Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

> Уральский энергетический институт Кафедра «Автоматизированные электрические системы»

> > На правах рукописи

Семененко Сергей Игоревич

### Разработка алгоритмов размещения синхронизированных векторных измерений для повышения эффективности оценивания состояния ЭЭС

Специальность 05.14.02— Электрические станции и электроэнергетические системы

> Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук

> > Научный руководитель: доктор технических наук, профессор Пётр Иванович Бартоломей

Екатеринбург — 2019

### Оглавление

		(	Стр.
Введе	ние		4
Глава	1. Исп	ользование топологических свойств	
	энер	ргосистемы для обеспечения ускоренной оценки	
	теку	ущего режима по данным СВИ и SCADA	12
1.1	Соврег	менные тенденции в развитии информационного	
	обеспе	чения задач оценки текущего режима по данным	
	телеиз	мерений и оценивания состояния ЭЭС	12
1.2	Обосно	ование роли и места оптических трансформаторов тока	
	и напр	ряжения в СВИ для ОС	15
1.3	Подход	ды и методы выбора мест размещения СВИ	17
1.4	Тополо	огические основы ускоренных расчётов с использованием	
	исходн	юй информации от СВИ	19
1.5	Раздел	ение напряжений узлов на независимые и зависимые	
	переме	енные для ускоренного расчёта режима по данным PMU	21
1.6	Алгори	итмы размещения PMU, обеспечивающего ускоренное	
	решен	ие системы уравнений установившегося режима ЭЭС	28
	1.6.1	Первый алгоритм на основе векторных измерений	
		напряжений узлов	29
	1.6.2	Второй алгоритм с использованием токовых измерений	
		PMU	35
1.7	Вывод	ы	37
Б	<b>.</b>		
Глава	<b>2.</b> Учё	т нелинейности систем уравнений для оценки	10
0.1	теку	ущего режима ЭЭС на основе векторных измерений	40
2.1	Разраб	оотка алгоритма прямого расчёта режима ЭЭС на основе	
	СВИ .		40
2.2	Разраб	оотка алгоритма прямого расчёта режима ЭЭС на основе	
	вектор	ных измерений напряжений	46
2.3	Новая	итерационная процедура решения системы нелинейных	
	уравне	ений установившегося режима ЭЭС	52

2.4	Экспериментальная оценка скорости и точности расчёта по				
	разработанным алгоритмам	57			
2.5	Выводы	60			
Глава	3. Двухуровневое оценивание состояния на базе				
	измерений РМU и SCADA	63			
3.1	Задача ОС как задача метода наименьших квадратов	63			
3.2	Единая процедура ОС для данных СВИ и SCADA (M1)	67			
3.3	Двухуровневое оценивание состояния (M2)	69			
	3.3.1 Декомпозиция задачи ОС	70			
	3.3.2 Линейное ОС на базе СВИ	73			
3.4	Новый алгоритм выбора мест размещения СВИ для				
	двухуровневого ОС	76			
3.5	Экспериментальная проверка увеличения точности и скорости				
	ОС при использовании каркаса СВИ	81			
3.6	Выводы	85			
Глава	4 Выбор весовых коэффициентов и матрицы				
Luciba	ковариации в ОС при интеграции СВИ и измерений				
	SCADA	87			
4.1	Метод максимального правдоподобия в задаче ОС	88			
4.2	Выбор весовых коэффициентов для метода взвешенных				
	наименьших квадратов в задаче ОС	92			
4.3	Преобразование координат для выполнения линейного ОС	95			
4.4	Демонстрация действия алгоритма	99			
4.5	Вычислительный эксперимент	102			
4.6	Выводы	103			
Заключение					
Списо	к литературы	108			

Стр.

#### Введение

Актуальность темы исследования и степень её разработанности. Управление электроэнергетической системой основывается на использовании информации, получаемой от телемеханики и средств измерений, к которым относятся телесигнализация и телеизмерения (ТИ). От точности, достоверности, надёжности и скорости получения ТИ напрямую зависит эффективность управления.

Наличие погрешностей ТИ является важнейшей причиной выполнения процедуры оценивания состояния (OC) ЭЭС, заключающейся в расчёте установившегося режима (УР) ЭЭС по данным ТИ для текущей расчётной схемы, а также позволяющей достоверизировать неточную информацию.

Настоящая работа, как и большинство исследований статического ОС не касается проблем идентификации схемы замещения, а также не затрагивает проблемы наличия нерегулярных колебаний параметров режима ЭЭС.

К концу XX века в большинстве энергосистем мира закончился перевод всех уровней диспетчерского управления на новую платформу SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition), которая позволяет получать с меткой времени (хотя и не точно синхронизированной) измеренные действующие значения токов I и напряжений V, а также активные P и реактивные Q составляющие потоков мощностей, протекающих в элементах ЭЭС.

Современные достижения в передаче информации посредством спутниковой связи GPS (США), ГЛОНАСС (Россия) привели к новому качественному скачку в совершенствовании системы ТИ в ЭЭС, позволив синхронизировать метку времени данных с точностью до одной микросекунды. Это дало возможность как более точно получать измерения традиционных параметров установившего режима (модулей напряжения V и тока I, активной P и реактивной Q мощности) с меткой времени, так и измерять новые параметры, среди которых выделяются фазные углы напряжения  $\delta$  и тока  $\varphi$ . Ориентация на синхронизированные векторные измерения (СВИ) в системах диспетчерского управления и противоаварийной автоматики обусловлена рядом факторов, важнейшим из которых является существенное повышение точности измерений, так как несинхронность измерений является значимым источником погрешности в ТИ. Отмеченное привело к созданию распределённой системы WAMS (Wide Area Measurement System)[1—4] на основе устройств PMU (Phasor Measurement Unit)[5; 6], подключаемых к измерительным трансформаторам тока и напряжения и формирующих метку времени. В отечественной практике эта технология нашла применение в программно-аппаратном комплексе «Система Мониторинга Переходных Режимов» (СМПР)[7—12].

Возрастание объёмов измерений в мировой практике обуславливает рост требований к качеству информационного обеспечения. Это приводит к необходимости расширения спектра применяемых и разработки новых быстрых алгоритмов обработки информации: проверки наблюдаемости, определения качества исходных данных, получения оценок параметров режима с учётом синхронизированных измерений.

На данный момент СВИ не являются повсеместными и, соответственно, приходится рассматривать вопросы плавного перехода к совместному использованию СВИ и SCADA и учитывать технико-экономический аспект развития систем измерений.

В связи с тем, что в существующих энергосистемах СВИ чаще всего подключаются к электромагнитным измерительным трансформаторам тока и напряжения, эффект от их применения значительно снижен. Однако известно, что подключение их к новым оптическим трансформаторам тока и напряжения (ОТТ и ОТН) способно обеспечить более полное использование возможностей, заложенных в устройствах СВИ [13].

Внедрение новых технологий систем измерений не может быть реализовано моментально и в полном объёме вследствие высоких затрат временных, финансовых и трудовых ресурсов для обеспечения работоспособности вновь вводимых систем [14]. Более того, нет гарантии, что целесообразным является именно повсеместное внедрение ОТТ, ОТН и СВИ [15—17]. Из этого вытекает необходимость обоснованного выбора мест размещения новых устройств измерения, в которые входят не только РМU, но и PDC (Phasor Data Concentrator), а также ОТТ и ОТН.

Среди большого количества исследований, связанных с расстановкой СВИ в ЭЭС следует отметить работу ИСЭМ (г. Иркутск), в которой утверждалось, что при появлении наиболее точных измерений, процедуру ОС можно заменить расчётом УР. Изысканий, подтверждающих, или опровергающих возможность такого подхода для СВИ на базе ОТТ и ОТН не проводилось и, соответственно, способы размещения СВИ, учитывающие этот подход не были определены.

В работе показывается высокая эффективность использования ОТТ и ОТН не только в SCADA, но и в системе WAMS на основе СВИ для ОС, а также, обосновывается необходимость расстановки СВИ с учётом обеспечения топологической связности элементов СВИ (измерителей узловых напряжений и измерителей токов линий) в едином «каркасе» [18; 19]. Такая связность приводит к робастности, высокой скорости выполнения ОС, а также, что наиболее важно, к снижению погрешности ОС в целом. Из анализа следует, что при произвольном размещении СВИ в ЭЭС без объединения измерителей в указанный топологический каркас результирующая погрешность ОС может оказаться неприемлемой как для задач диспетчерского, так и автоматического управления [18; 20; 21].

В то же время, следует отметить, что в некоторых американских энергосистемах пошли по пути обеспечения полной наблюдаемости при помощи PMU, присоединённых к обычным электромагнитным измерительным трансформаторам. Благодаря этому оказалось возможным в основу достоверизации TИ положить линейное оценивание состояния LSE (Linear State Estimation), не требующее итерационного процесса вычислений, что способствовало повышению надёжности и скорости получения решения задачи OC [22; 23]. Однако это не означает, что энергосистемы России должны следовать американскому пути.

Также появились исследования, связанные с процедурой двухуровневого OC, предполагающей выделение отдельного OC на базе только CBИ, которое оказывается сводимым к LSE. Тем не менее существует нерешённая проблема, связанная с выбором весовых коэффициентов для учёта измерений величин электрических углов тока и напряжения как в рамках двухуровневого OC в общем, так и в рамках LSE в частности.

Целью данной работы является разработка методов и подходов для оптимизации состава устройств высокоточных синхронизированных векторных (PMU) и традиционных (SCADA) систем измерений, обеспечивающих увеличение точности и скорости оценивания состояния ЭЭС и учитывающих технико-экономический характер задачи развития информационных систем.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

- 1. Выявить целесообразность и возможность расчёта режима по данным смешанной системы измерений СВИ и SCADA на основе ОТТ и ОТН, решая неизбыточную систему уравнений.
- 2. Разработать алгоритмы выбора мест размещения устройств СВИ, которые позволяют модифицировать ОС для увеличения его точности и скорости, учитывая технико-экономический характер задачи развития информационных систем.
- Исследовать предлагаемые алгоритмы расстановки и модифицированные способы достоверизации СВИ на возможность увеличения скорости выполнения алгоритмов ОС и точности получаемых параметров установившегося режима.
- Исследовать границы применимости разработанных алгоритмов размещения СВИ и модификаций ОС; указать ситуации, в которых их действие неэффективно и найти способы решения возникающих проблем.
- 5. Усовершенствовать современные подходы к ОС с позиции выбора весовых коэффициентов и формирования матрицы ковариации для учёта особенностей устройств СВИ, дающих информацию о значениях не только модулей, но и электрических углов напряжений и токов.

#### Научная новизна:

- 1. Показана возможность безытерационного расчёта параметров режима по данным телеизмерений РМU и SCADA при условии особого выбора мест размещения СВИ и SCADA. Выявлена высокая скорость предлагаемой процедуры.
- 2. Предложен способ преобразования нелинейной системы уравнений установившегося режима, который позволяет решить её относительно специальных векторов известных и неизвестных параметров прямым методом без использования итераций для модели переменного тока, что может быть использовано во многих задачах электроэнергетики.
- На основе разработанного способа преобразования системы уравнений установившегося режима сформулированы алгоритмы выбора мест размещения СВИ.
- Исследовано влияние погрешности исходных данных на погрешность параметров состояния ЭЭС, получаемых в результате безытерационного расчёта. Обоснована область применимости предлагаемого способа.

- 5. Разработаны алгоритмы выбора мест размещения устройств СВИ для двухуровневого оценивания состояния, совмещающего данные, получаемые от РМU и SCADA, которые позволяют сформировать «каркас» СВИ с целью увеличения точности ОС.
- Обоснованы возможности предлагаемых алгоритмов для увеличения как точности оценивания состояния, так и скорости выполнения расчётной процедуры.
- 7. Предложен метод выбора весовых коэффициентов оценивания состояния на базе метода взвешенных наименьших квадратов, позволяющий учесть в методе линейного оценивания состояния погрешности измерений комплексных величин токов и напряжений, измеряемых в форме модуля и угла.
- 8. Исследована точность и робастность метода выбора весовых коэффициентов и показана граница его применимости.

Теоретическая и практическая значимость заключается в направленности на совершенствование методов оценки состояния ЭЭС, а также в развитии методов расстановки устройств измерений в условиях появления новых технологий в области средств измерения и управления в электроэнергетике.

Методология и методы исследования. В исследовании применялись модели энергосистем и средств измерений, разработанные в теории оценивания состояния в ЭЭС. Вычислительные эксперименты выполнялись с использованием метода Монте-Карло для сформированной области варьируемых независимых переменных. Анализ погрешностей средств измерений был выполнен с использованием методов и подходов статистики и метрологии. Для преобразований систем уравнений применялся математический аппарат линейной алгебры. Разработка алгоритмов выбора мест размещения основана на применении теории графов и топологического анализа электрических цепей. Предложенные методики апробировались как на традиционных тестовых моделях энергосистем, используемых в мировой практике, так и на моделях реальных энергосистем.

#### Основные положения, выносимые на защиту:

 Разработанный способ преобразования нелинейной системы уравнений установившегося режима для модели переменного тока может быть использован для выполнения расчёта параметров состояния ЭЭС прямым (безытерационным) методом за счёт специального выбора вектора известных и неизвестных переменных.

