,29$	$-0,056 \pm 0,024$	–	–	–	–	–
$[t_{\tau_{\max}^w}]_m$	$31,4 \pm 2,8$	$1,8 \pm 0,7$	$-0,110 \pm 0,06$	$0,0023 \pm 0,0014$	–	–	–
	$39 \pm 6$	$3,0 \pm 2,3$	$-0,33 \pm 0,29$	$0,015 \pm 0,015$	$-0,00026 \pm 0,00027$	–	–
	$58,9 \pm 0,4$	$-0,088 \pm 0,039$	–	–	–	–	–
$[T_{All}]_m$	$39,6 \pm 2,2$	$1,1 \pm 0,5$	$-0,06 \pm 0,04$	$0,0010 \pm 0,0011$	–	–	–
	$49,9 \pm 1,7$	$0,4 \pm 0,4$	$-0,020 \pm 0,035$	$0,0003 \pm 0,0008$	–	–	–
	$60,6 \pm 0,4$	$-0,083 \pm 0,033$	–	–	–	–	–

Таблица 3.3. Значения макроскопических показателей для различных соотношений  $SNR$  во входной интенсивности

$SNR$	6	9	12	15	18	21	$\infty$
$\bar{L}_{\max}$	430,4	437,5	437,7	439,1	441,2	440,0	440,4
$\Delta L_{\max}$	235,5	185,5	171,0	170,3	168,6	163,9	139,1
$\bar{\tau}_{\max}^w$	35,9	36,4	36,5	36,6	36,6	36,5	36,8
$\Delta \tau_{\max}^w$	16,5	15,0	14,2	13,5	12,3	12,7	11,7
$\bar{N}_0$	1011,0	1012,2	1014,0	1015,0	1017,1	1019,0	1017,6
$\Delta N_0$	128,6	114,5	107,3	101,7	93,3	96,2	79,7
$\bar{t}_{L_{\max}}$	12,1	12,2	12,3	12,4	12,5	12,7	12,7
$\Delta t_{L_{\max}}$	11,4	11,0	10,5	10,07	9,6	9,2	8,5
$\bar{t}_{\tau_{\max}^w}$	48,1	49	49,2	49,26	49,5	49,7	49,5
$\Delta t_{\tau_{\max}^w}$	21,2	19,3	18,3	17,8	17,4	16,8	15,9
$\bar{T}_{All}$	51,7	52,3	52,5	52,7	52,7	52,7	52,9
$\Delta T_{All}$	17,2	15,7	14,8	14,3	13,9	13,6	12,3

Из таблицы 3.3 видно.

1. При  $SNR \geq 18$  Дб значение макроскопического показателя  $\bar{L}_{\max}$  с точностью до  $\approx 0.2\%$  равняется аналогичному значению в случае  $SNR = \infty$  (отсутствие в зависимости  $\lambda = \lambda(t)$  случайной составляющей).

2. При  $SNR \in [6, 15]$  Дб относительное отклонение значений макроскопического показателя  $\bar{L}_{\max}$  от аналогичного значения в случае  $SNR = \infty$  изменяется в диапазоне  $[2, 3; 0, 3]\%$ .

3. При увеличении значения  $SNR$  от 6 до 21 Дб значение макроскопического показателя  $\Delta L_{\max}$  монотонно уменьшается, при этом относительное отклонение находится в диапазоне  $[69, 3; 17, 8]\%$ .

4. Отличие значения макроскопического показателя  $\bar{\tau}_{\max}^w$  при  $SNR = 6$  Дб отличается от аналогичного значения в случае  $SNR = \infty$  составляет 2,2%, при в случае  $SNR \geq 9$  Дб – менее 1,1%.

5. При увеличении значения  $SNR$  от 6 до 18 Дб отклонение значений макроскопического показателя  $\Delta \tau_{\max}^w$  монотонно уменьшается, при этом относительное отклонение макроскопического показателя  $\Delta \tau_{\max}^w$  от соответствующего значения при  $SNR = \infty$  изменяется в диапазоне  $[41, 0; 8, 6]\%$ . Значение макроскопического показателя  $\Delta \tau_{\max}^w$  при  $SNR = 21$  Дб, равное 12,7 мин., оказывается больше аналогичного значения при  $SNR = 18$  Дб. С нашей точки зрения, данный результат, а также аналогичные результаты для макроскопических показателей  $\bar{N}_0$ ,  $\Delta \bar{N}_0$ , обусловлен тем, что степени использованных аппроксимирующих полиномов (см. Таблицу 2), оказываются такими, что данные полиномы аппроксимируют не только обсуждаемую детерминированную зависимость, но и случайную составляющую, присутствующую в исходных данных.

6. При увеличении значения  $SNR$  от 6 до 18 Дб значение макроскопического показателя  $\bar{N}_0$  монотонно увеличивается, при этом относительное отклонение данного макроскопического показателя  $\Delta \bar{N}_0$  от 6 до 18 аналогичного значения при  $SNR = \infty$  изменяется в диапазоне от 0,6% до 0,05%.

7. При изменении  $SNR$  от 6 до 18 Дб значение макроскопического показателя  $\Delta \bar{N}_0$  монотонно уменьшается, при этом относительное отклонение данного макроскопического

показателя от соответствующего значения при  $SNR = \infty$  изменяется в диапазоне от 61,4% до 20,7%.

8. При изменении  $SNR$  от 6 до 21 Дб значение макроскопического показателя  $\bar{t}_{L_{\max}}$  монотонно увеличивается, при этом относительное отклонение данного макроскопического показателя от соответствующего значения при  $SNR = \infty$  изменяется в диапазоне от 4,8% до 0%.

9. При изменении  $SNR$  от 6 до 21 Дб значение макроскопического показателя  $\Delta\bar{t}_{L_{\max}}$  монотонно уменьшается, при этом относительное отклонение данного макроскопического показателя от соответствующего значения при  $SNR = \infty$  изменяется в диапазоне от 34,1% до 8,7%.

10. Значения макроскопического показателя  $\bar{t}_{\tau_{\max}^w}$  в изученном диапазоне значений  $SNR$  с точностью до 2,8% оказываются равными соответствующему значению в случае  $SNR = \infty$ .

11. Значения макроскопического показателя  $\Delta\bar{t}_{\tau_{\max}^w}$  в изученном диапазоне значений  $SNR$  монотонно убывают, при этом относительное отклонение изучаемого макроскопического показателя от соответствующего значения в случае  $SNR = \infty$  изменяется в диапазоне от 39,6% до 5,7%.

12. Значения макроскопического показателя  $\bar{T}_{All}$  в изученном диапазоне значений  $SNR$  с точностью до 2,3% оказываются равными соответствующему значению в случае  $SNR = \infty$ .

13. Значения макроскопического показателя  $\Delta\bar{T}_{All}$  в изученном диапазоне значений  $SNR$  монотонно убывают, при этом относительное отклонение изучаемого макроскопического показателя от соответствующего значения в случае  $SNR = \infty$  изменяется в диапазоне от 39,8% до 10,6%.

Таким образом, при увеличении значения  $SNR$  значения разброса макроскопических параметров  $\Delta\bar{L}_{\max}$ ,  $\Delta\bar{\tau}_{\max}^w$ ,  $\Delta\bar{N}_0$ ,  $\Delta\bar{t}_{L_{\max}}$ ,  $\Delta\bar{t}_{\tau_{\max}^w}$ ,  $\Delta\bar{T}_{All}$ , оказываются выше соответствующих значений в случае  $SNR = \infty$ , что с физической точки зрения обусловлено большим разбросом значений входной интенсивности из-за наличия в ней случайной составляющей.

В тоже время значения наиболее ожидаемых макроскопических показателей  $\bar{L}_{\max}$ ,  $\bar{\tau}_{\max}^w$ ,  $\bar{N}_0$ ,  $\bar{t}_{L_{\max}}$ ,  $\bar{t}_{\tau_{\max}^w}$ ,  $\bar{T}_{All}$  в изученном диапазоне значений оказываются слабо зависящими от  $SNR$ . Незначительное уменьшение этих значений с физической точки зрения можно объяснить тем, что случайная составляющая генерировалась на основе распределения

остатков аппроксимации реальных зависимостей, полученного по методу Розенблатта-Парзена, а затем умножалась на масштабирующий коэффициент. Наименьшее значение информационного функционала было в распределении Коши, в котором распределение «энергии» имело небольшой дисбаланс в сторону отрицательных значений, которые при умножении на масштабирующий коэффициент давали сдвиг на макроскопические показатели.

### 3.3 Исследование влияния политики постановки заявок в очередь на обслуживание на макроскопические характеристики многоканальной НСМО

На практике на объектах проведения массовых мероприятий используются контрольно-пропускные системы, состоящие из более чем одного турникета, с математической точки зрения представляющие собой многоканальные НСМО, характеристики которых, зависят от числа турникетов. При этом можно ожидать, что увеличение числа ОУ должно пропорционально уменьшать, например, значение такой количественной характеристики многоканальной НСМО, как длина очереди на обслуживание к данному обслуживаемому устройству (ОУ).

Однако, выражения, описывающие количественные характеристики (среднюю длину очереди, среднее время ожидания в очереди и т.п), получены только для многоканальных стационарных СМО при достаточно сильных ограничениях, например, о том, что:

1. интенсивность обслуживания заявок в ОУ  $\mu$  больше интенсивности поступления заявок  $\lambda$  (режим недогрузки канала);
2. поступающие в многоканальную стационарную СМО заявки распределяются между обслуживаемыми устройствами случайным образом.

Кроме того, на практике выбор турникета посетителями объектов проведения массовых мероприятий оказывается не случайным. Действительно, из повседневного опыта известно, что любой посетитель массового мероприятия из двух турникетов в подавляющем числе случаев выберет турникет, к которому очередь на обслуживание, по его оценке, окажется минимальной (и, соответственно, длительность ожидания обслуживания). В этой связи можно ожидать, что макроскопические характеристики одноканальной НСМО, описанные выше, каждого из обслуживаемых устройств будут зависеть не только от их количества, но и политики выбора турникета.

Однако целенаправленных исследований влияния политики выбора ОУ многоканальной НСМО на макроскопические характеристики системы ранее не проводилось. В этой связи было изучено влияние политики выбора ОУ с минимальной длиной очереди на макроскопические характеристики НСМО, в котором использовались алгоритмы моделирования многоканальной НСМО со случайным выбором обслуживаемых устройств (алгоритм № 1), алгоритм моделирования многоканальной НСМО с выбором ОУ с наименьшей длиной очереди (алгоритм № 2). Отметим, известную универсальность данных алгоритмов позволяющих моделировать как многоканальные НСМО, так и многоканальные СМО за счет соответствующего задания постоянных значений интенсивности поступления заявок, хранящихся в векторе  $\Lambda$ .

Рассмотрим блок-схему алгоритма № 1, представленную на рисунках 3.16, 3.17.

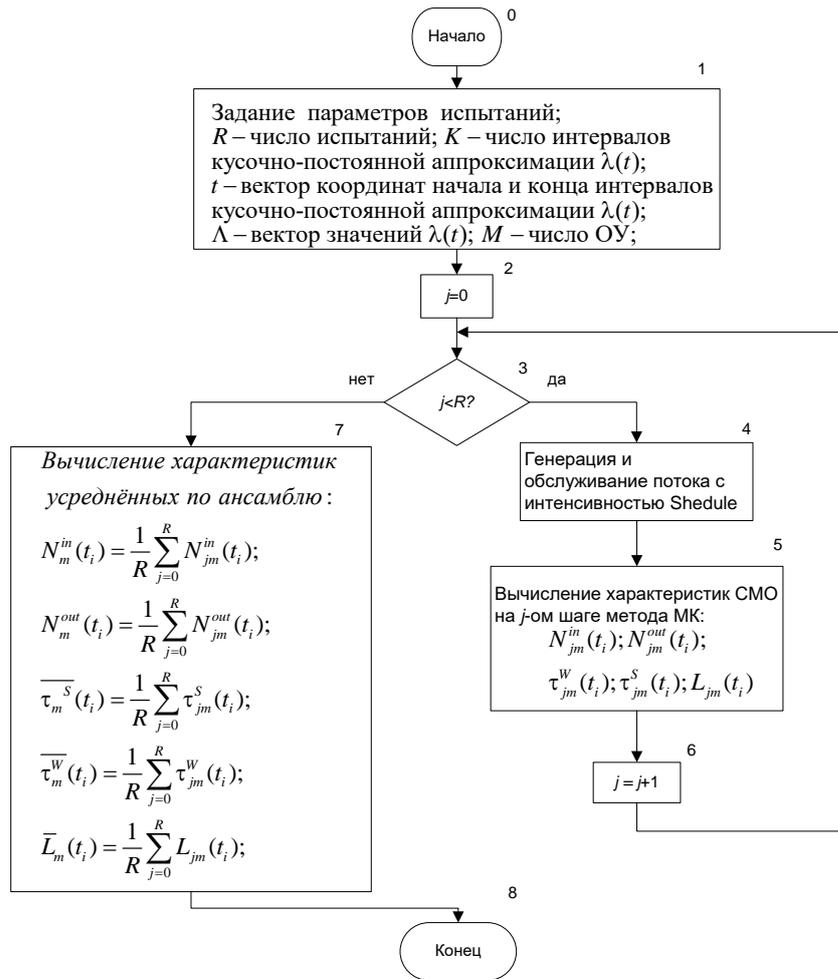


Рисунок 3.16. Блок-схема алгоритма моделирования  $M$ -канальной нестационарной СМО с кусочно-постоянным законом, описывающим изменение интенсивности от времени: 1 – блок задания значений входных параметров алгоритма; 2 – блок инициализации счетчика числа испытаний; 3 – блок контроля значения счетчика шагов метода Монте-Карло; 4 – блок генерации и обслуживания потока заявок (детализация данного блока представлена на рис. 2); 5 – блок вычисления характеристик СМО на  $j$ -ом шаге метода Монте-Карло (здесь  $N_j^{in}(t_i)$  – входной поток заявок;  $N_j^{out}(t_i)$  – поток обслуженных заявок;  $\tau_j^S(t_i)$  – зависимость длительности обслуживания от времени;  $\tau_j^W(t_i)$  – зависимость длительности ожидания заявки в очереди от времени;  $L_j(t_i)$  – зависимость длины очереди от времени); 6 – блок увеличения значения счетчика числа испытаний на единицу; 7 – блок вычисления усредненных по ансамблю реализаций характеристик СМО для каждого ОУ.

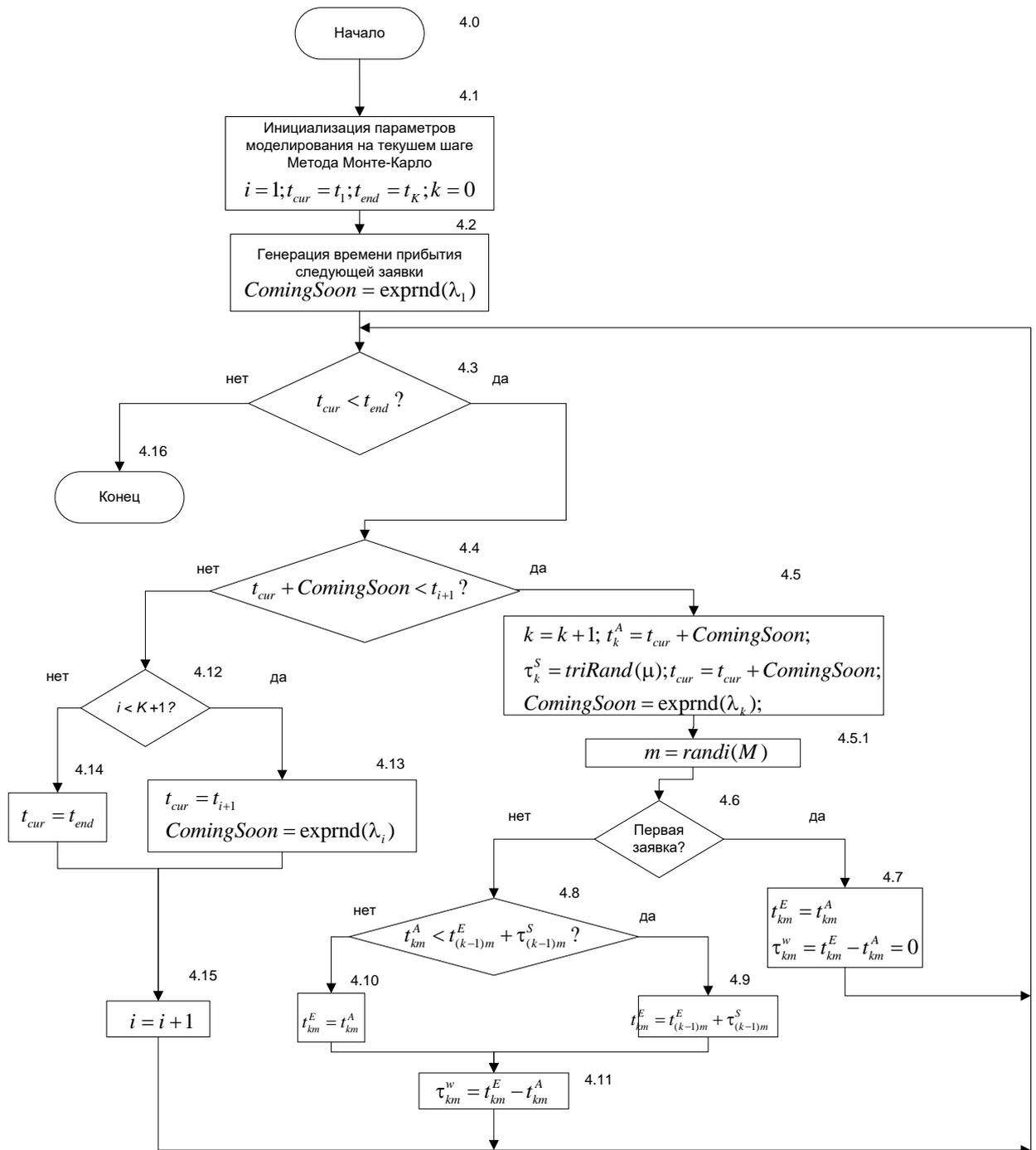


Рисунок. 3.17 Детализация блока 4: 4.1 – блок задания значений входных параметров алгоритма  $\lambda_{cur} = \lambda_i; t_{cur} = t_i; t_{end} = t_K$ ; для  $j$ -го шага метода Монте-Карло; 4.2 – блок генерации случайного числа ( $ComingSoon$  – время прихода следующей заявки) с законом распределения  $F(t) = 1 - e^{-\lambda_{cur}}$ ; 4.3 – блок проверки необходимости продолжать моделирование; 4.4 – блок проверки попадания следующей заявки в текущий интервал; 4.5 – блок установки модельного времени в момент  $ComingSoon$ ; генерации заявки и добавление её в конец очереди (здесь же осуществляется генерация случайного числа с треугольным законом распределения с параметрами [ $min, mean, max$ ] ( $min$  – минимальное время обслуживания заявки,  $mean$  – момент времени, соответствующий максимальному значению плотности треугольного распределения времени обслуживания заявки,  $max$  – максимальное время обслуживания заявки), используемого как значение времени обслуживания данной заявки; момент  $ComingSoon$  переопределяется аналогично блоку 4.2; блок 4.6 – проверка была ли обслужена хотя бы одна заявка; 4.7 – блок обслуживания первой заявки без очереди; 4.8 – блок проверки обслужилась ли предыдущая заявка до момента поступления

текущей заявки (есть ли очередь); 4.9 – блок вычисления момента, когда текущая заявка поступит на обслуживание; 4.10 – блок вычисления момента, когда текущая заявка поступит на обслуживание; 4.11 – блок вычисления времени ожидания в очереди; 4.12 – блок проверки не завершились ли интервалы для моделирования; 4.13 – блок перехода на следующий интервал моделирования; 4.14 – блок перехода на конец последнего интервала моделирования; 4.15 – блок инкремента счётчика интервалов;

Из рисунков 3.16, 3.17 видно, что алгоритм № 1 реализуется выполнением следующей последовательности действий.

9. Задание параметров испытаний (блок 1):

- числа испытаний –  $R$ ;
- числа интервалов кусочно-постоянной аппроксимации зависимости  $\lambda(t)$  –  $K$ ;
- массива, содержащего значения интенсивности поступления заявок на вход многоканальной НСМО на выбранных интервалах кусочно-постоянной аппроксимации зависимости  $\lambda(t) - \lambda_i, i = \overline{1, K}$ .

10. Инициализация счетчика числа испытаний  $j$  (блок 2).

11. Сравнение текущего значения счетчика цикла по переменной  $j$  со значением переменной  $R$  (блок 3). Если  $j < R$ , переход к п. 4, если  $j = R$ , переход к п. 10.

12. Моделирование НСМО на текущем шаге метода Монте-Карло (блок 4).

12.1. Инициализация параметров моделирования (блок 4.1):

- счётчика интервалов –  $i$ ;
- номера текущей заявки –  $k$ ;
- модельного времени –  $t_{cur}$ .

12.2. Генерация момента времени прибытия первой заявки (блок 4.2).

12.3. Сравнение модельного времени  $t_{cur}$  с границей интервала моделирования  $t_{end}$  (блок 4.3). Если переход  $t_{cur} < t_{end}$  – переход к п. 4.4, иначе – окончание моделирования на данном шаге метод Монте-Карло (переход к п. 5).

12.4. Сравнение момента прихода следующей заявки  $t_{cur} + ComingSoon$  с границей текущего интервала  $t_{i+1}$ , если  $t_{cur} + ComingSoon < t_{i+1}$  (блок 4.4). Если  $t_{cur} < t_{end}$  – переход к п. 4.5, иначе – переход к п. 4.5.

12.5. Генерация заявки на  $i$ -ом интервале кусочно-постоянной аппроксимации и вычисление времени ее обслуживания (блок 4.5):

- увеличение значения счетчика заявок  $j$  на единицу;
- сохранение времени прибытия заявки –  $t_j^A = t_{cur} + ComingSoon$ ;
- расчёт обслуживания сгенерированной заявки –  $\tau_j^S$ ;

– устанавливается нового значения модельного времени  $t_{cur}$  и вычисление момента поступления следующей заявки *ComingSoon*.

4.5.1 Выбор номера  $m$  (индекса в массивах) ОУ случайным выбором натурального числа из интервала  $[1, M]$ , где  $M$  – это число ОУ.

12.6. Проверка является ли данная заявка первой в выбранном обслуживающем устройстве (блок 4.6). Если да, то переход к п. 4.7, иначе к п. 4.8.

12.7. Задание значения времени поступления первой заявки в  $m$  обслуживающем устройстве на обслуживание  $t_{jm}^E$  равным времени прибытия данной заявки  $t_{jm}^A$ , соответственно, время ожидания в очереди  $\tau_{jm}^w$  равным 0 (блок 4.7). Переход к п. 4.3.

12.8. Вычисление значения момента времени поступления заявки на обслуживание  $t_{jm}^E$ , определяемого как время поступления ранее поступившей заявки  $t_{(j-1)m}^E$ , ожидающей обслуживания, плюс время на обслуживание данной заявки  $\tau_{(j-1)m}^S$ . и проверка выполнения условия  $t_k^A < t_{(k-1)m}^E + \tau_{(k-1)m}^S$  (блок 4.8). Если условие выполняется – переход к п. 4.9, иначе к п. 4.10.

12.9. Вычисление времени ожидания  $k$ -ой заявки:  $t_{km}^S = t_{(k-1)m}^E + \tau_{(k-1)m}^S$  (блок 4.9).  
Переход к п. 4.11.

12.10. Задание значения времени поступления заявки на обслуживание  $t_{jm}^E = t_{jm}^A$ . (блок 4.10). Переход к п. 4.11.

12.11. Вычисление времени поступления заявки на обслуживание  $t_{jm}^E$  как разности между временем поступления впередистоящей заявки  $t_{(j-1)m}^E$  плюс время на обслуживание впередистоящей заявки  $\tau_{(j-1)m}^S$  (блок 4.11). Переход к п. 4.3.

12.12. Сравнение значения счётчика интервалов  $j$  с максимальным значением  $K$  (блок 4.12). Если  $j < K$  переход к п. 4.13, иначе к п. 4.14.

12.13. Задание значение модельного времени  $t_{cur}$  началу следующего интервала  $t_{i+1}$  (блок 4.13). Переход к п. 4.15.

12.14. Задание значения модельного времени  $t_{cur}$  равным моменту окончания последнего интервала моделирования  $t_{end}$  (блок 4.14) Переход к п. 4.15.

12.15. Увеличение значения счетчика интервалов  $k$  на единицу (блок 4.15). Переход к п. 4.3.

13. Вычисление количественных характеристик НСМО на  $j$ -ом шаге метода Монте-Карло.

14. Увеличение счетчика испытаний  $j$  на 1 (блок 6) переход к п. 3.

15. Вычисление усреднённых по  $R$  испытаниями количественных характеристик многоканальной НСМО.

16. Окончание моделирования.

Алгоритм № 2 отличается от Алгоритма № 1 модифицированным блоком 4.5.1, в котором реализован выбор ОУ с наименьшей длиной очереди. Блок-схема модифицированного фрагмента алгоритма выбора ОУ с наименьшей длиной очереди представлена на рисунке 3.18.

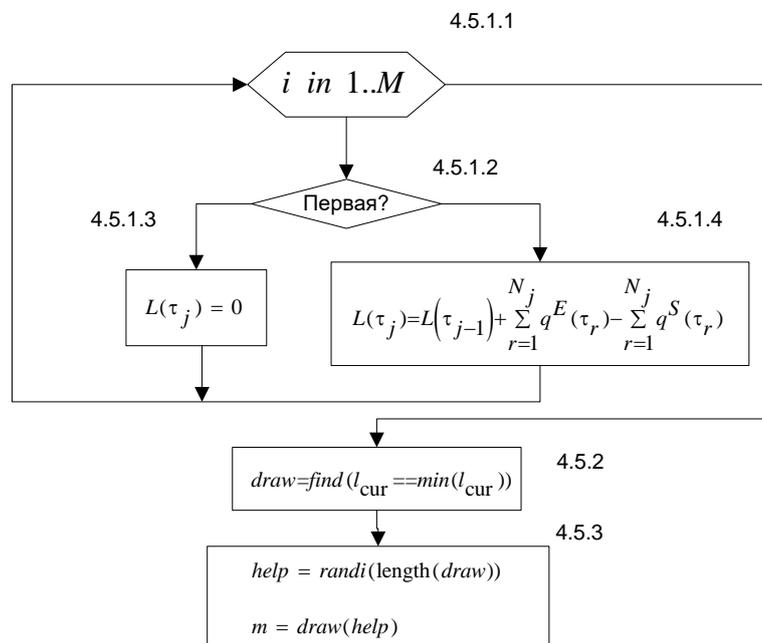


Рисунок 3.18. Детализация блоков 4.5.1-4.5.3

Из рисунка 3.18 видно.

1. Если заявка для данного ОУ является первой (блок 4.5.1.2), длина очереди у данного обслуживающего устройства (ОУ) устанавливается равной нулю (блок 4.5.1.3), иначе, длина очереди вычисляется по формуле (3.22) (блок 4.5.1.4).

2. Из всех ОУ выбираются ОУ с минимальной длиной очереди, из которых формируется вспомогательный массив – «тираж» (*draw*) адресов ОУ с минимальной очередью (блок 4.5.2).

3. Выбор адреса *help\_ind* (индекса в массиве) в «тираже» случайным выбором натурального числа из интервала  $[1, \text{sizeof}(draw)]$  и возвращение адреса *m* (индекса в массивах) обслуживающего устройства, выбранного из «тиража» по адресу *help\_ind* (блок 4.5.3).

Дальнейшее исследование влияния политики выбора ОУ СМО и НСМО проводилось в соответствии со следующими этапами исследования.

### Этап 1. Верификация алгоритма № 1

Верификация алгоритма № 1 проводилась путём сравнения средней длины очереди, вычисленной в ходе проведенных вычислительных экспериментов методом Монте-Карло в соответствии с алгоритмом № 1, в режиме недогруза канала  $\mu > \lambda$  и результатов вычисления средней длины очереди в соответствии с известным выражением [67]:

$$L_{оч} = \frac{\rho^{m+1}}{m \cdot m! \left(1 - \frac{\rho}{m}\right)^2} p_0, \quad (3.23)$$

где  $m$  – число каналов,  $\rho = \lambda/\mu < 1$ ,  $p_0$  вычисляется по формуле:

$$p_0 = \left(1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^m}{m!} + \frac{\rho^{m+1}}{m!(m-\rho)}\right)^{-1}. \quad (3.24)$$

Результаты расчетов средней длины очереди в двухканальной СМО по формулам (3.25), (3.24) при различных значения  $\rho$  и постоянной  $\mu=15$ , а также аналогичные величины, оцененные по результатам моделирования двухканальной СМО методом Монте-Карло (число испытаний  $R=500$ ) и средние длины очередей на каждом из ОУ моделируемой СМО представлены в таблице 3.4.

Таблица 3.4.

Значения длины очереди в проведенных экспериментах

$\frac{\rho}{2}$	$L_{оч}$	$\bar{l}_1$	$\bar{l}_2$	$0.5(\bar{l}_1 + \bar{l}_2)$	$\frac{1}{2} \frac{ \bar{l}_1 - \bar{l}_2 }{\bar{l}_1 + \bar{l}_2} 100\%$	$\delta, \%$
0,0667	0,0006	0,004745	0,004951	0,004848	3,70	714,48
0,1333	0,0048	0,021098	0,021022	0,02106	1,40	338,75
0,2	0,0167	0,051608	0,050493	0,05105	0,14	205,69
0,2667	0,0408	0,092784	0,096703	0,094744	0,99	132,22
0,3333	0,0833	0,172941	0,169437	0,171189	0,93	105,51
0,4	0,1524	0,265098	0,267889	0,266493	0,89	74,86
0,4667	0,2598	0,416235	0,41595	0,416092	0,17	60,16
0,5333	0,424	0,608157	0,608334	0,608246	0,30	43,45
0,6	0,675	0,90298	0,892059	0,89752	1,14	32,97
0,6667	1,0667	1,354784	1,342803	1,348794	0,38	26,45
0,7333	1,7064	2,011922	2,031475	2,021698	0,31	18,48
0,8	2,8444	3,160784	3,190302	3,175543	0,002	11,64
0,8667	5,231	5,666314	5,635329	5,650822	0,30	8,03
0,9333	12,6161	12,79522	12,8675	12,83136	0,10	1,71

Из таблицы 3.4 видно, что при  $\frac{\rho}{2} > 0,8$  отличие значений средней длины очереди, вычисленных в соответствии с (3.26), (3.24), и аналогичных значений, вычисленных на основе статистического моделирования СМО, не превышают 11,64%. Это подтверждает работоспособность использованного при моделировании двухканальной СМО подхода.

Значительные отличия между значениями средней длины очереди, вычисленными в соответствии с (3.27), (3.24), и аналогичными значениями, вычисленными на основе статистического моделирования СМО при более низких значениях  $\rho$ , которые при уменьшении  $\rho$  увеличиваются, объясняется тем, что расчетные формулы получены в предположении о бесконечном времени работы исследуемой двухканальной СМО, в то

время как время моделирования данной НСМО, с неизбежностью, было конечным, а число заявок, поступивших в двухканальную НСМО относительно небольшим.

Из таблицы 3.4 также видно, что средние длины очередей заявок к ОУ № 1 и ОУ № 2 оказались близкими друг к другу. Максимальное отклонение данных показателей друг от друга не превосходит 3,7%. Следовательно, в режиме недогруза описанная выше политика выбора ОУ не будет оказывать заметного влияния и на другие макроскопические показатели двух канальной СМО.

### **Этап 2. Верификация алгоритма № 2**

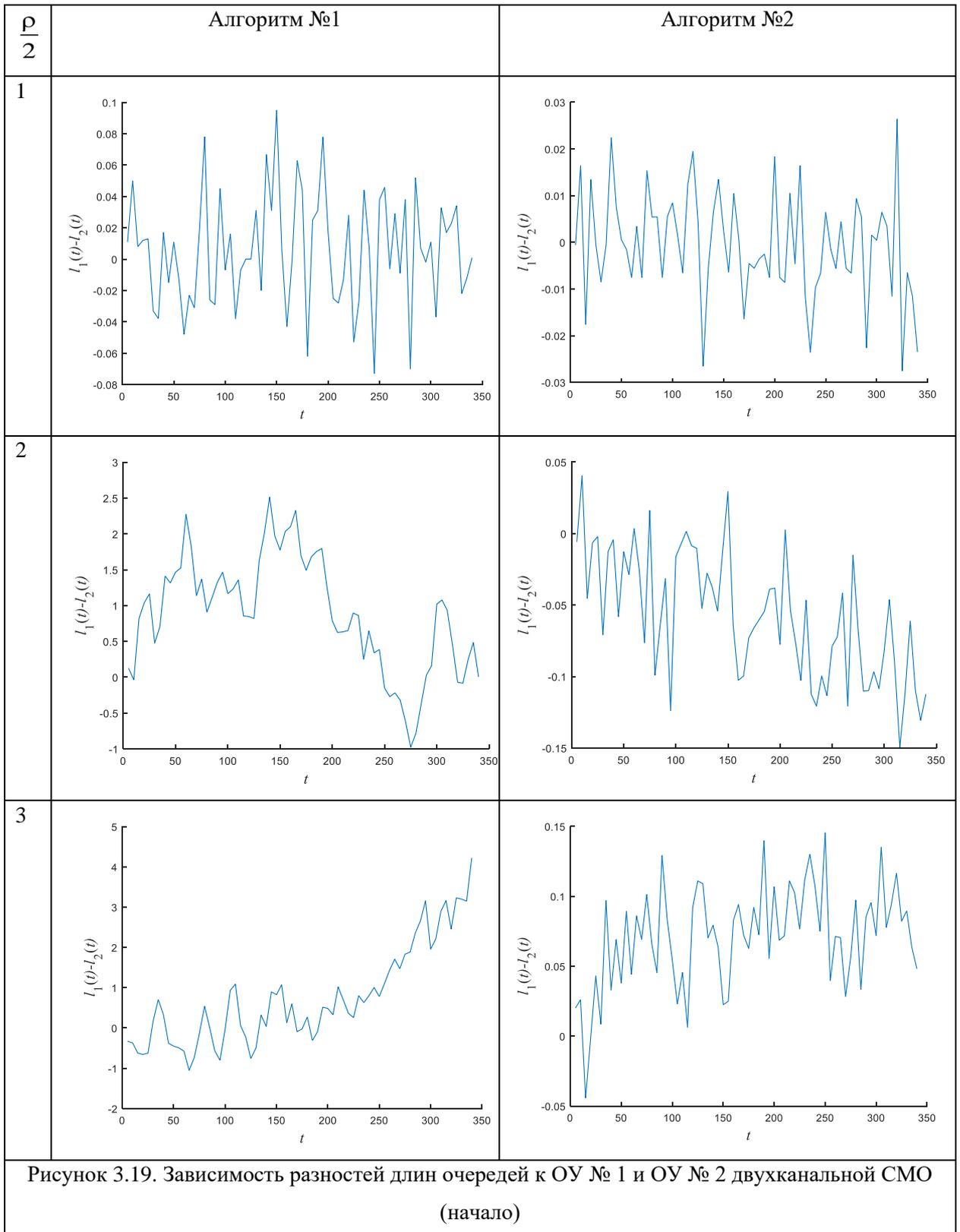
При верификации алгоритма № 2 в части блоков 4.3–4.5 было принято во внимание, что главной целью проведенной модификации являлось реализация процедуры выбора из нескольких ОУ того, у которого в момент поступления данной заявки длина очереди на обслуживание была наименьшей. Данная процедура призвана обеспечить такое распределение заявок между ОУ, при котором длины очередей к каждому из ОУ будут примерно одинаковыми.

В этой связи была проведена серия экспериментов, в которых проводилось моделирование стационарной двухканальной СМО (число экспериментов  $R=500$ ) в режиме перегруза. Выбор данного режима обусловлен тем, что в режиме недогруза, как было показано на предыдущем этапе исследования, политика выбора ОУ не будет оказывать заметного влияния на макроскопические показатели двухканальной СМО.

В ходе проведенного статистического моделирования двухканальной СМО для различных значений  $\rho$  были вычислены средние по ансамблю реализаций разности «мгновенных» длин очередей заявок к ОУ № 1 и ОУ № 2 от времени  $l_1(t) - l_2(t)$ , соответственно, представленные на рисунке 3.19, а также усреднённый по времени модуль разности длин очередей:

$$\Delta l = \frac{\int_a^b |l_1(t) - l_2(t)| dt}{b - a} \quad (3.28)$$

представленные в таблице 3.5.