- 2. Предложенный подход к выбору мест установки СВИ даёт возможность выполнить размещение СВИ, близкое к оптимальному по числу устройств, а также, позволяет выполнять расчёт режимных параметров энергетической системы за счёт совмещения измерений СВИ и классических измерений SCADA. Однако был выявлен важный недостаток предлагаемого метода, заключающийся в неудовлетворительной точности при использовании современных систем измерений в связи с высокой чувствительностью расчётных параметров режима к погрешностям измеряемых параметров.
- 3. При выборе мест размещения СВИ следует учитывать сопротивления элементов схемы замещения, на которых размещаются измерения. Это объясняется тем, что при малых значениях сопротивлений коротких линий значение погрешности оценки мощности на этом участке недопустимо сильно возрастает пропорционально погрешностям измерительных приборов. Такие участки, называемые в работе критическими, влияют на результирующую расстановку СВИ.
- Формирование топологически связного каркаса СВИ позволяет нивелировать проблему возрастания погрешности ОС при наличии коротких линий между подстанциями с установленными PMU.
- 5. Предложен и апробирован метод выбора мест размещения СВИ, обеспечивающий формирование системы измерений, наиболее эффективным образом увеличивающий точность измерительной системы СВИ от каждого вновь добавляемого измерительного устройства для выполнения двухуровневого оценивания состояния по измерениям СВИ и SCADA.
- 6. Предложен метод выбора весовых коэффициентов для учёта измерений угла в задаче линейного оценивания состояния ЭЭС на базе СВИ. Предложен подход к формированию целевой функции и системы ограничений в задаче линейного оценивания состояния ЭЭС на базе СВИ, позволяющий повысить точность результата оценивания состояния.
- Совокупность разработанных методов и алгоритмов является новым инструментом анализа и совершенствования системы информационного обеспечения ЭЭС.

Достоверность полученных результатов обеспечивается за счёт использования классических расчётных процедур и алгоритмов расчёта установившегося режима электрической сети, методов математической статистики, положенных в основу предлагаемого метода. Адекватность используемой математической модели подтверждается соответствием с реальными принципами функционирования ЭЭС и систем измерений, а также согласованностью с результатами, полученными другими программными комплексами. Результаты не противоречат исследованиям, выполненными другими авторами и применяемыми на практике.

Апробация работы. Положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на 13 международных и российских научно-технических конференциях, а именно:

- First International Conference ENERGY QUEST, 2014, Екатеринбург;
- V международная НТК Электроэнергетика глазами молодёжи, 2014, Томск;
- IV международная НПК в рамках выставки «Энергосбережение», 2015, Екатеринбург;
- V международная научно-техническая конференция «Современные направления развития систем релейной защиты и автоматики энергосистем» PHK CIGRE, 2015, Сочи;
- VII Международная научная конференция молодых учёных. Электротехника. Электротехнология. Энергетика.»Электротехника. Электротехнология. Энергетика, 2015, Новосибирск;
- VI международная НТК Электроэнергетика глазами молодёжи, 2015, Иваново;
- V международная НПК в рамках специализированного форума «ExpoBuildRussia», 2016, Екатеринбург;
- The 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), 2016, Челябинск;
- VII международная НТК Электроэнергетика глазами молодёжи, 2016, Казань;
- VI международная научно-техническая конференция «Современные направления развития систем релейной защиты и автоматики энергосистем» PHK CIGRE, 2017, Санкт-Петербург;

- VI международная НПК в рамках специализированного форума «ExpoBuildRussia», 2017, Екатеринбург;
- The 14th International Conference on Engineering of Modern Electric Systems, 2017, Орадя, Румыния;
- Международная молодёжная НТК IEEE «Релейная защита и автоматика», 2018, Москва.

Исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы», номер соглашения 075-15-2019-1214 (внутренний номер соглашения 14.578.21.0226, уникальный идентификатор проекта: RFMEFI57817X0226).

Личный вклад. Автор продолжил исследования, выполненные на кафедре «АЭС» УрФУ в конце XX века применительно к линейным моделям сети ЭЭС постоянного тока, о преобразовании уравнений узловых напряжений к системе, содержащей треугольную подматрицу, обеспечивающую ускоренный расчёт установившегося режима и оценивания состояния ЭЭС, распространив их результаты на нелинейную модель переменного тока. Автор принимал активное участие в разработке подхода, предполагающего размещение СВИ с образованием топологически связанного каркаса в рамках двухуровневого ОС, а также алгоритмов выбора мест размещения СВИ, безытерационных процедур определения параметров режима ЭЭС. Разработал метод выбора весовых коэффициентов и преобразования систем координат для выполнения ОС на базе только СВИ. Реализовал все разработанные методы и алгоритмы в виде программного кода. Выполнил тестирование предлагаемых методов и алгоритмов для моделей энергосистем различной размерности как на меджународных схемах IEEE, так и на реальных схемах отечественных энергосистем.

Основные результаты по теме диссертации изложены в 18 печатных публикациях, 8 из которых опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК, 10 — в тезисах докладов.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 119 страниц, включая 23 рисунка и 7 таблиц. Список литературы содержит 109 наименований.

### Глава 1. Использование топологических свойств энергосистемы для обеспечения ускоренной оценки текущего режима по данным СВИ и SCADA

# 1.1 Современные тенденции в развитии информационного обеспечения задач оценки текущего режима по данным телеизмерений и оценивания состояния ЭЭС

Мировые тенденции развития и совершенствования управления режимами ЭЭС во многом оказываются связанными с внедрением комплексов синхронизированных векторных измерений (СВИ) на основе использования устройств РМU (Phasor Measurement Unit) в широкомасштабной распределённой измерительной системе WAMS (Wide Area Measurement System) [24].

Существующие системы диспетчерского управления и сбора данных SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition) предназначены для получения, фильтрации и хранения измерений традиционных параметров установившегося режима - модулей напряжения V и тока I, активной P и реактивной Q мощности [25; 26].

Относительно недавно появившиеся технологии векторных измерений в ЭЭС открывают новые возможности в повышении скорости расчёта установившегося режима и оценивания состояния электрической системы.

Важнейшее достижение в использовании РМU, как главного измерительного средства в системе СВИ, состоит в высокой точности измерений параметров режима в различных точках протяжённой электрической системы. Например, таковой является, например, ЕЭС России, подстанции которой расположены более, чем в 7-ми часовых поясах. Измерение мгновенных величин напряжения и тока позволяет определить практически для одного момента времени фазы напряжения и тока в местах установки измерительных комплексов, что и обусловило возможность говорить о векторном измерении параметров режима ЭЭС [15; 16; 27; 28]. Погрешности таких векторных измерений, а также погрешность времени синхронизации современных устройств СВИ показаны в таблице 1 [29].

	SMART- WAMS (Россия)	BEN6000 (Бельгия)	SEL 421 (Швеция)	RES 521 (Швеция)	Arbiter (США)
Модуль напряжения V <sub>i</sub>	$\pm (0,3-0,5)$ %	$\pm 0,1~\%$	$\pm 0,1~\%$	$\pm 0,1\%$	$\pm 0,02$ %
Фазовый угол напряжения б <sub>і</sub>	$\pm 0,1^{\circ}$	$\pm 0,1^{\circ}$	$\pm 0,2^{\circ}$	$\pm 0,1^{\circ}$	$\pm 0,1^{\circ}$
Модуль тока в линии I <sub>ij</sub>	$\pm (0,3-0,5)$ %	$\pm 0,2~\%$	$\pm 0,2~\%$	$\pm 0,1~\%$	$\pm 0,03$ %
Угол $\psi_{ij}$ между $\dot{U}_i$ и $\dot{I}_{ij}$	$\pm 0,1~\%$	$\pm 0,1~\%$	$\pm 0,2$ %	$\pm 0,1~\%$	±0,1 %
Частота f	±0,001 Гц	±0,002 Гц	±0,01 Гц	±0,002 Гц	±0,005 Гц
Погрешность $t_{синхр}$ от GPS	20 мкс	50 мкс	5 мкс	5 мкс	1 мкс

Таблица 1 — Сопоставление точности СВИ по странам-производителям

В работе показано, что повышение эффективности совместного использования СВИ и существующей системы информационного обеспечения SCADA в задаче оценивания состояния (OC) ЭЭС достигается, во-первых, за счёт алгоритма расстановки РМU, основанного на анализе топологических свойств электрической сети, во-вторых, при подключении РМU к оптическим измерительным трансформаторам тока и напряжения (OTT, OTH). При этом резко возрастают как скорость, так и качество OC.

Идеология развития сетей Smart Grid и цифровых подстанций неизбежно ведёт к замене аналоговых систем измерений (TT и TH) на цифровые, объединённые в систему типа WAMS, включающую в себя GPS–приемники, обеспечивающие привязку измерений комплексных величин тока и напряжения к единому астрономическому времени с точностью до 1 мкс. Главное, в системе WAMS появилась возможность измерять новые параметры, такие как фазные углы напряжения  $\delta$  и тока  $\psi$ , тем самым, улучшить качество информационного обеспечения задач диспетчерского и автоматического управления режимами ЭЭС, например, за счёт снижения погрешности результирующего оценивания состояния (OC) по данным телеизмерений. Поэтому технология CBИ стала одним из приоритетных направлений совершенствования диспетчерского и автоматического управления во многих крупных энергосистемах мира. [30] Большое влияние на диссертационные исследования оказали, во-первых, работы [31—33], выполненные на кафедре «Автоматизированные электрические системы» Уральского федерального университета им. Б.Н.Ельцина в рамках научных разработок в области совершенствования алгоритмов расчёта установившегося режима ЭЭС на основе топологических преобразований соответствующих систем уравнений.

Во-вторых, если говорить о конкретной теме исследования, рассматриваемой в данной главе, то, в первую очередь, следует отметить работы Института систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН [29; 34—38], в которых уже более 10 лет назад рассматривалась и обосновывалась эффективность совместного использования СВИ и SCADA в задачах ОС.

Более того, в работе [36] было акцентировано внимание на ускорение расчётов установившихся режимов по данным телеметрии. В настоящей работе данное исследование было продолжено и найден новый способ использования топологических свойств электрической сети, обеспечивающий супер-ускоренное решение системы уравнений узловых напряжений [20; 21; 28; 39—49].

В связи с обоснованной возможностью в близкой перспективе использовать ОТТ и ОТН для подключения к ним РМU [13; 36], было исследовано обсуждаемое в [14] утверждение: «Максимальный эффект от применения РМU при оценивании состояния ЭЭС может быть достигнут при совместном использовании данных от РМU и традиционных ТИ системы SCADA. При наличии достоверных измерений, достаточных для расчёта потокораспределения процедуру ОС можно заменить расчётом установившегося режима».

Однако в цитируемой формулировке может возникнуть терминологическая неоднозначность. С одной стороны, предлагаемая процедура соответствует и полностью повторяет <u>расчёт установившегося режима ЭЭС</u>, как «определение всех параметров установившегося режима при известных параметрах системы и некоторых задаваемых параметров режима» [50]. С другой же стороны, за этим термином закрепилась более частная задача – численное моделирование установившегося режима [51]. Второй подходящий термин для описания такого расчёта – <u>оценивание состояния ЭЭС</u>, определяемое, как «математический метод обработки данных, широко используемый для расчёта режима ЭЭС по данным измерений» [52]. Тем не менее, процедура ОС основана на достоверизации, которая может быть достигнута только при избыточности информации. В связи с этим, в работе автор вынужден ввести дополнительный термин «оценивание текущего установившегося режима по данным телеметрии», определение для которого формулируется, как расчёт установившегося режима, существующего в электрической сети на текущий момент времени по измерениям без обеспечения достоверизации данных. [53]

В работах автора и научного руководителя [18; 21; 28; 39—42; 46—48; 54] было показано, что за счёт топологически обоснованной расстановки ограниченного числа РМU можно добиться супер ускоренного оценивания режима ЭЭС по данным телеизмерений при гибридном использовании измерений СВИ и SCADA. На первом этапе исследования ставился вопрос, обеспечит ли получающийся состав измерительных средств, включая соответствующий комплект ОТТ и ОТН, высокоскоростное ОС с приемлемой точностью на основе оценивания установившегося режима? В настоящей главе найден ответ на поставленный вопрос.

#### 1.2 Обоснование роли и места оптических трансформаторов тока и напряжения в СВИ для ОС

В связи с тем, что в существующих энергосистемах устройства СВИ чаще всего подключаются к электромагнитным измерительным трансформаторам тока и напряжения, эффект от их применения значительно снижен. Однако известно, что подключение их к новым ОТТ и ОТН способно обеспечить более полное использование возможностей, заложенных в устройствах СВИ, например, погрешность измерения модуля действующих значений напряжения и тока может быть снижена до 0,02%, что даёт возможность существенно снизить погрешность результирующей ОС. Сопоставление погрешности для электромагнитных измерительных трансформаторов и оптических приведено в таблице 2.

На этапе внедрения СВИ, когда отсутствовали оптические измерительные устройства, в частности, ОТТ и ОТН высоких классов напряжения, вполне закономерно было использование РМU как средство синхронизации измерений, присоединяя их к традиционным электромагнитным трансформаторам тока и напряжения в системе SCADA [15; 16; 23; 27; 37; 55].

Обсуждая перспективы совершенствования информационного обеспечения в ЭЭС, необходимо помнить, что наряду с электромагнитными

Способы наморония	SMART-WA	.МS(Россия)	ARBITER (CIIIA)		
Спосооы измерения	ОПТ.	эл.маг.	ОПТ.	эл.маг.	
Модуль	+(0.3-0.5)%	+(0.5 - 1.0)%	+(0.02)%	+(0.3 - 0.5) %	
напряжения V <sub>i</sub>	$\pm (0,3-0,3)/0$	$\pm (0,3 - 1,0) / 0$	$\pm(0,02)70$	$\pm(0,3,0,5)$ 70	
Фазовый угол	+0.1°	+0 5°	+0.1°	+0.5°	
напряжения $\delta_i$	±0,1	±0,5	±0,1	±0,5	
Модуль тока	+(0.3-0.5)%	$\pm (0.5 - 1.0)\%$	$\pm 0.03\%$	+(0.3-0.5)%	
в линии I <sub>ij</sub>	10,5 0,5)70	±(0,5 1,0)70	10,0070	10,5 0,5)70	
Угол ψ <sub>ij</sub>	+0.1°	$+0.5^{\circ}$	+0.1°	$+0.5^{\circ}$	
между $\dot{U}_i$ и $\dot{I}_{ij}$	±0,1	±0,0	±0,1	10,5	
Погрешность $t_{\text{синхр}}$	20 мкс	20 мкс	1 MRC	1 мис	
от GPS		20 MRC	1 MRC		

Таблица 2 — Сравнение погрешностей устройств РМU на основе оптических и электромагнитных измерений

измерительными трансформаторами тока и напряжения (ЭМТТ и ЭМТН), обеспечивающими измерения в классах точности от 0,2 до 1,0, всё большее применение находят оптические трансформаторы тока и напряжения (ОТТ и ОТН) [56]. Хотя серийные высоковольтные ОТТ и ОТН до 110 кВ появились на рынке лишь несколько лет назад, по данным компании «Про-Лайн» [57] уже сейчас заметна явная тенденция на конкурентное замещение электромагнитных ТТ и ТН оптическими вплоть до 500 кВ, как по экономическим критериям, так и по их более высокой надёжности и намного лучшим метрологическим и массогабаритным характеристикам. Разработчики утверждают, что высоковольтные измерительные трансформаторы вскоре будут дешевле электромагнитных. Действительно, только по массе оптические трансформаторы легче электромагнитных в 10 раз, что приводит к резкому снижению затрат на материалы, фундамент и монтаж, как представлено на рисунке 1.1.

Более того, уже в апреле 2018 введена в работу первая в России цифровая подстанция высокого класса напряжения «Тобол» (Тюменская область) с оптико-электронными измерительными трансформаторами 500 кВ российского производства.

В связи с тем, что пока установка ОТТ и ОТН связана с существенными затратами, необходимо добиваться минимизации их количества, обеспечивая наибольший эффект от их использования.



Рисунок 1.1 — Сравнение затрат (ось ординат) на организацию точки учёта при помощи традиционных электромагнитных и новых оптических трансформаторов тока и напряжения

#### 1.3 Подходы и методы выбора мест размещения СВИ

Важной задачей проектирования и развития систем телеметрии является выбор мест размещения устройств измерений. В настоящее время, несмотря на то, что системы СВИ существуют уже более 20 лет и в энергосистемах мира уже установлено большое количество этих устройств, проблема выбора мест размещения РМU по прежнему является актуальной, ввиду того, что процесс замены средств измерений на более современные является крайне инертным и не может быть выполнен за малое время. Кроме того, сами устройства СВИ являются дорогостоящими, что также замедляет процесс обновления измерительных систем. Существующая проблема высокой стоимости высокоточных измерительных комплексов на базе РМU привела к необходимости решения задачи оптимальной расстановки этих устройств в ЭЭС. Наибольшее значение при постановке задачи выбора мест размещения СВИ и целесообразность установки оптоэлектронных измерительных трансформаторов имеет выбор критерия, по которому будет происходить оценка оптимальности предлагаемых вариантов. В первую очередь от него будет зависеть то, каким образом будет выполнено размещение СВИ.

Ввиду относительно слабой распространённости и дороговизны устройств СВИ, одной из первых появилась задача размещения СВИ в ЭЭС таким образом, чтобы затраты на расстановку оказались минимальными, но обеспечивалась полная наблюдаемость сети. При этом, предполагалось, что СВИ сами не будут подвержены достоверизации и неизмеряемые параметры энергосистемы могут быть рассчитаны на базе измеренных.

Данная задача, в любой ее постановке, является задачей целочисленной оптимизации. Для её решения авторами предлагаются различные методы, такие как [58—60]:

- полный перебор всех возможных вариантов [61-64],
- классические методы математического программирования, такие, как методы целочисленно-линейного и квадратично-линейного программирования [64—74],
- эвристические и биоинспирированные алгоритмы, которые предполагают нахождение результата, близкого к оптимальному [75—81].

Помимо критерия обеспечения полной наблюдаемости, существует множество алгоритмов, в которых критерием выбора мест размещения предлагается достижение максимальной точности при минимальном количестве устройств векторных измерений.

Вычислительная надежность процедур ОС, выполняемых на основе указанных способов выбора мест размещения средств СВИ, чаще всего оставалась вне поля зрения. В настоящей работе особенное внимание уделено исследованию проблемы точности результата и скорости его получения.

В работах Института систем энергетики им. Л. А. Мелентьева (г. Иркутск) [14; 35; 36; 82] отмечалась необходимость исследования возможности совместного использования информации от SCADA и CBИ, например, в работе [14] высказан тезис: «Максимальный эффект от применения PMU при оценивании состояния ЭЭС может быть достигнут при совместном использовании данных от PMU и традиционных ТИ(телеизмерений) системы SCADA. При наличии достоверных измерений, достаточных для выполнения расчёта потокораспределения, процедуру оценивания состояния можно заменить расчётом установившегося режима.» В связи с этим, была поставлена задача выявления целесообразности и возможности расчёта режима по данным смешанной системы измерений СВИ и SCADA напрямую, без использования процедуры ОС. При этом можно ожидать, что скорость получения параметров установившегося режима окажется максимальной, так как будет определяться только скоростью решения соответствующей системы уравнений.

Такой подход можно считать вполне приемлемым, если взять в расчёт появление и удешевление относительно недавно появившихся ОТТ и ОТН, позволяющих получать измерения параметров с заметно сниженной погрешностью относительно традиционных электромагнитных измерительных трансформаторов.

### 1.4 Топологические основы ускоренных расчётов с использованием исходной информации от СВИ

Полноценное использование информации, получаемой при помощи PMU, позволяет не только обеспечить наблюдаемость электрической сети и получение достоверных значений параметров режима электрической системы, но и на новом качественном уровне решать такие задачи, как расчёты установившихся режимов и оценивания состояния.

Матрично-блочное преобразование матрицы проводимостей к треугольному виду на основе некоторых топологических свойств электрической сети [21; 28; 39—42; 46—48] способно существенно снизить время расчёта режима по данным телеметрии WAMS и SCADA без эквивалентирования и сокращения размерности ЭЭС, что особенно актуально в оперативных расчётах on-line и в задачах противоаварийного управления (ПАУ). Как известно, в системах ПАУ за короткое время цикла опроса источников телеметрии необходимо по текущим данным телеметрии определить дозировки управляющих воздействий, гарантирующих сохранение устойчивости ЭЭС в случае возникновения любой из множества запрограммированных аварийных ситуаций [15; 78; 83].

В отличие от этих алгоритмов, ниже рассматривается расстановка PMU, обеспечивающая не только наблюдаемость ЭЭС, но и минимальное время оцени-

вания текущего установившегося режима по данным телеметрии, хотя при этом частично используются и традиционные телеизмерения (ТИ) узловых инъекций SCADA [16; 31; 36]. Такой подход приводит к экономии затрат на установку измерительных комплексов. В связи с использованием ТИ, имеющих более высокую погрешность по сравнению с РМU, возникает необходимость разработки супер ускоренной оценки режима по данным ТИ и РМU.

Представляет интерес сопоставление получающегося числа измерительных комплексов PMU с алгоритмами оптимальной расстановки PMU. Представленные ниже выводы обосновываются вычислительными экспериментами на тестовых схемах IEEE. Показаны результаты работы алгоритмов на схемах энергосистем размерностью до 3 100 узлов и на ряде тестовых задач IEEE. Под расчётом установившегося режима ЭЭС понимается решение уравнений узловых напряжений (потенциалов) в виде баланса узловых токов как в форме системы линейных уравнений (СЛУ)

$$\dot{\mathbf{Y}} \cdot \overline{\dot{U}} = \overline{\dot{I}},\tag{1.1}$$

так и в форме системы нелинейных уравнений (СНУ), отражающих либо баланс токов в узлах сети

$$\dot{\mathbf{Y}} \cdot \overline{\dot{U}} = \left(\frac{\overline{\hat{S}}}{\widehat{U}}\right),\tag{1.2}$$

либо баланс мощностей в узлах

$$\overline{\widehat{U}} \otimes (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \overline{\dot{U}}) = \overline{\widehat{S}}.$$
(1.3)

Здесь  $\dot{\mathbf{Y}}$  — матрица проводимостей ЭЭС (dim  $\dot{\mathbf{Y}} = N \times N$ , где N – число узлов в электрической сети),  $\overline{\dot{U}}$  — вектор напряжений узлов и  $\overline{\dot{I}}$  — вектор токов инциденций узлов, сопряженный вектор  $\overline{\dot{S}}$  — комплексных величин  $\dot{S}_i = P_i + jQ_i$  отражает измеренные значения активной и реактивной мощности узла с номером *i*. Все величины для модели сети переменного тока являются комплексными. Знак  $\otimes$  соответствует поэлементному произведению векторов.

Известно, что в любой постановке задачи (1.1)-(1.3) приходится решать систему уравнений размерностью  $(N-1) \times (N-1)$ , исходя из условия, в соответствии с которым комплексное напряжение  $\dot{U}_S$  балансирующего узла известно. В алгоритмах ускоренных расчётов режима ЭЭС будем считать, что в рассматриваемой системе, по крайней мере, один комплект РМU для фиксации векторного значения напряжения  $\dot{U}_S$  установлен. В остальных узлах предполагаются установленными измерения активной и реактивной мощности узловых инциденций от SCADA.

Заметим, что описанные ниже алгоритмы, использующие не только векторные измерения напряжений узлов, но и векторные токовые измерения в инцидентных узлу линиях, обеспечивают значительное уменьшение числа узлов с PMU. Это, в какой-то мере снижает объем привлекаемых данных об инъекциях активной и реактивной мощности от SCADA, тем самым, увеличивает достоверность супер-ускоренной текущей оценки состояния (OC) электрической системы. Время, необходимое для выполнения расчёта режима для больших энергосистем оказывается как минимум, на 2 порядка меньше по сравнению с классическим расчётом режима.

Эффект существенного снижения времени оценивания установившегося режима по данным телеизмерений относительно расчёта установившегося режима ЭЭС достигается за счёт использования двух новых подходов в решении поставленной проблемы.

Во-первых, предлагается топологический подход, основанный на матрично-блочном преобразовании линейной системы уравнений установившегося режима в форме баланса токов. Разработанные алгоритмы осуществляют перестановку строк и столбцов матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}$  и формирование новых векторов  $\overline{\dot{U}}$  и  $\overline{\dot{I}}$ , отражающих подмножества узлов, содержащих и не содержащих векторные измерения.

Во-вторых, использование векторных измерений на основе соответствующей расстановки PMU позволяет полностью избавиться от итерационных процедур для расчёта режима в нелинейной постановке задачи на основе прямого решения нелинейных уравнений (1.2) в комплексном виде.

## 1.5 Разделение напряжений узлов на независимые и зависимые переменные для ускоренного расчёта режима по данным PMU

Речь идёт о разделении переменных напряжений узлов на независимые  $\overline{\dot{U}}_p$  и зависимые  $\overline{\dot{U}}_q$  для вычисления последних как функции  $\overline{\dot{U}}_q = f(\overline{\dot{U}}_p)$ , что положено в основу всех рассмотренных алгоритмов супер ускоренных алгорит-

мов расчёта установившегося режима электрической системы с использованием СВИ при помощи РМU.