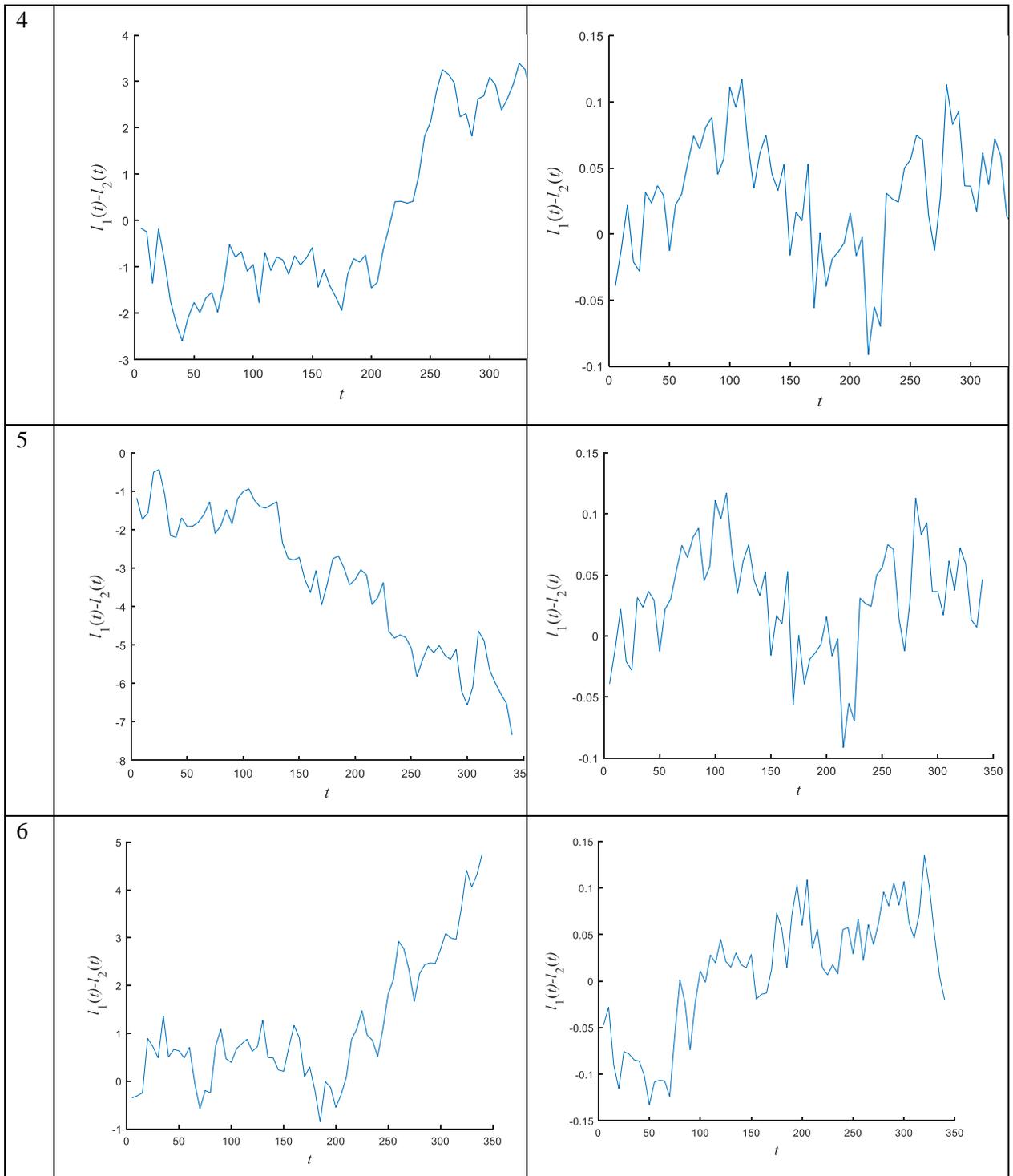


Рисунок 3.19. Зависимость разностей длин очередей к ОУ № 1 и ОУ № 2 двухканальной СМО (окончание)

Значения средней разности длин очередей на двух ОУ в проведенных экспериментах

$\rho/2$	Алгоритм №1	Алгоритм №2
1	0,031	0,012
2	1,33	0,037
3	1,50	0,046
4	2,44	0,059
5	2,57	0,040
6	2,93	0,23

Из рис. 3.19 и табл. 3.5 видно, что политика направления заявки на ОУ с наименьшей «мгновенной» длиной очереди на обслуживание, действительно, обеспечивает такое распределение заявок между ОУ, при котором длины очередей к каждому из ОУ оказываются примерно одинаковыми.

Таким образом, описанные выше результаты подтверждают работоспособность алгоритма № 2.

### **Этап 3. Исследование влияния политики выбора ОУ на длину очереди двухканальной СМО**

Наличие работоспособных алгоритмов выбора очереди позволило исследовать влияние политики выбора ОУ на длину очереди к ОУ двухканальной СМО, которое ранее в известных теоретических исследованиях не изучалось (см., например, [67]). При этом было доказано, что двухканальная СМО начинает работать в режиме перегруза, когда относительная интенсивность поступления заявок на каждый из турникетов  $\rho_{1,2} = \rho/2$ ,  $\rho$  – относительная интенсивность поступления заявок на вход двухканальной СМО, превосходит 1.

Рассмотрим зависимости усредненных по ансамблю реализаций «мгновенных» длин очередей к ОУ № 1, № 2 от времени, полученные в процессе моделирования в соответствии с описанной выше методикой двухканальной СМО, в которой использовались описанные выше алгоритмы №1, № 2 выбора ОУ, а относительные интенсивности поступления заявок на отдельное ОУ  $\rho_{1,2} \in [0.9; 1.25]$  на рисунках 3.20–3.23.

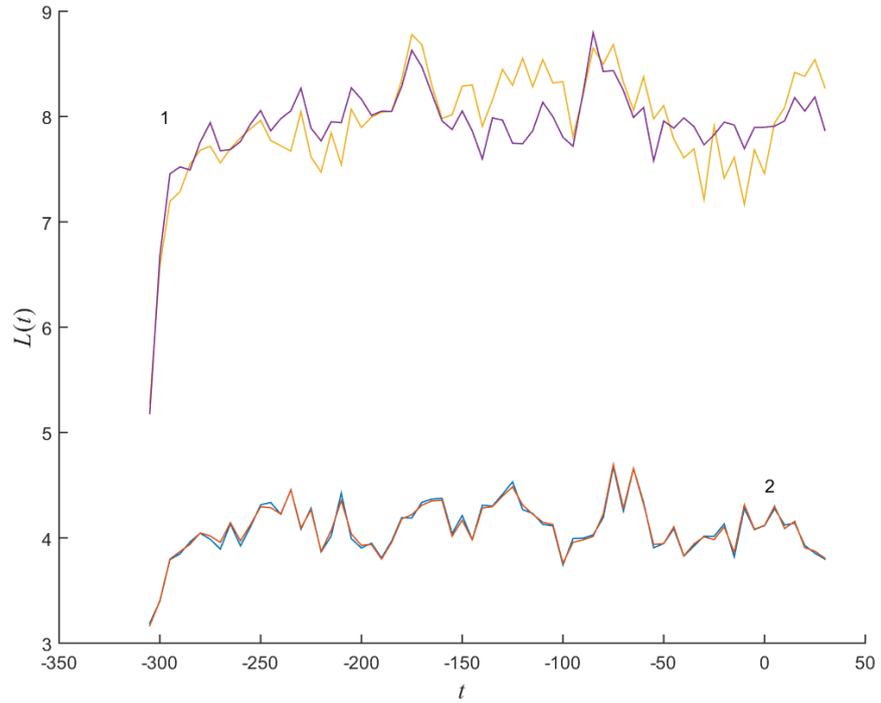


Рисунок 3.20. Зависимость усредненной по ансамблю реализаций «мгновенной» длины очереди от времени к ОУ № 1 и ОУ № 2 двухканальной СМО,  $\rho_{1,2} = 0.9$ : 1 – алгоритм № 1, 2 – алгоритм №

2

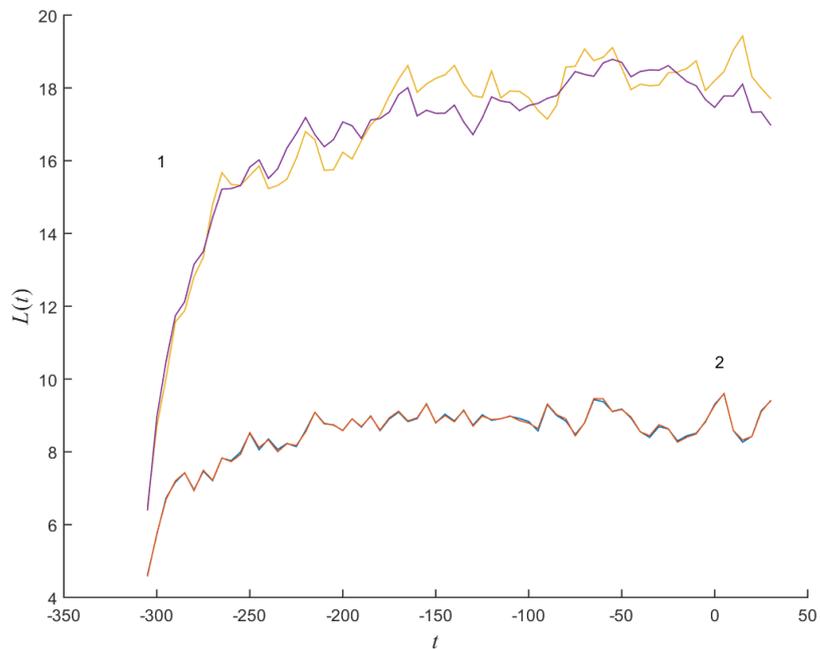


Рисунок 3.21. Зависимость усредненной по ансамблю реализаций «мгновенной» длины очереди от времени к ОУ № 1 и ОУ № 2 двухканальной СМО,  $\rho_{1,2} = 0.95$ : 1 – алгоритм № 1, 2 – алгоритм

№ 2

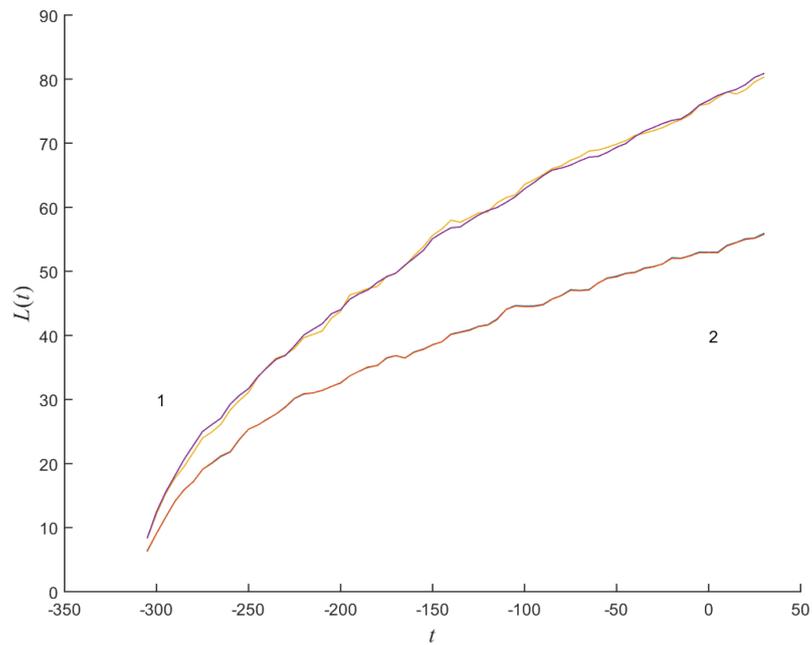


Рисунок 3.22. Зависимость усредненной по ансамблю реализаций «мгновенной» длины очереди от времени к ОУ № 1 и ОУ № 2 двухканальной СМО,  $\rho_{1,2} = 1.0$ : 1 – алгоритм № 1, 2 – алгоритм №

2

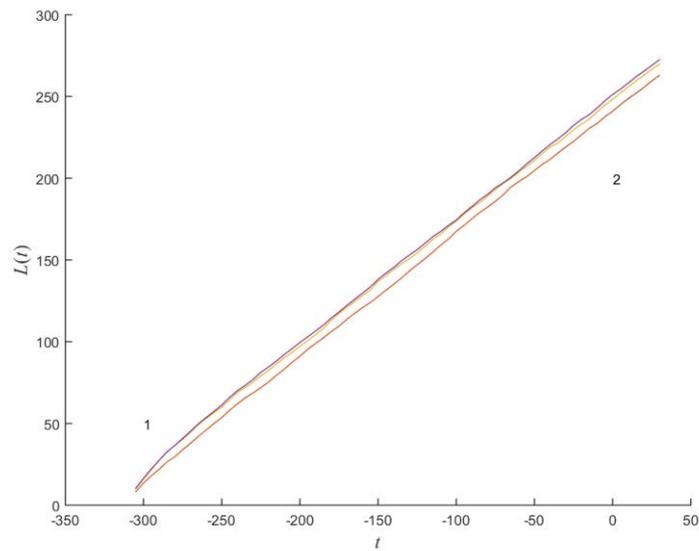


Рисунок 3.23. Зависимость усредненной по ансамблю реализаций «мгновенной» длины очереди от времени к ОУ № 1 и ОУ № 2 двухканальной СМО,  $\rho_{1,2} = 1.05$ : 1 – алгоритм № 1, 2 – алгоритм

№ 2

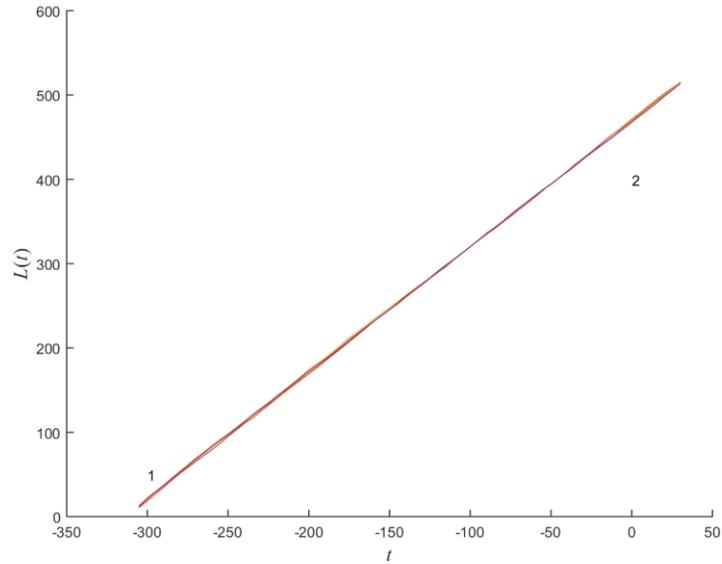


Рисунок 3.24. Зависимость усредненной по ансамблю реализаций «мгновенной» длины очереди от времени к ОУ № 1 и ОУ № 2 двухканальной СМО,  $\rho_{1,2} = 1.1$ : 1 – алгоритм № 1, 2 – алгоритм №

2

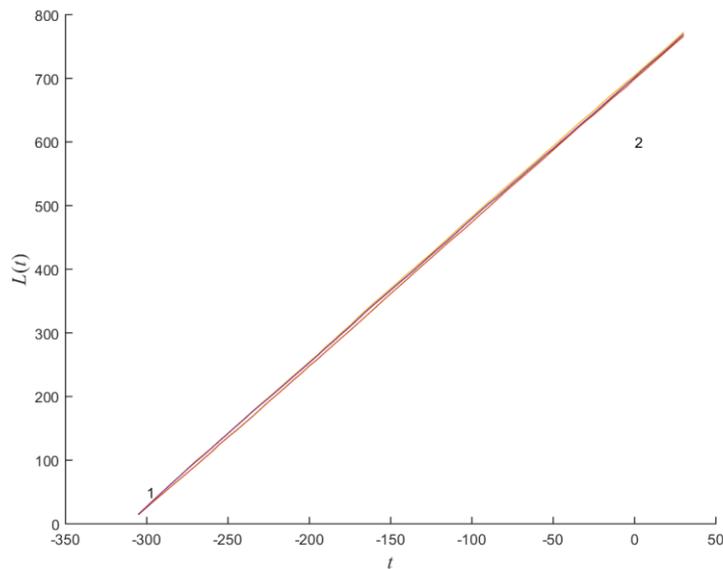


Рисунок 3.25. Зависимость усредненной по ансамблю реализаций «мгновенной» длины очереди от времени к ОУ № 1 и ОУ № 2 двухканальной СМО,  $\rho_{1,2} = 1.5$ : 1 – алгоритм № 1, 2 – алгоритм №

2

Из рисунков 3.20–3.23 видно, что  $\rho_{1,2} \leq 1$  политика выбора ОУ с наименьшей мгновенной длиной очереди в момент поступления очередной заявки в систему оказывает заметное влияние на ее длину. Например, при  $\rho_{1,2} = 0.95$  длина очереди при случайном

выборе ОУ оказывается  $\approx 2$  раза больше аналогичной величины при выборе алгоритма с наименьшей мгновенной длиной очереди в момент поступления данной заявки на обслуживание.

Из рис. 3.24–3.25 видно, что при  $\rho_{1,2} > 1$  зависимости усредненных по ансамблю реализаций «мгновенных» длин очередей к ОУ № 1, № 2 от времени представляют собой линейные монотонно возрастающие функции. При этом значения угловых коэффициентов обсуждаемых линейных зависимостей при увеличении  $\rho_{1,2}$  стремятся друг к другу. При  $\rho_{1,2} > 1.15$  в выбранных масштабах построения обсуждаемых зависимостей они совпадают друг с другом. Следовательно, при  $\rho_{1,2} > 1.15$  политика выбора ОУ не оказывает значимого влияния на усредненную по ансамблю реализаций «мгновенную» длину очереди к ОУ № 1, № 2 в двухканальной СМО.

#### **Этап 4. Исследование влияния политики выбора ОУ на макроскопические характеристики двухканальной НСМО**

В связи с тем, что относительная интенсивность поступления заявок на вход изучаемой двухканальной НСМО изменяется в таких диапазонах, что система в течение времени моделирования пребывает как в недогруженном, так и перегруженном режимах, априори, можно ожидать, что политики выбора ОУ будут влиять на макроскопические характеристики НСМО, которая на выбранном временном интервале работает как в недогруженном, так и в перегруженном состояниях.

В этой связи было проведено исследование влияния политики выбора ОУ на макроскопические показатели двухканальной НСМО, на вход которой поступал поток заявок с изменяющейся во времени интенсивностью  $\lambda(t)$ .

##### **Эксперимент 1.**

График зависимости  $\lambda(t)$ , использованной в данном эксперименте, представлен на рис. 3.26, из которого видно, что функция  $\lambda(t)$  на временном интервале  $[-120; 0]$  мин монотонно возрастает от 0 до  $\lambda_{max} = 30$  чел/мин, далее на временном интервале  $[0; 30]$  мин монотонно убывает от  $\lambda_{max}$  до 0 чел/мин. Выбранная зависимость  $\lambda(t)$  обеспечивает обслуживание двухканальной НСМО в течение времени моделирования  $\approx 180$  минут 1450 заявок на каждом ОУ.

Моделирование двухканальной НСМО проводилось в соответствии с алгоритмом, блок-схема которого представлена на рисунках 1–3. При этом была использована кусочно-постоянная аппроксимация зависимости детерминированной составляющей интенсивности входного потока заявок от времени  $\lambda_{det}(t)$  — последовательность  $\lambda_k^{det}$ ,  $i = \overline{1, 1360}$ .

На данном этапе исследований проведено изучение влияния политики выбора ОУ на макроскопические показатели изучаемой НСМО, выбор которых обоснован в разделе 3.2, при использовании различных алгоритмов выбора ОУ.

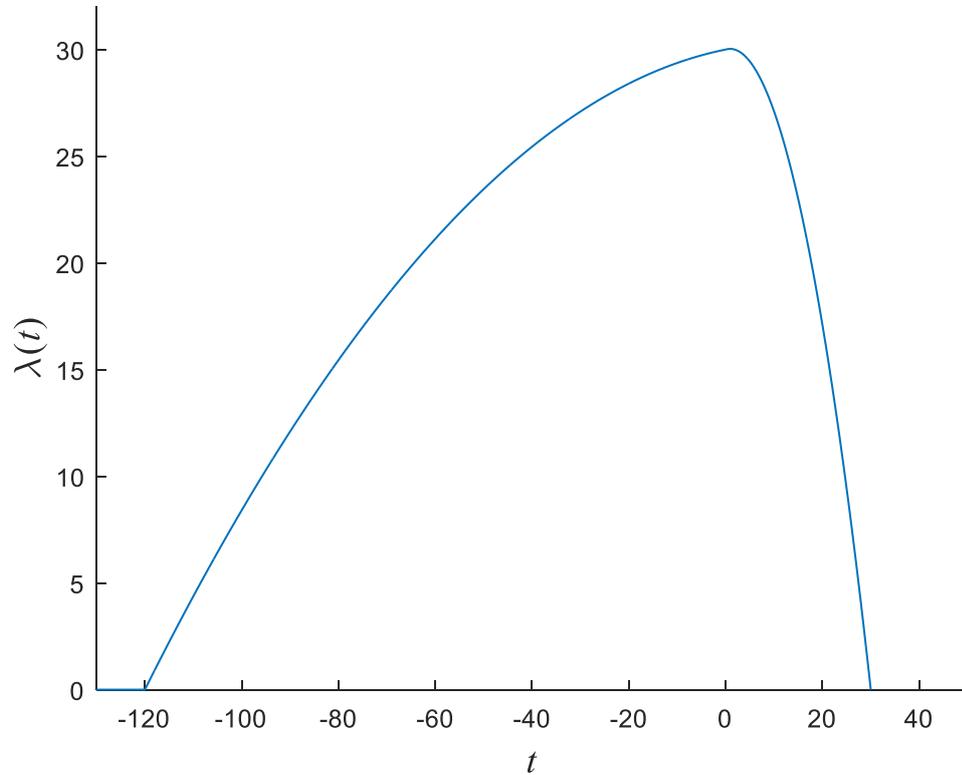


Рисунок 3.26. Интенсивность поступления для исследования 2-х канальной НСМО

При исследовании использовалась интенсивность обслуживания, основанная на треугольном законе распределения, описанном в разделе 2.1, с  $M[\xi] = 4$  с. Относительная интенсивность поступления заявок на обслуживания  $\rho_{1,2}(t) = \frac{\rho(t)}{2} = \frac{\lambda(t)}{2 \cdot \mu} = \frac{\lambda(t) \cdot M[\xi]}{2 \cdot 60}$  в отдельное ОУ представлена рисунке 3.27.

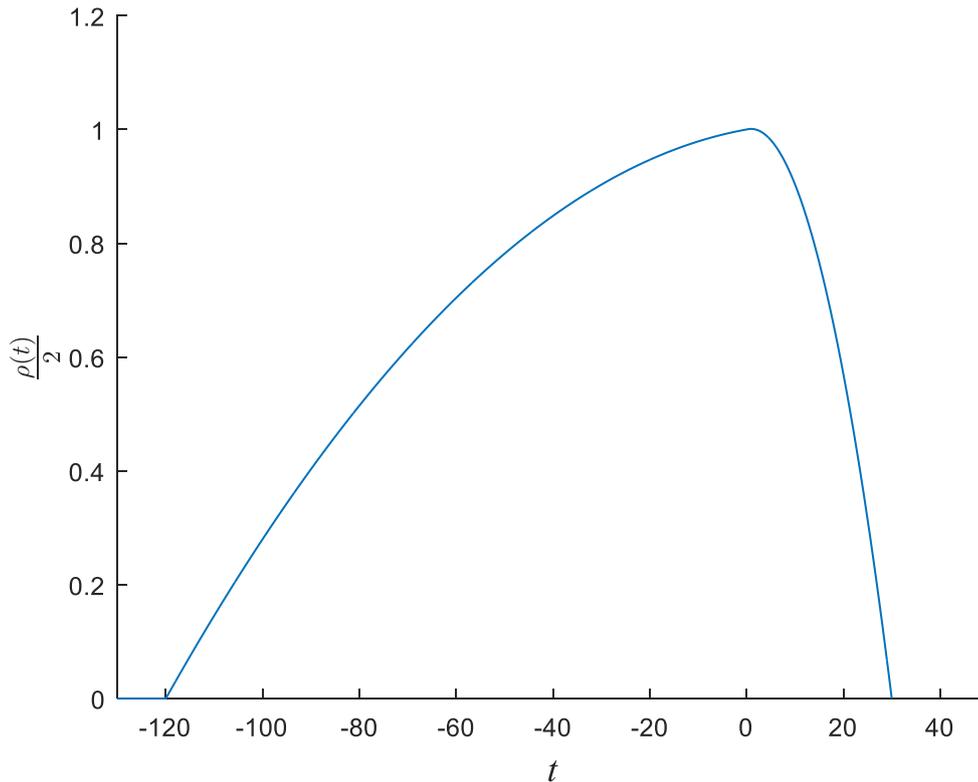


Рисунок 3.27. Относительная интенсивность поступления заявок в отдельное ОУ 2-х канальной НСМО

Как видно из рисунка 3.27 относительная интенсивность обслуживания монотонно возрастает на промежутке  $[-120;0]$  от 0 до 1, а затем убывает на промежутке от  $[0;30]$  с 1 до 0. Это значит, что на всем интервале моделирования система находится в недогруженном состоянии. Число экспериментов в методе Монте-Карло было равно  $R=500$ . Полученные при этом результаты представлены в таблице 3.6.

Из таблицы 3.6 видно, что макроскопические характеристики двухканальной НСМО находящейся в недогруженном состоянии, а именно момент наступления максимальной очереди –  $t_{L_{\max}}$ , момент наступления самого длительного ожидания в очереди –  $t_{\tau_{\max}^w}$ , и момент обслуживания 97% заявок –  $T_{All}$ , практически не зависят от политики выбора ОУ. В тоже время количественные макроскопические характеристики НСМО, находящейся в недогруженном состоянии, такие как максимальная длина очереди –  $L_{\max}$ , максимальная длительность ожидания в очереди –  $\tau_{\max}^w$  и число заявок обслуженных к моменту начала события –  $N_0$  оказываются более эффективными при использовании политики выбора наименьшей очереди к ОУ, но относительная разница в этих характеристиках для разных алгоритмов не превышает 1%.

Таблица 3.6.

Значения квантилей распределения макроскопических характеристик НСМО при различных политиках постановки в очередь.

	ОУ	Алгоритм № 1			Алгоритм № 2		
		0,05	0,5	0,95	0,05	0,5	0,95
$L_{\max}$	1	83,8	134,6	186,6	87,7	128,4	169
	2	81,2	131,9	189	87,7	128,4	169
$t_{L_{\max}}$	1	-6,9	6,4	20	0	8,6	19,1
	2	-7,8	6,4	20,8	0	8,6	19,1
$\tau_{\max}^w$	1	7	11,2	15,5	7,4	10,8	14,2
	2	6,8	11	15,8	7,3	10,8	14,3
$t_{\tau_{\max}^w}$	1	15,3	24,8	32,7	16,6	24,4	30,7
	2	15,3	24,8	32,7	16,6	24,4	30,7
$N_0$	–	2036,9	2093,5	2150,9	2042	2104,2	2165,6
$T_{All}$	–	26,5	30,1	33,7	25,9	29,7	33,5

**Эксперимент 2.** График зависимости  $\lambda(t)$ , использованной в данном эксперименте, представлен на рис. 3.28, из которого видно, что функция  $\lambda(t)$  на временном интервале  $[-120; 0]$  мин монотонно возрастает от 0 до  $\lambda_{\max} = 35$  чел/мин, далее на временном интервале  $[0; 30]$  мин монотонно убывает от  $\lambda_{\max}$  до 0 чел/мин. Выбранная зависимость  $\lambda(t)$  обеспечивает обслуживание двухканальной НСМО в течение времени моделирования  $\approx 200$  минут 1700 заявок на каждом ОУ.

Моделирование двухканальной НСМО проводилось в соответствии с алгоритмом, блок-схема которого представлена на рисунках 3.16–3.17. При этом была использована кусочно-постоянная аппроксимация зависимости детерминированной составляющей интенсивности входного потока заявок от времени  $\lambda_{\det}(t)$  – последовательность  $\lambda_k^{\det}$ ,  $i = \overline{1, 1360}$ .

На данном этапе исследований проведено изучение влияния политики выбора ОУ на макроскопические показатели изучаемой двухканальной НСМО, выбор которых обоснован в разделе 3.2, при использовании различных алгоритмов выбора ОУ.

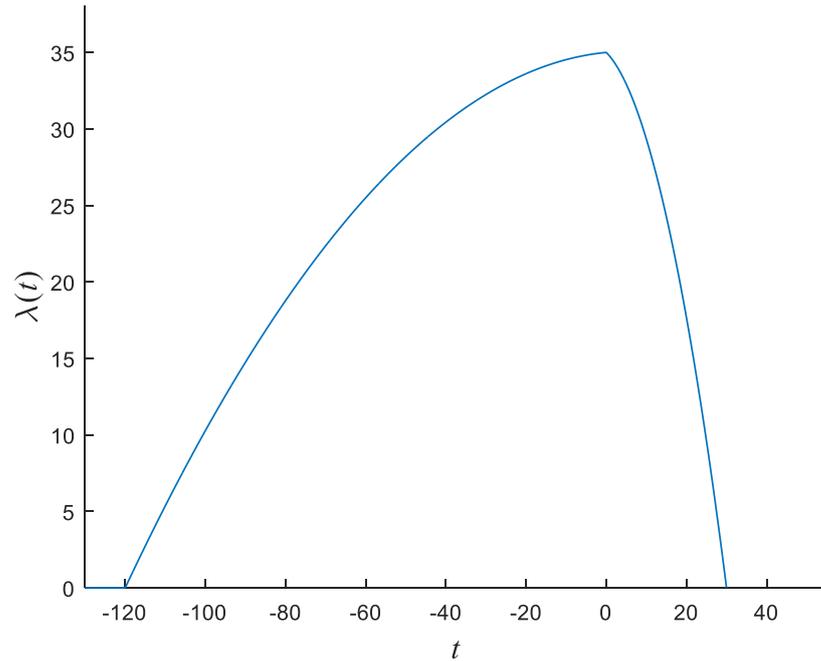


Рисунок 3.28. Интенсивность поступления заявок в двухканальную НСМО.

При исследовании использовалась интенсивность обслуживания, основанная на треугольном законе распределения, описанном в разделе 2.1, с  $M[\xi] = 4$  с. Число экспериментов в методе Монте-Карло было равно  $R=500$ . Полученные при этом результаты представлены в таблице 3.7.

Таблица 3.7.

Значения квантилей распределения макрокопических характеристик НСМО при различных политиках постановки в очередь.

	ОУ	Алгоритм № 1			Алгоритм № 2		
		0,05	0,5	0,95	0,05	0,5	0,95
$L_{\max}$	1	231	294,5	361,2	238,6	290,1	341,1
	2	227	297	363	238,6	290,1	341,2
$t_{L_{\max}}$	1	0	9,2	20,1	0,1	9,3	20,1
	2	0	9,2	20,1	0	9	19,3
$\tau_{\max}^w$	1	19,2	24,5	30	20,5	24,4	28,6
	2	18,9	24,7	30,4	20,5	24,4	28,6
$t_{\tau_{\max}^w}$	1	30,9	39,4	47,1	32,5	39,4	46,2
	2	30,9	39,4	47,1	32,5	39,4	46,2
$N_0$	–	2207	2261,2	2317,9	2213,6	2270,4	2327,8
$T_{All}$	–	39,2	43,4	47,8	38,4	42,7	47

Из таблицы 3.7 видно, что следующие макрокопические характеристики ОУ: момент времени, в который длина очереди оказалась максимальной, –  $t_{L_{\max}}$ , максимальная

длительность ожидания в очереди на обслуживание –  $\tau_{\max}^w$ , момент времени, в которой время ожидания обслуживания оказалось максимальным, –  $t_{\tau_{\max}^w}$ , а также макроскопические характеристики СМО, в целом: число обслуженных к началу события –  $N_0$  и момент времени, в который обслужено 97% общего числа заявок –  $T_{All}$ , вне зависимости от политики выбора ОУ оказываются близкими друг к другу. Максимальная длина очереди к данному ОУ –  $L_{\max}$  при различных политиках выбора ОУ отличается для наиболее ожидаемого значения не более, чем на 7 заявок. Принимая во внимание, что при математическом ожидании вероятности обслуживания заявки ОУ  $M[\xi] = 4$  с, средняя интенсивность обслуживания одним ОУ составит 15 заявок/мин 7 заявок будут обслужены в течении 30 сек, что в сравнении с общим временем моделирования 200 мин., составит 0.25%. Отмеченные отличия максимальных длин очередей ОУ, в свою очередь, при использовании различных политик выбора ОУ приводит к отличиям значений макроскопических характеристик НСМО  $N_0, T_{all}$ , которое, однако, не превосходит 1%. Таким образом, при выбранных параметрах закона изменения во времени интенсивности поступления заявок  $\lambda(t)$  от политики выбора очереди не вносит значительного влияния на макроскопические характеристики двухканальной НСМО.

Для объяснения полученного результата рассмотрим зависимость относительной интенсивности поступления заявок на вход одного ОУ двух канальной НСМО от времени

$\frac{\lambda(t) \cdot M[\xi]}{2 \cdot 60}$ , представленную на рис. 8.

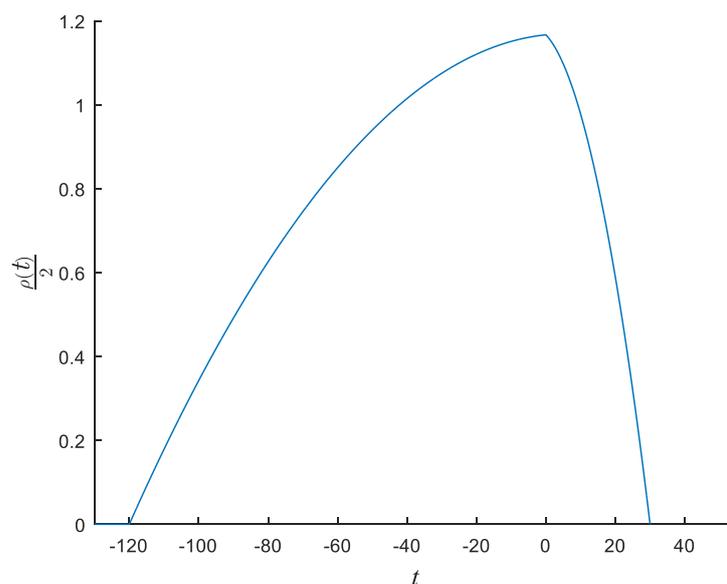


Рисунок 3.29. Относительная интенсивность поступления заявок в отдельное ОУ 2-х канальной НСМО

Из рис. 3.29 видно, что относительная интенсивность поступления заявок в двухканальную НСМО на временных интервалах  $[-120;-40]$  с и  $[9;30]$  с оказывается менее 1, т.е. ОУ изучаемой НСМО работают в режиме недогруза, когда политика выбора турникета, как было показано, ранее не влияет на характеристики двухканальной НСМО, но слабо оказывает воздействие на макроскопические характеристики НСМО описанные ранее. На временном интервале  $[-40;9]$  с значение относительной интенсивности поступления заявок на отдельное ОУ изменяется в диапазоне  $[1,0;1,167]$ , в котором влияние политики выбора турникета на макроскопические характеристики двухканальной НСМО также не велико.

Таким образом, работоспособность предложенных алгоритмов моделирования многоканальных СМО и НСМО подтверждается для алгоритма 1 соответствием теоретических и расчетных значений макроскопических характеристик СМО в режиме недогруза; работоспособность алгоритма № 2, являющегося модификацией алгоритма 1, близостью значений длин очередей на разных обслуживающих устройствах в диапазоне относительных интенсивностей  $[1;6]$ .

Проведено исследование влияния политик выбора ОУ (случайный выбор ОУ и выбор ОУ с наименьшей «мгновенной» длиной очереди заявок на обслуживание) на макроскопические характеристики двухканальной СМО и установлено:

– в режиме недогруза двухканальной СМО политика выбора ОУ влияет на значение длины очереди заявок на обслуживание, но очередь при этом не увеличивается во времени;

– в режиме перегруза политика выбора ОУ практически не влияет на значение длины очереди заявок на обслуживание, но очередь при этом увеличивается во времени по линейному закону;

– в пограничном режиме политика выбора ОУ оказывает существенное влияние на макроскопические показатели двухканальной СМО, в том числе на значение максимальной длины очереди заявок на ОУ, число обслуженных заявок к моменту начала события и времени, затраченного на обслуживание 97% заявок.