Основополагающая идея предлагаемых методов расчётов режима электрической сети опирается на матрично-блочное представление системы уравнений (1.1), которое в общем виде выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}_{ap} \cdot \overline{\dot{U}}_{p} + \dot{\mathbf{Y}}_{aq} \cdot \overline{\dot{U}}_{q} = \overline{\dot{I}}_{a}, \\ \dot{\mathbf{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{U}}_{p} + \dot{\mathbf{Y}}_{T} \cdot \overline{\dot{U}}_{q} = \overline{\dot{I}}_{b}. \end{cases}$$
(1.4)

Примем размерности векторов  $\overline{\dot{U}}_p$  и  $\overline{\dot{I}}_a$  как n, а векторов  $\overline{\dot{U}}_q$  и  $\overline{\dot{I}}_a$  как m. Тогда в этих уравнениях квадратные подматрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{aq}$  и  $\dot{\mathbf{Y}}_T$  будут иметь размерности  $(n \times n)$  и  $(m \times m)$ , две другие прямоугольные подматрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{aq}$  и  $\dot{\mathbf{Y}}_{aq}$  и  $\dot{\mathbf{Y}}_{aq}$  и  $\dot{\mathbf{Y}}_{aq}$  и  $\dot{\mathbf{Y}}_{aq}$ 

Если априори напряжения подвектора  $\dot{U}_p$  известны, то рассматривая их как независимые параметры, остальные зависимые переменные подвектора  $\overline{\dot{U}}_q$ могут быть найдены из решения СЛУ (1.4):

$$\dot{\mathbf{Y}}_T \cdot \overline{\dot{U}}_q = \overline{\dot{I}}_q - \dot{\mathbf{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{U}}_p.$$
(1.5)

Высокая скоростная эффективность такого исключения зависимых переменных может быть обеспечена лишь при наличии особых специфических свойств матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_T$ . Наиболее простым алгоритмом, хотя не самым эффективным, является выделение диагональной подматрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_T = \dot{\mathbf{Y}}_d$ , для которой, как известно, легко можно получить обратную матрицу и решить систему уравнений (1.5):

$$\overline{\dot{U}}_q = \dot{\mathbf{Y}}_d^{-1} \cdot \left(\overline{\dot{I}}_b - \dot{\mathbf{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{U}}_p\right).$$
(1.6)

Для исключения из алгоритма громоздкой процедуры обращения матрицы и определения  $\overline{\dot{U}}_q$  необходимо перейти к решению системы из mуравнений (1.4), что не представляет труда, поскольку матрица  $\dot{\mathbf{Y}}_T = \dot{\mathbf{Y}}_d$  является диагональной, как это показано на рисунке 1.46 с указанием старой и новой нумерации узлов. Как вывод, общий объём вычислений, при установке в узлы типа p высокоточных векторных измерений, сокращается до решения системы меньшего размера с диагональной матрицей. Однако количество узлов типа pоказывается достаточно большим, что чаще всего экономически не оправдано. На рисунке 1.4 зелёным показана новая нумерация узлов, красным – исходная.



Рисунок 1.2 — Пример 7 узловой схемы

Знак  $\circ$  – собственная проводимость узла i, знак  $\bullet$  – взаимная проводимость между узлами і и ј.

Ниже показывается, что при помощи соответствующей расстановки РМU в части узлов и традиционных электромагнитных телеизмерений (ТИ) узловых инъекций можно добиться не только наблюдаемости, но и возможности ускоренного расчёта режима. Этот и последующие алгоритмы размещения РМU и формирования соответствующих матриц  $\dot{\mathbf{Y}}_T$  будем иллюстрировать на примере широко известной тестовой 14 узловой схемы IEEE. На рисунке 1.3 приведена эта сеть с начальной (исходной) нумерацией узлов.

Алгоритм перенумерации узлов и выделения диагональной матрицы  $\mathbf{Y}_d$ в вербальном отображении достаточно прост и выглядит следующим образом:

Из всего множества узлов выбирается узел максимального ранга (с наибольшим числом присоединений) и ему присваивается номер 1 (назовем группу узлов, которым был присвоен номер узлами типа р). Инцидентные этому узлу связи исключаются из списка, и процедура повторяется для следующего узла максимального ранга в сети с ранее исключенными связями и т.д.

23



Рисунок 1.3 — Однолинейная схема тестовой сети IEEE-14

до полного исчерпания узлов ненулевого ранга. Оставшиеся узлы нулевого ранга (назовем их узлами типа q) нумеруются произвольно.

В нашем примере узлами типа p с номерами 1,2,...8 в соответствии с исходной нумерацией стали узлы 4, 6, 2, 9, 13, 1, 7, 10, соответственно узлами типа q 9 – 14 стали узлы 3, 5, 8, 11, 12, 14. Как видим, узлы типа q инцидентны только узлам типа p. Это означает, что отпадает необходимость решения СЛУ (6) размерностью ( $m \times m$ ) и всё определение зависимых переменных сводится к последовательному решению отдельных уравнений с одной неизвестной комплексной переменной.

Для формализации получения матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_T$  с особыми свойствами введем матрицы перестановок  $\mathbf{M}_{\alpha}$  и  $\mathbf{M}_{\beta}$ , где  $\mathbf{M}_{\alpha}$  — матрица перестановок строк (dim( $M_{\alpha}$ ) =  $N \times N$ ), в соответствии с новой нумерацией согласно вектору новых номеров строк  $\overline{\alpha}$ ,  $\mathbf{M}_{\beta}$  — матрица перестановок столбцов (dim( $\mathbf{M}_{\beta}$ ) =  $N \times N$ ), в соответствии с новой нумерацией согласно вектору новых номеров столбцов  $\overline{\beta}$ . Вектор перестановок — вектор, состоящий из новых порядковых номеров строк, или столбцов. Матрица перестановок является бинарной (( $\mathbf{M}_{\alpha}$ )<sub>*i*,*j*</sub>  $\in \overline{0,1}$ , ( $\mathbf{M}_{\beta}$ )<sub>*i*,*j*</sub>  $\in \overline{0,1}$ ) ортогональной ( $\mathbf{M}_{\alpha}^{-1} = \mathbf{M}_{\alpha}^{T}$ ,  $\mathbf{M}_{\beta}^{-1} = \mathbf{M}_{\beta}^{T}$ ) матрицей, меняющей местами строки матрицы в соответствии с новой нумерацией,



Рисунок 1.4 — Матрица проводимостей до преобразования(а) и после перестановки строк и столбцов и выделения диагонального блока(б)

если ее умножить на некоторую матрицу слева, или столбцы, если умножить справа.

Во всех предлагаемых алгоритмах осуществляется преобразование матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_T$ , которое предполагает перенумерацию строк и столбцов матрицы с последующим разделением полученной матрицы на блоки. При линейной постановке задачи (1) такое преобразование выглядит следующим образом:

$$\dot{\mathbf{Y}} \cdot \overline{\dot{U}} = \overline{\dot{I}} \Leftrightarrow \tag{1.7}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \left( \mathbf{M}_{\alpha} \cdot \dot{\mathbf{Y}} \cdot \mathbf{M}_{\beta}^{T} \right) = \left( \mathbf{M}_{\alpha} \cdot \overline{\dot{I}} \right) \right\} \Leftrightarrow$$
(1.8)

$$\Leftrightarrow \left\{ \dot{\mathbf{Y}}_{\alpha\beta} \cdot \overline{\dot{U}}_{\beta} = \overline{\dot{I}}_{\alpha} \right\} \Leftrightarrow$$
(1.9)

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_{ap} & \dot{\mathbf{Y}}_{aq} \\ \dot{\mathbf{Y}}_{bp} & \dot{\mathbf{Y}}_{T} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \overline{\dot{U}}_{p} \\ \overline{\dot{U}}_{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\dot{I}}_{a} \\ \overline{\dot{I}}_{b} \end{pmatrix} \right\} \Leftrightarrow$$
(1.10)

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}_{ap} \cdot \overline{\dot{U}}_{p} + \dot{\mathbf{Y}}_{aq} \cdot \overline{\dot{U}}_{q}, \\ \dot{\mathbf{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{U}}_{p} + \dot{\mathbf{Y}}_{T} \cdot \overline{\dot{U}}_{q}. \end{cases} \right\} \Leftrightarrow$$
(1.11)

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} \left( \dot{\mathbf{Y}}_{\alpha_{j},\beta_{j}} \cdot \dot{U}_{\beta_{j}} \right) + \sum_{j=n+1}^{N} \left( \dot{\mathbf{Y}}_{\alpha_{j},\beta_{j}} \cdot \dot{U}_{\beta_{j}} \right) = \dot{I}_{\alpha_{i}}, \\ \text{где } i \in \overline{1,n}, \\ \sum_{j=1}^{n} \left( \dot{\mathbf{Y}}_{\alpha_{j},\beta_{j}} \cdot \dot{U}_{\beta_{j}} \right) + \sum_{j=n+1}^{N} \left( \dot{\mathbf{Y}}_{\alpha_{j},\beta_{j}} \cdot \dot{U}_{\beta_{j}} \right) = \dot{I}_{\alpha_{i}}, \\ \text{где } i \in \overline{(n+1),N}, \end{cases} \right\}.$$
(1.12)

Для разбиения полученной матрицы с переставленными строками и столбцами  $\dot{\mathbf{Y}}_{\alpha,\beta} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_{ap} & \dot{\mathbf{Y}}_{aq} \\ \dot{\mathbf{Y}}_{bp} & \dot{\mathbf{Y}}_T \end{pmatrix}$  и разбиения векторов  $\vec{U}_{\beta} = \begin{pmatrix} \dot{\vec{U}}_p \\ \dot{\vec{U}}_q \end{pmatrix}$  и  $\vec{I}_{\alpha} \begin{pmatrix} \dot{\vec{I}}_a \\ \dot{\vec{I}}_b \end{pmatrix}$  на подвекторы, примем размерности подвекторов  $\vec{U}_p$  и  $\vec{I}_a$  как n, а векторов  $\dot{\vec{U}}_q$  и  $\vec{I}_b$ как m, причём n + m = N. Таким образом, под p будем понимать множество узлов, в которых комплексное напряжение является зависимой переменной, под q множество узлов в которых комплексное напряжение является независимой переменной, под a множество узлов, в которых ток инциденции является зависимой переменной, под b множество узлов, в которых ток инциденции узла является независимой переменной. Тогда в этих уравнениях квадратные подматрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{ap}$  и  $\dot{\mathbf{Y}}_T$  будут иметь размерности  $(n \times n)$  и  $(m \times m)$ , две другие прямоугольные подматрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{aq}$  и  $\dot{\mathbf{Y}}_{bp}$  соответственно размерности  $(n \times m)$ и  $(m \times n)$ . Все преобразования в (1.7)-(1.12) являются эквивалентными и, как вывод, не меняют решения исходной системы уравнений. Более того, эти преобразования являются ортогональными и ортонормированными и, как известно, не меняют вычислительных свойств исходной системы.

Для преобразований (1.7)—(1.12) следует дополнительно пояснить, что

$$\mathbf{M}_{\alpha} \cdot \dot{\mathbf{Y}} \cdot \mathbf{M}_{\beta}^{T} = \dot{\mathbf{Y}}_{\alpha,\beta} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_{ap} & \dot{\mathbf{Y}}_{aq} \\ \dot{\mathbf{Y}}_{bp} & \dot{\mathbf{Y}}_{T} \end{pmatrix}, \qquad (1.13)$$

$$\mathbf{M}_{\beta} \cdot \overline{\dot{U}} = \overline{\dot{U}}_{\beta} = \left(\frac{\overline{\dot{U}}_{p}}{\overline{\dot{U}}_{q}}\right), \qquad (1.14)$$

$$\dot{\mathbf{Y}}_{ap} \cdot \overline{\dot{U}}_{p} = \left\{ \sum_{j=1}^{n} \left( \dot{\mathbf{Y}}_{\alpha_{j},\beta_{j}} \cdot \dot{U}_{\beta_{j}} \right), \ i \in \overline{1,n} \right\},$$
(1.15)

$$\dot{\mathbf{Y}}_{aq} \cdot \overline{\dot{U}}_{q} = \left\{ \sum_{j=1}^{n} \left( \dot{\mathbf{Y}}_{\alpha_{j},\beta_{j}} \cdot \dot{U}_{\beta_{j}} \right), \ i \in \overline{(n+1),N} \right\},$$
(1.16)

$$\dot{\mathbf{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{U}}_{p} = \left\{ \sum_{j=n+1}^{N} \left( \dot{\mathbf{Y}}_{\alpha_{j},\beta_{j}} \cdot \dot{U}_{\beta_{j}} \right), \ i \in \overline{1,n} \right\},$$
(1.17)

$$\dot{\mathbf{Y}}_T \cdot \overline{\dot{U}}_q = \left\{ \sum_{j=n+1}^N \left( \dot{\mathbf{Y}}_{\alpha_j,\beta_j} \cdot \dot{U}_{\beta_j} \right), \ i \in \overline{(n+1),N} \right\}, \tag{1.18}$$

$$\mathbf{M}_{\alpha} \cdot \overline{\dot{I}} = \overline{\dot{I}}_{\alpha} = \begin{pmatrix} \dot{I}_a \\ \overline{\dot{I}}_b \end{pmatrix}, \qquad (1.19)$$

$$\overline{\dot{I}}_a = \left\{ \dot{I}_{\alpha_i}, \ i \in \overline{1,n} \right\},\tag{1.20}$$

$$\overline{\dot{I}}_b = \left\{ \dot{I}_{\alpha_i}, \ i \in \overline{(n+1), N} \right\}.$$
(1.21)

С точки зрения деления на независимые и зависимые переменные под p будем понимать подмножество узлов, в которых установлен как минимум один комплект PMU, обеспечивающий хотя бы получение информации о модуле и фазе напряжения узла, а под q – подмножество остальных узлов без PMU. Как следствие, подвекторам  $\dot{U}_p$  и  $\dot{U}_q$  поставим в соответствие векторы напряжений соответствующих узлов. Тогда на основании информации от PMU об определяющих напряжениях  $\dot{U}_p$ , которые образуют вектор независимых переменных, могут быть вычислены неизвестные величины  $\dot{U}_q$ , образующие вектор зависимых переменных как

$$\overline{\dot{U}}_q = \dot{\mathbf{Y}}_T^{-1} \cdot (\overline{\dot{I}}_b - \dot{\mathbf{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{U}}_p).$$
(1.22)

Сказанное справедливо, если при этом известна информация о токовых инциденциях  $\overline{\dot{I}}_b$ , хотя бы на основе традиционных электромагнитных измерений.