Однако, указанные отличия не оказывают существенного влияния на макроскопические характеристики двухканальной НСМО, так как большую часть времени при выбранных интенсивностях поступления заявок на обслуживание двухканальная НСМО находится в перегруженном режиме.

### 3.4 Исследование функционирования ИКПС в режиме свободного прохода посетителей

Этап выхода посетителей с территории объекта после окончания мероприятия или в случае экстренного прекращения его проведения (возникновение пожара, массовой драки, проведения террористического акта) является неотъемлемым этапом любого массового мероприятия с участием большого числа зрителей. При этом понятно, что обеспечение безопасности посетителей массовых мероприятий является не менее ответственной задачей, чем задача обеспечения безопасности на первом этапе его проведения.

Для обоснованной разработки мер, призванных обеспечить безопасность участников массового мероприятия на последнем этапе его проведения, требуется использовать оценки таких количественных показателей, как максимальная длина очереди к турникетам, работающим в режиме свободного выхода, время достижения максимальной длины очереди, максимальное время ожидания в очереди на выход, время выхода всех посетителей с объекта проведения массового мероприятия.

С математической точки зрения, контрольно-пропускную систему объекта проведения массового мероприятия можно рассматривать как многоканальную НСМО, на вход которой поступает нестационарный поток заявок  $\lambda = \lambda(t)$ , турникеты – как обслуживающие устройства, каждое из которых характеризуется интенсивностью обслуживания  $\mu$ , являющейся случайной величиной с треугольным законом распределения, параметры которого отличны от аналогичной величины, используемой для моделирования НСМО на первом этапе массового мероприятия.

Анализ видеозаписей процесса выхода посетителей футбольных матчей показал, что после финального свистка посетители направляются к турникетам контрольно-пропускной системы, работающим в режиме свободного выхода. При этом, в течение некоторого временного интервала  $[T_1; T_2]$  интенсивность поступления заявок на обслуживание увеличивается от 0 до некоторого максимального значения  $\lambda_{\max}$ . Далее в течение некоторого временного интервала  $[T_2; T_3]$  интенсивность поступления заявок уменьшается от  $\lambda_{\max}$  до нуля. Для аппроксимации зависимости  $\lambda = \lambda(t)$ , принимая во внимание результаты, полученные в Главах 2, 3, будем использовать отдельную линейную аппроксимацию зависимости  $\lambda = \lambda(t)$  на временных интервалах  $[T_1; T_2]$  и  $[T_2; T_3]$ .

Оценка времени прохождения одного посетителя через турникет  $\tau$ , полученная аналогичным способом, показала, что данная характеристика ОУ НСМО является случайной величиной, изменяющейся в диапазоне 1 до 10 с, что соответствует интенсивности обслуживания заявок –  $\mu = 60$  заявок в минуту. Принимая, во внимание

результаты, изложенные в Главе 2, можно считать, что закон распределения времени обслуживания является случайной величиной с треугольным законом распределения, математическое ожидание которого равняется 1 с, соответственно, что обеспечивает указанный выше диапазон изменения случайной величины  $\tau$ .

Рассмотрим результаты имитационного моделирования многоканальной НСМО с указанными выше параметрами с помощью, описанной выше методики.

При одинаковом  $T_2 - T_1 = \text{const}$  увеличение  $T_3$  приведет к тому, что  $\lambda_{\max}$  будет меньше при условии, что число посетителей останется таким же. Иначе говоря, как изменятся макроскопические характеристики, если заявки будут поступать дольше, но менее интенсивно?

**Эксперимент 1.** Цель эксперимента: исследовать зависимость макроскопических показателей НСМО от  $T_2$  при условии, что  $T_3 - T_1 = \text{const}$ .

При этом будем полагать, что:

– интенсивность поступления заявок в ОУ описывается функциями, графики которых представлены на рис. 3.30;

– момент времени окончания события  $T_1 = 0$  мин., начиная с которого начинают появляться первые заявки;

– ожидаемое число заявок на обслуживание в НСМО  $S_0 = 25000$ ;

– число экспериментов  $R = 20$ ;

– число ОУ  $m = 15$ .

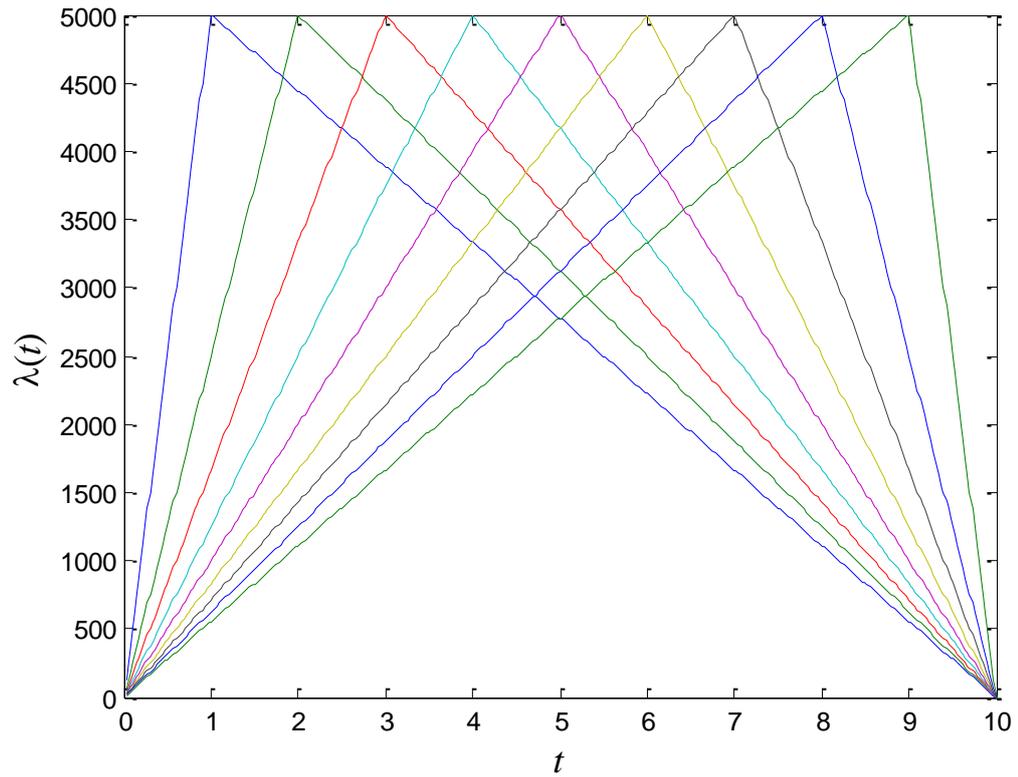


Рисунок 3.30. Графики зависимостей интенсивности поступления заявок на обслуживание в многоканальную НСМО, использованные при имитационном моделировании

Зависимость максимальной длины очереди  $L_{\max}$  от  $T_2$   $L_{\max} = L_{\max}(T_2)$  представлена на рис. 3.31.

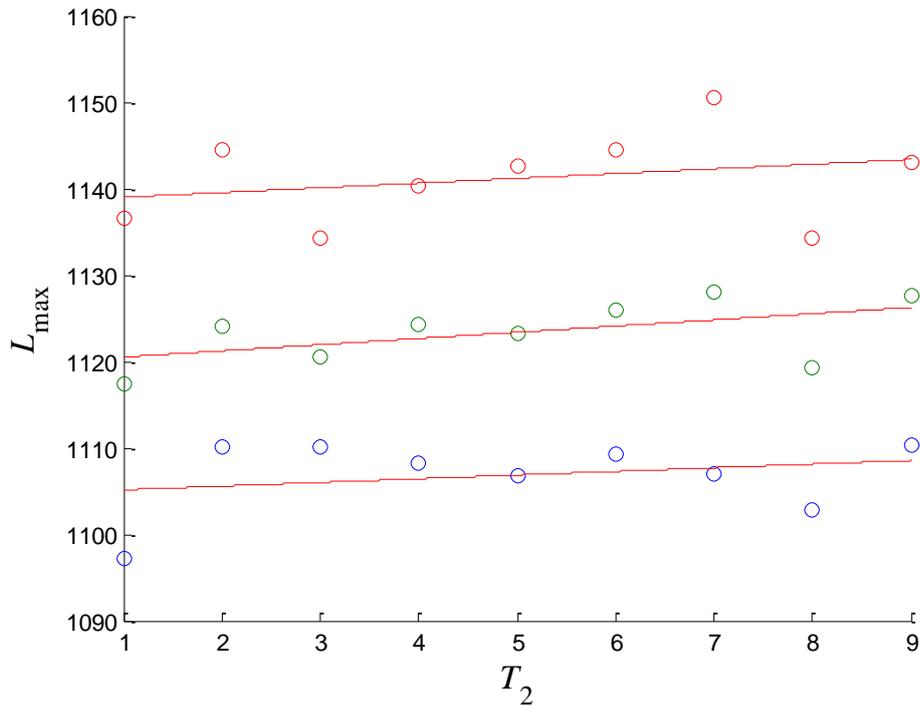


Рисунок 3.31. График зависимости  $L_{\max} = L_{\max}(T_2)$ , а также верхняя  $L_{\max}^{<up>} = L_{\max}^{<up>}(T_2)$  и нижняя

$$L_{\max}^{<low>} = L_{\max}^{<low>}(T_2) \text{ области возможных значений } L_{\max}$$

Из рисунка 3.31 видно, что максимальная длина очереди  $L_{\max}$  оказывается практически независимой от  $T_2$ , так как при изменении  $T_2$  от 1 до 9 данная величина изменяется от 1117 до 1127, т.е. не более чем на 0.9%. Зависимость  $L_{\max} = L_{\max}(T_2)$  можно аппроксимировать линейной функцией  $L_{\max}(T_2) = 0.54 \cdot T_2 + 1138$ . Значения данной функции при изменении  $T_2$  от 1 до 9 изменяются от 1138.5 до 1142.9, то есть 0.39%. Данный результат объясняется тем, что использованные зависимости  $\lambda_k = \lambda_k(t)$ ,  $k = \overline{1,9}$  таковы, что для всех  $k$   $\max(\lambda_k) = const$ .

Зависимость момента времени, в который длина очереди к случайно выбранному ОУ,  $t_{L_{\max}}$  оказывается максимальной, от  $T_2$  ( $t_{L_{\max}} = t_{L_{\max}}(T_2)$ ) представлена на рис. 3.32.

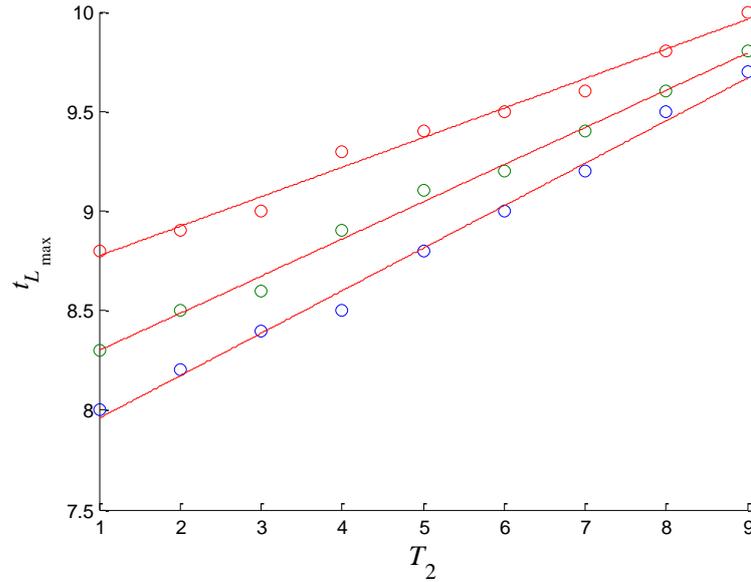


Рисунок 3.32. График зависимости  $t_{L_{max}} = t_{L_{max}}(T_2)$ , а также верхняя  $t_{L_{max}}^{<up>} = t_{L_{max}}^{<up>}(T_2)$  и нижняя

$$t_{L_{max}}^{<low>} = t_{L_{max}}^{<low>}(T_2) \text{ границы области возможных значений } t_{L_{max}}$$

Из рисунка 3.32 видно, что зависимость  $t_{L_{max}} = t_{L_{max}}(T_2)$  можно аппроксимировать линейной функцией  $t_{L_{max}}(T_2) = 0.15 \cdot T_2 + 8.6$ . Ее значение при изменении  $T_2$  от 1 до 9 изменяется от 8.3 мин до 9.8 мин, т.е. на 18.1%. Для объяснения данного результата рассмотрим типичные зависимости (на одном ОУ) длины очереди заявок на обслуживание от времени  $L = L(t)$  для  $T_2 = 1$  мин и  $T_2 = 9$  мин, представленные на рис. 3.33.

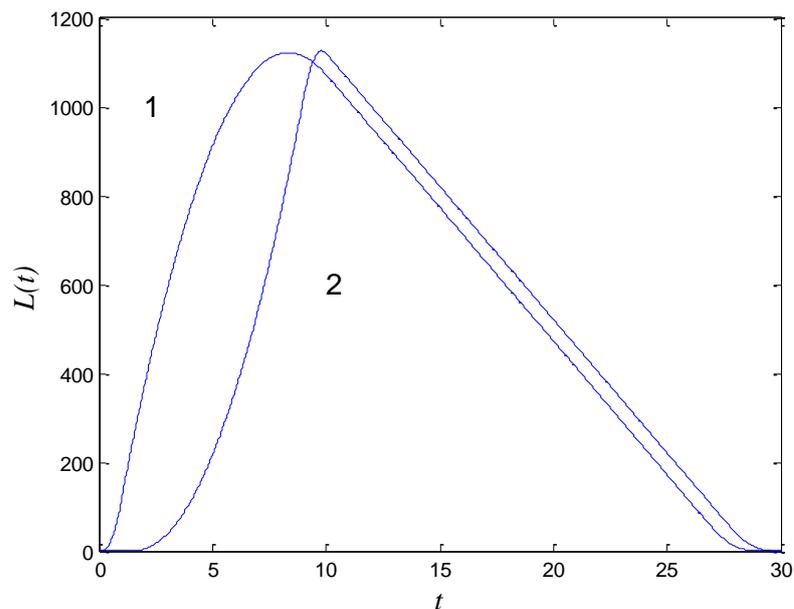


Рисунок 3.33. Типичные зависимости  $L = L(t)$ : 1 -  $T_2 = 1$ ; 2 -  $T_2 = 9$

Из рисунка 3.33 видно, что поведение функций  $L = L(t)$  не зависит от значения переменной  $T_2$ , так как каждая из обсуждаемых функций на рассматриваемом интервале сначала монотонно возрастает и далее после достижения максимального значения монотонно убывает. При этом значение  $T_{\max} = \arg \max(L(t))$  при увеличении значения  $T_2$  смещается вправо, что и объясняет результаты, представленные на рисунке 3.32.

Зависимость максимальной длительности ожидания в очереди  $\tau_{\max}^w$  от  $T_2$  ( $\tau_{\max}^w = \tau_{\max}^w(T_2)$ ) представлена на рисунке 3.34.

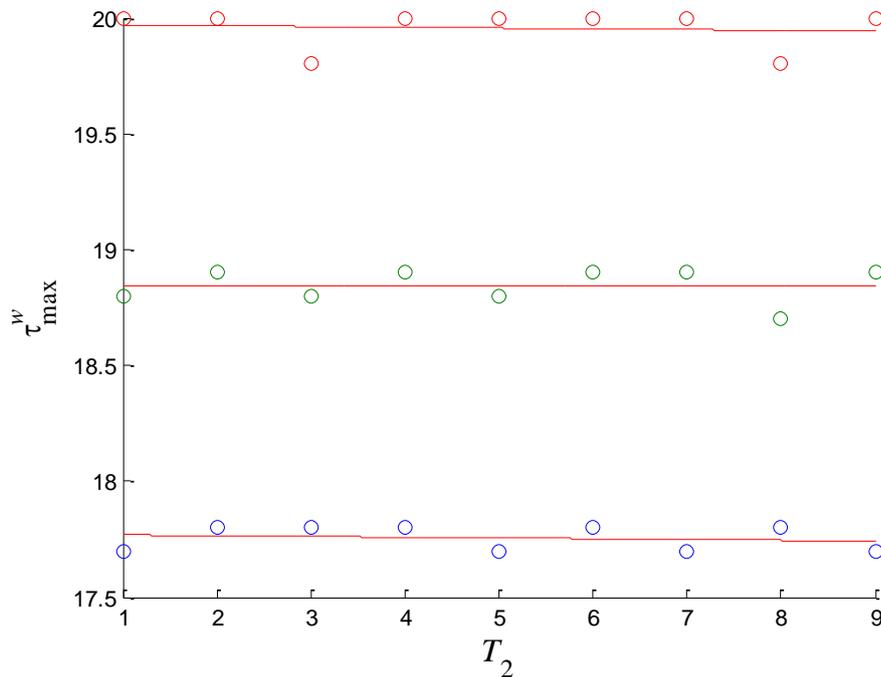


Рисунок 3.34. График зависимости  $\tau_{\max}^w = \tau_{\max}^w(T_2)$ , а также верхняя  $\tau_{\max}^{w \langle up \rangle} = \tau_{\max}^{w \langle up \rangle}(T_2)$  и нижняя  $\tau_{\max}^{w \langle low \rangle} = \tau_{\max}^{w \langle low \rangle}(T_2)$  области возможных значений  $\tau_{\max}^w$

Из рисунка 3.34 видно, что зависимость  $\tau_{\max}^w = \tau_{\max}^w(T_2)$  можно аппроксимировать линейной функцией  $f(T_2) = -0.003 \cdot T_2 + 19.97$ . Ее значения практически не зависят от  $T_2$ , так как при изменении  $T_2$  от 1 до 9 данная величина изменяется от 18.8 до 18.9, т.е. не более чем на 0.5%.

Зависимость момента времени, к которому обслужено 97% заявок  $T_{All}$ , от  $T_2$  ( $T_{All} = T_{All}(T_2)$ ) представлена на рис. 3.35.

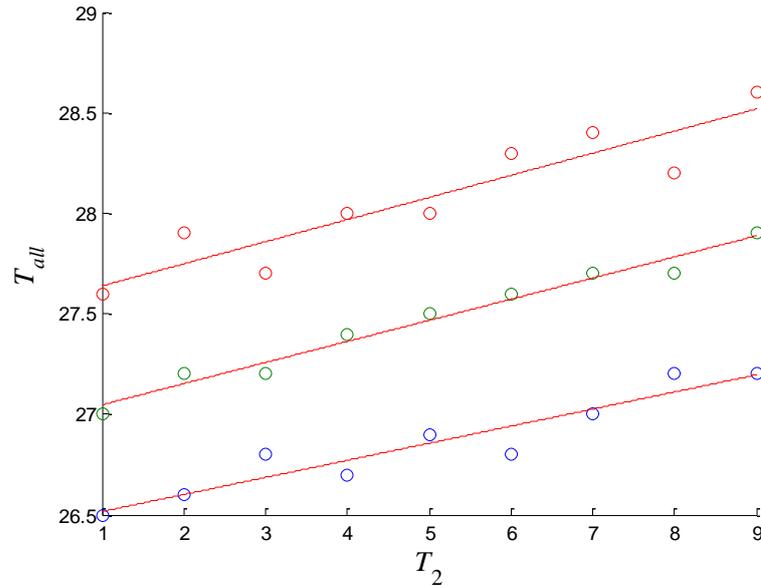


Рисунок 3.35. Зависимость  $T_{All} = T_{All}(T_2)$ , а также верхняя  $T_{All}^{<up>} = T_{All}^{<up>}(T_2)$  и нижняя

$$T_{All}^{<low>} = T_{All}^{<low>}(T_2)$$

области возможных значений  $T_{All}$

Из рисунка 3.35 видно, что зависимость  $T_{All} = T_{All}(T_2)$  можно аппроксимировать линейной функцией  $f(T_2) = 0.11 \cdot T_2 + 27.5$ . Ее значение при изменении  $T_2$  от 1 до 9 изменяется в диапазоне от 27 до 27.9, то есть на 3.4%.

Для объяснения данного результата рассмотрим типичные зависимости (на одном ОУ) числа обслуженных заявок на обслуживании от времени  $N^{out} = N^{out}(t)$  для  $T_2 = 1$  мин и  $T_2 = 9$  мин, представленные на рис. 3.36.

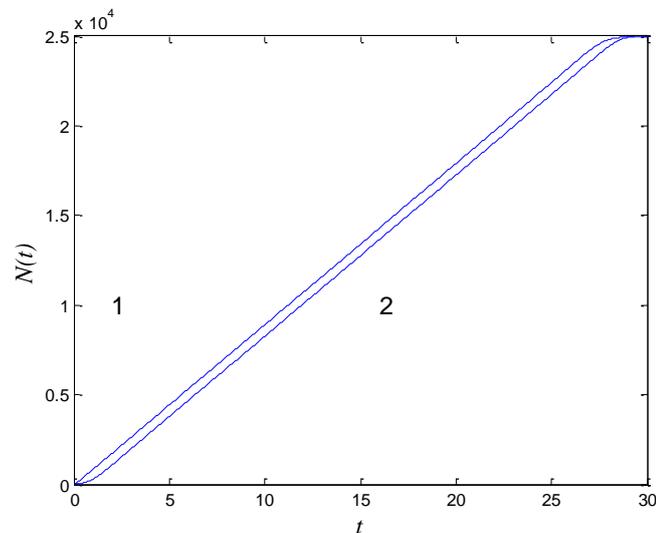


Рисунок 3.36. Типичные зависимости  $N^{out} = N^{out}(t)$ : 1 –  $T_2 = 1$ ; 2 –  $T_2 = 9$

Из рисунка 3.36 видно, что при увеличении переменной  $T_2$  графики функций  $N^{out} = N^{out}(t)$  смещаются вдоль оси абсцисс вправо. Это объясняется тем, что при  $T_2 = 1$  скорость возрастания интенсивности поступления заявок оказывается выше, чем при  $T_2 = 9$ , что и объясняет полученный результат.

Таким образом, анализ вычисленных на основе имитационного моделирования следующих макроскопических характеристик: максимальной длины очереди; момента времени, в который длина очереди оказывается максимальной; максимального времени ожидания в очереди и время обслуживания 97% от  $T_2$  для законов  $\lambda = \lambda(t)$ , представленных на рисунке 3.30, оказываются слабо зависящими от значения  $T_2$ . С практической точки зрения данный результат означает, что в изученном случае для посетителей не имеет значения сразу становиться в очередь к ОУ или выждать некоторое время и затем встать в очередь, так как время их покидания стадиона от этого не изменится.

**Эксперимент 2.** Цель эксперимента: исследовать зависимость макроскопических показателей НСМО от  $T_3$  при условии, что  $T_2 = 5$ ,  $T_3 > 10$  и  $T_3 - T_2 \neq \text{const}$ .

При этом будем полагать, что:

- интенсивность поступления заявок в ОУ описывается функциями, графики которых представлены на рисунке 3.37;
- момент времени окончания события  $T_1 = 0$  мин., начиная с которого начинают появляться первые заявки;
- ожидаемое число заявок на обслуживание в НСМО  $S_0 = 25000$ ;
- число экспериментов  $R = 20$ ;
- число ОУ  $m = 15$ .

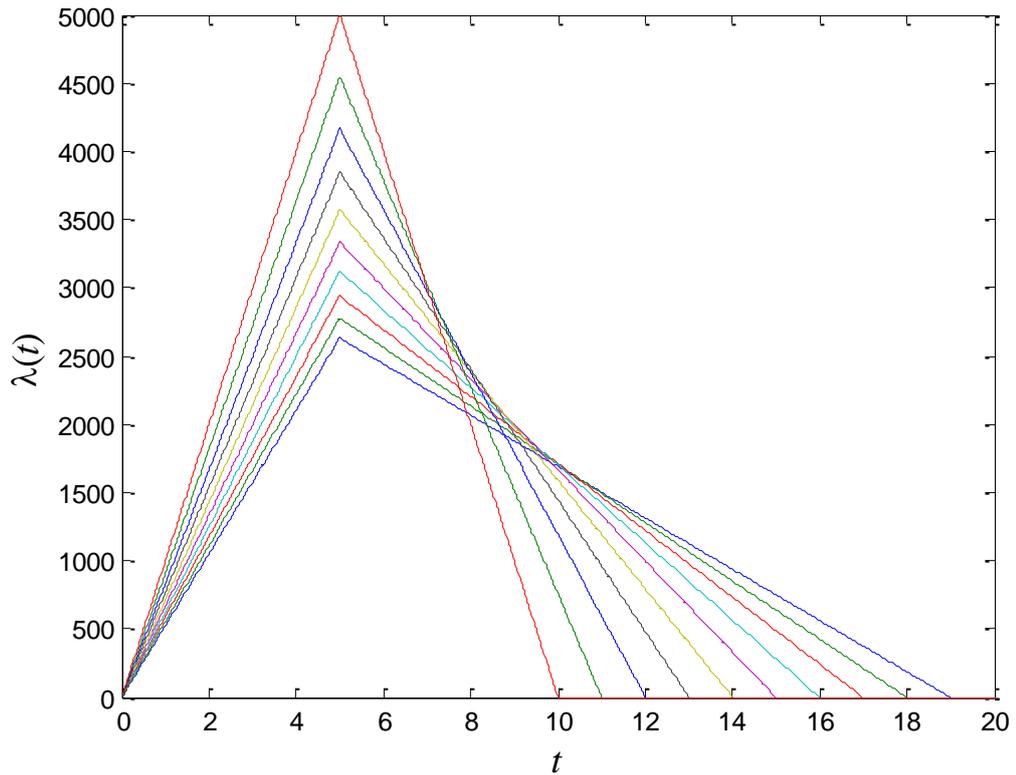


Рисунок 3.37. Графики зависимостей интенсивности поступления заявок на обслуживание в многоканальную НСМО, использованные при имитационном моделировании

Зависимость максимальной длины очереди от  $T_3$  представлена на рис. 3.38.

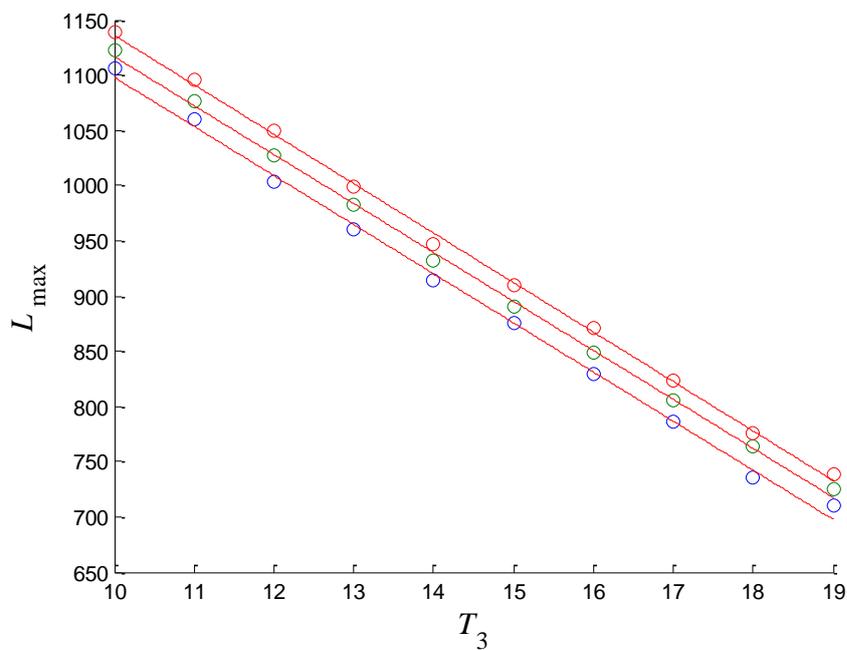


Рисунок 3.38. График зависимости  $L_{\max}(T_3)$ , а также верхняя  $L_{\max}^{<up>} = L_{\max}^{<up>}(T_3)$  и нижняя

$$L_{\max}^{<low>} = L_{\max}^{<low>}(T_3) \text{ области возможных значений } L_{\max}$$

Из рисунка 3.38 видно, что максимальная длина очереди  $L_{\max}$  оказывается линейной функцией  $T_3$ , так как при изменении  $T_3$  от 10 до 19 данная величина изменяется от 1122 до 724, т.е. более чем на 35%. Зависимость  $L_{\max} = L_{\max}(T_3)$  можно аппроксимировать линейной функцией  $(f(T_3) = -44.8 \cdot T_2 + 1584)$ . Данный результат объясняется, тем, что использованные зависимости  $\lambda_k = \lambda_k(t)$ ,  $k = \overline{1,9}$  таковы, что при увеличении  $T_3$  пропорционально уменьшается максимальное значение интенсивности поступления заявок (см. рис. 8). Типичные зависимости (на одном ОУ) длины очереди заявок на обслуживание от времени  $L = L(t)$  для  $T_3 = 10$  мин и  $T_3 = 19$  мин, представлены на рис. 3.39.

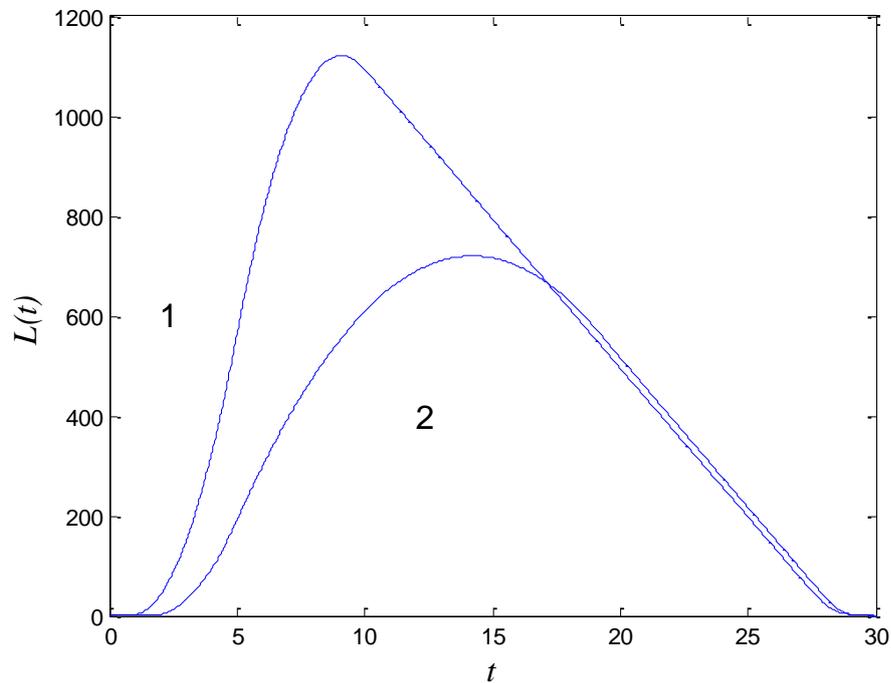


Рисунок 3.39. Типичные графики зависимости  $L = L(t)$ : 1 –  $T_3 = 10$ ; 2 –  $T_3 = 19$

Из рисунка 3.39 видно, что, действительно, поведение функций  $L = L(t)$  не зависит от значения переменной  $T_3$ , так как каждая из обсуждаемых функций на рассматриваемом интервале сначала монотонно возрастает и далее после достижения максимального значения монотонно убывает. При этом значение  $T_{\max} = \arg \max(L(t))$  при увеличении значения  $T_3$  смещается вправо, а значение функции в точке  $L(T_{\max})$  при увеличении  $T_3$  уменьшается.

Зависимость момента времени, в который длина очереди к случайно выбранному ОУ,  $t_{L_{\max}}$  оказывается максимальной, от  $T_3$  ( $\tau_{\max}^w = \tau_{\max}^w(T_3)$ ) представлена на рис. 3.40.

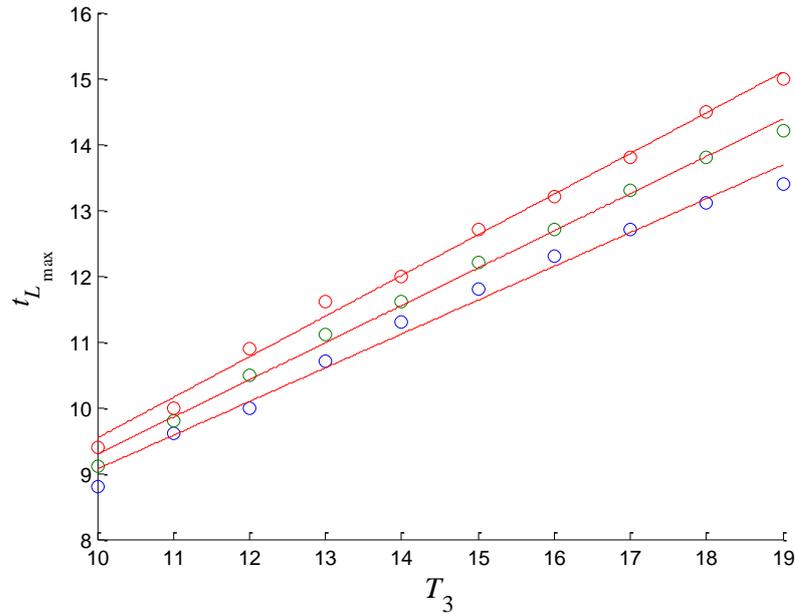


Рисунок 3.40. График зависимости  $t_{L_{max}} = t_{L_{max}}(T_3)$ , а также верхняя  $t_{L_{max}}^{(up)} = t_{L_{max}}^{(up)}(T_3)$  и нижняя

$$\tau_{max}^{(low)} = \tau_{max}^{(low)}(T_3) \text{ области возможных значений } t_{L_{max}}$$

Из рисунка 3.40 видно, что момент времени, когда длина очереди достигает своего максимума  $t_{L_{max}}$  оказывается линейной функцией  $T_3$  ( $t_{L_{max}}(T_3) = 0.62 \cdot T_2 + 3.35$ ). При изменении  $T_3$  от 10 до 19 значение  $\tau_{max}^w$  изменяется от 9.1 до 14.2, т.е. на 54%, что подтверждается графиками зависимостей  $L = L(t)$ , представленными на рисунке 3.39.

Зависимость максимальной длительностью ожидания в очереди  $\tau_{max}^w$ , от  $T_3$  ( $\tau_{max}^w = \tau_{max}^w(T_2)$ ) представлена на рисунке 3.41.

Из рисунка 3.41 видно, что максимальная длительность ожидания в очереди  $\tau_{max}^w$  оказывается линейной функцией  $T_3$  ( $\tau_{max}^w(T_3) = -0.76 \cdot T_3 + 27.55$ ). При изменении  $T_3$  от 10 до 19 данная величина изменяется от 18.9 до 12.2, т.е. на 54%. Для объяснения данного результата рассмотрим типичные зависимости длительности ожидания в очереди на одном ОУ от времени  $\tau^w = \tau^w(t)$  для  $T_3 = 10$  мин и  $T_3 = 19$  мин, представленные на рисунке 3.42.

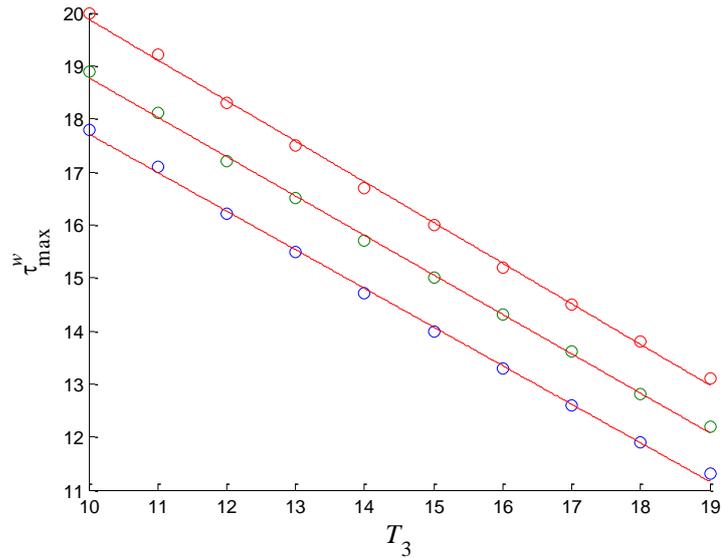


Рисунок 3.41. График зависимости  $\tau_{\max}^w = \tau_{\max}^w(T_3)$ , а также верхняя  $[\tau_{\max}^w]^{(up)} = [\tau_{\max}^w]^{(up)}(T_3)$  и нижняя  $[\tau_{\max}^w]^{(low)} = [\tau_{\max}^w]^{(low)}(T_3)$  области возможных значений  $\tau_{\max}^w$

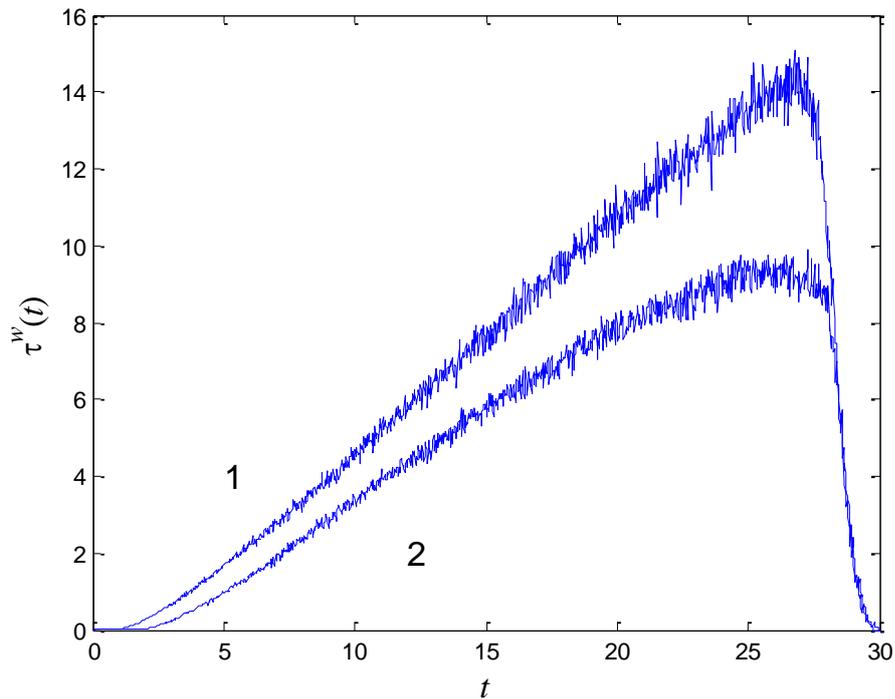


Рисунок 3.42. Зависимость  $\tau^w = \tau^w(t)$ : 1 -  $T_3 = 10$ ; 2 -  $T_3 = 19$

Из рисунка 3.42 видно, что увеличение значения  $T_3$  приводит к уменьшению максимального значения  $\tau^w$   $T_3$ , что объясняется меньшей скоростью нарастания интенсивности поступления заявок при больших значениях  $T_3$ .

Зависимость момента времени, к которому обслужено 97% заявок  $T_{All}$ , от  $T_3$  представлена на рис. 3.43.

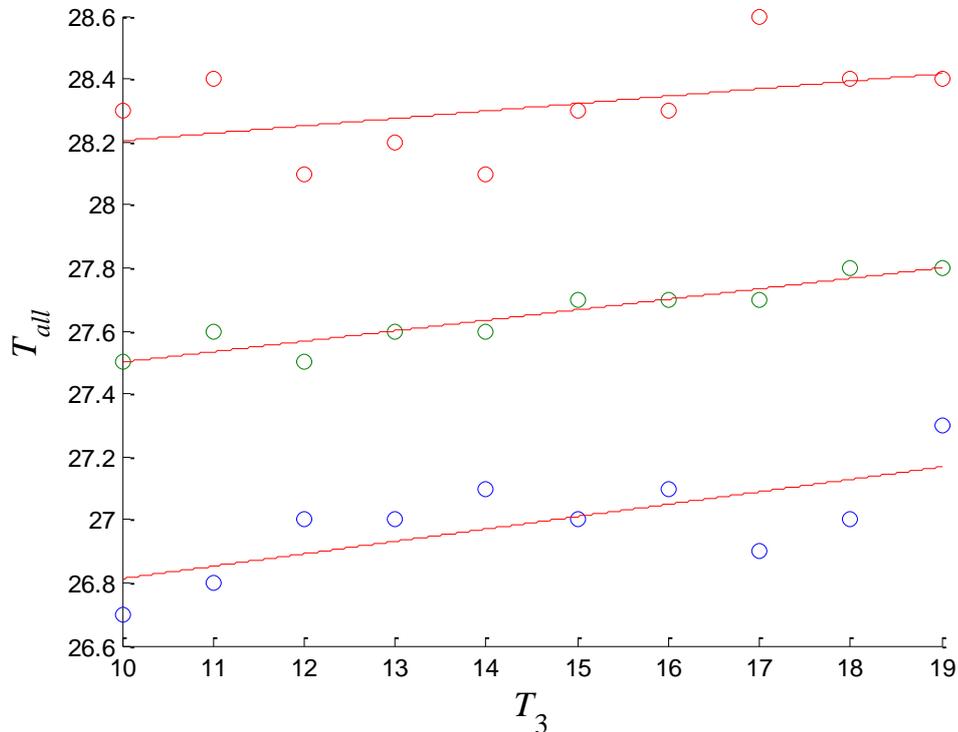


Рисунок 3.43. График зависимости  $T_{All} = T_{All}(T_3)$ , а также верхней  $T_{All}^{(up)} = T_{All}^{(up)}(T_3)$  и нижней

$$T_{All}^{(low)} = T_{All}^{(low)}(T_3) \text{ границ возможных значений } T_{All}$$

Из рисунка 3.43 видно, что момент времени, к которому обслужено 97% заявок  $T_{All}$  оказывается линейной функцией  $T_3$  ( $T_{all}(T_3) = 0.02 \cdot T_3 + 27.97$ ). При изменении  $T_3$  от 10 до 19 данная величина изменяется от 27.8 до 27.5, т.е. не более чем на 1%. Для объяснения данного результата рассмотрим типичные зависимости (на одном ОУ) числа обслуженных заявок  $n$  от времени  $N^{out} = N^{out}(t)$  для  $T_3 = 10$  мин и  $T_3 = 19$  мин, представленные на рисунке 3.44.

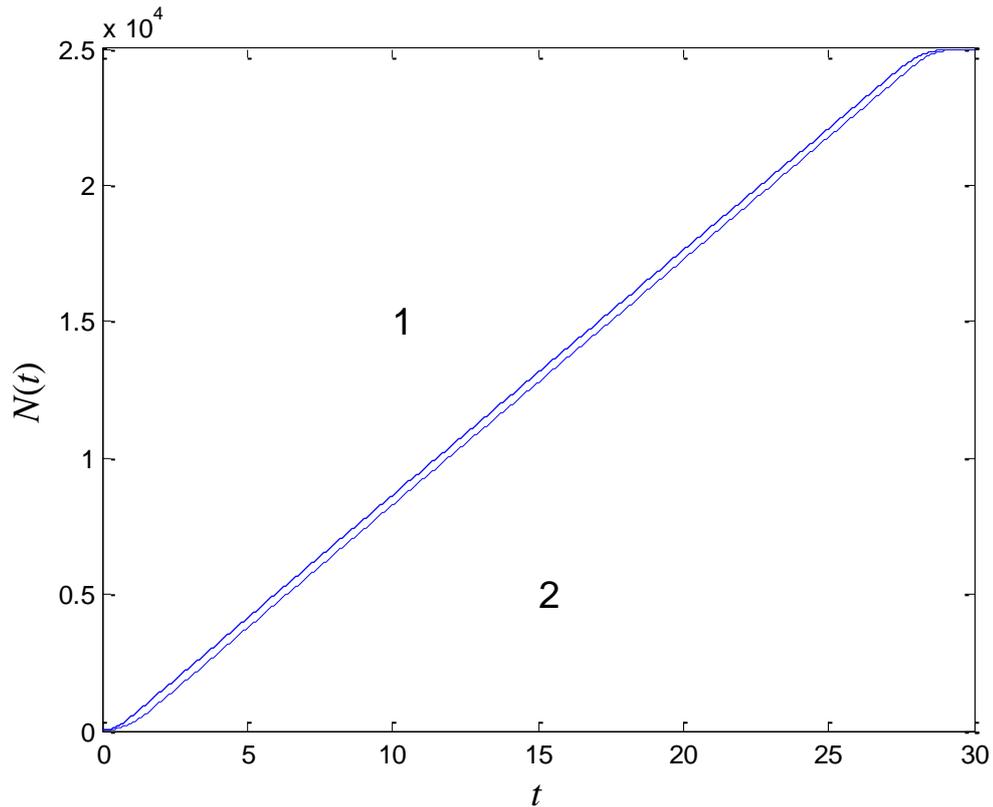


Рисунок 3.45. Типичный график зависимости  $N^{out} = N^{out}(t)$ :  $1 - T_3 = 10$ ;

$$2 - T_3 = 19$$

Из рисунка 3.45 видно, что увеличение значения  $T_3$  не приводит к существенному сдвигу зависимостей  $N^{out} = N^{out}(t)$  вдоль оси абсцисс, что объясняет полученный результат.

Таким образом, результаты имитационного моделирования многоканальной НСМО позволяют сделать вывод о том, что такие макроскопические характеристики, как максимальная длина очереди, момент наступления максимальной длины очереди, максимальная длительность ожидания в очереди линейно зависят от момента времени, в который наступает максимум интенсивности. С практической точки зрения данный результат означает, что если некоторая часть посетителей не будут торопиться сразу после окончания матча покинуть стадион, но встанут в очередь чуть позднее, то тем самым эта стратегия уменьшит максимальную длину очереди и максимальную длительность ожидания в очереди.

В результате проведённых экспериментов можно сделать вывод о том, что следует рекомендовать посетителям не торопиться к выходу сразу после окончания матча, так как при этом длина очереди и, соответственно, длительности ожидания в очереди окажутся меньше, чем в первом эксперименте, предполагающем массовое покидание стадиона.

### 3.5 Выводы

1. Проведено исследование зависимостей количественных характеристик функционирования НСМО от времени, у которых интенсивность поступления заявок на обслуживание монотонно нарастает от нуля до максимального значения  $\lambda_{max}$ , а затем убывает от максимального значения  $\lambda_{max}$  до нуля, и доказано, что состояние НСМО в процессе обслуживания данного потока заявок может быть описано следующим набором макроскопических характеристик: максимальной длиной очереди –  $L_{max}$ , максимальной длительностью ожидания в очереди –  $\tau_{max}^w$ , моментом времени, в который очередь достигает максимальной длины –  $t_{L_{max}}$ , моментом времени, в который время ожидания в очереди окажется максимальным –  $t_{\tau_{max}^w}$ , числом обслуженных к моменту начала события заявок –  $N_0$ , временем затраченным на обслуживание всех заявок –  $T_{All}$ , которые представляют интерес для проектировщиков, служб безопасности и собственников ИКПС.

2. Проведено исследование влияния случайной составляющей зависимости интенсивности поступления заявок на вход НСМО, статистические свойства которой аналогичны статистическим свойствам случайной составляющей, присутствующей в соответствующих зависимостях, зарегистрированных во время проведения футбольных матчей на различных стадионах РФ, на выбранные макроскопические показатели изученной НСМО, и получены соответствующие выражения, устанавливающие связь между значениями данных показателей и энергией шума, присутствующего во входной интенсивности поступления заявок в НСМО  $\lambda(t)$ .

3. Разработаны и верифицированы алгоритмы и их программные реализации НСМО, обеспечивающие моделирование многоканальной НСМО, а также одного из двух вариантов политики выбора ОУ: случайного выбора ОУ и выбора того ОУ, у которого в момент поступления очередь наименьшая.

4. Исследовано влияние политик выбора ОУ на функционирование двухканальных СМО и НСМО у которой интенсивность поступления заявок на обслуживание монотонно нарастает от нуля до максимального значения  $\lambda_{max}$ , а затем убывает от максимального значения  $\lambda_{max}$  до нуля, и установлено, что:

4.1. исследованные политики выбора ОУ влияют на длину очереди в СМО, когда относительная интенсивность поступления заявок (отношение интенсивности поступления заявок к интенсивности их обслуживания) от времени меньше 1 (система находится в недогруженном состоянии) либо равна 1 (система в нагруженном состоянии).

4.2. исследованные политики выбора ОУ не оказывают существенного влияния на значения выбранных макроэкономических показателей НСМО, когда система в перегруженном состоянии.

5. Исследованы особенности функционирования многоканальных НСМО в режиме свободного прохода в следующих режимах:

– режим № 1, в котором интенсивность поступления заявок в НСМО на временном интервале  $[T_1, T_2]$  монотонно возрастает от нуля до максимального значения  $\lambda_{max}$  и далее на временном интервале  $[T_2, T_3]$  убывает от  $\lambda_{max}$  до нуля, при этом для любых  $T_2$   $[T_1, T_2] + [T_2, T_3] = const$ ,  $\lambda_{max} = const$ ;

– режим №2, в котором интенсивность поступления заявок в НСМО на временном интервале  $[T_1, T_2]$  монотонно возрастает от нуля до максимального значения  $\lambda_{max}$  и далее на временном интервале  $[T_2, T_3]$  убывает от  $\lambda_{max}$  до нуля, при этом  $T_2$  фиксировано, а последовательность значений  $\{T_3\}_k$ ,  $k = \overline{1, K}$ , такова, что  $T_{3_1} < T_{3_2} < \dots < T_{3_K}$ , а последовательность значений  $\{\lambda_{max}\}_k = \{\lambda_{max}\}_1 \frac{T_{3_k} - T_1}{T_{3_k} - T_1}$ .

При этом обнаружено что.

5.1. В режиме № 1 для посетителей не имеет значения сразу становиться в очередь к ОУ или выждать некоторое время и затем встать в очередь, так как время их покидания объекта проведения массового мероприятия от этого не изменится.

5.2. В режиме № 2 длина очереди и, соответственно, длительность ожидания в очереди при увеличении  $T_3$  уменьшается. В этой связи следует рекомендовать посетителям не торопиться к выходу сразу после окончания массового мероприятия, но подождать 10–20 минут.

## ГЛАВА 4. МЕТОДИКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ, ВОЗНИКАЮЩИХ НА ЭТАПАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И МОДЕРНИЗАЦИИ КПС ОБЪЕКТОВ ПРОВЕДЕНИЯ МАССОВЫХ МЕРОПРИЯТИЙ

В главе 3 была обоснована возможность описания НСМО, на вход которой поступает поток заявок с интенсивностью, которая на части выбранного временного интервала монотонно увеличивается во времени от нуля до некоторого максимального значения, и далее на временном интервале меньшей длительности монотонно убывает от максимального значения до нуля, в терминах макроскопических количественных показателей НСМО (максимальная длина очереди, максимальная длительность ожидания в очереди, время достижения максимальной длины очереди, время, в течение которого войдет большая часть посетителей, число вошедших к моменту времени, в который начнется мероприятие), имеющих очевидный физический смысл, понятных для инженеров, занимающихся проектированием и модернизацией ИКПС, а также лиц, принимающих решения о закупке соответствующего оборудования, и сотрудников служб безопасности объектов проведения массовых мероприятий.

В данной главе рассматриваются примеры использования данных показателей для решения типичных задач, возникающих на практике.

### 4.1. Анализ типичных задач, представляющих практический интерес

**Задачи первого типа 1.** При проведении реконструкции объекта проведения массовых мероприятий, после которой его вместимость увеличится в два раза необходимо знать:

1. Как изменятся макроскопические показатели ИКПС (МНСМО) при сохранении прежнего числа турникетов (ОУ) в ИКПС.

2. Насколько изменятся: максимальная длина очереди  $L_{\max}$ , длительность ожидания в очереди  $\tau_{\max}^w$ , время достижения максимальной длины очереди  $t_{L_{\max}}$ , время, в течение которого войдет 97% посетителей  $T_{All}$  относительно момента времени, в который начнется мероприятие  $N_0$ , насколько изменится число посетителей, вошедших после начала мероприятия (на основании полученных оценок макроскопических показателей сформировать отчет для службы безопасности объекта проведения массового мероприятия).

3. Какое количество дополнительных турникетов, технические характеристики которых аналогичны имеющимся турникетам, необходимо установить, чтобы сохранить прежний уровень комфорта посетителей, характеризующийся максимальной длиной очереди и максимальной длительностью ожидания прохода на объект.

4. Какие технические характеристики должны быть у новых турникетов для того, чтобы при сохранении их количества (и, соответственно, входных групп объекта проведения массового мероприятия) сохранить прежний уровень комфортности обслуживания.

5. Какой из двух вариантов модернизации ИКПС объекта проведения массовых мероприятий (1 – использование дополнительных турникетов, с такими же техническими характеристиками; 2 – использование турникетов с отличными техническими характеристиками без увеличения их количества) следует предпочесть.

**Задачи второго типа.** Для обеспечения комфортного и безопасного выхода посетителей и передвижения по городской среде, требуется оценка численности личного состава правоохранительных органов и дополнительных единиц общественного транспорта.

1. Турникеты ИКПС в режиме свободного выхода с объекта проведения массового мероприятия представляют собой обслуживающие устройства с известной интенсивностью обслуживания поступающих на вход турникета (ОУ) заявок. Сколько потребуется времени для того, чтобы все посетители смогли покинуть объект проведения массового мероприятия, который к моменту окончания мероприятия, был полностью заполнен.

2. Заказчик включил дополнительно в число характеристик комфортности — время, в течение которого посетители смогут покинуть данный объект, который к моменту окончания мероприятия, был полностью заполнен. Могут ли быть выполнены расширенные требования заказчика при данном числе турникетов.

**Задачи третьего типа.** Анализ результатов продажи билетов показал, что не все билеты были реализованы. В этой ситуации необходимо знать:

1. Какое максимальное количество турникетов следует использовать в данном случае, чтобы обеспечить заданный уровень комфортности посетителей.

2. В случае использования всех имеющихся турникетов, насколько позже можно открыть доступ на объект проведения массового мероприятия при сохранении заданных требований комфортности.

3. В процессе доступа на объект проведения массовых мероприятий, на котором было принято решение ограничить число используемых для доступа посетителей турникетов, оказалось, что показатели комфортности не обеспечиваются, какое количество турникетов дополнительно необходимо начать использовать для исправления возникшей ситуации, сколько для этого потребуется времени.

Далее приведено описание методик решения перечисленных выше задач с использованием соответствующих программных инструментов.

## 4.2. Оценка макроскопических характеристик при заданных параметрах интенсивностей НСМО

**Задача 1.** Найти значения макроскопических характеристик (с указанием наиболее ожидаемого значения и разброса) для одиночного турникета (одноканальной НСМО). Известно, что время обслуживания (принятие решения о пропуске посетителя либо отказе в проходе) в системе варьируется от 1 до 10 секунд. Закон распределения времени обслуживания является случайной величиной с треугольным законом распределения с математическим ожиданием 3 с, соответственно, средняя интенсивность обслуживания  $\mu = 20$  заявок в минуту. Момент времени до начала события  $T_1 = -80$  мин., начиная с которого начинают появляться первые заявки, момент времени  $T_2 = -20$  мин., в который достигается максимум интенсивности поступления заявок  $\lambda_{\max} = 23$  заявок/мин., момент времени  $T_3 = 3$  мин. в который интенсивность падает до нуля. Ожидаемое число заявок на обслуживание в НСМО  $S_0 = 1370$ , примерное число «опаздывающих» заявок  $S_1 = 8$ .

Алгоритм решения данной задачи реализуется выполнением следующей последовательности действий.

Шаг 0. Выбор числа экспериментов метода Монте-Карло.

Возьмем заведомо большое число экспериментов  $R = 2000$ .

Шаг 1. Задание входных параметров для расчета интенсивности поступления заявок и работы программной библиотеки.

Шаг 2. Инициализация шкал для моделирования.

Шаг 3. Расчет зависимости интенсивности поступления заявок от времени. Расчет предлагается делать через встроенные средства символьных вычислений Matlab, такие как `linsolve`.

Шаг 4. Добавление случайной составляющей к входной интенсивности.

В рамках условия данной задачи не предполагается.

Шаг 5. Моделирование обслуживания потока заявок с использованием программной библиотеки.

Шаг 6. Оценка функций распределения по всем макроскопическим характеристикам.

Для практического использования данного алгоритма в пакете MATLAB необходимо выполнить следующую последовательность команд, размещенную в файле `task1.m`, листинг которого размещен в Приложении 4. Внутри используется специальная функция `NQS_GetStatistical.m` для оценки распределения последовательности, код которой описан в Приложении 5.

Результаты выполнения данной последовательности команд представлены на рисунке 4.1 и таблице 4.1.

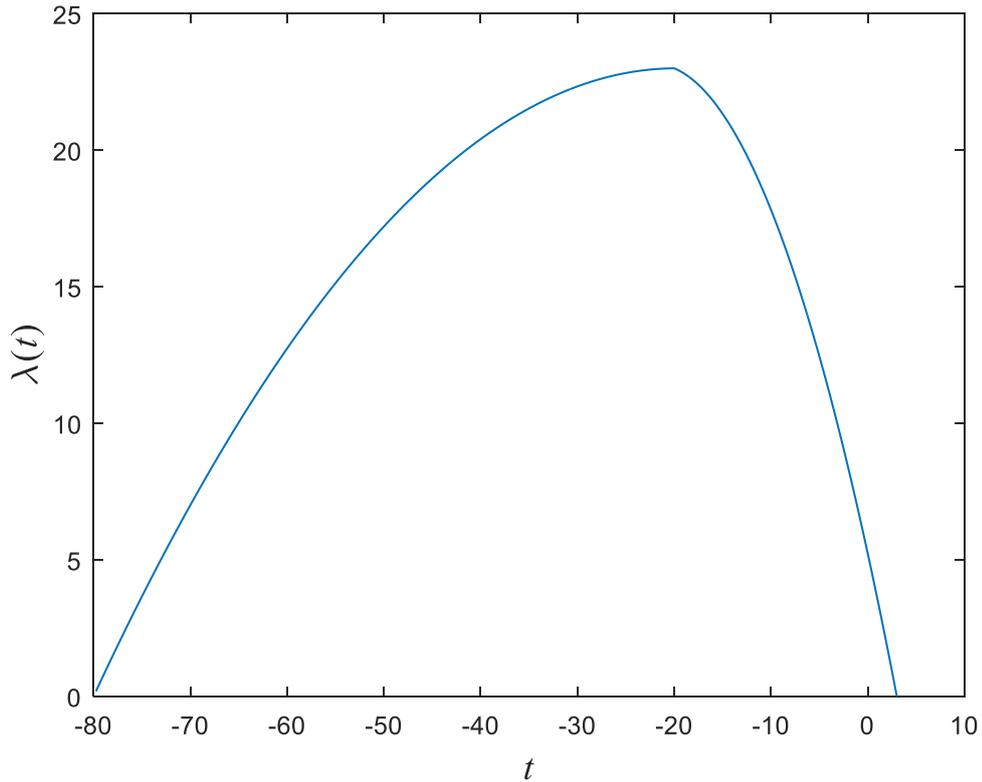


Рисунок 4.1. Интенсивность поступления заявок на обслуживание в НСМО.

На рисунке 4.1 видно, что выполняются все требования к входной интенсивности заявок на входе НСМО. В результате выполнения последовательности команд, реализующих описанный выше алгоритм, выводятся графики функций распределения и плотностей вероятностей выбранных макроэкономических показателей НСМО (рис. 4.2–4.7), а также в командном окне MATLAB оценки макроэкономических показателей НСМО (значения квантилей распределений на уровнях доверительных вероятностей 0,05, 0,5 и 0,95), представленные в таблице 4.1

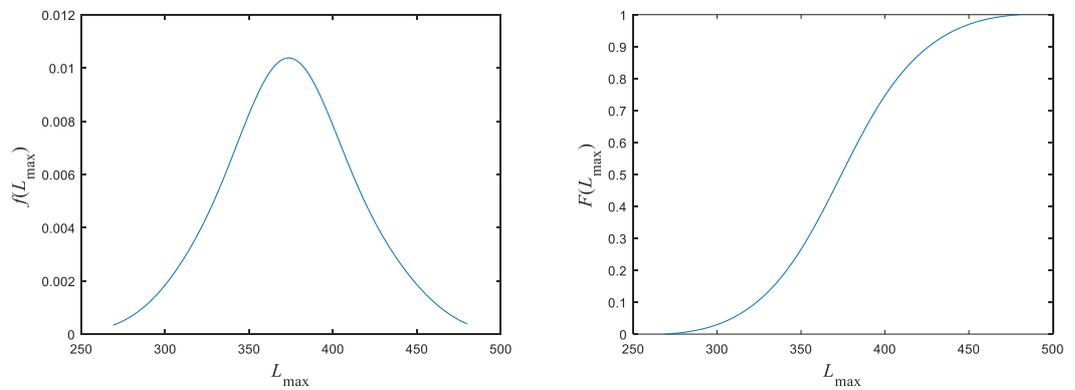


Рисунок 4.2. Плотность распределения вероятности и функция распределения вероятности для максимальных длин очередей  $L_{\max}$

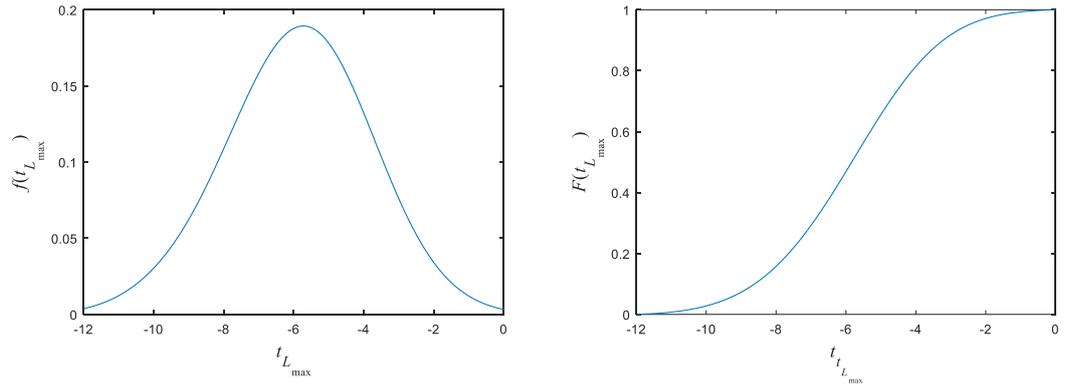


Рисунок 4.3. Плотность распределения вероятности и функция распределения вероятности моментов времени, в которые длина очереди максимальна  $t_{L_{\max}}$

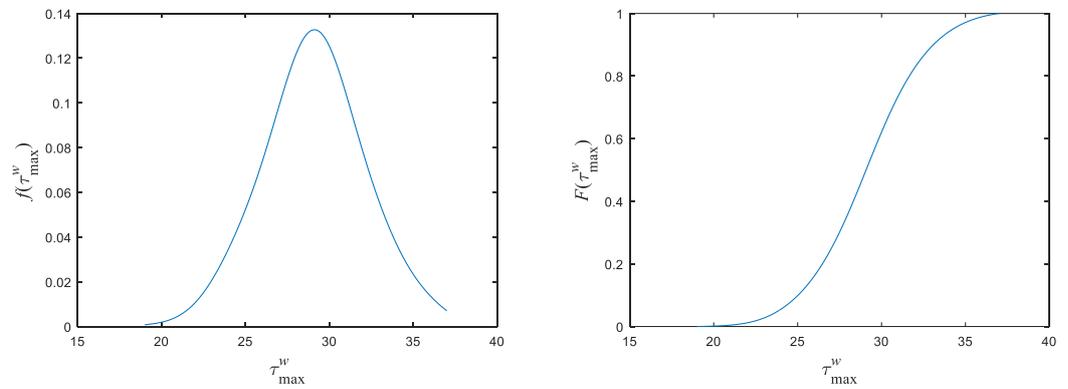


Рисунок 4.4. Плотность распределения вероятности и функция распределения вероятности максимальной длительности ожидания в очереди  $\tau_{\max}^w$

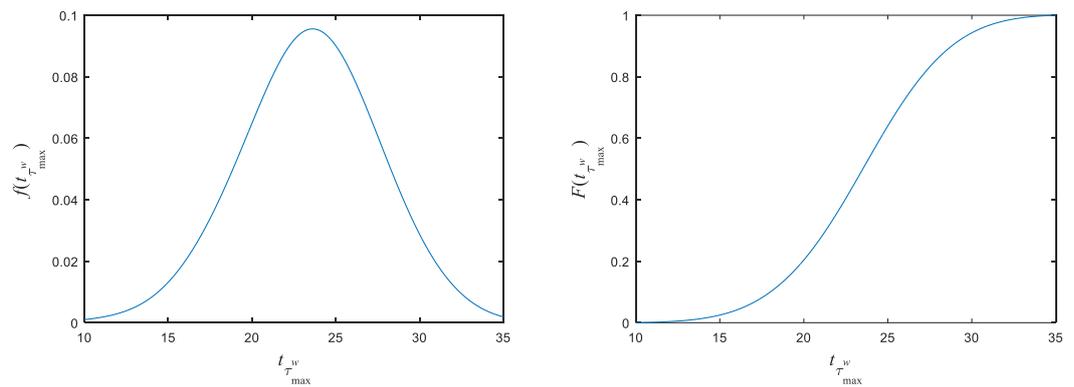


Рисунок 4.5. Плотность распределения вероятности и функция распределения вероятности для моментов времени, в которые длительность ожидания в очереди максимальна  $t_{\tau_{\max}^w}$

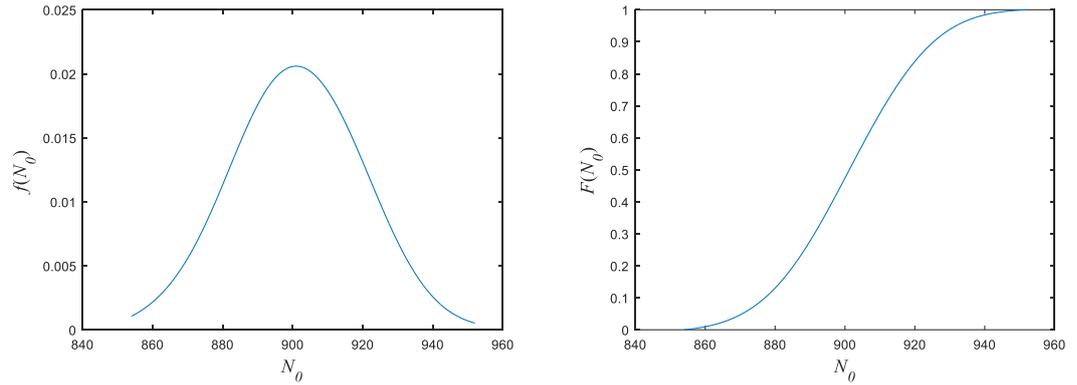


Рисунок 4.6. Плотность распределения вероятности и функция распределения вероятности для числа вошедших на момент начала события  $N_0$

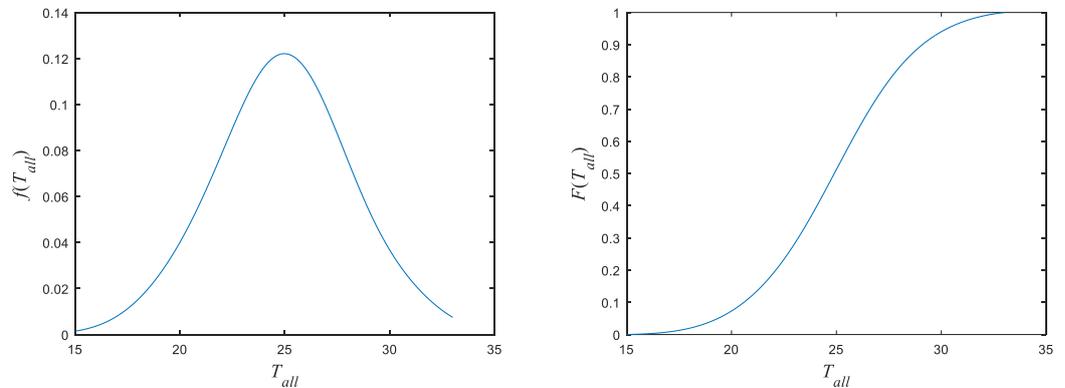


Рисунок 4.7. Плотность распределения вероятности и функция распределения вероятности для времени обслуживания 97% от общего числа посетителя  $T_{All}$

Таблица 4.1.

Значения квантилей распределения макроэкономических характеристик НСМО.

Показатель	Значение
$L_{\max}$	$372 \pm 61$
$t_{L_{\max}}$	$-5,8 \pm 3,5$
$\tau_{\max}^w$	$29 \pm 4,7$
$t_{\tau_{\max}^w}$	$23,4 \pm 6,4$
$N_0$	$900,8 \pm 30,1$
$T_{All}$	$24,8 \pm 5,2$

Из Таблицы 4.1 видно, что при выбранных параметрах НСМО:

- 1) наиболее вероятная ожидаемая максимальная длина очереди  $L_{\max}$  равняется 372 человека, при этом диапазон ее возможных вариаций составляет  $[-61, 61]$  человек;

2) наиболее вероятный ожидаемый момент времени, в которые длина очереди максимальна  $t_{L_{\max}}$ , равняется  $-5.8$  мин (можно ожидать, что длина очереди окажется максимальной за 6 минут до начала мероприятия), при этом диапазон его возможных вариаций составляет  $[-3.5, 3.5]$  мин;

3) наиболее вероятное максимальное время ожидания посетителем в очереди для прохода на объект проведения массовых мероприятий составляет 29 мин, при этом диапазон его возможных вариаций составляет  $[-4.7, 4.7]$  минуты;

4) наиболее вероятное значение момента времени, в который длительность ожидания в очереди максимальна  $t_{\tau_{\max}^w}$ , равняется 23.4 мин, при этом диапазон его возможных вариаций составляет  $[-6.4, 6.4]$  минуты (отметим, что данный результат согласуется с оценкой  $t_{L_{\max}}$ , действительно, максимальная ожидаемая длина очереди посетителей для входа на объект проведения массовых мероприятий в момент времени  $\approx -6$  мин составит 372 человека, при средней скорости обслуживания посетителей 12 чел/мин, время обслуживания составит  $\approx 31$  мин, в результате посетитель, оказавший в очереди в тот момент времени, когда ожидаемая длина очереди будет максимальной, будет ожидать обслуживания  $\approx 31 - 6 = 25$  мин);

5) наиболее вероятное ожидаемое число посетителей, вошедших к моменту начала мероприятия,  $N_0$  равняется  $\approx 901$  человек, при этом диапазон его возможных вариаций составляет  $[-30, 30]$  человек;

6) наиболее ожидаемое время обслуживания 97% от общего числа посетителей  $T_{All}$  равняется  $\approx 25$  мин, при этом диапазон его возможных вариаций составляет  $[-5, 5]$  мин (таким образом, в течение  $\approx 25$  мин опоздавшие к началу мероприятия посетители будут входить на объект и, как следствие, беспокоить посетителей, уже занявших свои места, что, потенциально, может стать причиной возникновения конфликтных ситуаций).

### 4.3 Оценка числа турникетов в составе ИКПС при заданных макроскопических характеристиках и интенсивностях поступления и обслуживания

**Задача 2.** Определить число турникетов многоканальной НСМО при использовании политики выбора случайного турникета, независимо от «мгновенной» длины очереди для следующих параметров НСМО:

- время обслуживания (принятие решения о пропуске посетителя либо отказе в проходе) в системе варьируется от 1 до 10 секунд;
- закон распределения времени обслуживания является случайной величиной с треугольным законом распределения с математическим ожиданием 4 с, соответственно, средняя интенсивность обслуживания –  $\mu = 15$  заявок в минуту;
- момент времени до начала события  $T_1 = -120$  мин., начиная с которого начинают появляться первые заявки, момент времени  $T_2 = -15$  мин., в который достигается максимум интенсивности поступления заявок  $\lambda_{\max} = 300$  заявок/мин., момент времени  $T_3 = 5$  мин. в который интенсивность падает до нуля;
- случайную составляющую интенсивности поступления заявок генерировать на основе функций распределения полученных при анализе матчей на территории РФ;
- ожидаемое число заявок на обслуживание в НСМО  $S_0 = 25000$ , примерное число «опаздывающих» заявок  $S_1 = 130$ ;
- максимальная длина очереди  $L_{\max}$  в среднем на каждом из ОУ не должна превышать 100 человек, а длительность ожидания в очереди  $\tau_{\max}^w$  не должна превышать 10 минут.

Программная реализация алгоритма решения данной задачи, приведенного ниже находится в файле task2.m, листинг которого размещен в Приложении 6.

Шаг 0. Выбор числа экспериментов метода Монте-Карло. (Обсуждаемые ниже результаты получены на основе 300 независимых экспериментов).