Таким образом, как уже было отмечено, существенный эффект ускорения расчёта режима достигается лишь при использовании алгоритма формирования матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_T$  с особыми свойствами, исключающими решение громоздкой системы уравнений (1.5) с матрицей  $\dot{\mathbf{Y}}_T$ . Такими свойствами обладают не только диагональная  $\dot{\mathbf{Y}}_d$ , но и треугольная  $\dot{\mathbf{Y}}_\Delta$ , и квазидиагональная  $\dot{\mathbf{Y}}_{qd}$  матрицы. Каждая из них имеет свои преимущества и недостатки, но каждая обеспечивает высокий по эффективности результат существенного ускорения решения системы уравнений узловых напряжений как в линейной форме баланса узловых токов (1.1), так и в нелинейной форме (1.2) и (1.3). При этом значительно сокращается число необходимых к установке PMU по сравнению с рассмотренным способом. Время расчёта электрического режима сокращается более, чем на 2 порядка.

# 1.6 Алгоритмы размещения PMU, обеспечивающего ускоренное решение системы уравнений установившегося режима ЭЭС

В основу алгоритмов положен топологический подход к формированию специальных подматриц  $\dot{\mathbf{Y}}_T$ . Обсуждается использование не только векторных измерений напряжения (модуль и фаза), но и векторные измерения токов инцидентных ветвей (угол  $\psi_{i,j}$  между вектором тока  $\dot{I}_{i,j}$  и вектором напряжения  $\dot{U}_i$ ). Эта информация от РМU позволяет на основании параметров схемы замещения линии i - j получить численное значение параметров режима  $\dot{U}_j$  и  $\dot{I}_{j,i}$  противоположного конца ЛЭП i-j. Отличие  $\dot{I}_{i,j}$  и  $\dot{I}_{j,i}$  может быть за счёт тока подпитки  $\Delta \dot{I}_{i,j}$ , или утечки тока в шунтирующих элементах схемы замещения. Поскольку величина  $\Delta \dot{I}_{i,j}$  не является измеренной, а получается расчётным путём по схеме замещения ЛЭП, то она является источником погрешности в определении  $\dot{I}_{i,j}$  и  $\dot{U}_j$ . Это обстоятельство нужно учитывать в задаче оценивания состояния (OC) по данным телеметрии.

В общем случае будем считать, что могут быть априори заданы места расположения PMU, (существующие или предполагаемые к установке по тем или иным критериям, например, на крупных электростанциях, на ЛЭП для системы мониторинга переходных режимов - СМПР и др.). Алгоритмы не меняют своей сути, если априори заданные PMU при постановке задачи не имеются. Узлы, для которых напряжение вычисляется расчётным путем по схеме замещения ветви (ЛЭП, трансформатор) будем называть как псевдо - PMU и обозначать pp. Отметим, что для разных алгоритмов результатом являются векторы  $\overline{\alpha}$  и  $\overline{\beta}$ , а также число узлов, в которых расположено PMU.

Если для некоторых PMU заранее (априори) определено их место размещения, тогда задачу можно сформулировать как поиск мест расстановки дополнительных PMU для обеспечения супер ускоренных расчётов режима ЭЭС без решения громоздких систем уравнений установившегося режима ЭЭС.

# 1.6.1 Первый алгоритм на основе векторных измерений напряжений узлов

На первом этапе разработки алгоритма расстановки РМU с целью обеспечения ускоренных расчётов установившихся режимов ЭЭС рассматривались высокоточные векторные измерения напряжений узлов – фазы и модуля комплексной величины  $\dot{U}_i$ , которые могут обеспечить РМU. Основой алгоритма стало формирование треугольной подматрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_T = \dot{\mathbf{Y}}_{\Delta}$  матрицы проводимостей  $\dot{\mathbf{Y}}$  электрической сети. Матрица  $\dot{\mathbf{Y}}_{\Delta}$  обеспечивает ускоренный расчёт напряжений узлов, не имеющих РМU, без решения системы уравнений за счет последовательного определения напряжений из уравнений с одной искомой переменной. Привлекаются ТИ узловых мощностей на основе классических электромагнитных измерений.

Покажем, что существенный эффект ускорения расчёта режима достигается при использовании алгоритма формирования треугольной подматрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_T = \dot{\mathbf{Y}}_{\Delta}$ . Пусть дана совокупность опорных узлов. В нашем примере (рис. 1, а) это только балансирующий узел с напряжением  $\dot{U}_s$ ).

Вербальная формулировка алгоритма:

- Если балансирующий (базисный) узел с РМU заранее известен, то алгоритмическая процедура начинается с присвоения этому узлу номера {1} и вычеркивания соответствующего столбца в матрице Ý. Аналогично следует поступить и с другими узлами, если в них уже установлены фазоры РМU. Примечание: в последней модификации алгоритма в этом и последующих пунктах как только узел становится определяющим (то есть получает РМU), его первичный ранг понижается до нуля, а ему инцидентные узлы понижают свой первичный ранг на 1; вторичные ранги пересчитываются и соответственно понижаются.
- 2. Поиск узла максимального ранга. Если узлов одинакового первичного ранга несколько, то при просмотре диаграммы слева направо из них выбирается узел с наибольшим вторичным рангом на момент выполнения данного пункта. Напряжение этого узла считается определяющим и, тем самым, известным становится весь столбец матрицы **Ý**.
- 3. Поиск уравнения с одним неизвестным. Среди всех уравнений отыскивается строка с одним неизвестным напряжением. Такое уравнение *i*

с одной неизвестной величиной позволяет найти напряжение узла j, если считать известным значение тока узла i (инъекция от SCADA). Если такая строка есть, то необходимо приступить к выполнению пункта 4. Если же такой строки нет, то следует найти уравнение с наименьшим числом неизвестных напряжений и определить в нем узел максимального ранга, просматривая слева направо, то есть выполнить пункт 2. Если оказывается ситуация, в которой несколько строк имеют одинаковое число неизвестных (искомых) напряжений  $\dot{U}_i$ , то предпочтение отдаётся стоке (уравнению) узла с наибольшим вторичным рангом.

- 4. Обнаруженной строке присваивается номер [1], и этот же номер присваивается напряжению (столбцу), вычисляемому из этой строки, столбец выделяется цветом. При последующем выполнении данного пункта строкам и соответствующим столбцам диаграммы будут присваиваться номера [2], [3] и т.д. Переход к пункту 2 осуществляется до полного исчерпания столбцов. Последующие действия выполняются в соответствии с вышеописанными пунктами.
- 5. Анализ нумерации строк и столбцов. В результате полученной нумерации и числу определяющих напряжений новая диаграмма делится на подматрицы. Верхние строки полученной матрицы занимают строки исходной матрицы, не получившие никакой индексации. Последующие строки занимают старые строки в порядке новой нумерации [1], [2] и т.д. Столбцы представляются в порядке новой нумерации: вначале опорные узлы {*i*}, затем остальные {*j*}.

На рисунке 1.5 показаны структура системы уравнений установившегося режима ЭЭС и заполнение матрицы проводимостей ненулевыми элементами для случая, когда заведомо известно, что в балансирующем узле 1 сети IEEE-14 имеется PMU.

Покажем, что даёт использование треугольной подматрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{\Delta}$ . Поскольку напряжения, входящие в вектор  $\dot{U}_p$ , известны по данным PMU, то из нижней группы уравнений (рисунок 1.6) последовательно сверху вниз вычисляются составляющие компоненты искомого вектора  $\dot{U}_q$ , подставляя очередной результат в нижестоящие уравнения. Как видим, при этом нет необходимости решать какую-либо систему уравнений. Указанный приём наиболее близок к методу, использованному в работе [84] на странице 73.



Рисунок 1.5 — Система уравнений (а) и матрица проводимостей (б) с треугольной подматрицей  $\dot{\mathbf{Y}}_{\Delta}$  после преобразования. В узлах 1,2,4,9,10 установлены РМU



Рисунок 1.6 — (а) Расстановка РМU в сети IEEE-14, (б) матрица  $\dot{\mathbf{Y}}$ , преобразованная по алгоритму 1

Результатом работы алгоритма 1 являются два вектора перестановок строк  $\overline{\alpha}$  и столбцов  $\overline{\beta}$ . К примеру, векторы перестановок строк и столбцов, в соответствии с рисунком 1.6а имеет вид

$$\overline{\alpha} = (2 \ 8 \ 11 \ 12 \ 13 \ 3 \ 1 \ 5 \ 4 \ 7 \ 10 \ 9 \ 14 \ 6)^T, \tag{1.23}$$

 $\overline{\beta} = (4\ 2\ 5\ 7\ 10\ 3\ 1\ 6\ 9\ 8\ 11\ 14\ 13\ 12)^T.$ 

31

На рисунке 1.6а показано размещение векторных измерений напряжений для случая, когда в балансирующем узле 1 заранее не предполагалась установка PMU; соответствующая матрица проводимостей показана на рисунке 1.66.

Таким образом, в результате описанного алгоритма эквивалентного преобразования системы линеаризованных уравнений установившегося режима ЭЭС (8), в котором производится смена расположения строк и столбцов и выделения подматриц, модель электрического режима приобретает вид:

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_{ap} & \dot{\mathbf{Y}}_{aq} \\ \dot{\mathbf{Y}}_{bp} & \dot{\mathbf{Y}}_{\Delta} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_{p} \\ \dot{U}_{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{I}_{a} \\ \dot{I}_{b} \end{pmatrix}.$$
(1.24)

Такая перестановка позволяет перейти от решения симметричной СЛУ (1.1) к решению СЛУ

$$\dot{\mathbf{Y}}_{\Delta} \cdot \overline{\dot{U}_q} = \overline{\dot{I}_b} - \dot{\mathbf{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{U}_p}, \qquad (1.25)$$

в которой имеется треугольный блок, что, по сути, обеспечивает пошаговое решение одного уравнения с одной неизвестной переменной на основании синхронизированных векторных измерений напряжений  $\overline{\dot{U}_p}$  в узлах множества p.

Характерной особенностью полученной системы уравнений является запись её через нижнюю треугольную матрицу  $\dot{\mathbf{Y}}_{\Delta}$ , что и обеспечивает эффект супер-ускоренного расчёта электрического режима ЭЭС. Дело в том, что из первого уравнения системы (12) находится единственная неизвестная переменная, пусть это будет  $\dot{U}_{qi}$ . Найденное значение этой переменной подставляется во все нижестоящие уравнения, в которых эта переменная фигурирует. Следовательно, во втором уравнении остаётся также одна единственная переменная, пусть это будет  $\dot{U}_{qi}$ . Поскольку найденное значение этой переменной легко подставляется также во все нижестоящие уравнения, то тем самым обеспечивается вычисление следующей переменной и так далее до исчерпания всех переменных множества q.

Вторая важная особенность алгоритма состоит в том, что выявляемое множество *p* узлов с PMU за счёт использования традиционных электромагнитных измерений инъекций тока или мощности оказывается меньше, чем при оптимальной расстановке PMU с обеспечением полной наблюдаемости, что, естественно, важно с экономической точки зрения.

Данный алгоритм был протестирован на нескольких тестовых схемах IEEE с числом узлов от 14 до 118, а также находящихся в открытом доступе схемах польской энергосистемы: CASE2383WP (2000г., зимний пик, 2383 узла, получено 352 PMU), CASE2736SP (2004г., летний пик, 2736 узлов, получено 389 PMU), CASE3120SP (2008г., летний пик, 3120 узлов, получено 436 PMU). В проведённых исследованиях получилось, что для реальных сетей высокой размерности необходимое число PMU оказывается в объёме (13—16%) от общего количества узлов.

Рассуждение справедливо как для решения линейных и линеаризованных уравнений, так и в нелинейной постановке задачи. Более того, ниже будет показано, что в нелинейной постановке задачи расчёта режима ЭЭС удаётся без всяких допущений получать решение без итераций прямым методом.

Напрашиваются первые выводы, которые можно сделать из анализа представленного алгоритма:

- 1. Алгоритм выделения треугольной подматрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{\Delta}$  основан на измерениях при помощи PMU только векторных значений напряжений  $\dot{U}_i$  (одно устройство PMU одно измерение, вопросы фазных измерений здесь не рассматриваются). Однако, как известно, каждое PMU может иметь ещё токовые векторные измерения  $\dot{I}_{i,j}$ . Следует ожидать, что алгоритм расстановки PMU с учётом токовых измерений в линиях (ветвях) приведёт к сокращению необходимого числа этих устройств. Именно это и показано в следующем разделе. Во втором алгоритме получается подматрица  $\dot{\mathbf{Y}}_T = \dot{\mathbf{Y}}_{\Delta}$  диагонального вида, причем количество PMU сокращается в несколько раз.
- 2. Описанные достижения получены в линейной модели расчёта режима ЭЭС (1.1). Однако, привлечение электромагнитных телеизмерений от SCADA для инъекций узлов типа q связано с необходимостью решения задачи в нелинейной постановке, когда используется телеметрия об узловых инъекциях активной  $(P_i)$  и реактивной  $(Q_i)$  мощности, то есть необходимо работать с комплексной величиной полной мощности  $\dot{S} = P_i + jQ_i$ . Это обстоятельство приводит к появлению итерационной процедуры решения одного нелинейного уравнения вида либо (1.2), либо (1.3). Обычно комплексное уравнение раскладывается на вещественную и мнимую составляющие, образующие при этом два действительных нелинейных уравнения. Ниже показано, что оба алгоритма могут быть реализованы в нелинейном виде, но одним прямым решением без итераций и без линеаризации уравнений, что ещё



Рисунок 1.7 — Итоговая диаграмма матрицы проводимостей с учётом перенумерации узлов для тестовой схемы IEEE 57. В узлах 9, 3, 4, 6, 7, 12, 10, 11, 41 установлены РМU

в 5 — 10 раз сокращает время решения задач по сравнению с методом Ньютона решения систем нелинейных уравнений.