Шаг 1. Задание входных параметров для расчета интенсивности поступления заявок и работы программной библиотеки.

Шаг 2. Задание максимальных значений макроскопических характеристик.

Шаг 3. Инициализация шкал для моделирования.

Шаг 4. Расчет зависимости интенсивности поступления заявок от времени с помощью средств символьных вычислений MATLAB.

Шаг 5. Добавление случайной составляющей к входной интенсивности.

Здесь случайная составляющая генерируется на основе функции распределения вероятностей из файла randomf11.mat, в котором сохранена информация о случайной составляющей из события №11.

Шаг 6. Моделирование обслуживания потока заявок с использованием программной библиотеки.

В цикле от 2 до *serversMax* производятся запуски программной реализации модели НСМО, вычисляются макроскопические характеристики НСМО, усредненные по ансамблю реализаций и турникетам. Полученные оценки сравниваются с заданными на 2 шаге значениями макроскопических показателей, и, если все показатели удовлетворяют условиям задачи, цикл прекращается, и на экран выводится число устройств, в противном случае число турникетов увеличивается на единицу, и цикл повторяется.

В результате выполнения файла *task2.m* в командное окно MATLAB будет выведено числа турникетов, обеспечивающих выполнение условий задачи, равное 17.

**Задача 3.** Исследовать зависимости макроскопических характеристик многоканальной НСМО от числа турникетов (обслуживающих устройств), при использовании политики выбора случайного турникета, независимо от «мгновенной» длины очереди, для следующих параметров НСМО:

- время обслуживания (принятие решения о пропуске посетителя либо отказе в проходе) в системе варьируется от 1 до 10 секунд;
- закон распределения времени обслуживания является случайной величиной с треугольным законом распределения с математическим ожиданием 4 с, соответственно, средняя интенсивность обслуживания –  $\mu = 15$  заявок в минуту;
- момент времени до начала события  $T_1 = -120$  мин., начиная с которого начинают появляться первые заявки, момент времени  $T_2 = -15$  мин., в который достигается максимум интенсивности поступления заявок  $\lambda_{\max} = 300$  заявок/мин., момент времени  $T_3 = 5$  мин. в который интенсивность падает до нуля;
- случайная составляющая интенсивности поступления заявок генерируется на основе функций распределения полученных при анализе матчей на территории РФ, но с амплитудой в 10 больше;
- ожидаемое число заявок на обслуживание в НСМО  $S_0 = 25000$ , примерное число «опаздывающих» заявок  $S_1 = 130$ ;
- число турникетов варьируется в диапазоне от 10 до 25.

Программная реализация алгоритма решения данной задачи, приведенного ниже находится в файле *task3.m*, листинг которого размещен в Приложении 7.

Шаг 0. Выбор числа экспериментов метода Монте-Карло.

Возьмем заведомо большое число экспериментов  $R = 100$ .

Шаг 1. Задание входных параметров для расчета интенсивности поступления заявок и работы программной библиотеки.

Шаг 2. Задание максимальных значений макроскопических характеристик. Для данной задачи не применимо.

Шаг 3. Инициализация шкал для моделирования.

Шаг 4. Расчет зависимости интенсивности поступления заявок от времени с помощью инструментов символьных вычислений MATLAB.

Шаг 5. Добавление случайной составляющей к входной интенсивности.

Случайная составляющая генерируется на основе функции распределения вероятностей из файла `randomf11.mat`, в котором сохранена информация о случайной составляющей из события №11.

Шаг 6. Моделирование обслуживания потока заявок с использованием программной библиотеки.

В цикле от *serversMin* до *serversMax* производится запуск модели, результаты которой усредняются по всем турникетам и по всем экспериментам метода Монте-Карло. Результаты зависимостей количественных характеристики сохраняются в массивах приёмниках.

Шаг 7. Оценка законов распределения макроскопических характеристик для различного числа ОУ.

В цикле от *serversMin* до *serversMax* производятся запуски программной реализации модели НСМО, вычисление макроскопических показателей многоканальной НСМО и аппроксимация их распределений в соответствии с методом Розенблатта-Парзена. По всем макроскопическим показателям сохраняются оценки квантилей функций распределений макроскопических показателей на уровнях доверительных вероятностей 0,05;0,5;0,95.

Шаг 8. Анализ зависимости макроскопических показателей многоканальной НСМО от числа ОУ.

Для каждой из полученных зависимостей квантилей макроскопических показателей многоканальной НСМО от числа ОУ строится график и регрессионное приближение. На консоль выводится оценка значений макроскопических показателей. Анализ вынесен в отдельную функцию в файле `NQS_GetFit.m`, листинг которого размещен в Приложении 8.

Рассмотрим результаты моделирования многоканальной НСМО, на вход каждого из турникетов которой поступает поток заявок с изменяющейся во времени интенсивностью  $\lambda = \lambda(t)$ , представленной на рис. 4.8.

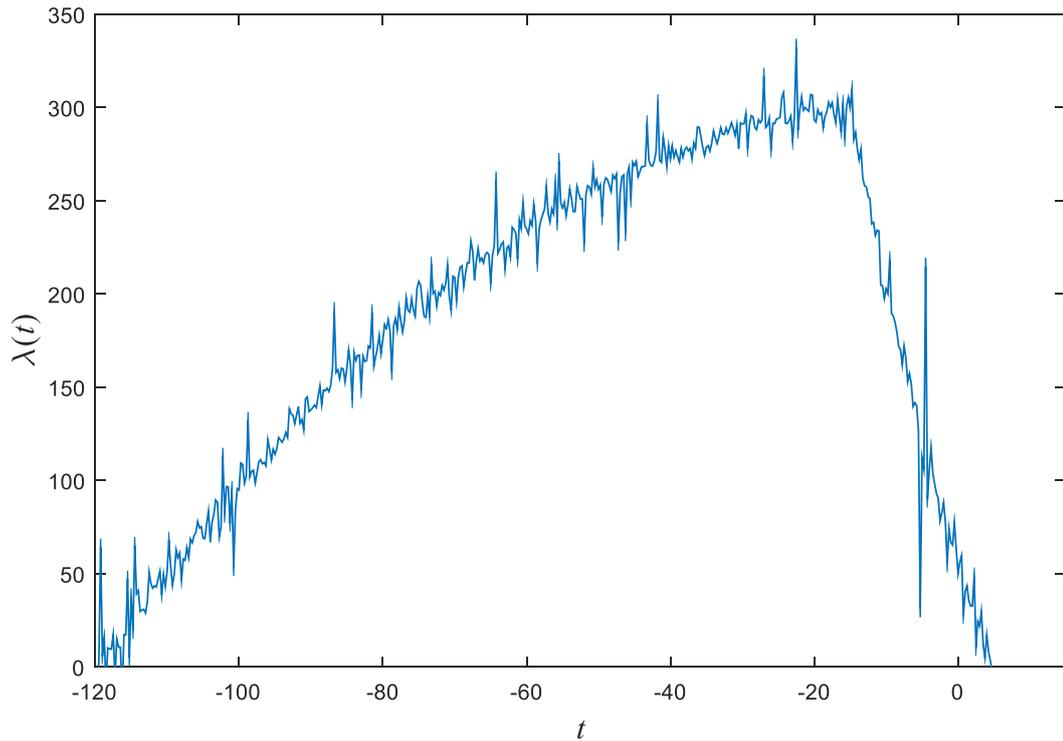


Рисунок 4.8. Интенсивность поступления заявок на обслуживание в НСМО.

Из Рисунка 4.8 видно, что зависимость входной интенсивности от времени оказывается подобной аналогичной зависимости, вычисленной на основе имеющихся статистических данных, собранных во время проведения футбольных матчей на различных стадионах РФ.

Оценки макроскопических показателей многоканальной НСМО при различном числе ОУ представлены в Таблице 4.2, а соответствующие графики вынесены в приложение 9.

Оценки макроэкономических показателей многоканальной НСМО при различном числе ОУ

$m$ (Число ОУ)	$L_{\max}$	$t_{L_{\max}}$	$\tau_{\max}^w$	$t_{\tau_{\max}^w}$	$N_0$	$T_{All}$
10	749±30	-7±2	50±4	41±4	1552±70	42±1
11	585±29	-8±2	39±3	31±5	1546±70	31±2
12	446±27	-9±2	30±3	21±5	1528±70	22±2
13	332±25	-10±2	23±3	13±5	1500±69	15±2
14	239±22	-11±2	16±2	6±5	1465±67	9±2
15	165±19	-12±2	11±2	1±3	1422±66	4±2
16	108±17	-12±2	8±2	0±5	1374±64	0±2
17	66±13	-13±2	5±1	-4±5	1322±62	-3±1
18	37±11	-14±2	3±1	-8±5	1267±59	-4±1
19	18±8	-15±7	2±1	-11±5	1210±57	-6±1
20	7±5	-21±11	0.8±0.4	-14±7	1153±55	-6±1
21	2±3	-27±17	0.5±0.3	-21±25	1097±52	-6.7±0.5
22	2±2	-32±27	0.4±0.1	-35±41	1043±50	-6.6±0.4
23	3±1	-35±38	0.4±0.1	-40±43	993±48	-6.2±0.5
24	3±1	-36±51	0.5±0.1	-43±43	948±46	-5.9±0.6
25	0±2	-41±51	0.3±0.2	-42±42	910±44	-6±1

Из Таблицы 4.2 видно, что при выбранных интенсивности поступления и обслуживания входящих заявок:

1. Зависимость максимальной длины очереди  $L_{\max}$  от числа турникетов  $m$  на случайно выбранном ОУ ( $L_{\max} = L_{\max}(m)$ ) при  $m \in [10; 25]$  является монотонно убывающей функцией ( $f(m) = e^{-3.96 \cdot m^2 - 3.32 \cdot m + 6.61} + 1.4$ ). Аналогично, монотонно убывающими функциями оказываются зависимости  $L_{\max}^{(low)} = L_{\max}^{(low)}(m)$ ,  $L_{\max}^{(up)} = L_{\max}^{(up)}(m)$ , где  $L_{\max}^{(low)}$  – правая граница диапазона возможных значений  $L_{\max}$  ( $f(m) = e^{-4.27 \cdot m^2 - 3.46 \cdot m + 6.57} + 0.3$ ),  $L_{\max}^{(up)}$  – левая граница диапазона возможных значений  $L_{\max}$  ( $f(m) = e^{-3.57 \cdot m^2 - 3.24 \cdot m + 6.65} + 2.9$ ). При этом

$$L_{\max}(20) = 7, \left| L_{\max}^{(low)} \right| = L_{\min}^{(up)} = 5,$$

$$L_{\max}(m > 20) \leq 3, \left| L_{\max}^{(low)} \right| = L_{\max}^{(up)} = 3.$$

Таким образом, при  $m \geq 20$  можно считать, что на данном ОУ очереди заявок на обслуживание не образуется, т.е. каждый из посетителей начинается обслуживаться сразу в момент его подхода к турникету. В этой связи следует проводить анализ количественных

характеристик НСМО, рассматривая их зависимости при  $m < 20$  и  $m \geq 20$  по отдельности. Кроме того, так как при  $m \geq 20$   $L_{\max} \approx 0$ , можно не проводить анализ такой характеристики как  $t_{L_{\max}}$ .

2. Зависимость момента достижения максимальной длины очереди  $t_{L_{\max}}$  от числа турникетов  $m$  на случайно выбранном ОУ ( $t_{L_{\max}} = t_{L_{\max}}(m)$ ) при  $m \in [10; 18]$  является монотонно убывающей функцией ( $f(m) = -0.91 \cdot m + 1.9$ ). Аналогично, монотонно убывающими функциями оказываются зависимости  $t_{L_{\max}}^{(low)} = t_{L_{\max}}^{(low)}(m)$ ,  $t_{L_{\max}}^{(up)} = t_{L_{\max}}^{(up)}(m)$ , где  $t_{L_{\max}}^{(low)}$  – правая граница диапазона возможных значений  $t_{L_{\max}}$  ( $f(m) = -0.84 \cdot m + 2.9$ ),  $t_{L_{\max}}^{(up)}$  – левая граница диапазона возможных значений  $t_{L_{\max}}$  ( $f(m) = -0.76 \cdot m + 3.9$ ).

Следовательно, увеличение числа турникетов приводит к смещению момента времени, в который длина очереди  $t_{L_{\max}}$  достигает своего максимального значения, в сторону отрицательных моментов времени, то есть от времени начала мероприятия ( $t = 0$ ). Данный результат означает, что, увеличение числа турникетов будет уменьшать степень беспокойства посетителей массового мероприятия, связанного с опасениями не успеть занять свое место к моменту начала мероприятия, и, следовательно, повышать комфортность обслуживания посетителей.

3. Зависимость максимальной длительности ожидания в очереди  $\tau_{\max}^w$  от числа турникетов  $m$  на случайно выбранном ОУ ( $\tau_{\max}^w = \tau_{\max}^w(m)$ ) при  $m \in [10; 25]$  является монотонно убывающей функцией ( $f(m) = e^{-3.85 \cdot m^2 - 3.31 \cdot m + 3.9} + 0.4$ ). Аналогично, монотонно убывающими функциями оказываются зависимости  $\tau_{\max}^{w(low)} = \tau_{\max}^{w(low)}(m)$ ,  $\tau_{\max}^{w(up)} = \tau_{\max}^{w(up)}(m)$ , где  $\tau_{\max}^{w(low)}$  – правая граница диапазона возможных значений  $\tau_{\max}^w$  ( $f(m) = e^{-4.34 \cdot m^2 - 3.41 \cdot m + 3.8} + 0.3$ ),  $\tau_{\max}^{w(up)}$  – левая граница диапазона возможных значений  $\tau_{\max}^w$  ( $f(m) = e^{-3.76 \cdot m^2 - 3.09 \cdot m + 3.97} + 0.6$ ).

При  $m \geq 20$  очереди заявок на обслуживание к данному ОУ не образуется, т.е. каждый из посетителей начинается обслуживаться сразу в момент его подхода к турникету. В этой связи следует проводить анализ количественных характеристик НСМО, рассматривая их зависимости при  $m < 20$  и  $m \geq 20$  по отдельности. Кроме того, так как при  $m \geq 20$   $L_{\max} \approx 0$ , можно не проводить анализ такой характеристики как  $t_{\tau_{\max}^w}$ .

4. Зависимость момента достижения максимальной длительности ожидания в очереди  $t_{\tau_{\max}^w}$  от числа турникетов  $m$  на случайно выбранном ОУ ( $t_{\tau_{\max}^w} = t_{\tau_{\max}^w}(m)$ ) при  $m \in [10; 19]$  является монотонно убывающей функцией ( $f(m) = e^{-1.5 \cdot m^2 - 1.74 \cdot m + 4} - 14.1$ ). Аналогично, монотонно убывающими функциями оказываются зависимости  $t_{\tau_{\max}^w}^{\langle low \rangle} = t_{\tau_{\max}^w}^{\langle low \rangle}(m)$ ,  $t_{\tau_{\max}^w}^{\langle up \rangle} = t_{\tau_{\max}^w}^{\langle up \rangle}(m)$ , где  $t_{\tau_{\max}^w}^{\langle low \rangle}$  – правая граница диапазона возможных значений  $t_{\tau_{\max}^w}$  ( $f(m) = e^{-0.9 \cdot m^2 - 1.6 \cdot m + 4.1} - 25.3$ ),  $t_{\tau_{\max}^w}^{\langle up \rangle}$  – левая граница диапазона возможных значений  $t_{\tau_{\max}^w}$  ( $f(m) = e^{-2 \cdot m^2 - 1.43 \cdot m + 4} - 9$ ).

Из таблицы 4.2 видно, что  $t_{\tau_{\max}^w} \approx t_{L_{\max}} + \tau_{\max}^w$ . Данный результат понятен, так как, например, когда  $m = 10$ , заявка, поступившая на обслуживание в момент времени  $t \approx -7$  мин, когда длина очереди максимальна (749 заявок), будет ожидать обслуживания всех заявок, находившихся в очереди на момент ее поступления,  $\approx 50$  мин, поэтому время ожидания обслуживания заявки достигнет максимального значения в момент начала ее обслуживания  $\approx -7 + 50 = 43$  мин (в таблице, соответственно,  $41 \pm 4$  мин).

5. Зависимость числа вошедших посетителей на момент начала события через одно ОУ  $N_0$  от числа турникетов  $m$  на случайно выбранном ОУ ( $N_0 = N_0(m)$ ) при  $m \in [10; 25]$  является монотонно убывающей функцией ( $f(m) = e^{-3 \cdot m^2 - 0.47 \cdot m + 6.42} - 914.4$ ). Аналогично, монотонно убывающими функциями оказываются зависимости  $N_0^{\langle low \rangle} = N_0^{\langle low \rangle}(m)$ ,  $N_0^{\langle up \rangle} = N_0^{\langle up \rangle}(m)$ , где  $N_0^{\langle low \rangle}$  – правая граница диапазона возможных значений  $N_0$  ( $f(m) = e^{-3 \cdot m^2 - 0.47 \cdot m + 6.38} - 870.5$ ),  $N_0^{\langle up \rangle}$  – левая граница диапазона возможных значений  $N_0$  ( $f(m) = e^{-3 \cdot m^2 - 0.48 \cdot m + 6.46} - 958.8$ ).

6. Зависимость суммарного числа вошедших посетителей на момент начала события через все ОУ  $N_0^{all}$  от числа турникетов  $m$  ( $N_0^{all} = N_0^{all}(m)$ ) при  $m \in [10; 17]$  является монотонно возрастающей функцией ( $f(m) = 8087 \cdot (1 - e^{-4 \cdot m}) + 15213$ ). Аналогично, монотонно возрастающими функциями оказываются зависимости  $N_0^{all \langle low \rangle} = N_0^{all \langle low \rangle}(m)$ ,  $N_0^{all \langle up \rangle} = N_0^{all \langle up \rangle}(m)$ , где  $N_0^{all \langle low \rangle}$  – правая граница диапазона возможных значений  $N_0^{all}$

$(f(m) = 7669 \cdot (1 - e^{-4m}) + 14520)$ ,  $N_0^{all\langle up \rangle}$  – левая граница диапазона возможных значений  $N_0^{all}$  ( $f(m) = 8536 \cdot (1 - e^{-4m}) + 15897$ ). При этом

$$N_0^{all}(17) = 2250, N_0^{all\langle low \rangle} = 2100, N_0^{all\langle up \rangle} = 2400,$$

$$N_0^{all}(m > 20) \leq 2250, |N_0^{all\langle low \rangle}| < 2400, N_0^{all\langle up \rangle} \geq 2100.$$

Таким образом, при  $m \geq 17$  число посетителей, вошедших через все ОУ, к моменту начала матча не зависит от числа ОУ.

7. Зависимость момента времени, в который обслужено 97% всех заявок  $T_{All}$ , от числа турникетов  $m$  на случайно выбранном ОУ ( $T_{All} = T_{All}(m)$ ) при  $m \in [10; 20]$  является монотонно убывающей функцией ( $f(m) = e^{-6.84 \cdot m^2 - 2.48 \cdot m + 3.84} - 6.1$ ). Аналогично, монотонно убывающими функциями оказываются зависимости  $T_{All}^{low} = T_{All}^{low}(m)$ ,  $T_{All}^{up} = T_{All}^{up}(m)$ , где  $T_{All}^{low}$  – правая граница диапазона возможных значений  $T_{All}$  ( $f(m) = e^{-4.83 \cdot m^2 - 3.2 \cdot m + 3.85} - 7.9$ ),  $T_{All}^{up}$  – левая граница диапазона возможных значений  $T_{All}$  ( $f(m) = e^{-8.65 \cdot m^2 - 1.8 \cdot m + 3.83} - 4.4$ ). При этом,

$$T_{All}(20) = -6, |T_{All}^{low}| = T_{All}^{up} = 1,$$

$$T_{All}(m > 20) \leq -6, |T_{All}^{low}| = T_{All}^{up} \leq 1.$$

Таким образом, при  $m > 20$  большая часть заявок на обслуживание на отдельных ОУ будет обслужена до момента начала события.

#### 4.4 Оценка количественных характеристик ИКПС в режиме свободного прохода посетителей

**Задача 4.** Как влияет изменение числа ОУ на макроскопические характеристики НСМО в режиме свободного прохода:

– момент времени окончания события  $T_1 = 0$  мин., начиная с которого начинают появляться первые заявки;

–  $T_2 = 5$  мин,  $T_3 = 10$  мин и  $\lambda_{\max.} = 500$  заявок/мин;

– ожидаемое число заявок на обслуживание в НСМО  $S_0 = 25000$ ;

– число экспериментов  $R = 20$ ;

–  $m$  в диапазоне  $[10, 25]$ .

Алгоритм решения данной задачи реализуется выполнением следующей последовательности действий.

Шаг 0. Выбор числа экспериментов метода Монте-Карло.

Возьмем достаточное число экспериментов  $R = 20$ .

Шаг 1. Задание входных параметров для расчета интенсивности поступления заявок и работы программной библиотеки.

Шаг 2. Инициализация шкал для моделирования.

Шаг 3. Расчет зависимости интенсивности поступления заявок от времени.

Шаг 4. Визуализация зависимости интенсивности поступления заявок от времени.

Шаг 5. Моделирование обслуживания потока заявок с использованием программной библиотеки.

Производится запуск модели, результаты которой усредняются по всем турникетам и по всем экспериментам метода Монте-Карло.

Шаг 6. Вычисление макроскопических характеристик НСМО.

Шаг 7. Визуализация результатов.

Для практического использования данного алгоритма в пакете MATLAB необходимо выполнить следующую последовательность команд, размещенную нами в файле task4.m, листинг которого размещен в Приложении 10.

Результаты выполнения данной последовательности команд представлены на рисунках 4.9-4.13.

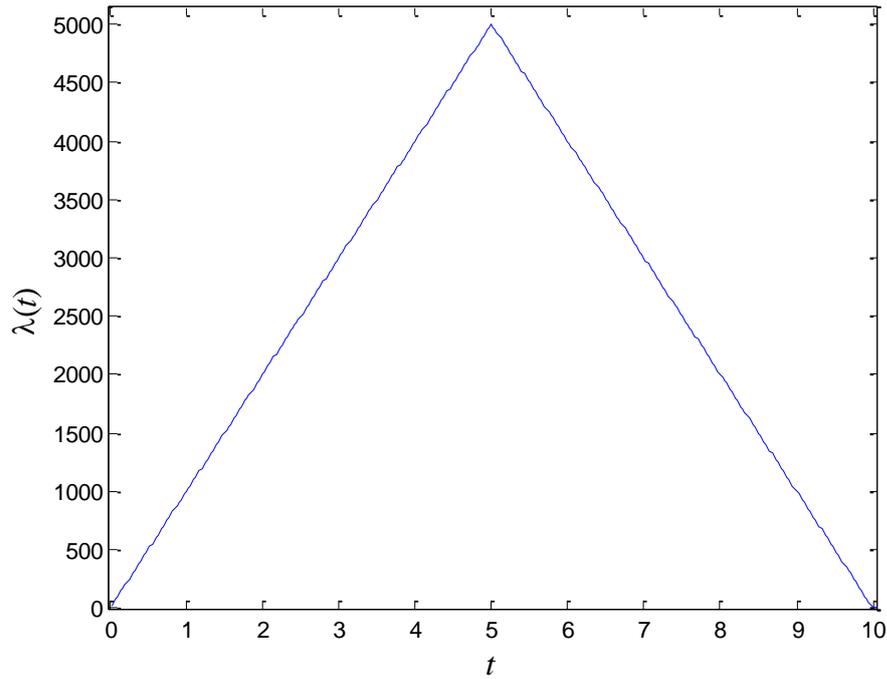


Рисунок 4.9. Интенсивности поступления заявок на обслуживание в многоканальной НСМО.

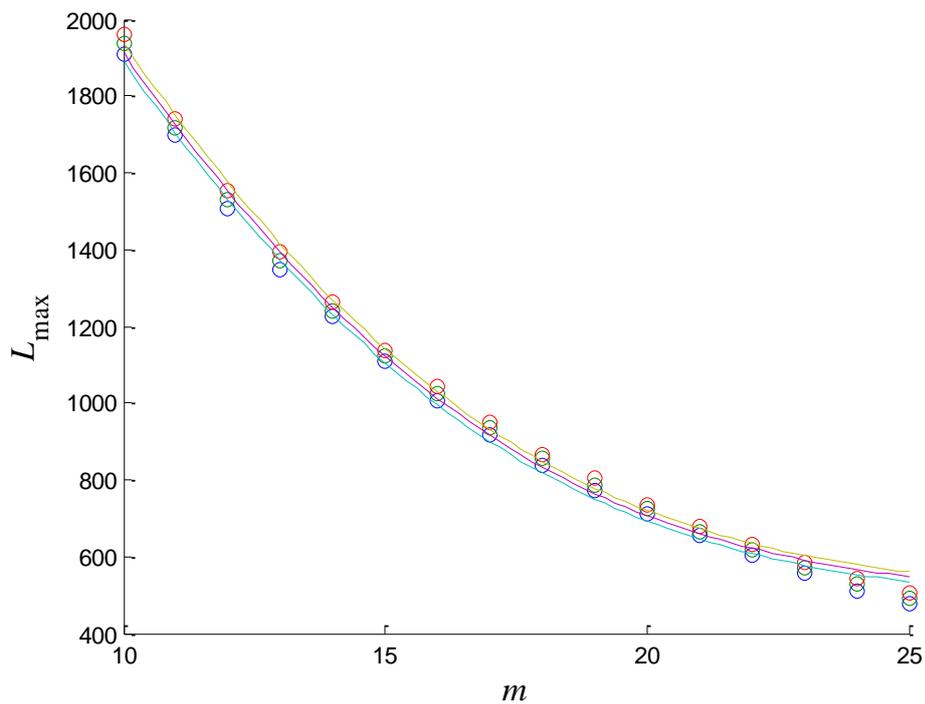


Рисунок 4.10 График зависимости  $L_{\max}(m)$ , а также верхняя  $L_{\max}^{<up>} = L_{\max}^{<up>}(m)$  и нижняя

$$L_{\max}^{<low>} = L_{\max}^{<low>}(m) \text{ области возможных значений } L_{\max} \text{ при } m \text{ в диапазоне } [10,25].$$

А также на экран выводятся соответствующие коэффициенты аппроксимации. Зависимость максимальной длины очереди  $L_{\max}$  от числа ОУ  $m$  на случайно выбранном

ОУ  $(L_{\max} = L_{\max}(m))$  при  $m \in [10; 25]$  является монотонно убывающей функцией  $(L_{\max}(m) = e^{-1.13 \cdot m^2 - 2.09 \cdot m + 7.26} + 492.7)$ . Аналогично, монотонно убывающими функциями оказываются зависимости  $L_{\max}^{(low)} = L_{\max}^{(low)}(m), L_{\max}^{(up)} = L_{\max}^{(up)}(m)$ , где  $L_{\max}^{(low)}$  – правая граница диапазона возможных значений  $L_{\max}(f(m) = e^{-1.12 \cdot m^2 - 2.09 \cdot m + 7.25} + 480.3)$ ,  $L_{\max}^{(up)}$  – левая граница диапазона возможных значений  $L_{\max}(f(m) = e^{-1.19 \cdot m^2 - 2.07 \cdot m + 7.27} + 508.7)$ . Зависимость момента достижения максимальной длины очереди  $t_{L_{\max}}$  от числа турникетов  $m$  на случайно выбранном ОУ  $(t_{L_{\max}} = t_{L_{\max}}(m))$  при  $m \in [10; 25]$  является монотонно убывающей функцией  $(f(m) = -0.06 \cdot m + 10.05)$ . Аналогично, монотонно убывающими функциями оказываются зависимости  $t_{L_{\max}}^{(low)} = t_{L_{\max}}^{(low)}(m), t_{L_{\max}}^{(up)} = t_{L_{\max}}^{(up)}(m)$ , где  $t_{L_{\max}}^{(low)}$  – нижняя граница диапазона возможных значений  $t_{L_{\max}}(t_{L_{\max}}(m) = -0.056 \cdot m + 10.13)$ ,  $t_{L_{\max}}^{(up)}$  – верхняя граница диапазона возможных значений  $t_{L_{\max}}(t_{L_{\max}}(m) = -0.051 \cdot m + 10.21)$ .

Зависимость максимальной длительности ожидания в очереди  $\tau_{\max}^w$  от числа турникетов  $m$  на случайно выбранном ОУ  $(\tau_{\max}^w = \tau_{\max}^w(m))$  при  $m \in [10; 25]$  является монотонно убывающей функцией  $(\tau_{\max}^w(m) = e^{-1.09 \cdot m^2 - 2.1 \cdot m + 3.16} + 8.3)$ . Аналогично, монотонно убывающими функциями оказываются зависимости  $\tau_{\max}^{w(low)} = \tau_{\max}^{w(low)}(m), \tau_{\max}^{w(up)} = \tau_{\max}^{w(up)}(m)$ , где  $\tau_{\max}^{w(low)}$  – правая граница диапазона возможных значений  $\tau_{\max}^w(\tau_{\max}^w(m) = e^{-1.11 \cdot m^2 - 2.04 \cdot m + 3.13} + 7.5)$ ,  $\tau_{\max}^{w(up)}$  – верхняя граница диапазона возможных значений  $\tau_{\max}^w(\tau_{\max}^{w(up)}(m) = e^{-1.11 \cdot m^2 - 2.06 \cdot m + 3.2} + 9)$ .

Зависимость момента времени, в который обслужено 97% всех заявок  $T_{All}$ , от числа турникетов  $m$  на случайно выбранном ОУ  $(T_{All} = T_{All}(m))$  при  $m \in [10; 25]$  является монотонно убывающей функцией  $(T_{All}(m) = e^{-1.15 \cdot m^2 - 2.05 \cdot m + 3.15} + 17)$ . Аналогично, монотонно убывающими функциями оказываются зависимости  $T_{All}^{(low)} = T_{All}^{(low)}(m), T_{All}^{(up)} = T_{All}^{(up)}(m)$ , где  $T_{All}^{(low)}$  – нижняя граница диапазона возможных значений  $T_{All}$

$(T_{All}^{(low)}(m) = e^{-1.18 \cdot m^2 - 1.97 \cdot m + 3.12} + 16.5)$ ,  $T_{All}^{(up)}$  – верхняя граница диапазона возможных значений

$$T_{All}^{(up)}(m) = e^{-1.09 \cdot m^2 - 2.12 \cdot m + 3.18} + 17.4).$$

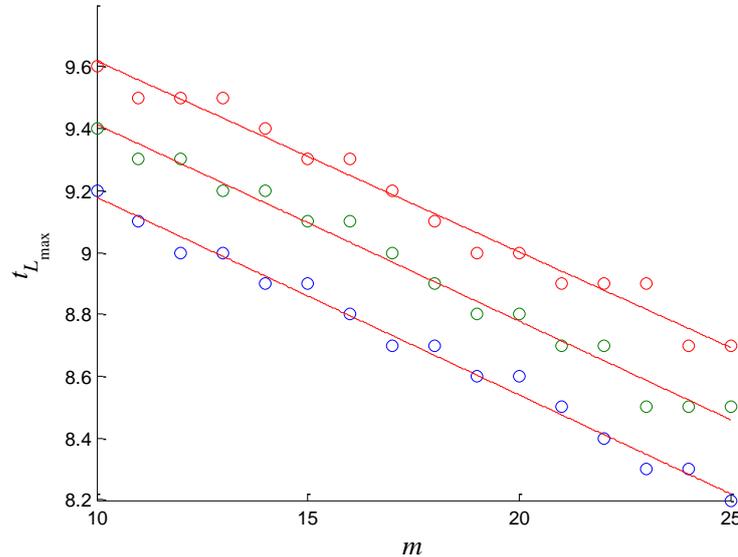


Рисунок 4.11. График зависимости  $t_{L_{max}} = t_{L_{max}}(m)$ , а также верхняя  $t_{L_{max}}^{(up)} = t_{L_{max}}^{(up)}(m)$  и нижняя

$\tau_{max}^{(low)} = \tau_{max}^{(low)}(m)$  области возможных значений  $t_{L_{max}}$  при  $m$  в диапазоне  $[10, 25]$ .

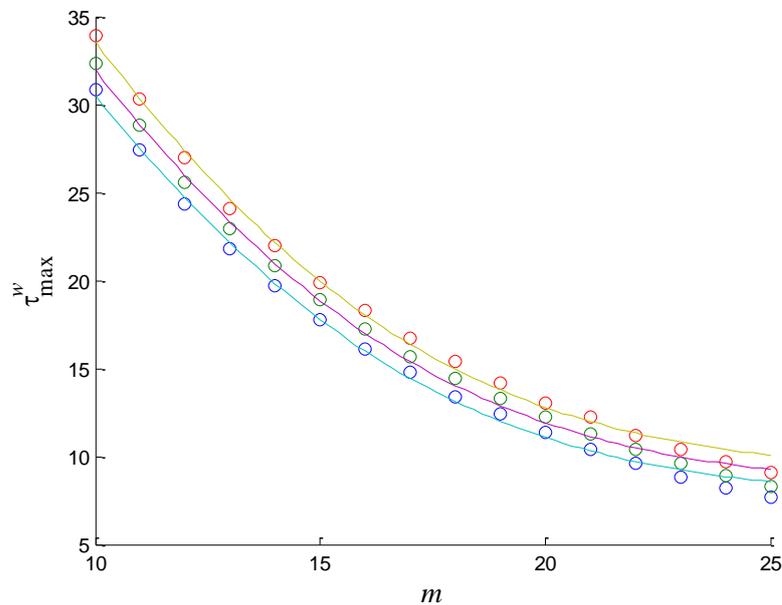


Рисунок 4.12. График зависимости  $\tau_{max}^w = \tau_{max}^w(m)$ , а также верхняя  $[\tau_{max}^w]^{(up)} = [\tau_{max}^w]^{(up)}(m)$  и нижняя  $[\tau_{max}^w]^{(low)} = [\tau_{max}^w]^{(low)}(m)$  области возможных значений  $\tau_{max}^w$  при  $m$  в диапазоне  $[10, 25]$ .

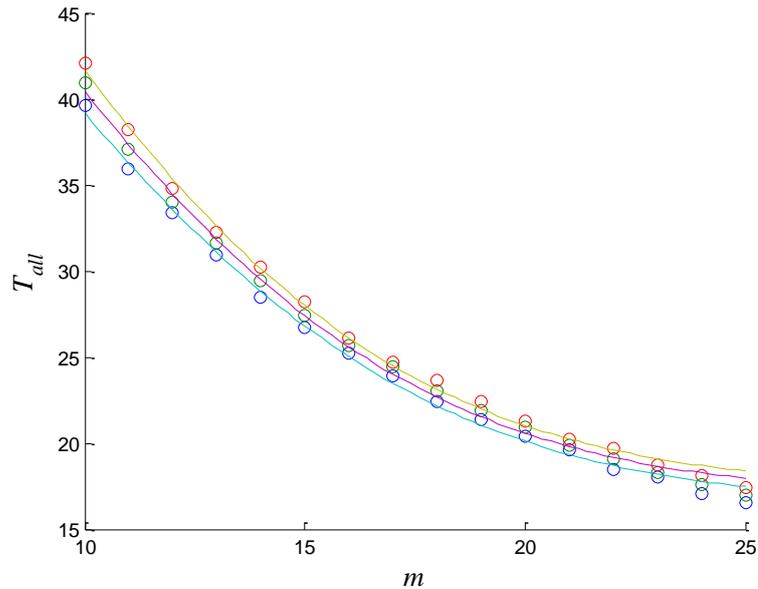


Рисунок 4.13. График зависимости  $T_{All} = T_{All}(m)$ , а также верхней  $T_{All}^{(up)} = T_{All}^{(up)}(m)$  и нижней

$T_{All}^{(low)} = T_{All}^{(low)}(m)$  границ возможных значений  $T_{All}$  при  $m$  в диапазоне  $[10,25]$ .

Из рисунков 4.11,4.12,4.13 видно, что при увеличении числа ОУ максимальная длина очереди, максимальная длительность ожидания в очереди и момент наступления максимальной длительности ожидания в очереди уменьшаются по экспоненциальной зависимости при увеличении числа ОУ. Как видно из рисунка 4.11 момент наступления максимальной длины очереди зависит от числа ОУ линейно.

Таким образом, функции, описывающие зависимости максимальной длины очереди, максимальной длительности ожидания в очереди, длительности обслуживания 97% заявок от числа турникетов, являются экспоненциально убывающими, поэтому использование дополнительных турникетов для выхода посетителей в режиме свободного доступа значительно уменьшит максимальную длину очереди и максимальную длительность ожидания в очереди.

#### 4.5 Выводы

1. Проведен анализ типичных задач, представляющих практический интерес, понятных для инженеров, занимающихся проектированием и модернизацией ИКПС, а также лиц, принимающих решения о закупке соответствующего оборудования, и сотрудников служб безопасности объектов проведения массовых мероприятий. Соответствующие задачи категорированы на 3 типа: а) задачи, возникающие при проведении реконструкции объекта проведения массовых мероприятий; б) задачи для обеспечения комфортного и безопасного выхода посетителей и передвижения по городской среде, требуется оценка численности личного состава и дополнительных единиц общественного транспорта; в) задачи по оценке необходимого числа турникетов для включения в случае неполной продажи билетов.
2. Рассмотрен пример решения задачи по оценке макроскопических характеристик при заданных параметрах интенсивности поступления и интенсивности обслуживания для одноканальной НСМО.
3. Рассмотрены примеры решения задач по оценке числа турникетов в многоканальной НСМО при заданных параметрах интенсивности поступления и интенсивности обслуживания. Приведён расчёт зависимости макроскопических характеристик от числа турникетов в многоканальной НСМО.
4. Рассмотрен пример решения задачи оценки необходимого числа турникетов в многоканальной НСМО в режиме свободного прохода посетителей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проведен анализ опыта организации массовых мероприятий, результаты которого свидетельствуют о высокой социальной значимости задачи управления большими потоками посетителей, для решения которой необходимо знать зависимости макроскопических показателей данных потоков от характеристик контрольно-пропускной системы объекта проведения массового мероприятия. В связи с тем, что неотъемлемым этапом решения задачи определения количественных показателей характеристик является этап моделирования контрольно-пропускной системы объекта проведения массового мероприятия, которую с математической точки зрения можно рассматривать как нестационарную систему массового обслуживания, проведен анализ соответствующего сегмента рынка ПО. Его результаты показали, что готовые программные инструменты, обеспечивающих вычисление требуемых макроскопических показателей, в данном сегменте рынка отсутствуют, что определяет необходимость разработки подобного программного инструмента.

2. Разработана научно-обоснованная имитационная модель турникета контрольно-пропускной системы объектов проведения массовых мероприятий и ее программная реализация в пакете MATLAB, в которой:

- a) длительность обслуживания одного посетителя представляет собой случайную величину с треугольным законом распределения;
- b) применяется кусочно-постоянная аппроксимация зависимости интенсивности поступления заявок от времени  $\lambda(t)$ , выбираемая на основе анализа статистической информации, собранной во время матчей чемпионата России по футболу;
- c) Описана методика использования полученной имитационной модели.

3. Проведено исследование особенностей функционирования одноканальных НСМО (контрольно-пропускных систем объектов проведения массовых мероприятий), результаты которого позволяют сделать обоснованный вывод о том, что состояние НСМО, у которой интенсивность поступления заявок на обслуживание на временном интервале  $[T_1, T_2]$  монотонно нарастает от нуля до максимального значения  $\lambda_{max}$ , а затем на временном интервале  $[T_2, T_3]$  убывает от  $\lambda_{max}$  до нуля, характеризуется следующим набором макроскопических показателей: максимальной длиной очереди –  $L_{max}$ , максимальной длительностью ожидания в очереди –  $\tau_{max}^w$ , моментом времени, в который очередь достигает максимальной длины –  $t_{L_{max}}$ , моментом времени, в который время ожидания в

очереди окажется максимальным –  $t_{\tau_{\max}}^w$ , числом обслуженных к моменту начала события заявок –  $N_0$ , временем, затраченным на обслуживание всех заявок –  $T_{All}$ , а также получены выражения, описывающие зависимости данных параметров от энергии шума, присутствующего во входной интенсивности поступления заявок в НСМО. Указанные показатели представляют интерес для проектировщиков, служб безопасности и собственников ИКПС.

4. Исследовано влияние политик выбора обслуживающего устройства на функционирование двухканальной СМО и многоканальной НСМО для выбранного закона изменения интенсивности поступления заявок во времени, результаты которого позволяют сделать обоснованный вывод о том, что:

а) исследованные политики выбора ОУ влияют на длину очереди к обслуживающему устройству СМО и НСМО, функционирующему в недогруженном состоянии;

б) исследованные политики выбора ОУ не оказывают существенного влияния на значения выбранных макроскопических показателей НСМО, когда система в перегруженном состоянии.

5. Исследованы особенности потоков посетителей массового мероприятия в режиме выхода посетителей:

– в режиме № 1, когда интенсивность поступления заявок в НСМО на временном интервале  $[T_1, T_2]$  монотонно возрастает от нуля до максимального значения  $\lambda_{max}$  и далее на временном интервале  $[T_2, T_3]$  убывает от  $\lambda_{max}$  до нуля, при этом для любых  $T_2$   $[T_1, T_2] + [T_2, T_3] = const$ ,  $\lambda_{max} = const$ ;

– в режиме № 2, когда интенсивность поступления заявок в НСМО на временном интервале  $[T_1, T_2]$  монотонно возрастает от нуля до максимального значения  $\lambda_{max}$  и далее на временном интервале  $[T_2, T_3]$  убывает от  $\lambda_{max}$  до нуля, при этом  $T_2$  фиксировано, а последовательность значений  $\{T_3\}_k$ ,  $k = \overline{1, K}$ , такова, что  $T_{3_1} < T_{3_2} < \dots < T_{3_K}$ , а последовательность значений  $\{\lambda_{max}\}_k = \{\lambda_{max}\}_1 \frac{T_{3_k} - T_1}{T_{3_k} - T_1}$ .

При этом обнаружено что:

а) в режиме № 1 время покидания объекта проведения массового мероприятия посетителями не зависит от их поведения (сразу становится в очередь к ОУ или выждать некоторое время и затем встать в очередь);

б) в режиме № 2 длина очереди и, соответственно, длительность ожидания в очереди при увеличении  $T_3$  уменьшается, если посетители, выждав некоторое время, будут вставать в очередь на выход. В этой связи следует рекомендовать посетителям не торопиться к выходу сразу после окончания массового мероприятия, но подождать 10–20 минут.

б. Продемонстрированы методики использования разработанного программного инструмента для решения ряда задач, возникающих на этапе проектирования контрольно-пропускных систем объекта проведения массовых мероприятий и на этапе планирования мероприятий по обеспечению безопасности посетителей планируемого массового мероприятия.

Работы автора по теме диссертационного исследования опубликованы в [68-78].

**Перспективы дальнейшего развития темы** заключаются в исследовании возможности использования предложенных в диссертации подходов для анализа динамики в других технических систем (например, в сетях связи), для описания которых применимы модели НСМО.

**Список сокращений**

ИКПС – информационная контрольно-пропускная система

ММК – метод Монте-Карло

НСМО – нестационарная система массового обслуживания

ОУ – обслуживающее устройство

ПБ – программная библиотека

ПРВ – плотность распределения вероятности

СДУ – система дифференциальных уравнений

СМО – система массового обслуживания

ТМО – теория массового обслуживания

ТС – технические средства

КПС – контрольно-пропускная система

ПО – программное обеспечение

ЯПВУ – язык программирования высокого уровня

### Список условных обозначений

- $P_n(t)$  – зависимость вероятности нахождения в системе  $n$  заявок от времени  
 $\lambda(t)$  – зависимость интенсивности поступления заявок в систему от времени  
 $\mu(t)$  – зависимость интенсивности обслуживания заявок от времени  
 $c(t)$  – зависимость числа обслуживающих устройств от времени  
 $\lambda_{max}$  – максимальное значение интенсивности поступления заявок в систему  
 $L_{max}$  – максимальная длина очереди  
 $\tau_{max}^w$  – максимальная длительность ожидания в очереди  
 $t_{L_{max}}$  – момент времени, в который длина очереди достигает максимальной длины  
 $t_{\tau_{max}^w}$  – момент времени, в который длительность ожидания в очереди оказывается максимальной  
 $N_0$  – число обслуженных к моменту начала массового мероприятия заявок  
 $T_{All}$  – время, затраченное на обслуживание всех заявок  
 $\rho$  – относительная пропускная способность  
 $T_1$  – время начала поступления заявок  
 $T_2$  – время начала события.  
 $T_3$  – время окончания поступления заявок  
 $T_4$  – момент времени окончания обслуживания  
 $\bar{\mu}$  – средняя интенсивность обслуживания заявок  
 $\lambda^{det}(t)$  – детерминированная составляющая зависимости интенсивности поступления заявок  
 $\lambda^{md}$  – случайная составляющая зависимости интенсивности поступления заявок  
 $K$  – количество интервалов кусочно-линейной аппроксимации  
 $t_i$  – момент времени в кусочно-постоянной аппроксимации входной интенсивности  
 $\tau_r$  – момент времени моделирования для построения результатов  
 $N_j^{in}(\tau_r)$  – входной поток заявок  
 $N_j^{out}(\tau_r)$  – поток обслуженных заявок  
 $\tau_j^S(\tau_r)$  – зависимость длительности обслуживания от времени

$\tau_j^w(\tau_r)$  – зависимость длительности ожидания заявки в очереди от времени

$L_j(\tau_r)$  – зависимость длины очереди от времени

$R$  – число испытаний метода Монте-Карло

$t_j^a$  – время прибытия заявки (постановка в очередь)

$t_j^e$  – время поступления заявки на обслуживание

## Список литературы

- 1 Специальные средства обеспечения безопасности массовых мероприятий / Конуров А. Г. // СБОРНИК ДОКЛАДОВ И КАТАЛОГ ПРОДУКЦИИ Международной научно-практической конференции «Спецсредства обеспечения безопасности массовых мероприятий», М., 2018 – С.14
- 2 Connors E. Planning and managing security for major special events: Guidelines for law enforcement / Connors E. // U.S. Department of Justice. Office of Community Oriented Policy Services, 2007. – P.128.
- 3 ГОСТ Р 54869-2011. Проектный менеджмент. Требования к управлению проектом. Введ. 2011-12-11. – М.: Стандартиформ, 2012. – С.7.
- 4 Ковалёв, С.Н. К методике имитационного моделирования систем массового обслуживания / Ковалёв С.Н. // Сб. докл. первой всерос. науч.-практич. конф. по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности (ИММОД–2003). – 2003. – С.100–105.
- 5 Якоб, Д.А. Построение имитационной модели информационной контрольно-пропускной системы объекта проведения массовых мероприятий / Якоб Д.А., Поршнева С.В. // Автоматизация и современные технологии. – 2013. – № 6. – С.39-44.
- 6 Геловани, В.А. Интеллектуальные системы поддержки принятия решений в нештатных ситуациях с использованием современной информационной технологии / Геловани В.А., Башлыков А.А., Бритков В.Б., Вязилов Е.Д. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – С.304.
- 7 Герасимов, Б.М. Системы поддержки принятия решений: проектирование, применение, оценка эффективности / Герасимов Б.М., Дивизинок М.М., Субач И.Ю. – Севастополь:СНИЯЭиП, 2004. – С.318.
- 8 ГОСТ Р ИСО/МЭК 31010-2011. Менеджмент риска. Методы оценки риска. Введ. 2011-12-01. – М.: Стандартиформ, 2012. – С.74.
- 9 ГОСТ 34.601-90 Автоматизированные системы. Стадии создания. – М.: Стандартиформ, 2009. – С.7
- 10 FIFA Football stadiums. Technical recommendations and requirements. 5th edition / Delmont R., Botta C., Reddy R. // Bruhin AG, 2011. – P. 442.
- 11 Gass, S.I. Linear programming: methods and applications. 5th edition / Gass S.I. // Dover publications. – 2003. – P.477.
- 12 Поршнева С.В., Якоб Д.А. Исследование особенностей функционирования информационных контрольно-пропускных систем объектов проведения массовых

- мероприятий. – Екатеринбург: Институт экономики УрО РАН, 2014. – 216 с.
- 13 Kleinrock L., *Queueing Systems Volume 1: Theory* //, John Wiley & Sons, New York – 1975.
  - 14 Koopman B.O., "Air-Terminal Queues under Time-Dependent Conditions" // *Oper. Res.*, 20. – 1972. – P.1089-1114.
  - 15 Clarke A. B., A Waiting Line Process of Markov Type // *Ann. Matli. Statist.*, 27 – 1956. – P.452-459.
  - 16 Luchak G., The Solution of the Single Channel Queueing Equations Characterized by a Time-Dependent Arrival Rate and a General Class of Holding Times // *Oper. Res.*, 4 – 1956. – P.711-732.
  - 17 Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания // Наука, Москва – 1966. – 432 с.
  - 18 Гнеденко Б.В., Макаров И. П. Свойства решения задачи с потерями в случае периодичности интенсивности // *Диф. Уравнения*. Т7 №9 – 1971.
  - 19 Cox D. R. and Smith, W. L., *Queues*, //Metheuen, Section 3.1, London – 1961.
  - 20 Клейнрок Л. Теория массового обслуживания // Москва: Машиностроение – 1979.– 432 с.
  - 21 Odoni A. R., and Roth. E. An Empirical Investigation of the Transient Behavior of Stationary Queueing Systems // *Opns. Res.* 31 – 1983. – P.432-455.
  - 22 Сигалов Г.Г., Люперольский А.М. Метод приближенного расчета переходных процессов в сетевых моделях систем массового обслуживания // *Автоматика и вычислительная техника*. № 3. – 1990. – С.40-43.
  - 23 Parthasarathy, P.R., Sharafali, M., Transient solution to the many-server Poisson queue: A simple approach. // *Journal of Applied Probability* 26 (3), – 1989. – P.584–594.
  - 24 Stewart W.J., *Introduction to the Numerical Solution of Markov Chains*. // Princeton University Press, Princeton, NJ. – 1994.
  - 25 De Souza E Silva E., Gail H.R., Transient solutions for Markov chains // In: Grassmann, W.K. (Ed.), *Computational Probability*. Kluwer Academic Publishers, Boston – 2000. – P. 43–79.
  - 26 Ingolfsson A., Akhmetshina E., Budge S., Li Y., Wu X., A survey and experimental comparison of service level approximation methods for non-stationary M(t)/M/s(t) queueing systems // *INFORMS Journal of Computing* 19 (2), – 2007. – P.201–214.
  - 27 Бубнов В.П., Сафонов В.И. Разработка динамических моделей нестационарных систем массового обслуживания // СПб.: Лань – 1999. – 64 с.
  - 28 Смагин В. А, Гусеница Я.Н. К вопросу моделирования одноканальных нестационарных систем с произвольными распределениями моментов времени

- поступления заявок и длительностей их обслуживания // Труды Военно-Космической Академии имени А. Ф. Можайского №649 – 2015. – С.56-63
- 29 Бубнов В.П., Еремин А.С., Сергеев С.А., Особенности программной реализации численно-аналитического метода расчёта моделей нестационарных систем обслуживания // Тр. СПИИРАН, 38 – 2015. – С.218–232
- 30 Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания. // Москва Физматлит – 1963. – 236 с.
- 31 Larson. R. C., Urban Police Patrol Analysis // Cambridge, Mass.: M.I.T. Press – 1972. – P. 289.
- 32 Kolesar, P. J. Stalking the Endangered CAT: A Queueing Analysis of Congestion at Automated Teller Machines // Interfaces 14 – 1984. – P.16-26.
- 33 Edie L. C. Traffic Delays at Toll Booths // Opns. Res. 2 – 1954. – P.107-138.
- 34 Green L., and Kolesar P. The Pointwise Stationary Approximation for Queues With Nonstationary Arrivals // Mgmt. Sci, 37, – 1991. – P.84-97.
- 35 Heyman D. P. and Whitt W. The asymptotic behavior of queues with timevarying arrival rates // J. Appl. Prob. 21 – 1984. – P.143-156.
- 36 Thompson G.M. Accounting for the multi-period impact of service when determining employee requirements for labor scheduling // Journal of Operations Management 11 (3) – 1993. – P.269–287.
- 37 Gross D. and Harris, C.M. Fundamentals of Queueing Theory. 2nd Edition // John Wiley, New York. – 1985.
- 38 Whitt W. The Pointwise Stationary Approximation for M/M/s Queues is Asymptotically Correct as the Rates Increase // Management Sci., 37 – 1991
- 39 Mandelbaum A., Massey W.A., Strong approximations for time-dependent queues // Mathematics of Operations Research 20 (1), – 1995. – P.33–64.
- 40 Mandelbaum A., Massey W.A., Reiman M., Rider B., Time varying multiserver queues with abandonment and retrials // Teletraffic Science and Engineering 3a, – 1999. – P.355–364.
- 41 Gans N., Koole G., Mandelbaum A. Telephone call centers: Tutorial, review, and research prospects // Manufacturing & Service Operations Management 5 (2), – 2003. – P.79–141.
- 42 Altman E., Jimenez T., Koole G., On the comparison of queueing systems with their fluid limits // Probability in the Engineering and Informational Sciences 15, – 2001. – P.165–178.
- 43 Jimenez T., Koole G. Scaling and comparison of fluid limits of queues applied to call centers with time varying parameters. // OR Spectrum 26 (3) – 2004. – P.413–422.
- 44 Wang W., Tipper D. and Banerjee S. A simple approximation for modeling nonstationary queues // vol.1. 10.1109/INFCOM.1996.497901. – 1996. – P.255 - 262

- 45 Gans N. and Zhou Y. A Call-Routing Problem with Service-Level Constraints // *Operations Research*. 51. 255-271. 10.1287/opre.51.2.255.12787. – 2003.
- 46 Green L.V., Kolesar P.J. and Soares J. An improved heuristic for staffing telephone call centers with limited operating hours // *Production and Operations Management* 12 (1) – 2003. – P.46–61.
- 47 Kwan S.K., Davis M.M. and Greenwood, A.G. A simulation model for determining variable worker requirements in a service operation with time-dependent customer demand // *Queueing Systems* 3 (3) – 1988. – P.265–276.
- 48 Testik M.C., Cochran J.K., Runger G.C. Adaptive server staffing in the presence of time-varying arrivals: A feedforward control approach // *Journal of the Operational Research Society* 55 (3) – 2004. – P.233–239.
- 49 Lin L. and Cochran J.K. Metamodels of production line transient behaviour for sudden machine breakdowns // *International Journal of Production Research* 28 (10) – 1990. – P.1791–1806.
- 50 Stahlman E.J., Cochran J.K. Dynamic metamodeling in capacity planning // *International Journal of Production Research* 36 (1) – 1998. – P.197–210.
- 51 Kolesar P., Rider K. L., Craybill T. B. and Walker W. W. A Queueing-Linear Programming Approach to Scheduling Police Patrol Cars // *Oper. Res.*, 23 – 1975. – P.1045-1062.
- 52 Green L. and Kolesar P. Testing the Validity of a Queueing Model of Police Patrol // *Management Sci.*, 35 – 1989. – P.127-148.
- 53 Ingolfsson A., Haque M.A. and Umnikov A. Accounting for time-varying queueing effects in workforce scheduling // *European Journal of Operational Research* 139 (3) – 2002. – P.585–597.
- 54 Segal M. The Operator Scheduling Problem: A Network Flow Approach // *Opns. Res.* 22 – 1974. – P.808-823.
- 55 Kleinrock L. *Queueing Systems, Vol. II: Computer Applications* // John Wiley, New York. – 1976.
- 56 Landauer E. G. and Becker L. C. Reducing Waiting Time at Security Checkpoints // *Interfaces* 19 – 1989. – P.57-65.
- 57 О возможности предсказания количественных характеристик потоков посетителей объектов проведения массовых мероприятий/ Корелин И. А. // СБОРНИК ДОКЛАДОВ И КАТАЛОГ ПРОДУКЦИИ МЕЖВЕДОМСТВЕННОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «Специальные информационные технологии» – 2017. – С.55-58
- 58 Технологии оценки и прогнозирования состояния контрольно-пропускных устройств и очередей посетителей объектов проведения массовых мероприятий / Корелин И. А. //

СБОРНИК ДОКЛАДОВ И КАТАЛОГ ПРОДУКЦИИ Международной научно-практической конференции «Спецсредства обеспечения безопасности массовых мероприятий». – 2018. – С.14.

59 Harrison J. M. and Lemoine A. J. Limit Theorems for Periodic Queues // J. Appl. Prob. 14 – 1977. – P.566-576.

60 Ingolfsson A. Modelling the M(t)/M/c(t) queue with an exhaustive discipline // Technical Report, School of Business, University of Alberta, Canada. – 2005.

61 Stolletz R. Performance Analysis and Optimization of Inbound Call Centers // Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol. 528. Springer, Berlin. – 2003.

62 Kendall D Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain // The Annals of Mathematical Statistics. 24. – 1953.

63 Green L.V., Kolesar P.J. and Whitt W. Coping with timevarying demand when setting staffing requirements for a service system // Production and Operations Management (POMS) 16 (1), – 2007. – P.13–39.

64 Rosenblatt M. Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function // Ann. Math. Statist. vol. 27. – 1956. – P.832–837

65 Parzen E. On Estimation of a Probability Density Function and Mode // Ann. Math. Statist. vol. 33. – 1962 – P.1065-1076

66 Кобзарь А.И., Прикладная математическая статистика, для инженеров и научных работников // Физматлит – 2006.

67 Фомин Г. П., Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности : учебник / Г. П. Фомин. // М.: Издательство Юрайт, – 2013. – 462 с.

68 Korelin I.A. Non-Stationary Single-Channel Queuing System Features Research in Context of Number of Served Queries / Sergey Porshnev and Ivan Korelin // ITM Web Conf., 2017 Seminar on Systems Analysis. – 2017. – Vol. 10 – PP03006

69 Корелин И.А. Исследование особенностей нестационарной одноканальной системы массового обслуживания в разрезе числа обслуженных заявок / С.В Поршневу, И.А. Корелин // Cloud of Science – 2017. – № 3 (Т. 4.) – С. 366-375

70 Korelin I.A. Rationale choosing interval of a piecewise-constant approximation of input rate of non-stationary queue system / Ivan A Korelin, Sergey V Porshnev and Dmitry G. Shemyakin // Journal of Physics: Conference Series, XI International scientific and technical conference "Applied Mechanics and Dynamics Systems". – 2018. – Vol. 944. – PP. 012060. – Mode of access: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/944/1/012060/pdf> (date of access: 18.08.2020).

71 Korelin I.A. About influence of input rate random part of nonstationary queue system on

statistical estimates of its macroscopic indicators / Ivan A Korelin and Sergey V Porshnev // Journal of Physics: Conference Series, International Conference «Information Technologies in Business and Industry 2018». – 2018. – Vol. 1015, Issue 3. – PP 032064. – Mode of access: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1015/3/032064/pdf> (date of access: 18.08.2020).

72 Korelin I.A. Research of impact input rate random variations on macroscopic characteristics of non-stationary queuing system / Ivan A Korelin and Sergey V Porshnev // Journal of Physics: Conference Series, «The First International Conference on Physics, Mathematics and Statistics (ICPMS2018)». – 2018. – Vol. 1053. – PP 012011. – Mode of access: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1053/1/012011/pdf> (date of access: 18.08.2020).

73 Корелин И.А. Математическое моделирование информационных контрольно-пропускных систем, обоснование выбора аппроксимации интенсивности поступления заявок / С.В. Поршневу, И.А. Корелин // Автоматизация. Современные технологии. – 2018. – Т. 72. № 7. – С. 324 – 329.

74 Корелин И.А. Исследование влияния случайных вариаций интенсивности входного потока на макроскопические показатели нестационарной СМО / И.А. Корелин, С.В. Поршневу // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2019. – № 47. С. 57–65

75 Корелин И.А. Исследование особенностей математических моделей нестационарных систем массового обслуживания / Поршневу С.В., Корелин И.А., Якоб Д.А. // 26-Я МЕЖДУНАРОДНАЯ КРЫМСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ "СВЧ-ТЕХНИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ" (КРЫМИКО'2016) материалы конференции: в 13 томах. – 2016. – Т.1 – С. 600-608

76 Корелин И.А. Исследование влияния случайных вариаций интенсивности входного потока на макроскопические показатели нестационарной системы массового обслуживания / Поршневу С. В., Корелин И. А. // НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНЫХ СТРУКТУР Материалы Двенадцатой конференции с международным участием. – 2018. – Т.1 – С: 114-115

77 Korelin I.A. Research impact of queue choosing policy on macroscopic characteristics in multichannel non-stationary queue system / Ivan A Korelin and Sergey V Porshnev // Journal of Physics: Conference Series – 2020. – Vol. 1679– PP032024 0,52 п.л. / 0,25 п.л.

78 Korelin I.A. Computational approach for researching visitor flow dynamics at public venues and mass gathering events / Ivan A Korelin and Sergey V Porshnev // Journal of Physics: Conference Series– 2020. – Vol. 1679– PP032024 0,52 п.л. / 0,25 п.л.

## Приложение 1. Сравнительная характеристика ПО

Таблица П1.2

Сравнительная характеристика ПО для моделирования СМО (области и сферы применения, ОС, интеграция)

п/п	Название ПО	Производитель	Области применения	Основные сферы применения	Операционные системы	Возможности по интеграции
1	2	3	4	5	6	7
1	aGPSS	aGPSS Simulation System Education	Система дискретно-событийного имитационного моделирования событий общего назначения.	Образование, логистика и системы цепочек поставок	Windows, Mac OS	Proof Animation of Wolverine Software
2	Analytic Solver Simulation	Frontline Systems Inc.	Анализ бизнес-рисков, решения о распределении ресурсов в условиях неопределенности	Финансы/инвестиции, страхование, фармацевтика, нефть и газ, образование MBA	Windows 7, 8, 10	Functions in VBA, C++; Tableau and Power BI для визуализации
3	Analytica	Lumina Decision Systems, Inc	Непрерывное и дискретное моделирование, динамические системы, прогнозирование, неопределенность / риск, оптимизация, анализ решений	Энергетика, окружающая среда, климат, здоровье, высокие технологии, аэрокосмическая промышленность, управление исследованиями и разработками, образование, государственная политика	Windows XP, 7, 8, 10	Excel любые приложения Windows поддерживающие COM

1	2	3	4	5	6	7
4	AnalyticSolver.com	Frontline Systems Inc.	Методы анализ бизнес-рисков, методы решения о распределении ресурсов в условиях неопределенности	Образование, особенно студенты бизнеса, логистики и системы цепочки поставок	Windows, Linux, iOS, Android	Tableau and Power BI для визуализации
5	AnyLogic	AnyLogic North America	Мультиметодный инструмент общего назначения. Моделирование дискретных событий, агентов и системной динамики.	Цепочки поставок, логистика, производство, здравоохранение, потоки пешеходов, трафик, горнодобывающая промышленность, оборона, социальные процессы, маркетинг.	Windows, Mac, Linux	Excel, Access, OptQuest, Stat::Fit, любые Java / DLL библиотеки
6	Argo	Booz Allen Hamilton	Моделирование методом Монте-Карло на основе таблиц	Управление портфелем, анализ затрат, проектирование	Windows XP, 7, 8, 10	Microsoft Excel
7	Capacity Planning Tool for Shipyards	ProModel Corporation	Планирование мощности; ежедневные операции: использование пространства, расписание, тяжелый подъем; Прогнозирование потенциала управления и продаж	Судоостроение, тяжелое строительство, производство	Web сервер: Windows Server 2012 с поддержкой IIS	ERP системы такие как Primavera, MS Project Online, Aveva

1	2	3	4	5	6	7
8	CircuitLogix	Logic Design Inc.	Система моделирования электронных схем	Образование	Windows 8, Windows 10	Н/Д
9	CSIM20	Mesquite Software, Inc.	Моделирование многих типов систем	Проектирование и оценка систем	Windows, Linux, OSx	Подготовка входной информации и презентация результатов
10	DiscoverSim Version 3	SigmaXL, Inc.	Надстройка Excel для моделирования Монте-Карло, оптимизации, анализа распределения, интервалов допусков и прогнозирования временных рядов.	Качество, риск и управление проектами в сфере обслуживания, транзакционных и производственных процессов.	Windows 7, Windows 10	Н/Д
11	DPL	Syncopation Software	Инвестиции в капиталовложения, Приоритизация НИОКР, Прогнозирование рынка, Управление рисками цепочек поставок, Планирование инфраструктуры	Науки о жизни, энергетика, разработка новых продуктов, коммунальные услуги, добыча полезных ископаемых, цепочка поставок, оборона, производство	Windows, Mac	Excel, пользовательские DLL
12	Enterprise Dynamics	INCONTROL Simulation Solutions	Моделирование производства, логистики и обработки материалов	Склады / распределительные центры, аэропорт, гавани, здравоохранение	Windows 10, 8, Vista, XP	SAP, OPC, Oculus

1	2	3	4	5	6	7
13	Enterprise Portfolio Simulator (EPS)	ProModel Corporation	Анализ симуляции нескольких одновременных планов проектов/продуктов в одном или нескольких портфелях проектов.	Планирование проектов и портфелей, Планирование стратегических ресурсов, Разработка продуктов, НИОКР, Выбор проектов и определение приоритетов	Сервер: Windows; клиент: Mac или Windows браузер с поддержкой Microsoft Silver Light	Microsoft Project Server
14	ExtendSim Pro	Imagine That Inc.	Инструмент профессионального уровня для моделирования и анализа сложных дискретно-событийных моделей, дискретных скоростей, непрерывных, агентных и гибридных систем.	Потребительские товары, Здравоохранение, Энергетика, Нефтехимия, Целлюлозное производство, Горная промышленность, Логистика, Фармацевтика, Полупроводники, Военное и Государственное управление	Windows и Macintosh.	Excel, Oracle, Access, SQL Server, MySQL, Stat::Fit, JMP, Minitab, и любые DLL.
15	FlexSim	FlexSim Software Products, Inc.	Моделирование любого процесса с целью анализа, понимания и оптимизации этого процесса.	Производство, упаковка, складирование, обработка материалов, цепочка поставок, логистика, завод, аэрокосмическая, здравоохранение.	Windows 10, 8, 7, Vista, и XP	Excel, database software, C++ приложения

1	2	3	4	5	6	7
16	FutureFlow Rx	ProModel Corporation	Система принятия решений в сфере здравоохранения, управление потоком пациентов и управление койко-местами	Здравоохранение	Web-браузер, встраиваемые системы.	MedModel
17	GoldSim	GoldSim Technology Group	Анализ инженерных рисков, стратегическое планирование, проектирование и надежность системы, управление водными ресурсами, управление отходами	Экологическая инженерия, горная промышленность, водные ресурсы, энергетика, ядерное производство, управление отходами	Windows 10, 8.1, 7, Vista	пользовательские DLL
18	Integrated Performance Modelling Environment (IPME)	Alion Science and Technology	Моделирование производительности человека, моделирование рабочей нагрузки оператора, управление рабочей нагрузкой оператора	Глобальная защита, производство, управление воздушным движением	Windows	Microsoft Excel
19	MedModel Optimization Suite	ProModel Corporation	Анализ пропускной способности, пропускная способность потока пациентов, анализ услуг, управление койко-местами	Здравоохранение, больницы, клиники	Windows 10, 8.1, 7, Vista	Excel, Access, Stat:Fit, MiniTab

1	2	3	4	5	6	7
20	Oracle Crystal Ball	Oracle Corporation	Моделирование методом Монте-Карло на основе таблиц, оптимизация и прогнозирование временных рядов	Бизнес, финансы, энергетика, фармацевтика, экология, здравоохранение, оборона, производство, образование, телекоммуникации	Windows	Н/Д
21	Pedestrian Dynamics	INCONTROL Simulation Solutions	Моделирование толпы, разработка планов эвакуации, моделирование сценариев входа, выхода, эвакуации и убежища	Спортивная индустрия, управление чрезвычайными ситуациями, школьные округа, образовательные и развлекательные центры	Windows 10, 8, Vista, XP	SAP, OPC, Oculus
22	PLCLogix	Logic Design Inc.	Программируемое программное обеспечение для моделирования логического контроллера	Образование	Windows 8, Windows 10	Н/Д
23	Polaris	Booz Allen Hamilton	Моделирование методом Монте-Карло для комплексного анализа затрат и расценок; Анализ чувствительности; Анализ затрат / расписания	Государственный сектор, Коммерческая (нефть/газ, строительство, транспорт)	Windows XP (SP3), Vista, 7, 8,10	Microsoft Project, Excel, Oracle Primavera P6

1	2	3	4	5	6	7
24	Process Simulator	ProModel Corporation	Отображение потока ценностей, сопоставление процессов, моделирование последовательности операций, непрерывное совершенствование процесса	Производство, Фармацевтика, Медицинское обеспечение, Сеть поставок и логистики, Склад, Здравоохранение	Windows 10, 8.1, 7, Vista	Visio, Excel, MiniTab
25	ProModel Optimization Suite	ProModel Corporation	Оптимизация и усовершенствование процессов, использование ресурсов, пропускная способность и пропускная способность системы, анализ ограничений	Производство, Фармацевтика, Медицинское обеспечение, Сеть поставок и логистики, Склад, Здравоохранение	Windows 10, 8.1, 7, Vista	Excel, Access, Stat:Fit, MiniTab
26	RASON Analytics API	Frontline Systems Inc.	Анализ бизнес-рисков, решения о распределении ресурсов в условиях неопределенности	Веб-приложения в области финансов/инвестиций, страхования, фармацевтики, нефти и газа.	Windows, Linux, iOS, Android	JavaScript, web data access tools

1	2	3	4	5	6	7
29	SAS Simulation Studio	SAS	Моделирование дискретных событий: цепочки поставок, управление ресурсами, планирование мощности, анализ рабочих процессов и анализ затрат.	Производство, банковское дело, фармацевтика, здравоохранение, энергетика, государственные учреждения, розничная торговля, образование, транспорт и т. д.	Windows, Linux	SAS, JMP
30	Simio Team Edition	Simio LLC	Продукт для профессиональных исследователей и моделлистов. Мощное моделирование и интегрированная 3D-анимация для быстрой модели.	Академические исследования, аэрокосмическая промышленность и оборона, Аэропорты, Здравоохранение, Производство, Добыча, Вооружение, Нефть и Газ, Цепочка поставок, Транспорт	Windows Vista, Windows 7, Windows 8 или Windows 10	Microsoft Azure, Wonderware, OptQuest, .Net Programs, Excel, Access, SQL Server, MySQL
31	SIMPROCESS	CACI	Совершенствование бизнес-процессов, управление процессами, интеллектуальная аналитика	Военные, правительственные, коммерческие, образовательные, международные, иностранные	Windows XP, Vista, 7, или Server 2003; Linux LSB 3.0 или выше	MS Excel, любые SQL СУБД, любой софт с API

1	2	3	4	5	6	7
32	SIMUL8 Professional	SIMUL8 Corporation	Сборочная линия, балансировка линии Стратегическое планирование, Операции, Системы здравоохранения, BPMN, Общие услуги, План работы	Производство, здравоохранение, образование, инженерия, цепочка поставок, логистика, правительство, BPMN, бережливое производство, Автомобилестроение, Контакт-Центры	Windows	Microsoft Excel, Stat::Fit, OptQuest, SQL Databases
33	Simulink MATLAB for	MathWorks	Среда имитационного моделирования, позволяющая при помощи блок- диаграмм в виде направленных графов, строить динамические модели, включая дискретные, непрерывные и гибридные, нелинейные и разрывные системы.	Интерактивная среда Simulink, позволяет использовать уже готовые библиотеки блоков для моделирования электросиловых, механических и гидравлических систем, а также применять развитый модельно- ориентированный подход при разработке систем управления, средств цифровой связи и устройств реального времени.	Windows	Н/Д

1	2	3	4	5	6	7
34	SimVoi	TreePlan Software	Анализ риска Монте-Карло моделей таблиц Excel	Финансы, инвестиции, фармацевтика, энергетика, бизнес-образование	Windows Excel и Mac Excel	макросы Excel
35	SIPmath(tm) Modeler Tools for Excel	ProbabilityManagement.org	Моделирование в реальном времени методом Монте-Карло в таблицах Excel без макросов и аддонов	Моделирование легкой промышленности и интерактивные информационные панели риска в Excel	Windows/Mac	Excel
36	SLIM	MJC2	Моделирование и планирование логистики и цепочки поставок	Логистика, производство, транспорт, розничная торговля, продукты питания и напитки, строительство, автомобилестроение, нефть	Windows, Linux, Unix	Н/Д
37	Solver Platform SDK	Frontline Systems Inc.	Анализ бизнес-рисков, решения о распределении ресурсов в условиях неопределенности	Финансы / инвестиции, страхование, фармацевтика, нефть и газ, образование MBA	Windows (7, 8, 10), Linux	C/C++, C#/.NET, Java, R, Python, Matlab, PHP, JavaScript
38	Stat::Fit	Geer Mountain Software Corp	Статистический анализ и аппроксимация распределения данных. Экспорт в формат используемый для моделирования.	Моделирование и оценка рисков, надежность, качество, инженерное и финансовое управление	Windows	ExtendSim, ProModel, Simul8, ProcessModel