3. Необходимость привлечения информации об электромагнитных измерениях P<sub>i</sub> и Q<sub>i</sub>, имеющих почти на порядок более высокую погрешность по сравнению с PMU, должна снижать достоверность расчёта электрического режима. Потому ниже также приводятся исследования о возможности супер ускоренной оценки состояния по телеметрии от PMU совместно с данными от SCADA.

#### 1.6.2 Второй алгоритм с использованием токовых измерений РМU

Ниже показывается, что использование высокоточных токовых измерений в ветвях инцидентных узлу с РМU приводит к существенному уменьшению объема РМU до 8–12% от общего числа узлов. Это может быть выполнено, выполняя размещение мультиканальных СВИ [85]. При этом в такой же пропорции снижается количество используемых электромагнитных измерений от SCADA.

В основу алгоритма положена полихроматическая расцветка столбцов исходной матрицы Ý. В вербальной форме алгоритм может быть сформулирован следующим образом:

- Среди исходного множества узлов выбирается узел *i* максимального ранга и ему присваивается текущий номер (первый раз {1}), показывающий номер столбца и строки в трансформируемой матрице Υ<sub>αβ</sub>. Столбец *i* окрасим цветом A.
- 2. Все узлы *j*, инцидентные данному узлу *i* последовательно нумеруются [1], [2], и т.д., а соответствующие столбцы – штрихуются тем же цветом. В нашем примере – столбец 4 – закрашен цветом А. Столбцы инцидентных узлов 2, 3, 5, 7, 9 заштрихованы цветом а. Это означает, что для линии i - j, благодаря токовым измерениям от PMU удается вычислить напряжение U<sub>i</sub>. Полученное значение напряжения будем называть псевдо-PMU, то есть – *pp*. Если при этом появляется строка k с одной неизвестной переменной, то решением уравнения может быть вычислена соответствующая зависимая переменная. Этому узлу присваивается номер №k – первый раз – единица. В нашем примере таким узлом является узел 1 и он получает №1. Если такого узла нет, то осуществляется переход к пункту 1, и так до исчерпания всех узлов. На втором цикле, в нашем примере, узлом максимального ранга является узел 6 и ему присваивается номер  $\{2\}$ , цвет b и все инцидентные ему узлы штрихуются цветом b. На рисунке 1.8а приведен результирующий вид преобразуемой матрицы Ý для сети IEEE-14.

Таким образом, узлы 1,8,10,14 вычисляются из диагонального блока, показанного на рисунке 1.8б. Заметим, что полихроматическая иллюстрация дана только для демонстрации алгоритма и необязательна в компьютерной реализации.



Рисунок 1.8 — (а) Пример полихроматической расцветки для IEEE-14; (б) выделение диагональной подматрицы

Соответствующая расстановка РМU и узлов типа pp показана на рисунке 1.9.

Важно отметить, что количество РМU для обеспечения ускоренных расчётов оказывается мало отличающимся от результатов [15; 16; 27; 83], основанных на минимизации затрат. В таблице 3 приведены для ряда тестовых задач IEEE сопоставления количества РМU по первому и второму алгоритмам с лучшими результатами, приведенными в литературе [15; 16; 27; 83].

Отметим, что алгоритмы приводят не только к наблюдаемости сети и ускоренным расчётам электрического режима, но и выполняют функцию минимизации количества устанавливаемых устройств PMU. Действительно, на примере сети IEEE-118, видно, что выявляется 28 узлов, в которых необходимо поставить PMU.


Рисунок 1.9 — Сеть IEEE-14 с указанием мест расположения PDC и PP

### 1.7 Выводы

На основании анализа современных тенденций в развитии информационного обеспечения задач расчёта установившихся режимов и оценивания состояния ЭЭС ранее была выдвинута гипотеза о том, что при наличии достоверных измерений, достаточных для расчёта потокораспределения, процедуру

Таблица 3 —	Сопоставление	результатов	алгоритмов	размещения	PMU	для
тестовых зад	ач IEEE					

Электрическая	Количество	Количество РМU		
сеть	узлов	по первому алгоритму	лучшее из результатов	
IEEE-14	14	4	3	
IEEERTS-96	24	5	10	
NewEngland 39	39	8	8	
IEEE-57	57	9	12	
IEEE-118	118	28	32	

ОС можно заменить традиционным расчётом установившегося режима при помощи решения системы уравнений узловых напряжений.

Также, была отмечена тенденция перехода от классических электромагнитных (аналоговых) средств измерения к цифровым, основанным на волоконно-оптических датчиках. Использование волоконно-оптических трансформаторов тока и напряжения потенциально может позволить получать более точные измерения в месте их установки. Это приводит к выводу о том, что, для достижения повышенной точности ОС существует возможность расстановки меньшего количества дорогих средств СВИ за ОТТ и ОТН. С другой стороны, это означает, что задачу размещения СВИ следует рассматривать с техникоэкономической точки зрения.

Было выдвинуто предположение о том, что существует возможность выполнения OC на основании некоторой комбинации SCADA и подключённых к OTT и OTH CBИ, при которой измерения CBИ принимаются абсолютно точными в виде констант и поэтому не подвергаются достоверизации. Это подкрепляется значительно более высокой точностью OTT и OTH по сравнению с традиционными измерительными трансформаторами. Более того, параметры режима оказываются более чувствительными к погрешностям измерений напряжения, чем к погрешностям измерения мощностей.

Показаны преобразования систем линейных уравнений установившегося режима к такому виду, при которых нахождение комплексных параметров напряжения может быть выполнено без решения систем линейных уравнений при фиксации части комплексных напряжений. Выдвинута гипотеза о том, что для выполнения ОС допустимо установить PMU в те узлы, в которых напряжения считались заданными. При этом, во всех остальных узлах напряжение находится расчётным путем по данным SCADA.

Разработаны два алгоритма выбора мест размещения PMU и PDC для обеспечения возможности предложенного преобразования систем уравнений. Первый алгоритм базируется на использовании только измерений комплексных величин напряжений. Второй алгоритм основан на использовании также и комплексных токовых измерений. Он, в свою очередь, приводит к установке PMU в относительно меньшее количество узлов, хотя при этом число самих устройств возрастает.

Выполнено сравнение результатов работы предложенных алгоритмов расстановки с результатами ряда зарубежных исследований. Получившееся

количество PMU в обоих алгоритмах не уступает, а в ряде случаев даже оказывается меньшим, чем в лучших результатах зарубежных алгоритмов.

Таким образом, можно заключить, что алгоритмы, предложенные в работе, успешно способны выполнить: минимизацию количества PMU и обеспечение наблюдаемости и ускоренного расчёта установившегося режима сети без решения какой-либо системы уравнений для моделей ЭЭС, заданных в форме систем линейных комплексных уравнений баланса токов. Предложенное в алгоритмах преобразование оказывается потенциально пригодным и для нелинейной формы записи уравнений установившегося режима, что будет показано в следующей главе.

## Глава 2. Учёт нелинейности систем уравнений для оценки текущего режима ЭЭС на основе векторных измерений

## 2.1 Разработка алгоритма прямого расчёта режима ЭЭС на основе СВИ

Преобразования (1.7)-(1.12) в главе 1 приведены для случая систем линейных уравнений и записанных при условии существования в узлах измерительных устройств, позволяющих получать комплексное значение тока. Это практически реализуемо, но связано с большими затратами, так как предполагает установку СВИ во все узлы электрической сети. Однако для предлагаемой оценки состояния целесообразно считать, что в узлы ЭЭС установлены лишь традиционные устройства измерений, которые обеспечивают получение данных не в виде комплексных величин узловых токов, а в виде активной и реактивной составляющих мощностей. Таким образом, системы уравнений (1.7)-(1.12) не отражают принцип, по которому выполняется совместное использование измерений РМU и SCADA. Для того, чтобы преобразования (1.7)-(1.12) учитывали измерения мощности, а не тока, их требуется переформулировать применительно к нелинейной постановке задачи (1.2) и (1.3).

Следовательно, для реализации рассмотренного алгоритма необходимо перейти от линейной модели электрического режима к нелинейной модели, которая, например, для сети IEEE-14 имеет вид, показанный на рисунке 2.1.

Проиллюстрируем вид первых трёх решаемых уравнений в нелинейной постановке (см. точечную диаграмму на рисунке 2.1б), когда от SCADA получается информация об активной  $P_i$  и реактивной  $Q_i$  мощности узла:



Рисунок 2.1 — Система уравнений (а) и матрица проводимостей (б) с треугольной подматрицей  $\dot{\mathbf{Y}}_{\Delta}$  после преобразования. В узлах 1,2,4,9,10 установлены РМU

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}_{3,4} \cdot \dot{U}_4 + \dot{\mathbf{Y}}_{3,2} \cdot \dot{U}_2 + \dot{\mathbf{Y}}_{3,3} \cdot \dot{U}_3 &= \dot{I}_3 = \frac{\widehat{S}_3}{\widehat{U}_3}, \\ \dot{\mathbf{Y}}_{2,1} \cdot \dot{U}_1 + \dot{\mathbf{Y}}_{2,4} \cdot \dot{U}_4 + \dot{\mathbf{Y}}_{2,2} \cdot \dot{U}_2 &+ \dot{\mathbf{Y}}_{2,3} \cdot \dot{U}_3 + \dot{\mathbf{Y}}_{2,5} \cdot \dot{U}_5, &= \dot{I}_2 = \frac{\widehat{S}_2}{\widehat{U}_2}, \\ \dot{\mathbf{Y}}_{5,1} \cdot \dot{U}_1 + \dot{\mathbf{Y}}_{5,4} \cdot \dot{U}_4 + \dot{\mathbf{Y}}_{5,2} \cdot \dot{U}_2 &+ \dot{\mathbf{Y}}_{5,5} \cdot \dot{U}_5 + \dot{\mathbf{Y}}_{5,6} \cdot \dot{U}_6 &= \dot{I}_5 = \frac{\widehat{S}_5}{\widehat{U}_5}. \end{cases}$$
(2.1)

Реализация вычисления напряжения 3-го узла сводится к итерационному решению нелинейного уравнения относительно комплексной переменной  $\dot{U}_3$ :

$$\dot{Y}_{3,3} \cdot \dot{U}_3 + \dot{Y}_{3,2} \cdot \dot{U}_2^{\mathrm{TM}} + \dot{Y}_{3,4} \cdot \dot{U}_4^{\mathrm{TM}} = \frac{P_3^{\mathrm{TM}} - j \cdot Q_3^{\mathrm{TM}}}{\widehat{U}_3}.$$
(2.2)

При этом в качестве исходного приближения при первичном расчёте можно задавать номинальный модуль напряжения и фазовый сдвиг напряжения равный нулю или воспользоваться предшествующими расчётами.

Простейший подход заключается в последовательной линеаризации правой части уравнения (2.1) на каждом *k*-том итерационном шаге:

$$\dot{I}_{3}^{(k)} = \frac{P_{3}^{\mathrm{TM}} - j \cdot Q_{3}^{\mathrm{TM}}}{\hat{U}_{3}^{(k)}}.$$
(2.3)

Тогда рекуррентное выражение для вычисления  $\dot{U}_3^{(k)}$  приобретает вид:

41

$$\dot{U}_{3}^{(k+1)} = \frac{\dot{I}_{3}^{(k)} - \dot{Y}_{3,2} \cdot \dot{U}_{2}^{\mathrm{TM}} - \dot{Y}_{3,4} \cdot \dot{U}_{4}^{\mathrm{TM}}}{\dot{Y}_{3,3}}.$$
(2.4)

Для ускорения сходимости итерационной процедуры можно при необходимости воспользоваться и методом Ньютона, особенности применения которого здесь не рассматриваются. Главное, на что ещё раз обращаем внимание, состоит в том, что на каждом шаге ускоренного расчёта режима решается лишь одно уравнение с одной искомой комплексной переменной.

Более того, ниже в разделе 2.2 этой главы будет показан прямой метод безытерационного решения нелинейных уравнений вида (2.2). Тем не менее, продолжим рассмотрение итерационного решения, поскольку это актуально в случае, когда учитывается возможность отказа как сетевых, так и измерительных элементов.

Рассмотрим в общем виде нелинейную постановку задачи в формах баланса токов (1.2) и баланса мощностей (1.3). Безусловно, эти формулировки оказываются эквивалентными друг другу (с точностью до некоторой незначительной разницы), однако для удобства понимания преобразования рассмотрим отдельно обе этих формы записи. В этих постановках задачи вместо вектора переменных тока инъекции узлов  $\vec{I}$  рассматривается вектор инъекции комплексных мощностей  $\vec{S}$ . Тогда преобразования, подобные (1.7)–(1.12) для линейного случая (1.1), которые в нелинейной постановке задачи разделяют переменные на независимые ( $\vec{U}_p$ ,  $\vec{S}_b$ ) и зависимые ( $\vec{U}_q$ ,  $\vec{S}_a$ ), могут быть соответственно проведены для формы баланса токов.