1	2	3	4	5	6	7
39	Tecnomatix Plant Simulation	Siemens Product Lifecycle Management Software Inc.	Моделирование дискретных событий, визуализация, анализ и оптимизация производительности, потока материала и логистики	Автомобильные производство и поставщик, аэрокосмическая промышленность и оборона, потребительские товары, логистика, электроника, машины, здравоохранение, консалтинг	Windows	Matlab, C dlls, MS Excel, SAP, Simatic IT, Teamcenter, Autocad, Microstation
40	Vanguard Business Analytics Suite	Vanguard Corporation Software	Моделирование Монте-Карло для прогнозирования, аналитики и планирования бизнеса	Все отрасли, большая клиентская база в фармацевтике и аэрокосмической промышленности	Windows	Web Services, язык R
41	WITNESS	Lanner	Быстрое, продуктивное программное обеспечение для прогнозирования, профессионального моделирования и разработки приложений.	Бизнес-планирование, оптимизация процессов и принятие решений	Windows	любые DLL

Таблица П1.2

Сравнительная характеристика ПО для моделирования СМО (технические характеристики и стоимость)

	Название ПО	Возможности по расширению пользовательскими примитивами или языками программирования	Обеспечивает ли ПО возможности по мониторингу производительности системы в процессе моделирования?	Построение модели с помощью программирования	Отладка в момент исполнения	Аппроксимация распределения входного потока	Анализ выходных потоков	Пакетная обработка и разработка экспериментов	Стоимость
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	aGPSS	н/д	н/д	+	+	н/д	Доверительные интервалы распределения t-Стьюдента	н/д	\$ 700.00
2	Analytic Solver Simulation	+	н/д	+	+	Более 50 различных вариантов распределений	Частота, чувствительность, диаграммы рассеяния, статистика, меры риска, параметры интеллектуального анализа данных	Несколько параметризованных симуляций, отчетов и диаграмм для моделирования	\$1,995 первый год, \$1,000 ежегодное продление лицензии

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	Analytica	+	+	+	+	Различные варианты, включая Metalog Keelin	Многие типы, включая графики, чувствительность, сценарии, регрессия	Чувствительность диапазона. Сценарии. Случайная, стратифицированная и важная выборка.	Professional \$995, Enterprise \$2795, Optimizer \$4995
4	AnalyticSolver.com	н/д	н/д	н/д	н/д	Более 50 различных вариантов распределений	Частота, чувствительность, диаграммы рассеяния, статистика, меры риска, процентиля; параметры интеллектуального анализа данных	Несколько параметризованных симуляций, отчетов и диаграмм для моделирования	Цена предоставляется по запросу
5	AnyLogic	+	+	+	+	31 встроенное распределение и возможность подключать внешние приложения для анализа распределений (Stat::Fit, ExpertFit).	Отчеты, журналы выполнения моделей, диаграммы, вывод во встроенную базу данных или любое внешнее хранилище данных (базы данных, электронные таблицы, текстовые файлы).	Гибкий пользовательский интерфейс для создания следующих экспериментов: изменение параметров, сравнение результатов, Монте-Карло, анализ чувствительности, калибровка.	Цена предоставляется по запросу через сайт компании

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	Argo	+	н/д	+	н/д	н/д	Визуализация, анализ воздействия / чувствительности, пользовательская отчетность, пользовательские статистические функции и т. д.	н/д	Бесплатно
7	Capacity Planning Tool for Shipyards	+	н/д	+	н/д	н/д	Надежная онлайн-отчетность	Менеджер сценариев	Цена предоставляется по запросу
8	CircuitLogix	н/д	н/д	+	+	н/д	н/д	+	\$299
9	CSIM20	+	+	+	+	н/д	н/д	Автоматический контроль длительности	\$1195
10	DiscoverSim Version 3	н/д	н/д	н/д	н/д	53 непрерывных + пороговые (если применимо) + 10 дискретных распределений	Удобная графическая выходная графика и статистика возможностей в рабочей книге Excel.	н/д	\$995
11	DPL	+	н/д	+	н/д	н/д	Многочисленные результаты графической чувствительности, распределения и принятия решений	н/д	\$1495

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	Enterprise Dynamics	+	+	+	+	Встроенная функция Autofit	Внутренняя функция, называемая "мастером экспериментов"	Предоставляется «мастер экспериментов» и «менеджер сценариев»	\$2,350 – \$8,200
13	Enterprise Portfolio Simulator (EPS)	+	+	+	н/д	21 встроенное распределение	Представлены отчеты и диаграммы выходного анализа. Вывод в Excel	Неограниченные сценарии могут быть predetermined для экспериментов по параметрам	\$29,000
14	ExtendSim Pro	+	+	+	+	35 встроенных распределений (Stat::Fit)	Вывод на диаграммы и отчеты. Интегрированный диспетчер сценариев с факторами и ответами диалогов или баз данных, анализом чувствительности, доверительными интервалами, диаграммами Ганта и количественным и интервальным статистическим анализом.	Сохранение результатов запуска во внутренней базе данных или экспорт во внешнее приложение. Включает в себя руководство, полный факториал и два варианта для индивидуального дизайна JMP и оптимальный дизайн Minitab.	\$4995

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15	FlexSim	+	н/д	+	+	Поддержка ExpertFit	Полный набор диаграмм и графиков, а также расширенные возможности вывода Excel.	В программное обеспечение встроен механизм эксперимента.	от \$10,000 до \$20,000
16	FutureFlow Rx	+	н/д	н/д	н/д	Задаваемые пользователям распределения и любые популярные статистические распределения	Доступны настраиваемые отчеты на основе браузера	Доступен менеджер итераций и сценариев	Цена предоставляется по запросу
17	GoldSim	+	н/д	+	+	н/д	анализ чувствительности и неопределенности	Пакетный запуск	\$4450
18	Integrated Performance Modelling Environment (IPME)	+	н/д	+	+	н/д	Встроенная графическая и статистическая поддержка, экспорт в Microsoft Excel	Пакетный запуск и постановка эксперимента	\$9,500
19	MedModel Optimization Suite	+	+	+	+	16 встроенных распределений + (Stat::Fit)	Output Viewer, Minitab, Excel	Менеджер сценариев	\$21,500

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	Oracle Crystal Ball	н/д	н/д	н/д	+	15 непрерывных и 7 дискретных предустановленных распределений	Анализ результатов включает графики, таблицы, отчеты и вывод в Excel	Полное управление пакетным запуском через VBA или другое программное обеспечение, поддерживающее COM / OLE	от \$995 до \$1,995
21	Pedestrian Dynamics	+	+	+	+	Встроенная функция Autofit	Внутренняя функция, называемая "мастером экспериментов"	Мастер экспериментов и диспетчер сценариев.	от \$3,000 до \$14,500
22	PLCLogix	+	+	+	+	н/д	н/д	н/д	\$299
23	Polaris	н/д	н/д	+	+	12 встроенных распределений	Визуализация, пользовательская отчетность.	н/д	\$5,000
24	Process Simulator	н/д	+	+	+	15 встроенных распределений + (Stat::Fit)	Output Viewer, Minitab, Excel	Неограниченные сценарии могут быть предопределены для экспериментов по параметрам	\$5,400
25	ProModel Optimization Suite	+	+	+	+	16 встроенных распределений + (Stat::Fit)	Output Viewer, Minitab, Excel	Менеджер сценариев	\$21,500

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
26	RASON Analytics API	+	н/д	+	н/д	Более 50 различных вариантов распределений	Статистика, меры риска, процентиля, параметры интеллектуального анализа данных	Зависит от серверной реализации проработанной пользователем.	от \$97 до \$297 в месяц
27	Risk Solver app	н/д	н/д	н/д	н/д	н/д	Частота, чувствительность, диаграммы рассеяния, статистика, меры риска, процентиля	н/д	Бесплатно
28	RoboLogix	+	+	н/д	+	н/д	н/д	н/д	\$299
29	SAS Simulation Studio	н/д	н/д	н/д	+	н/д	Включен анализ устойчивого состояния. Анализ результатов через программные продукты SAS.	Дизайн эксперимента; ручную в интерфейсе Simulation Studio или автоматическое (с интерактивными модификациями) с помощью интеграции программного обеспечения JMP или SAS.	Цена предоставляется по запросу
30	Simio Team Edition	+	+	+	+	Поддержка ExpertFit и Stat::Fit. Поддерживает табличную форму задания входных параметров	Графики для анализа рисков, полных данных в сводных таблицах, сводки экспорта или деталей для внешних пакетов.	Запуск сценариев с несколькими повторениями. Одновременное использование всех процессоров. Встроенный рейтинг и выбор.	Цена предоставляется по запросу

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	SIMPROC ESS	+	н/д	+	н/д	Model Fit	Сценарии запуска можно определить и сравнить; стандартные и пользовательские отчеты; стандартные и пользовательские графические объекты (как локальные, так и удаленные); доступные панели (как локальные, так и удаленные); вывод может быть направлен на файлы, электронные таблицы и базы данных	Менеджер экспериментов допускает пакетный запуск экспериментов	\$10,000.00
32	SIMUL8 Professional	+	н/д	+	+	Stat::Fit	н/д	Множественные репликации экспериментов и управление сценариями	\$4,995

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
33	Simulink for MATLAB	+	н/д	+	+	Встроенные Curve Fitting и Distribution Fitting, возможность реализации своих распределений и своих инструментов по аппроксимации.	Графики, гистограммы, оценка регрессии, частотный и дисперсионный анализ. Статистический и интеллектуальный анализ данных, нейронные сети.	Возможности по управлению экспериментом, пакетная обработка, метод Монте-Карло.	#Н/Д
34	SimVoi	н/д	н/д	н/д	н/д	Задаются из файла	Гистограммы, кумулятивные сюжеты, графики рассеяния $X^+$ , стоимость информации	н/д	\$79
35	SIPmath(tm) Modeler Tools for Excel	н/д	н/д	н/д	н/д	Распределения Metalog	н/д	Есть возможность запуска множества экспериментов для одинаковых параметров	\$500.00
36	SLIM	н/д	н/д	+	н/д	н/д	н/д	н/д	POA
37	Solver SDK Platform	+	+	+	+	Более 50 различных вариантов распределений	Статистика, меры риска, процентиля, параметры интеллектуально о анализа данных	Поддерживаются пакетное моделирование и метод Монте-Карло	\$1,995 первый год, \$1,000 ежегодное продление лицензии

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
38	Stat::Fit	н/д	н/д	н/д	н/д	32 Встроенные распределения + Auto::Fit.	н/д	н/д	\$289
39	Tecnomatix Plant Simulation	+	+	+	+	23 Встроенные распределения	Аппроксимация данных, построение графиков, анализ узких мест, анализ энергии, нейронные сети	Менеджер эксперимента, поддержка сценариев «что если».	Цена предоставляется по запросу
40	Vanguard Business Analytics Suite	+	н/д	+	+	Основывается на входной информации	Различные отчеты и анализы	Есть возможность моделировать сложные системы для неопределенности и волатильности. Поддерживается Метод Монте Карло.	Цена предоставляется по запросу
41	WITNESS	+	+	+	+	+	н/д	+	Цена предоставляется по запросу

## Приложение 2. Свидетельство о регистрации программы ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



# СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018617426

**Программа для моделирования одноканальных  
нестационарных систем массового обслуживания  
(Программа МОНСМО)**

Правообладатель: **Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования «Уральский  
федеральный университет имени первого Президента России  
Б.Н. Ельцина» (RU)**

Авторы: **Поршнев Сергей Владимирович (RU),  
Корелин Иван Андреевич (RU)**

Заявка № **2018614856**

Дата поступления **14 мая 2018 г.**

Дата государственной регистрации  
в Реестре программ для ЭВМ **25 июня 2018 г.**

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

 **Г.П. Ивлиев**



### Приложение 3. Листинг файла NQS\_ModelGetStatistical.m

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% NQS_Model.GetStatistical
% input:  ScheduleX - double matrix with two columns [start, end] of begin
% and finish of shedule times,
%         ScheduleY - double vector of lambda input rate,
%         ExperimentsNumber - number or experiments in Monte-Carlo Method,
%         Mu - mean service rate,
%         periods - number of indications
%         x0 - start time
%         dx - step
% output: N_in - number of input requests,
%         N_out - number of serviced requests,
%         L - length of queue,
%         tau_w - vector of waiting delay time
% Функция вычисление количественных характеристик нестационарной СМО
% вход:  ScheduleX - матрица с двумя столбцами вещественного типа [начало, конец]
% описывающими моменты времени начала и конца интервала расписания,
%         ScheduleY - вещественный вектор входной интенсивности Лямбда,
%         ExperimentsNumber - number or experiments in Monte-Carlo Method,
%         Mu - средняя интенсивность обслуживания,
%         periods - число отсчётов
%         x0 - start time
%         dx - step
%         x0 - начало
%         dx - шаг
% выход: N_in - число поступивших заявок (вектор),
%         N_out - число обслуженных заявок (вектор),
%         L - длина очереди заявок (вектор),
%         tau_w - среднее время ожидания заявок (вектор)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [N_in, N_out, L, tau_w] = NQS_ModelGetStatistical(ScheduleX, ScheduleY,
ExperimentsNumber, Mu, periods, x0, dx, type, pd, x)
    N_in = zeros(periods,ExperimentsNumber);
    N_out = zeros(periods,ExperimentsNumber);
    L = zeros(periods,ExperimentsNumber);
    tau_w = zeros(periods,ExperimentsNumber);
    for mki = 1:ExperimentsNumber %Метод Монте-Карло (ММК)
        if(nargin >= 9)
            ScheduleY0 = ScheduleY;
            rnd = DistributionInv(x, pd, length(ScheduleX(:,1)));
            ScheduleY0 = ScheduleY0 + rnd';
            ScheduleY0(ScheduleY0<0) = 0;
            ScheduleY0(ScheduleY==0) = 0;
        else
            ScheduleY0 = ScheduleY;
            if (exist('type') == 0)
                type = 1;
            end;
        end;
        if (type < 3)
            [T_a, T_e, ~] =
NQS_ModelGetSingleResults(ScheduleX,ScheduleY0,Mu,type);
            [n_in, n_out, l, Tau_w] = NQS_ModelGetQuantitativeCharacteristics(T_a,
T_e, periods, x0, dx, 1);
            N_in(:,mki) = n_in;
            N_out(:,mki) = n_out;
            L(:,mki) = l;
            tau_w(:,mki) = Tau_w;
        else
            if (type > 3)
                servers = type - 4;
            else
                servers = 2;
            end;
            [T_a, T_e, ~] =
NQS_ModelGetSingleResultsMulti(ScheduleX,ScheduleY0,Mu,type,servers);
            for w = 1:servers

```

```

        [n_in, n_out, l, Tau_w] =
NQS_ModelGetQuantitativeCharacteristics(T_a, T_e, periods, x0, dx, w);
        N_in(:,mki + (w - 1)*ExperimentsNumber) = n_in;
        N_out(:,mki + (w - 1)*ExperimentsNumber) = n_out;
        L(:,mki + (w - 1)*ExperimentsNumber) = l;
        tau_w(:,mki + (w - 1)*ExperimentsNumber) = Tau_w;
    end;
end;

end;
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% NQS_Model.GetSingleResults
% input:  x - double matrix with two columns [start, end] of begin and
% finish of shedule times
%         y - double vector of lambda input rate
%         Mu - mean service rate
% output: t_a - vector of arrival time,
%         t_e - vector of entering in service time,
%         tau_s - vector of service delay time
% Функция проводит моделирование нестационарной СМО и возвращает вектора
% вход:   x - матрица с двумя столбцами вещественного типа [начало, конец]
%         описывающими моменты времени начала и конца интервала расписания
%         y - вещественный вектор входной интенсивности Лямбда
%         Mu - средняя интенсивность обслуживания
% выход:  t_a - вектор времен прибытия заявок,
%         t_e - вектор времен поступления заявок на обслуживание,
%         tau_s - вектор длительности интервалов обслуживания
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [t_a, t_e, tau_s] = NQS_ModelGetSingleResults(x, y, Mu, type)
    interval = 1;          %итератор интервалов
    t_a = zeros(0);       %time arrive    вектор времен прибытия
    t_e = zeros(0);       %time enter    вектор времен попадания на обслуживание
    tau_s = zeros(0);     %tau serve    вектор промежутков времени обслуживания
    t = x(interval,1);    %model time    модельное время
    ComingSoon = exprnd(y(interval)^-1); %через какое время придёт следующая
    isNotFirst = false;
    while(t < x(end,2))
        if (t + ComingSoon <= x(interval,2))
            %t_a(end + 1) = t + ComingSoon;
            t_a_cur = t + ComingSoon;
            if (type == 1)
                %tau_s(end + 1) = triRand(1, 60 / Mu, 10) / 60;
                tau_s_cur = triRand(1, 60 / Mu, 10) / 60;
            else
                %tau_s(end + 1) = exprnd(Mu^-1);
                tau_s_cur = exprnd(Mu^-1);
            end;
            t = t + ComingSoon;
            ComingSoon = exprnd(y(interval)^-1);
            %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
            % Serve when generated
            % Обслуживание при генерации
            %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
            if isNotFirst%length(t_a) > 1
                if (t_a_cur > t_e(end) + tau_s(end))%(t_a(end) > t_e(end) +
tau_s(end - 1))
                    t_e(end + 1) = t_a_cur;
                else
                    t_e(end + 1) = t_e(end) + tau_s(end);
                end;
                tau_w(end) = t_e(end) - t_a_cur;
                tau_s(end + 1) = tau_s_cur;
                t_a(end + 1) = t_a_cur;
            else %first query start serving Первая заявка
                isNotFirst = true;
                t_e(1) = t_a_cur;
                tau_w(1) = t_e(1) - t_a_cur;
                tau_s(end + 1) = tau_s_cur;
                t_a(end + 1) = t_a_cur;
            end
        end
    end
end

```

```

end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
else
    if (interval < length(x))
        t = x(interval,2);
        ComingSoon = exprnd(y(interval)^-1);
    else
        t = x(end,2);
    end;
    interval = interval + 1;
end;
end;
end;

end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% NQS_Model.GetQuantitativeCharacteristics
% input:  t_a - vector of arrival time,
%         t_e - vector of entering in service time,
%         periods - number of indications
%         x0 - start time
%         dx - step
% output: N_in - number of input requests,
%         N_out - number of serviced requests,
%         L - length of queue,
%         tau_w - vector of waiting delay time
% Функция проводит вычисление количественных характеристик нестационарной СМО
% вход:   t_a - вектор времен прибытия заявок,
%         t_e - вектор времен поступления заявок на обслуживание,
%         periods - число отсчётов
%         x0 - начало
%         dx - шаг
% выход:  N_in - число поступивших заявок (вектор),
%         N_out - число обслуженных заявок (вектор),
%         L - длина очереди заявок (вектор),
%         tau_w - среднее время ожидания заявок (вектор)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [N_in, N_out, L, tau_w] = NQS_ModelGetQuantitativeCharacteristics(t_a_m,
t_e_m, periods, x0, dx, n)
N_in = zeros(periods,1);
N_out = zeros(periods,1);
L = zeros(periods,1);
tau_w = zeros(periods,1);
t_a = t_a_m(n,:);
t_e = t_e_m(n,:);
for i = 1:periods
    if isempty(find(t_a > i * dx + x0, 1))
        if i > 1
            N_in(i) = N_in(i-1);
        else
            N_in(i) = 0;
        end;
    else
        N_in(i) = find(t_a > i * dx + x0, 1) - 1;
    end;
    if isempty(find(t_e > i * dx + x0, 1))
        if i > 1
            N_out(i) = N_out(i-1);
        else
            N_out(i) = 0;
        end;
    else
        N_out(i) = find(t_e > i * dx + x0, 1) - 1;
    end;
    L(i) = length(find(t_e > i * dx + x0 & t_a < i * dx + x0));
    tau_w(i) = mean(t_e(t_e > (i - 1) * dx + x0 & t_e < i * dx + x0) - t_a(t_a >
(i - 1) * dx + x0 & t_e < i * dx + x0));
    if isnan(tau_w(i))
        tau_w(i) = 0;
    end;
end;
end;
end
end

```

```

function indx = raffle(draw)
    draw_indx = randi([1 length(draw)],1);
    indx = draw(draw_indx);
end

function [t_a, t_e, tau_s] = NQS_ModelGetSingleResultsMulti(x, y, Mu, type,
numOfServers)
    interval = 1;           %итератор интервалов
    t_a = zeros(numOfServers,1); %time arrive вектор времен прибытия
    t_e = zeros(numOfServers,1); %time enter вектор времен попадания на
обслуживание
    tau_s = zeros(numOfServers,1); %tau serve вектор промежутков времени
обслуживания
    front = zeros(numOfServers,1); %front вектор с адресами Фронта
    t = x(interval,1); %model time модельное время
    ComingSoon = exprnd(y(interval)^-1); %через какое время придёт следующая
while(t < x(end,2))
    if (t + ComingSoon <= x(interval,2))
        t_a_cur = t + ComingSoon;
        if (type == 3)
            tau_s_cur = triRand(1, 60 / Mu, 10) / 60;
        else
            tau_s_cur = exprnd(Mu^-1);
        end;
        t = t + ComingSoon;
        ComingSoon = exprnd(y(interval)^-1);
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % Choose the gate
        % Ищем ворота
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        draw = zeros(0);
        l_cur = zeros(numOfServers,1);
        for w = 1:numOfServers
            if (front(w) > 0)
                %if (t_a_cur < t_e(w, front(w)) + tau_s(w, front(w)))
                l_cur(w) = length(find(t_e(w,1:front(w)) > t_a_cur));
            %t_a(end)
                %end;
            else
                l_cur(w) = 0;
            end;
        end;
        %draw = 1:numOfServers;%
        draw = find(l_cur == min(l_cur));%тираж - вектор с адресами наиболее
свободных ячеек
        indx = raffle(draw);
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % Serve when generated
        % Обслуживание при генерации
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        if (front(indx) > 0)
            front(indx) = front(indx) + 1;
            if (t_a_cur > t_e(indx, front(indx) - 1) + tau_s(indx, front(indx)
- 1))%t_a(end) > t_e(end) + tau_s(end - 1))
                t_e(indx, front(indx)) = t_a_cur;
            else
                t_e(indx, front(indx)) = t_e(indx, front(indx) - 1) +
tau_s(indx, front(indx) - 1);
            end;
            tau_w(indx, front(indx)) = t_e(indx, front(indx)) - t_a_cur;
            tau_s(indx, front(indx)) = tau_s_cur;
            t_a(indx, front(indx)) = t_a_cur;
        else %first query start serving Первая заявка
            t_e(indx,1) = t_a_cur;
            tau_w(indx,1) = t_e(indx,1) - t_a_cur;
            front(indx) = 1;
            tau_s(indx, 1) = tau_s_cur;
            t_a(indx,1) = t_a_cur;
        end;
    end;
end

```

```
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
else
  if (interval < length(x))
    t = x(interval,2);
    ComingSoon = exprnd(y(interval)^-1);
  else
    t = x(end,2);
  end;
  interval = interval + 1;
end;
end;
end
```

## Приложение 4. Листинг файла task1.m

```

% -----0-----%
exp = 2000; %Число экспериментов в ММК
% -----1-----%
T1=-80; %Время начала роста интенсивности поступления
T2=-20; %Время максимума интенсивности поступления
T3=3; %Время окончания уменьшения интенсивности поступления
Mu = 60/3; %интенсивность обслуживания заявок/мин
S0 = 1370; %число заявок
S1 = 8; %число "опаздывающих" заявок
LambdaMax=23; %максимальная интенсивность поступления заявок
% -----2-----%
dx = 0.25; %шаг внутри одной интенсивности
peroids = (T3 - T1 + 40) / dx; %число интервалов для построения результатов
x1 = (1:(T3-T1)/dx)*dx + T1;%шкала времени для генерации интенсивности
y1 = zeros((T3-T1)/dx,1); %инициализация нулевых значений интенсивности
поступления заявок
% -----3-----%
syms a1 b1 c1; %символьные параметры первой части кусочно-полиномиальной
%зависимости интенсивности поступления заявок от времени
eqn1 = (T1)^2*a1 + (T1)*b1 + c1 == 0; %1-е уравнение полином для точки T1
eqn2 = -(T1)^3/3*a1 - (T1)^2/2*b1 - (T1)*c1 == S0 - S1; %2-е уравнение в
%точке T1 первообразная полинома и интегральная характеристика первой части
eqn3 = (T2)^2*a1 + (T2)*b1 + c1 == LambdaMax; %3-е уравнение полином для точки
T2
[a1,b1] = equationsToMatrix([eqn1, eqn2, eqn3], [a1, b1, c1]); %система I из
уравнений 1, 2, 3
X2 = linsolve(a1,b1); %поиск решения системы уравнений I
y1(x1 >= T1 & x1 <= T2,1) = X2(1)*x1(x1 >= T1 & x1 <= T2).^2 + X2(2)*x1(x1 >=
T1 & x1 <= T2) + X2(3);
%первая часть кусочно-полиномиальной зависимости интенсивности поступления
%от времени
syms a2 b2 c2; %символьные параметры второй части кусочно-полиномиальной
%зависимости интенсивности поступления заявок от времени
eqn1 = (T3)^2*a2 + (T3)*b2 + c2 == 0; % 4-е уравнение полином для точки T3
eqn2 = (T3)^3/3*a2 + (T3)^2/2*b2 + (T3)*c2 == S1; %5-е уравнение в
%точке T3 первообразная полинома и интегральная характеристика второй части
eqn3 = (T2)^2*a2 + (T2)*b2 + c2 == LambdaMax; %6-е уравнение полином для точки
T2
[a2,b2] = equationsToMatrix([eqn1, eqn2, eqn3], [a2, b2, c2]); %система II из
уравнений 4, 5, 6
X1 = linsolve(a2,b2); %поиск решения системы уравнений II
y1(x1 >= T2 & x1 <= T3) = X1(1)*x1(x1 >= T2 & x1 <= T3).^2 + X1(2)*x1(x1 >= T2
& x1 <= T3) + X1(3);
%вторая часть кусочно-полиномиальной зависимости интенсивности поступления
%от времени
figure; %рисунок для графического представления полученной кусочно-
полиномиальной
%зависимости интенсивности поступления заявок от времени
plot(x1,y1);
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);%подпись оси абсцисс
ylabel('\lambda(\itt\rm)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14);%подпись оси ординат
% -----4-----%
% -----5-----%
x(:,1) = x1; %левая граница интервалов кусочно-постоянной аппроксимации
x(:,2) = circshift(x(:,1),-1); %правая граница интервалов кусочно-постоянной
аппроксимации
x(length(x),2) = x(length(x),1) + dx; % правая граница последнего интервала
%кусочно-постоянной аппроксимации
servers=1; %число ОУ
%Инициализация приёмников количественных характеристик

```

```

N_inAll = zeros(peroids,exp*servers);
N_outAll = zeros(peroids,exp*servers);
LAll = zeros(peroids,exp*servers);
tau_wAll = zeros(peroids,exp*servers);
tic;      %Таймер начало
%запуск модели одноканальной НСМО с кусочно-постоянной интенсивностью y1 на
%шкале x, с интенсивностью обслуживания Mu
[N_in, N_out, L, tau_w] = NQS_ModelGetStatistical(x, y1, exp, Mu, peroids,
x(1,1), dx);
%сохранение результатов количественных характеристик в приёмники
N_inAll(:, :) = N_in;
N_outAll(:, :) = N_out;
LAll(:, :) = L;
tau_wAll(:, :) = tau_w;
toc;      %Таймер конец
% -----6-----%
xx = x(1,1):dx:x(1,1) + (peroids - 1) * dx;%ось абсцисс для шкалы результатов
Lmax = max(LAll(:, :))'; % вычисление вектора максимальных длин очередей по
% всем экспериментам метода Монте-Карло
[LmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(Lmax(:), '\itL\rm_{max}');
tLmax = zeros(exp,1);%инициализация массива для tLmax
%вычисление вектора моментов наступления максимальных длин очередей по всем
%экспериментам метода Монте-Карло
for w = 1:exp
    tLmax(w) = min(xx(LAll(:,w) == max(LAll(:,w))));
end;
[tLmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(tLmax(:), '\itt\rm_{\itL\rm_{max}\rm}');
tau_wmax = max(tau_wAll(:, :))';%вычисление вектора максимальных длительностей
%ожидания в очереди по всем экспериментам метода Монте-Карло
[tau_wmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(tau_wmax(:), '\tau^{\itw}_{max}\rm');
tTau_wmax = zeros(exp,1);%инициализация массива для tTau_wmax
%вычисление вектора моментов наступления максимальных длительностей ожидания
%в очередях по всем экспериментам метода Монте-Карло
for w = 1:exp
    tTau_wmax(w) = min(xx(tau_wAll(:,w) == max(tau_wAll(:,w))));
end;
[tTau_wmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(tTau_wmax(:), '\itt\rm_{\tau^{\itw}_{max}\rm}');
N0 = N_outAll(xx==0, :)' ;%вычисление вектора количества вошедших к моменту
%начала события по всем экспериментам метода Монте-Карло
[N0Q, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(N0(:), '\itN_0');
TAll = zeros(exp,1);%инициализация массива для TAll
%вычисление вектора времени на обслуживания всей очереди
%начала события по всем экспериментам метода Монте-Карло
for w = 1:exp
    TAll(w) = xx(find(N_outAll(:,w) > 0.97 * max(N_outAll(:,w)),1));
end;
[TAllQ, f, F, lx] = NQS_GetStatistical(TAll(:), '\itT_{all}');
%вывод на экран текстовой информации
disp('Lmax:');
disp(LmaxQ);
disp('tLmax:');
disp(tLmaxQ);
disp('tau_w_max:');
disp(tau_wmaxQ);
disp('tTau_w_max:');
disp(tTau_wmaxQ);
disp('N_0:');
disp(N0Q);
disp('TAll:');
disp(TAllQ);

```

## Приложение 5. Листинг файла `nqs_GetStatistical.m`

```

function [output, f, F, lx] = NQS_GetStatistical(input, name)
F = zeros(1); %инициализация функции распределения вероятности для input
mi = round(min(input(:))) - 1; %минимум исследуемой характеристики
ma = round(max(input(:))) + 1; %максимум исследуемой характеристики
lx = mi:0.1:ma; %генерация шкалы исследуемой характеристики
[f, kernel, h, Ji] = solvePR(input(:),lx); %аппроксимация Розенבלата-Парзена
для input
disp('kernel:');
disp(kernel);
disp('H:');
disp(h);
disp('Ji:');
disp(Ji);
for i=2:length(f)
    F(i) = trapz(lx(1:i),f(1:i)); % построение функции распределения
                                % вероятности для input
end;
F = F./max(F); %нормировка
output(1) = lx(find(F>=0.05,1));
output(2) = lx(find(F>=0.5,1));
output(3) = lx(find(F>=0.95,1));
figure;% инициализация графического окна для отображения
        % вычисленных зависимостей
subplot(1,2,1);
plot(lx,f); %плотность распределения вероятности для input
xlabel(name,'FontName','Times New Roman','FontSize',14);%подпись оси абсцисс
ylabel(strcat('\itf\rm(',name,')'),'FontName','Times New Roman','FontSize',
14);%подпись оси ординат
subplot(1,2,2);
plot(lx,F);%функция распределения вероятности для input
xlabel(name,'FontName','Times New Roman','FontSize',14);%подпись оси абсцисс
ylabel(strcat('\itF\rm(',name,')'),'FontName','Times New Roman','FontSize',
14);%подпись оси ординат

```

## Приложение 6. Листинг файла task2.m

```

% -----0-----%
exp = 300; %Число экспериментов в ММК
% -----1-----%
T1=-120; %Время начала роста интенсивности поступления
T2=-15; %Время максимума интенсивности поступления
T3=5; %Время окончания уменьшения интенсивности поступления
Mu = 60/4; %интенсивность обслуживания заявок/мин
S0 = 25000; %число заявок
S1 = 130; %число "опаздывающих" заявок
LambdaMax=300; %максимальная интенсивность поступления заявок
% -----2-----%
LMax = 100; %максимальная длина очереди
tau_wMax = 10; %максимальная длительность ожидания в очереди
% -----3-----%
dx = 0.25; %шаг внутри одной интенсивности
peroids = (T3 - T1 + 40) / dx; %число интервалов для построения результатов
x1 = (1:(T3-T1)/dx)*dx + T1; %шкала времени для генерации интенсивности
y1 = zeros((T3-T1)/dx,1); %инициализация нулевых значений интенсивности
поступления заявок
% -----4-----%
syms a1 b1 c1; %символьные параметры первой части кусочно-полиномиальной
%зависимости интенсивности поступления заявок от времени
eqn1 = (T1)^2*a1 + (T1)*b1 + c1 == 0; %1-е уравнение полином для точки T1
eqn2 = -(T1)^3/3*a1 - (T1)^2/2*b1 - (T1)*c1 == S0 - S1; %2-е уравнение в
%точке T1 первообразная полинома и интегральная характеристика первой части
eqn3 = (T2)^2*a1 + (T2)*b1 + c1 == LambdaMax; %3-е уравнение полином для точки
T2
[a1,b1] = equationsToMatrix([eqn1, eqn2, eqn3], [a1, b1, c1]); %система I из
уравнений 1, 2, 3
X2 = linsolve(a1,b1); %поиск решения системы уравнений I
y1(x1 >= T1 & x1 <= T2,1) = X2(1)*x1(x1 >= T1 & x1 <= T2).^2 + X2(2)*x1(x1 >=
T1 & x1 <= T2) + X2(3);
%первая часть кусочно-полиномиальной зависимости интенсивности поступления
%от времени
syms a2 b2 c2; %символьные параметры второй части кусочно-полиномиальной
%зависимости интенсивности поступления заявок от времени
eqn1 = (T3)^2*a2 + (T3)*b2 + c2 == 0; % 4-е уравнение полином для точки T3
eqn2 = (T3)^3/3*a2 + (T3)^2/2*b2 + (T3)*c2 == S1; %5-е уравнение в
%точке T3 первообразная полинома и интегральная характеристика второй части
eqn3 = (T2)^2*a2 + (T2)*b2 + c2 == LambdaMax; %6-е уравнение полином для точки
T2
[a2,b2] = equationsToMatrix([eqn1, eqn2, eqn3], [a2, b2, c2]); %система II из
уравнений 4, 5, 6
X1 = linsolve(a2,b2); %поиск решения системы уравнений II
y1(x1 >= T2 & x1 <= T3) = X1(1)*x1(x1 >= T2 & x1 <= T3).^2 + X1(2)*x1(x1 >= T2
& x1 <= T3) + X1(3);
%вторая часть кусочно-полиномиальной зависимости интенсивности поступления
%от времени
figure; %рисунок для графического представления полученной кусочно-
полиномиальной
%зависимости интенсивности поступления заявок от времени
plot(x1,y1);
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14); %подпись оси абсцисс
ylabel('\lambda(\itt\rm)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14); %подпись оси ординат
% -----5-----%
load('randomf11.mat'); %загрузка функции распределения вероятностей из файла
rnd = DistributionInv(x2, F, length(y1)); %генерация случайных чисел на
%основе функции распределения
y1 = y1 + rnd'; %добавление случайной составляющей к интенсивности поступления
заявок

```

```

% -----6-----%
x(:,1) = x1; %левая граница интервалов кусочно-постоянной аппроксимации
x(:,2) = circshift(x(:,1),-1); %правая граница интервалов кусочно-постоянной
%аппроксимации
x(length(x),2) = x(length(x),1) + dx; % правая граница последнего интервала
%кусочно-постоянной аппроксимации
serversMax=50; %число ОУ
%Основной цикл автоматического выбора числа турникетов
for servers = 2:serversMax
    tic; %Таймер начало
    %запуск модели одноканальной НСМО с кусочно-постоянной интенсивностью  $\mu_1$ 
    %на шкале  $x$ , с интенсивностью обслуживания  $\mu$ 
    [N_in, N_out, L, tau_w] = NQS_ModelGetStatistical(x, y1, exp, Mu, periods,
x(1,1), dx, 4 + servers);
    %сохранение результатов количественных характеристик в приёмники
    toc; %Таймер конец
    if (max(mean(L,2)) < LMax && max(mean(tau_w,2)) < tau_wMax)
        disp(servers);
        break;
    end;
end;

```

## Приложение 7. Листинг файла task3.m

```

close all;
clearvars -except exp
% -----0-----%
exp = 100; %Число экспериментов в ММК
% -----1-----%
T1=-120; %Время начала роста интенсивности поступления
T2=-15; %Время максимума интенсивности поступления
T3=5; %Время окончания уменьшения интенсивности поступления
Mu = 60/4; %интенсивность обслуживания заявок/мин
S0 = 25000; %число заявок
S1 = 130; %число "опаздывающих" заявок
LambdaMax=300; %максимальная интенсивность поступления заявок
% -----2-----%
% -----3-----%
dx = 0.25; %шаг внутри одной интенсивности
peroids = (T3 - T1 + 40) / dx; %число интервалов для построения результатов
x1 = (1:(T3-T1)/dx)'*dx + T1;%шкала времени для генерации интенсивности
y1 = zeros((T3-T1)/dx,1); %инициализация нулевых значений интенсивности поступления
заявок
% -----4-----%
syms a1 b1 c1; %символьные параметры первой части кусочно-полиномиальной
%зависимости интенсивности поступления заявок от времени
eqn1 = (T1)^2*a1 + (T1)*b1 + c1 == 0; %1-е уравнение полином для точки T1
eqn2 = -(T1)^3/3*a1 - (T1)^2/2*b1 - (T1)*c1 == S0 - S1; %2-е уравнение в
%точке T1 первообразная полинома и интегральная характеристика первой части
eqn3 = (T2)^2*a1 + (T2)*b1 + c1 == LambdaMax; %3-е уравнение полином для точки T2
[a1,b1] = equationsToMatrix([eqn1, eqn2, eqn3], [a1, b1, c1]); %система I из уравнений
1, 2, 3
X2 = linsolve(a1,b1); %поиск решения системы уравнений I
y1(x1 >= T1 & x1 <= T2,1) = X2(1)*x1(x1 >= T1 & x1 <= T2).^2 + X2(2)*x1(x1 >= T1 & x1
<= T2) + X2(3);
%первая часть кусочно-полиномиальной зависимости интенсивности поступления
%от времени
syms a2 b2 c2; %символьные параметры второй части кусочно-полиномиальной
%зависимости интенсивности поступления заявок от времени
eqn1 = (T3)^2*a2 + (T3)*b2 + c2 == 0; % 4-е уравнение полином для точки T3
eqn2 = (T3)^3/3*a2 + (T3)^2/2*b2 + (T3)*c2 == S1; %5-е уравнение в
%точке T3 первообразная полинома и интегральная характеристика второй части
eqn3 = (T2)^2*a2 + (T2)*b2 + c2 == LambdaMax; %6-е уравнение полином для точки T2
[a2,b2] = equationsToMatrix([eqn1, eqn2, eqn3], [a2, b2, c2]); %система II из уравнений
4, 5, 6
X1 = linsolve(a2,b2); %поиск решения системы уравнений II
y1(x1 >= T2 & x1 <= T3) = X1(1)*x1(x1 >= T2 & x1 <= T3).^2 + X1(2)*x1(x1 >= T2 & x1 <=
T3) + X1(3);
% -----5-----%
load('randomf11.mat');%загрузка функции распределения вероятностей из файлв
rnd = DistributionInv(x2, F, length(y1)); %генерция случайных чисел на
%основе функции распределения
y1 = y1 + rnd'; %добавление случайной составляющей к интенсивности поступления заявок
%вторая часть кусочно-полиномиальной зависимости интенсивности поступления
%от времени
figure; %рисунок для графического представления полученной кусочно-полиномиальной
%зависимости интенсивности поступления заявок от времени
plot(x1,y1);
xlabel('\itt', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);%подпись оси абсцисс
ylabel('\lambda(\itt\rm)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);%подпись оси
ординат
% -----6-----%
x(:,1) = x1; %левая граница интервалов кусочно-постоянной аппроксимации
x(:,2) = circshift(x(:,1),-1); %правая граница интервалов кусочно-постоянной
аппроксимации
x(length(x),2) = x(length(x),1) + dx; % правая граница последнего интервала
%кусочно-постоянной аппроксимации
serversMin=10; %число ОУ
serversMax=25; %число ОУ
%Инициализация приёмников количественных характеристик
N_inAll = zeros(peroids,exp*serversMax,serversMax);
N_outAll = zeros(peroids,exp*serversMax,serversMax);

```

```

LAll = zeros(peroids,exp*serversMax,serversMax);
tau_wAll = zeros(peroids,exp*serversMax,serversMax);
for servers = serversMin:serversMax
    tic; %Таймер начало
    %запуск модели одноканальной НСМО с кусочно-постоянной интенсивностью y1 на
    %шкале x, с интенсивностью обслуживания Mu
    [N_in, N_out, L, tau_w] = NQS_ModelGetStatistical(x, y1, exp, Mu, peroids, x(1,1),
dx, 4 + servers);
    %сохранение результатов количественных характеристик в приёмники
    toc; %Таймер конец
    N_inAll(:,1:exp*servers,servers) = N_in;
    N_outAll(:,1:exp*servers,servers) = N_out;
    LAll(:,1:exp*servers,servers) = L;
    tau_wAll(:,1:exp*servers,servers) = tau_w;
end;
% -----7-----%
xx = x(1,1):dx:x(1,1) + (peroids - 1) * dx;%ось абсцисс для шкалы результатов
for servers = serversMin:serversMax
    L = zeros(0);%инициализация массива для Lmax
    tLmax = zeros(exp,1);%инициализация массива для tLmax
    tau_w = zeros(0);%инициализация массива для tau_w
    tTau_wmax = zeros(exp,1);%инициализация массива для tTau_wmax
    N0 = zeros(0);%инициализация массива для N0
    TAll = zeros(exp,1);%инициализация массива для TAll
    L = LAll(:,1:exp*servers,servers);%считывание длин очередей
    [LmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(max(L)', '\itL\rm_{max}');
    LmaxQs(:,servers-9) = LmaxQ';
    for w = 1:exp*servers
        tLmax(w) = min(xx(L(:,w) == max(L(:,w))));
    end;
    [tLmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(tLmax(:), '\itt\rm_{\itL\rm_{max}\rm}');
    tLmaxQs(:,servers-9) = tLmaxQ';
    tau_w = tau_wAll(:,1:exp*servers,servers);%вычисление вектора максимальных
длительностей
    %ожидания в очереди по всем экспериментам метода Монте-Карло
    [tau_wmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(max(tau_w)', '\tau^{\itw}_{max}\rm');
    tau_wmaxQs(:,servers-9) = tau_wmaxQ';
    %вычисление вектора моментов наступления максимальных длительностей ожидания
    %в очередях по всем экспериментам метода Монте-Карло
    for w = 1:exp*servers
        tTau_wmax(w) = min(xx(tau_w(:,w) == max(tau_w(:,w))));
    end;
    [tTau_wmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(tTau_wmax(:), '\itt\rm_{\tau^{\itw}_{max}\rm}');
    tTau_wmaxQs(:,servers-9) = tTau_wmaxQ';
    N0 = N_outAll(xx==0,1:exp*servers,servers)';%вычисление вектора количества вошедших
к моменту
    %начала события по всем экспериментам метода Монте-Карло
    [N0Q, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(N0, '\itN_0');
    N0Qs(:,servers-9) = N0Q';
    %вычисление вектора времени на обслуживания всей очереди
    %начала события по всем экспериментам метода Монте-Карло
    N_outAllk = zeros(peroids,exp);
    for w = 1:exp
        for t = 1:servers
            N_outAllk(:,w) = N_outAllk(:,w) + N_outAll(:, w + (t - 1)*exp,servers);
        end;
        TAll(w) = xx(find(N_outAllk(:,w) > 0.97 * max(N_outAllk(:,w)),1));
    end;
    [TAllQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(TAll(:), '\iT_{all}');
    TAllQs(:,servers-9) = TAllQ;
    close all;
end;
% -----8-----%
S = (serversMin:serversMax)';
NQS_GetFit(S(:), LmaxQs(:,:)', '\itL\rm_{max}',0);
NQS_GetFit(S(1:9), tLmaxQs(:,1:9)', '\itt\rm_{\itL\rm_{max}\rm}',1);
NQS_GetFit(S(:), tau_wmaxQs(:,:)', '\tau^{\itw}_{max}\rm',0);
NQS_GetFit(S(1:10), tTau_wmaxQs(:,1:10)', '\itt\rm_{\tau^{\itw}_{max}\rm}',0);
NQS_GetFit(S, N0Qs', '\itN_0',0);

```

```
NQS_GetFit(S, TAllQs', '\itT_{all}',0);  
for i = 1:length(S)  
    NQsm(:,i) = NQs(:,i)*S(i);  
end;  
NQS_GetFit(S, NQsm', '\itN_0^{All}',-1);  
% %сохранение всех данных в файл  
save('NSMO_K3.mat');
```

## Приложение 8. Листинг файла NQS\_GetFit.m

```
function NQS_GetFit(x,y, name, p)
figure; hold on; hold all;
plot(x, y, 'o');
if (p > 0)
    for q = 1:3
        [fitobject0,~,~] = fit(x, y(:,q),strcat('poly',num2str(p)));
        plot(fitobject0);
    end;
    disp(fitobject0);
else
    for q = 1:3
        z=[1 -1 -1];
        vx=min(x):(max(x)-min(x))/75:max(x);
        if (p==0)
            k = min(y(:,q));
            Coeff=lsqnonlin('F77',z,[],[],[],(x-min(x))/(max(x)-min(x)),y(:,q)-k)
            k
            vy = exp(Coeff(1)+Coeff(2)*(vx-min(vx))/(max(vx)-min(vx))
                +Coeff(3)*((vx-min(vx))/(max(vx)-min(vx))).^2)+k;
        else
            Coeff=lsqnonlin('F78',z,[],[],[],(x-min(x))/(max(x)-min(x)),y(:,q))
            vy = Coeff(1)*(1-exp(Coeff(2)*(vx-min(vx))/(max(vx)-min(vx))))+Coeff(3);
        end;
        plot(vx,vy);
    end;
end;
ylabel(name,'FontName','Times New Roman','FontSize',14);%подпись оси ординат
xlabel('\itS','FontName','Times New Roman','FontSize',14);%подпись оси абсцисс
legend('hide');
disp(name);
```

### Листинг файла F77.m

```
function z=F77(Coeff, x, y)
z=y-exp(Coeff(1)+Coeff(2)*x+Coeff(3)*x.^2);
```

### Листинг файла F78.m

```
function z=F78(Coeff, x, y)
z=y-(Coeff(1)*(1-exp(Coeff(2)*x))+Coeff(3));
```

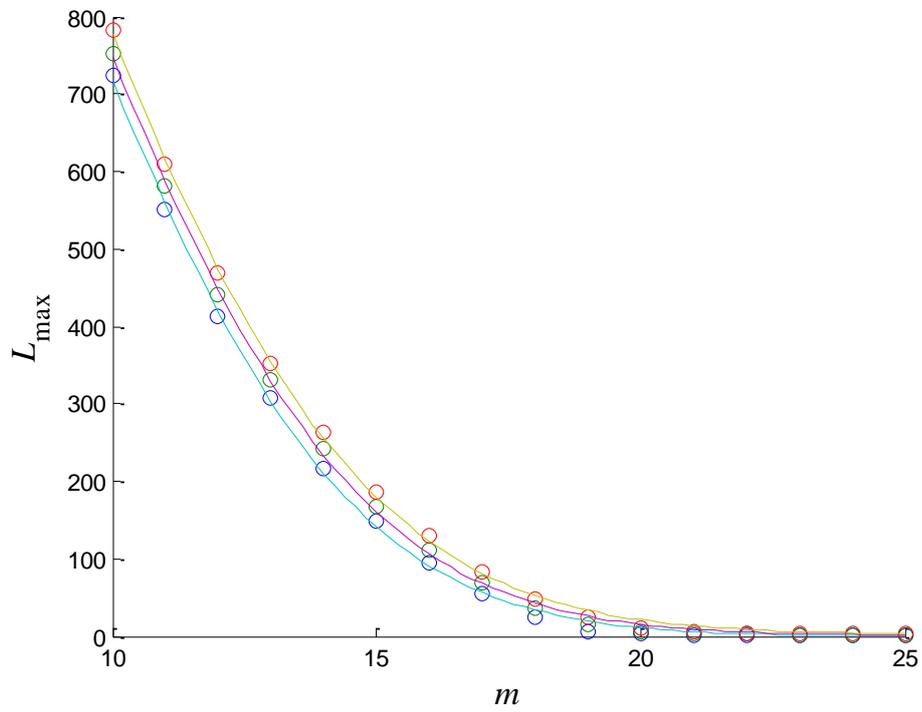
**Приложение 9. Рисунки зависимостей**

Рисунок П8.1. Зависимость максимальной длины очереди на одном ОУ от числа ОУ в многоканальной НСМО.

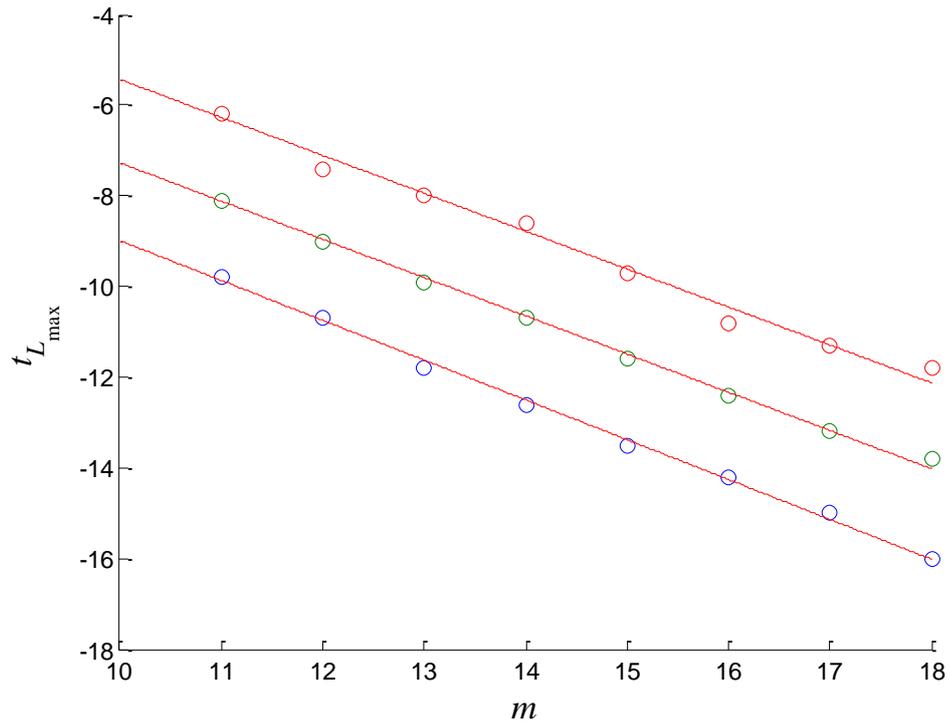


Рисунок П8.2. Зависимость момента времени, в который длина очереди к случайно выбранному ОУ оказывается максимальной, от числа ОУ в многоканальной НСМО

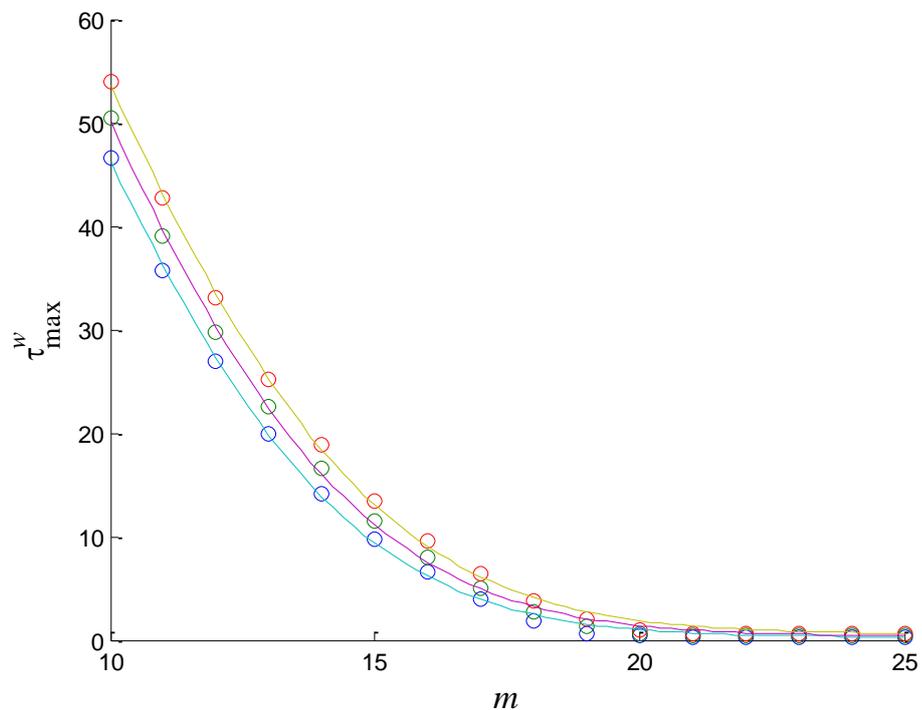


Рисунок П8.3. Зависимость максимальной длительности ожидания в очереди к одному ОУ от числа ОУ в многоканальной НСМО.

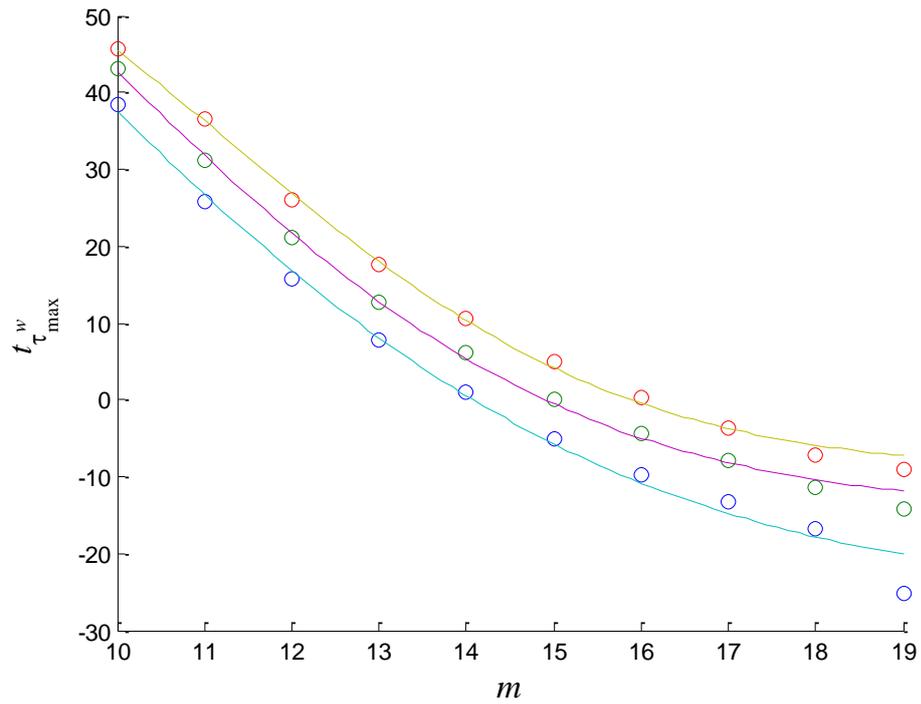


Рисунок П8.4. Зависимость момента наступления максимальной длительности ожидания в очереди к одному ОУ от числа ОУ в многоканальной НСМО

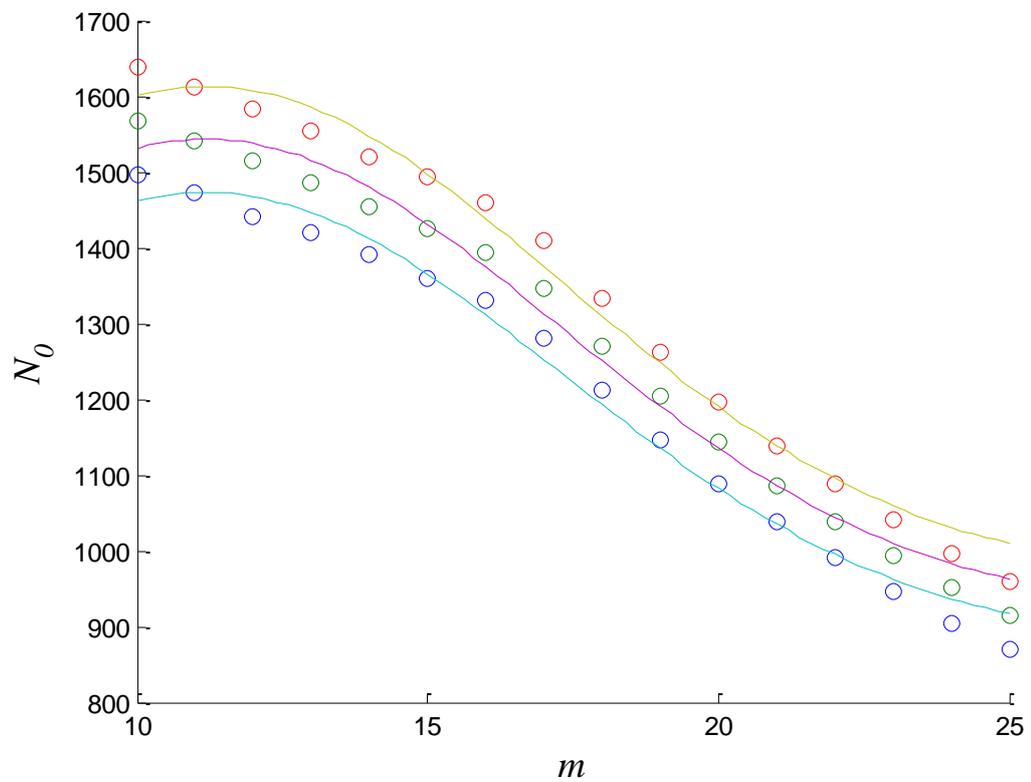


Рисунок П8.5. Зависимость числа посетителей, вошедших через одно ОУ к моменту начала события, от числа ОУ в многоканальной НСМО.

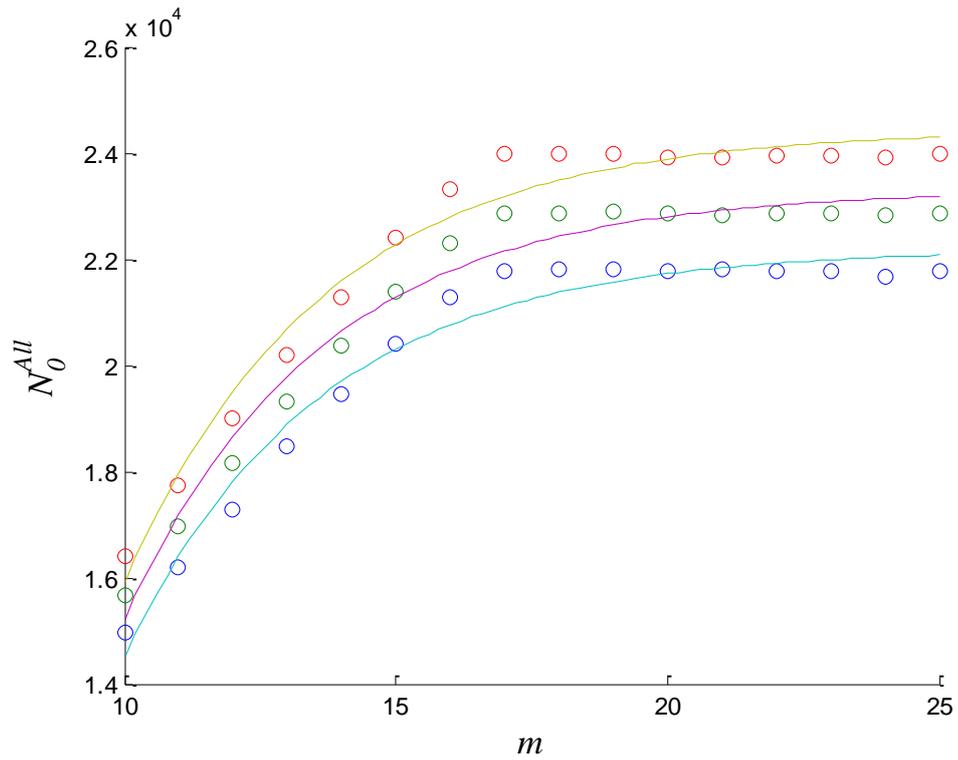


Рисунок П8.6. Зависимость числа посетителей, вошедших через все ОУ к моменту начала события от числа ОУ, в многоканальной НСМО.

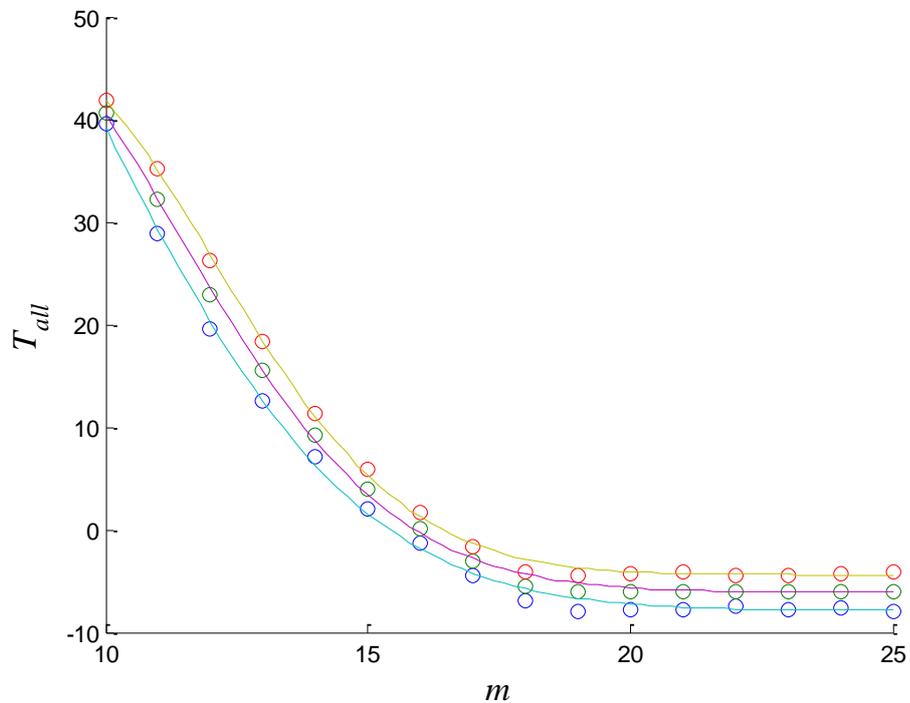


Рисунок П8.7. Зависимость момента времени, к которому обслужено 97% посетителей события от числа ОУ в многоканальной НСМО.

## Приложение 10. Листинг файла task4.m

```

% -----0-----%
close all;
clearvars -except exp mainIter y LmaxQs tLmaxQs tau_wmaxQs tTau_wmaxQs;
exp = 20; %Число экспериментов в ММК
% -----1-----%
T1=0; %Время начала роста интенсивности поступления
T2=5;
T4=20;
T3=T4-10; %Время окончания уменьшения интенсивности поступления
Mu = 60/1; %интенсивность обслуживания заявок/мин
S0 = 25000; %число заявок
% -----2-----%
dx = 0.025; %шаг внутри одной интенсивности
peroids = (T4 - T1 + 40) / dx; %число интервалов для построения результатов
x1 = (1:(T4-T1)/dx)*dx + T1;%шкала времени для генерации интенсивности
% -----3-----%
a1=S0*2/(T3*T2);
y1=a1*x1(x1<T2);
a2=S0*2/(T3*(T2-T3));
b2=-T3*S0*2/(T3*(T2-T3));
y1(x1>=T2)=a2*x1(x1>=T2)+b2; %инициализация базовых значений интенсивности поступления
заявок
y1(x1>=T3)=0;
% -----4-----%
figure; %рисунок для графического представления полученной кусочно-полиномиальной
%зависимости интенсивности поступления заявок от времени
plot(x1,y1);
xlabel('\itt','FontName','Times New Roman','FontSize', 14);%подпись оси абсцисс
ylabel('\lambda(\itt\rm)','FontName','Times New Roman','FontSize', 14);%подпись оси
ординат
% -----5-----%
x(:,1) = x1; %левая граница интервалов кусочно-постоянной аппроксимации
x(:,2) = circshift(x(:,1),-1); %правая граница интервалов кусочно-постоянной
аппроксимации
x(length(x),2) = x(length(x),1) + dx; % правая граница последнего интервала
%кусочно-постоянной аппроксимации
serversMin=10; %число ОУ
serversMax=25; %число ОУ
%Инициализация приёмников количественных характеристик
N_inAll = zeros(peroids,exp*serversMax,serversMax);
N_outAll = zeros(peroids,exp*serversMax,serversMax);
LAll = zeros(peroids,exp*serversMax,serversMax);
tau_wAll = zeros(peroids,exp*serversMax,serversMax);
for servers = serversMin:serversMax
tic; %Таймер начало
%запуск модели одноканальной НСМО с кусочно-постоянной интенсивностью y1 на
%шкале x, с интенсивностью обслуживания Mu
[N_in, N_out, L, tau_w] = NQS_ModelGetStatistical(x, y1, exp, Mu, peroids, x(1,1),
dx, 4 + servers);
%сохранение результатов количественных характеристик в приёмники
toc; %Таймер конец
N_inAll(:,1:exp*servers,servers) = N_in;
N_outAll(:,1:exp*servers,servers) = N_out;
LAll(:,1:exp*servers,servers) = L;
tau_wAll(:,1:exp*servers,servers) = tau_w;
end;
% -----6-----%
xx = x(1,1):dx:x(1,1) + (peroids - 1) * dx;%ось абсцисс для шкалы результатов
for servers = serversMin:serversMax
L = zeros(0);%инициализация массива для Lmax
tLmax = zeros(exp,1);%инициализация массива для tLmax
tau_w = zeros(0);%инициализация массива для tau_w
tTau_wmax = zeros(exp,1);%инициализация массива для tTau_wmax
N0 = zeros(0);%инициализация массива для N0
TAll = zeros(exp,1);%инициализация массива для TAll
L = LAll(:,1:exp*servers,servers);%считывание длин очередей
[LmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(max(L)', '\itL\rm_{max}');
LmaxQs(:,servers-9) = LmaxQ';

```

```

for w = 1:exp*servers
    tLmax(w) = min(xx(L(:,w) == max(L(:,w))));
end;
[tLmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(tLmax(:), '\itt\rm_{\itL\rm_{max\rm}}');
tLmaxQs(:,servers-9) = tLmaxQ';
tau_w = tau_wAll(:,1:exp*servers,servers);%вычисление вектора максимальных
длительностей
%ожидания в очереди по всем экспериментам метода Монте-Карло
[tau_wmaxQ, ~, ~, ~] = NQS_GetStatistical(max(tau_w)', '\tau^{\itw}_{max\rm}');
tau_wmaxQs(:,servers-9) = tau_wmaxQ';
%вычисление вектора моментов наступления максимальных длительностей ожидания
%в очередях по всем экспериментам метода Монте-Карло
for w = 1:exp*servers
    tTau_wmax(w) = min(xx(tau_w(:,w) == max(tau_w(:,w))));
end;
[tTau_wmaxQ, ~, ~, ~] =
NQS_GetStatistical(tTau_wmax(:), '\itt\rm_{\tau^{\itw}_{max\rm}}');
tTau_wmaxQs(:,servers-9) = tTau_wmaxQ';
close all;
end;
%вывод на экран текстовой информации
NQS_GetFit((10:25)', LmaxQs(:,:)', '\itL\rm_{max}',0);
NQS_GetFit((10:25)', tLmaxQs(:,:)', '\itt\rm_{\itL\rm_{max\rm}}',1);
NQS_GetFit((10:25)', tau_wmaxQs(:,:)', '\tau^{\itw}_{max\rm}',0);
NQS_GetFit((10:25)', tTau_wmaxQs(:,:)', '\itt\rm_{\tau^{\itw}_{max\rm}}',0);
% %сохранение всех данных в файл
save('NSMO_K4_3.mat');

```

## Приложение 11. Копии актов об использовании результатов диссертационного исследования



117987, Москва, ул. Вавилова д. 19  
Телефон: +7 (495) 500-55-50, 8 (800) 555-55-50  
Факс: +7 (495) 957 57 31, +7 (495) 747 37 31  
sberbank@sberbank.ru, www.sberbank.ru

№ 52/2020 от 18.08.2020

УТВЕРЖДАЮ

Управляющий директор-начальник управления  
развития технологий дивизиона

"Корпоративные клиенты 360"

Оберемок А.А.

Дата



### АКТ

об использовании результатов диссертационного исследования

Корелина Ивана Андреевича

Мы, нижеподписавшиеся, представители Публичного Акционерного Общества «Сбербанк России»: исполнительный директор Департамента ИТ блока "Корпоративно-инвестиционный бизнес" Мельничук Вячеслав Александрович, руководитель направления по исследованию данных Департамента ИТ блока "Корпоративно-инвестиционный бизнес" Логвинок Дмитрий Александрович составили настоящий акт в том, что результаты диссертационного исследования Корелина Ивана Андреевича используются в Публичном Акционерном Обществе «Сбербанк России» в разрабатываемых нами системах аналитической и управленческой отчетности, а также продуктах основанных на данных.

1. Алгоритм моделирования многоканальной нестационарной системы массового обслуживания используется в разрабатываемых нами модулях расчёта базовых показателей Объединённых Управленческих Данных Платформы Данных Корпоративно-Инвестиционного Блока и Автоматизированной системы «Искра».
2. Модернизированная методика выбора макроэкономических показателей для зависимостей количественных характеристик от времени используется в разрабатываемых нами продуктах, основанных на данных в Корпоративной Аналитической Платформе и её приложениях.

Руководитель направления по исследованию  
данных управления развития технологий  
дивизиона "Корпоративные клиенты 360"

 Логвинок Д.А.

Исполнительный директор управления  
развития технологий дивизиона  
"Корпоративные клиенты 360"

 Мельничук В.А.



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина» (УрФУ)

ул. Мира, 19, Екатеринбург, 620002.  
факс: +7 (343) 375-97-08; тел.: +7 (343) 374-38-84  
контакт-центр: +7 (343) 375-46-44, 8-800-100-30-34 (звонок бесплатный)  
e-mail: rector@urfu.ru, www.urfu.ru  
ОГРН: 02069208, ОГРН-ИП: 0226034939855, ИНН/КПП: 660003190/667001001

13.10.2020 № 53.02-32/165  
№ \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_



### АКТ

#### Об использовании результатов диссертационного исследования

Корелина Ивана Андреевича

Мы, нижеподписавшиеся, представители Уральского Федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина (УрФУ) директор Института Радиоэлектроники и Информационных технологий–РТФ (ИРИТ-РтФ) Илья Николаевич Обабков и директор учебно-научного центра Информационная безопасность (УНЦ ИБ) Поршнев Сергей Владимирович составили настоящий акт в том, что результаты диссертационного исследования Корелина И.А. используются при реализации учебного процесса по дисциплине «Моделирование информационно-аналитических систем» в том числе:

- Алгоритм моделирования многоканальной нестационарной системы массового обслуживания используется в лабораторных работах по изучению имитационного компьютерного моделирования в среде Matlab.

Директор ИРИТ-РтФ

Директор УНЦ ИБ

 И.Н. Обабков  
 С.В. Поршнев

№

УТВЕРЖДАЮ

Директор ООО «ИИДТ»

А.А. Калмыков

« \_ » \_\_\_\_\_ 2020 года



АКТ

Об использовании результатов диссертационного  
исследования

Корелина Ивана Андреевича

Мы, нижеподписавшиеся, представители общества с ограниченной ответственностью «Институт информационных датчиков и технологий» (ООО «ИИДТ») директор Алексей Андреевич Калмыков и ведущий специалист Андрей Алексеевич Калмыков составили настоящий акт в том, что результаты диссертационного исследования Корелина И.А. используются в ООО «ИИДТ» в разрабатываемых нами системах, обеспечивающих доступ посетителей объектов поведения массовых мероприятий.

1. Алгоритм моделирования многоканальной нестационарной системы массового обслуживания используется в разрабатываемых нами системах обеспечивающих доступ посетителей объектов поведения массовых мероприятий.

2. Методика выбора макроскопических показателей для зависимостей количественных характеристик от времени используется в разрабатываемых нами информационно-измерительных продуктах.

Директор ООО «ИИДТ»  
ведущий специалист ООО  
«ИИДТ»

 Ал.А. Калмыков  
 Ан.А. Калмыков