Для удобства, запишем уравнение (1.2) в матричной форме

$$\dot{\boldsymbol{Y}} \cdot \overline{\dot{U}} = \operatorname{diag}\left(\overline{\widehat{U}}\right)^{-1} \cdot \overline{\widehat{S}},$$
(2.5)

где diag( $\overline{x}$ ) – оператор преобразования вектора  $\overline{x}$  в диагональную матрицу, в которой на диагонали стоят элементы вектора  $\overline{x}$ . Домножим систему уравнений (2.5) слева на перестановочную матрицу  $M_{\alpha}$ , и воспользуемся свойством ортогональности перестановочных матриц  $M_{\alpha}$  и  $M_{\beta}$ , как это сделано в (1.7)–(1.12):

$$\left(\boldsymbol{M}_{\alpha}\cdot\dot{\boldsymbol{Y}}\cdot\boldsymbol{M}_{\beta}^{T}\right)\cdot\left(\boldsymbol{M}_{\beta}\cdot\overline{\dot{U}}\right)=\left(\boldsymbol{M}_{\alpha}\cdot\operatorname{diag}\left(\overline{\hat{U}}\right)^{-1}\cdot\boldsymbol{M}_{\alpha}^{T}\right)\cdot\left(\boldsymbol{M}_{\alpha}\cdot\overline{\hat{S}}\right).$$
 (2.6)

Пояснения по поводу происхождения и сущности матриц  $M_{\alpha}$  и  $M_{\beta}$  приведены в главе 1. Используя свойство диагональной матрицы

$$\boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \operatorname{diag}\left(\overline{x}\right) \cdot \boldsymbol{M}_{\alpha}^{T} = \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \overline{x}\right),$$
 (2.7)

перепишем систему уравнений

$$\left(\boldsymbol{M}_{\alpha}\cdot\dot{\boldsymbol{Y}}\cdot\boldsymbol{M}_{\beta}^{T}\right)\cdot\left(\boldsymbol{M}_{\beta}\cdot\overline{\dot{U}}\right)=\left(\operatorname{diag}\left(\boldsymbol{M}_{\alpha}\cdot\overline{\hat{U}}\right)^{-1}\right)\cdot\left(\boldsymbol{M}_{\alpha}\cdot\overline{\hat{S}}\right).$$
(2.8)

Примем  $M_{\alpha} \cdot \overline{\widehat{U}} = \overline{\widehat{U}}_{\alpha}$  и  $M_{\alpha} \cdot \overline{\widehat{S}} = \overline{\widehat{S}}_{\alpha}$ . Таким образом, индекс  $\alpha$  обозначает перенумерацию уравнений, а индекс  $\beta$  – перенумерацию столбцов

$$\dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha\beta}\cdot\overline{\dot{\boldsymbol{U}}}_{\beta} = \operatorname{diag}\left(\overline{\hat{\boldsymbol{U}}}_{\alpha}\right)^{-1}\cdot\overline{\hat{\boldsymbol{S}}}_{\alpha}.$$
(2.9)

Тогда выполним такое же разделение матриц и векторов, как и в преобразованиях (1.7)-(1.12) главы 1:

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_{ap} & \dot{\mathbf{Y}}_{aq} \\ \dot{\mathbf{Y}}_{bp} & \dot{\mathbf{Y}}_{T} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \overline{\dot{U}}_{p} \\ \overline{\dot{U}}_{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{diag} \left( \overline{\hat{U}}_{a} \right)^{-1} \cdot \overline{\hat{S}}_{a} \\ \operatorname{diag} \left( \overline{\hat{U}}_{b} \right)^{-1} \cdot \overline{\hat{S}}_{b} \end{pmatrix}.$$
(2.10)

Перепишем для удобства матричную форму в виде матричных систем уравнений.

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{Y}}_{ap} \cdot \overline{\dot{\boldsymbol{U}}}_{p} + \dot{\boldsymbol{Y}}_{aq} \cdot \overline{\dot{\boldsymbol{U}}}_{q} = \operatorname{diag}\left(\overline{\hat{\boldsymbol{U}}}_{a}\right)^{-1} \cdot \overline{\hat{\boldsymbol{S}}}_{a}, \\ \dot{\boldsymbol{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{\boldsymbol{U}}}_{p} + \dot{\boldsymbol{Y}}_{T} \cdot \overline{\dot{\boldsymbol{U}}}_{q} = \operatorname{diag}\left(\overline{\hat{\boldsymbol{U}}}_{b}\right)^{-1} \cdot \overline{\hat{\boldsymbol{S}}}_{b}. \end{cases}$$
(2.11)

Запишем получившуюся систему нелинейных уравнений

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_{\beta_{j}} \right) + \sum_{j=n+1}^{N} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_{\beta_{j}} \right) = \frac{\widehat{S}_{\alpha_{i}}}{\widehat{U}_{\alpha_{i}}} , \text{ rge } i \in \overline{1,n}, \\ \\ \sum_{j=1}^{n} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_{\beta_{j}} \right) + \sum_{j=n+1}^{N} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_{\beta_{j}} \right) = \frac{\widehat{S}_{\alpha_{i}}}{\widehat{U}_{\alpha_{i}}} , \text{ rge } i \in \overline{(n+1),N}. \end{cases}$$

$$(2.12)$$

Для формы баланса мощностей (1.3) можно выполнить такие же преобразования, как и для формы баланса токов. Для краткости, приведем эти преобразования без пояснений, которые повторяли бы изложенные выше:

$$\left\{\overline{\widehat{U}} \otimes \mathbf{\dot{Y}} \cdot \overline{\overrightarrow{U}} = \overline{\widehat{S}}\right\} \Leftrightarrow$$
(2.13)

$$\Leftrightarrow \left\{ \operatorname{diag}\left(\overline{\widehat{U}}\right) \cdot \dot{\mathbf{Y}} \cdot \overline{\overrightarrow{U}} = \overline{\widehat{S}} \right\} \Leftrightarrow$$
(2.14)

$$\Leftrightarrow \left\{ \left( \boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \operatorname{diag}\left(\overline{\widehat{U}}\right) \cdot \boldsymbol{M}_{\alpha}^{T} \right) \left( \boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \dot{\boldsymbol{Y}} \cdot \boldsymbol{M}_{\beta}^{T} \right) \left( \boldsymbol{M}_{\beta} \cdot \overline{\widehat{U}} \right) = \left( \boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \overline{\widehat{S}} \right) \right\} \Leftrightarrow \quad (2.15)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \left( \operatorname{diag} \left( \boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \overline{\widehat{U}} \right) \cdot \boldsymbol{M}_{\alpha}^{T} \right) \left( \boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \dot{\boldsymbol{Y}} \cdot \boldsymbol{M}_{\beta}^{T} \right) \left( \boldsymbol{M}_{\beta} \cdot \overline{U} \right) = \left( \boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \overline{\widehat{S}} \right) \right\} \Leftrightarrow (2.16)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \operatorname{diag}\left(\overline{\widehat{U}}_{\alpha}\right) \cdot \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha\beta} \cdot \overline{\dot{U}}_{\beta} = \overline{\widehat{S}}_{\alpha} \right\} \Leftrightarrow$$
(2.17)

$$\Leftrightarrow \left\{ \operatorname{diag} \left( \frac{\widehat{U}_{a}}{\widehat{U}_{b}} \right) \cdot \left( \dot{\mathbf{Y}}_{ap} \ \dot{\mathbf{Y}}_{aq} \right) \cdot \left( \overline{\dot{U}}_{p} \right) = \left( \overline{\widehat{S}}_{a} \right) \right\} \Leftrightarrow \qquad (2.18)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \left\{ \operatorname{diag} \left( \overline{\widehat{U}}_{a} \right) \cdot \left( \dot{\mathbf{Y}}_{ap} \cdot \overline{\dot{U}}_{p} + \dot{\mathbf{Y}}_{aq} \cdot \overline{\dot{U}}_{q} \right) = \overline{\widehat{S}}_{a}, \right\} \Leftrightarrow \qquad (2.19)$$

$$\operatorname{diag} \left( \overline{\widehat{U}}_{b} \right) \cdot \left( \dot{\mathbf{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{U}}_{p} + \dot{\mathbf{Y}}_{T} \cdot \overline{\dot{U}}_{q} \right) = \overline{\widehat{S}}_{b}. \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{cases} \widehat{U}_{\alpha_{i}} \left( \sum_{j=1}^{n} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}} \dot{U}_{\beta_{j}} \right) + \sum_{j=n+1}^{N} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}} \dot{U}_{\beta_{j}} \right) \right) = \widehat{S}_{\alpha_{i}} \quad , \text{ rge } i \in \overline{1,n}, \\ \\ \widehat{U}_{\alpha_{i}} \left( \sum_{j=1}^{n} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}} \dot{U}_{\beta_{j}} \right) + \sum_{j=n+1}^{N} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}} \dot{U}_{\beta_{j}} \right) \right) = \widehat{S}_{\alpha_{i}} \quad , \text{ rge } i \in \overline{(n+1),N}. \end{cases}$$

$$(2.20)$$

Для выражений (2.13)—(2.20), также, как и для (2.5)—(2.12) справедливы пояснения (1.13)—(1.18), однако помимо них следует ещё раз отметить, что

$$\operatorname{diag}\left(\overline{\dot{U}}\right) = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 & 0 & 0\\ 0 & \ddots & 0\\ 0 & 0 & \dot{U}_N \end{pmatrix}, \qquad (2.21)$$

$$\boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \operatorname{diag}\left(\overline{\widehat{U}}\right) \cdot \boldsymbol{M}_{\alpha}^{T} = \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \overline{\widehat{U}}\right),$$
 (2.22)

$$\boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \overline{\widehat{U}} = \overline{\widehat{U}}_{\alpha} = \left( \overline{\widehat{U}}_{a} \\ \overline{\widehat{U}}_{b} \right),$$
 (2.23)

$$\boldsymbol{M}_{\alpha} \cdot \overline{\dot{S}} = \overline{\dot{S}}_{\alpha} = \left(\frac{\dot{S}_{a}}{\dot{S}_{b}}\right),$$
(2.24)

$$\overline{\dot{S}}_a = \left\{ \dot{S}_{a_i}, i \in \overline{1,n} \right\},\tag{2.25}$$

$$\overline{\dot{S}}_b = \left\{ \dot{S}_{a_i}, i \in \overline{n+1,N} \right\}.$$
(2.26)

Снова, как и для линейной задачи расчёта установившегося режима ЭЭС, рассмотрим напряжения подвектора  $\overline{\dot{U}}_p$  как независимые параметры и запишем нелинейные системы уравнений, которые потребуется решить для нахождения зависимых переменных подвектора  $\overline{\dot{U}}_q$ :

$$\dot{\boldsymbol{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{\boldsymbol{U}}}_p + \dot{\boldsymbol{Y}}_T \cdot \overline{\dot{\boldsymbol{U}}}_q = \operatorname{diag}\left(\overline{\hat{\boldsymbol{U}}}_b\right)^{-1} \cdot \overline{\hat{\boldsymbol{S}}}_b, \qquad (2.27)$$

что для задачи в форме баланса мощностей будет выглядеть, как

diag 
$$\left(\overline{\widehat{U}}_{b}\right) \cdot \left(\dot{Y}_{bp} \cdot \overline{\dot{U}}_{p} + \dot{Y}_{T} \cdot \overline{\dot{U}}_{q}\right) = \overline{\widehat{S}}_{b}.$$
 (2.28)

Традиционно, во всех программах расчёта установившегося режима, подобные уравнения в форме баланса мощности, разделяются на вещественные и мнимые составляющие и вместо одного комплексного уравнения (2.28) получается два нелинейных уравнения для каждого узла, отражающие баланс активной мощности и баланс реактивной мощности. Ввиду нелинейности, получающейся системы из двух уравнений, решение достигается итерационными методами, чаще всего методом Ньютона.

Указанный приём деления на узлы типов p и q с последующим заданием независимых напряжений полезно использовать и при итерационном решении нелинейных уравнений узловых напряжений, например, методом Ньютона. При этом задаётся исходное приближение  $\dot{U}_1^0$  не для всех узлов, а только для узлов первого типа [33]. Обычно таких узлов около 50% от общего числа N. Обозначим на k-m итерационном шаге это приближение как  $\dot{U}_1^k$ . Структура матрицы Якоби в методе Ньютона при указанной перенумерации соответствует структуре представленной на рисунке 2.1, поэтому по приращениям напряжений  $\Delta \dot{U}_p^k$ 

легко вычисляются приращения  $\Delta \dot{U}_q^k$  и напряжения  $\dot{U}_q^k$ , что позволяет перейти к следующей итерации  $\dot{U}_p^{k+1} = \dot{U}_p^k + \Delta \dot{U}_p^k$ , найти  $\Delta \dot{U}_p^{k+1}$  и т.д. Достигается снижение общего объёма вычислений почти в 4 раза. Ниже будет показано, что уравнения узловых напряжений для узлов типа q в представленном способе перенумерации узлов могут быть решены на каждой итерации без использования линеаризаций метода Ньютона, что сокращает время расчёта каждой итерации и улучшает сходимость итерационной процедуры.

Как и в случае с системами линейных уравнений, большое влияние на решение получаемых систем уравнений оказывает матрица  $\dot{Y}_T$ . Однако наличие особых специфических свойств обуславливает не только высокую скоростную эффективность нелинейных систем, но способно обеспечить **прямое алгебраи**ческое решение систем уравнений в целом, не предполагающее использования итерационных методов решения систем нелинейных уравнений. Представленные алгоритмы (включая алгоритм, описанный в разделе 1.5) обеспечивают такое разделение переменных напряжений на зависимые и независимые, которое позволяет непосредственно выразить первые через вторые. Если в узлы, в которых напряжения согласно действию алгоритмов оказались независимыми, поставить PMU, и в узлах без PMU имеются измерения комплексной мощности (SCADA), тогда все напряжения энергосистемы можно будет рассчитать непосредственно по измеренным параметрам.

# 2.2 Разработка алгоритма прямого расчёта режима ЭЭС на основе векторных измерений напряжений

Перепишем систему уравнений (2.28) для способа преобразования матрицы проводимостей, изложенного в вербальном описании алгоритма 1, учитывая, что  $\dot{Y}_T$  имеет треугольный вид и для этого алгоритма можно считать

$$\dot{\boldsymbol{Y}}_T = \dot{\boldsymbol{Y}}_\Delta, \qquad (2.29)$$

на основании чего можно записать в форме баланса токов:

$$\dot{\boldsymbol{Y}}_{bp} \cdot \overline{\dot{\boldsymbol{U}}}_p + \dot{\boldsymbol{Y}}_{\Delta} \cdot \overline{\dot{\boldsymbol{U}}}_q = \operatorname{diag}\left(\overline{\hat{\boldsymbol{U}}}_b\right)^{-1} \cdot \overline{\hat{\boldsymbol{S}}}_b, \qquad (2.30)$$

или в форме баланса мощностей:

diag 
$$\left(\overline{\widehat{U}}_{b}\right) \cdot \left(\dot{Y}_{bp} \cdot \overline{\dot{U}}_{p} + \dot{Y}_{\Delta} \cdot \overline{\dot{U}}_{q}\right) = \overline{\widehat{S}}_{b}.$$
 (2.31)

Структура уравнений в треугольном блоке позволяет избавиться от итерационной процедуры и перейти к прямому решению нелинейного уравнения в комплексном виде, что, безусловно, существенно снижает общее время решения полной задачи расчёта режима по данным телеметрии.

Для любого уравнения *i* в (2.29)–(2.31) неизвестными являются { $\dot{U}_{\beta_j}$ ,  $j \in \overline{i,N}$ }. Соответственно, в любом уравнении  $i \in \overline{n+1,N}$  неизвестным является комплексное напряжение  $\dot{U}_{\beta_i}$  и только оно, ввиду треугольности матрицы  $\dot{Y}_{\Delta}$ , а также симметричной заполненности и наличия ненулевых элементов на диагонали в матрице  $\dot{Y}$ . Следовательно, уравнение (2.30) можно переписать в виде:

$$\sum_{j=1}^{i-1} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_i,\beta_j} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_{\beta_j} \right) + \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_i,\beta_j} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_{\beta_j} = \frac{\widehat{S}_{\alpha_i}}{\widehat{U}_{\alpha_i}}, \text{ где } i \in \overline{(n+1),N},$$
(2.32)

что в форме баланса мощностей можно записать, как

$$\widehat{U}_{\alpha_i} \cdot \left(\sum_{j=1}^{i-1} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_i,\beta_j} \cdot \dot{U}_{\beta_j} \right) + \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_i,\beta_j} \cdot \dot{U}_{\beta_j} \right) = \widehat{S}_{\alpha_i}, \text{ где } i \in \overline{(n+1),N}.$$
(2.33)

причём очевидно, что для первого алгоритма  $\overline{\alpha} \neq \overline{\beta}$ . Следовательно, для любого из уравнений (2.32)–(2.33) может возникнуть два случая:  $\alpha_i \neq \beta_i$ , либо  $\alpha_i = \beta_i$ .

Рассмотрим **первый случай**, когда  $\alpha_i \neq \beta_i$ ,  $i \in \overline{(n+1),N}$ . Перепишем для него уравнения (2.27)–(2.28):

$$\sum_{j=1}^{i-1} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_i,\beta_j} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_{\beta_j} \right) + \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_i,\beta_j} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_{\beta_j} = \frac{\widehat{S}_{\alpha_i}}{\widehat{U}_{\alpha_i}}.$$
(2.34)

$$\widehat{U}_{\alpha_i} \cdot \left( \sum_{j=1}^{i-1} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_i,\beta_j} \cdot \dot{U}_{\beta_j} \right) + \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_i,\beta_j} \cdot \dot{U}_{\beta_j} \right) = \widehat{S}_{\alpha_i}.$$
(2.35)

Оно является линейным уравнением как в форме баланса токов, так и в форме баланса мощностей и может быть тривиально решено как

$$\dot{U}_{\beta_{i}} = \frac{\widehat{S}_{\alpha_{i}}}{\dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}} \cdot \widehat{U}_{\alpha_{i}}} - \frac{\sum_{j=1}^{i-1} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}} \cdot \dot{U}_{\beta_{j}} \right)}{\dot{\boldsymbol{Y}}_{\alpha_{i},\beta_{j}}}.$$
(2.36)

Однако не этот случай представляет наибольший интерес, так как фактически предполагает тривиальное решение линейного уравнения.

Рассмотрим **второй случай**, когда  $\alpha_i = \beta_i$ . Перепишем для него уравнения (2.29)–(2.31):

$$\sum_{j=1}^{i-1} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\beta_i,\beta_j} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_{\beta_j} \right) + \dot{\boldsymbol{Y}}_{\beta_i,\beta_i} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_{\beta_j} = \frac{\widehat{S}_{\beta_i}}{\widehat{U}_{\beta_i}}.$$
(2.37)

или в форме баланса мощностей:

$$\widehat{U}_{\beta_i} \cdot \left( \sum_{j=1}^{i-1} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\beta_i,\beta_j} \cdot \dot{U}_{\beta_j} \right) + \dot{\boldsymbol{Y}}_{\beta_i,\beta_i} \cdot \dot{U}_{\beta_i} \right) = \widehat{S}_{\beta_i}.$$
(2.38)

Решение данной задачи было продемонстрировано в статьях [86; 87], однако детальный вывод решения одного уравнения такого рода приведён в статьях не был и, соответственно, приводится ниже.

В дальнейшем для удобства вывода будем рассматривать задачу только для баланса мощностей, ввиду эквивалентности форм записи нелинейного уравнения (2.37) и (2.38). Иными словами, домножим уравнение (2.37) на  $\hat{U}_{\beta_i}$ и получим уравнение баланса мощностей в узле  $\beta_i$  (2.38). Уравнение (2.37) – нелинейное комплексное уравнение баланса мощностей в узле  $\beta_i$  при условии, что комплексные напряжения всех узлов, связанных с  $\beta_i$  являются известными. Согласно [88], такое уравнение имеет прямое (безытерационное) решение. Чтобы привести уравнения (2.38) к форме, указанной в [88], разделим его на  $\dot{Y}_{\beta_i,\beta_i}$  и перенесем все слагаемые в левую часть:

$$\widehat{U}_{\beta_i} \cdot \dot{U}_{\beta_i} + \widehat{U}_{\beta_i} \frac{\sum_{j=1}^{i-1} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\beta_i,\beta_j} \cdot \dot{U}_{\beta_j} \right)}{\dot{\boldsymbol{Y}}_{\beta_i,\beta_i}} - \frac{\widehat{S}_{\beta_i}}{\dot{\boldsymbol{Y}}_{\beta_i,\beta_i}} = 0.$$
(2.39)

Для удобства записи дальнейших выражений, введём переменные

$$\dot{a} = -\frac{\sum_{j=1}^{i-1} \left( \dot{\boldsymbol{Y}}_{\beta_i,\beta_j} \cdot \dot{U}_{\beta_j} \right)}{\dot{\boldsymbol{Y}}_{\beta_i,\beta_i}}.$$
(2.40)

$$\dot{b} = -\frac{\widehat{S}_{\beta_i}}{\dot{Y}_{\beta_i,\beta_i}}.$$
(2.41)

Очевидно, что оба коэффициента  $\dot{a}$  и  $\dot{b}$  в уравнении являются известными, так как составлены из известных величин. Запишем выражение (2.39) в этих переменных:

$$\widehat{U}_{\beta_i} \cdot \dot{U}_{\beta_i} - \dot{a} \cdot \widehat{U}_{\beta_i} + \dot{b} = 0.$$
(2.42)

Найдём удвоенную мнимую составляющую обеих частей уравнения, вычитая из уравнения (2.42) ему сопряженное уравнение:

$$\widehat{U}_{\beta_i} \cdot \dot{U}_{\beta_i} - \dot{a} \cdot \widehat{U}_{\beta_i} + \dot{b} - \dot{U}_{\beta_i} \cdot \widehat{U}_{\beta_i} + \widehat{a} \cdot \dot{U}_{\beta_i} - \widehat{b} = 0.$$
(2.43)

Выразим из него  $\widehat{U}_{\beta_i}$ :

$$\widehat{U}_{\beta_i} = \frac{\widehat{a} \cdot \dot{U}_{\beta_i} + \dot{b} - \widehat{b}}{\dot{a}}.$$
(2.44)

Подставим выраженное  $\widehat{U}_{\beta_i}$  в уравнение (2.43) и, домножая уравнение на $\dot{a}$ , получим:

$$\left\{\frac{\widehat{a}\cdot\dot{U}_{\beta_i}+\dot{b}-\widehat{b}}{\dot{a}}\cdot\dot{U}_{\beta_i}-\dot{a}\left(\cdot\frac{\widehat{a}\cdot\dot{U}_{\beta_i}+\dot{b}-\widehat{b}}{\dot{a}}\right)+\dot{b}=0\right\}\Leftrightarrow\qquad(2.45)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \frac{\widehat{a} \cdot \dot{U}_{\beta_i} + \dot{b} - \widehat{b}}{\dot{a}} \cdot \dot{U}_{\beta_i} - \left(\widehat{a} \cdot \dot{U}_{\beta_i} + \dot{b} - \widehat{b}\right) + \dot{b} = 0 \right\} \Leftrightarrow$$
(2.46)

$$\Leftrightarrow \left\{ \left( \widehat{a} \cdot \dot{U}_{\beta_i} + \dot{b} - \widehat{b} \right) \cdot \dot{U}_{\beta_i} + \left( -\dot{a} \cdot \widehat{a} \cdot \dot{U}_{\beta_i} - \dot{a} \cdot \dot{b} + \dot{a} \cdot \widehat{b} \right) + \dot{a} \cdot \dot{b} = 0 \right\} \Leftrightarrow (2.47)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \widehat{a} \cdot \dot{U}_{\beta_i}^2 + \left( \dot{b} - \widehat{b} - \dot{a} \cdot \widehat{a} \right) \cdot \dot{U}_{\beta_i} + \dot{a} \cdot \widehat{b} = 0 \right\}.$$
(2.48)

В результате уравнение (2.48) оказывается квадратным комплексным уравнением, которое можно решить через дискриминант:

$$\dot{U}_{\beta_i} = \frac{\left(\widehat{b} - \dot{b} + \dot{a} \cdot \widehat{a}\right) \pm \sqrt{\left(\dot{b} - \widehat{b} - \dot{a} \cdot \widehat{a}\right)^2 - 4 \cdot \widehat{a} \cdot \dot{a} \cdot \widehat{b}}}{2 \cdot \widehat{a}}.$$
(2.49)

Как можно видеть, уравнение (2.49) имеет 2 решения. Для определения решения, соответствующего установившемуся режиму, рассмотрим ситуацию, когда  $\dot{S}_{\beta_i} = 0 \Leftrightarrow \dot{b} = 0$ . Передаваемая мощность равна нулю в двух возможных случаях: случай холостого хода, когда модуль напряжения  $\dot{U}_{\beta_i}$  фактически

соответствует напряжению установившегося режима и случай металлического трёхфазного короткого замыкания, когда напряжение в точке короткого замыкания равно 0. Тогда выражение (2.49) преобразуется к виду:

$$\dot{U}_{\beta_i} = \frac{\dot{a} \cdot \hat{a} \pm \sqrt{\left(-\dot{a} \cdot \hat{a}\right)^2}}{2 \cdot \hat{a}} = \frac{\dot{a}}{2} \pm \frac{\dot{a}}{2}.$$
(2.50)

Очевидно, что  $\dot{U}_{\beta_i} = 0$  — тривиальное решение уравнения (2.38) при условии знака «-» перед подкоренным выражением, которое соответствует металлическому трёхфазному короткому замыканию. Решение же со знаком «+» перед подкоренным выражением  $\dot{U}_{\beta_i} = \dot{a}$ ; оказывается, очевидно, большим по модулю, что соответствует холостому ходу в узле  $\beta_i$ .

Рассмотрим, также, значение дискриминанта

$$D = \left(\dot{b} - \hat{b} - \dot{a} \cdot \hat{a}\right)^2 - 4 \cdot \hat{a} \cdot \dot{a}\hat{b}.$$
 (2.51)

для полученных решений. Согласно [88], дискриминант уравнения (2.39) — всегда действительное число. Ситуация D = 0 возникает, когда для данного узла достигнут предел передаваемой мощности, ввиду единственности решения такого уравнения. Обратим внимание, что для холостого хода, представленного выражением (2.50), дискриминант оказался положительным. Можно утверждать, что нулевое значение мощности всегда находится в зоне предела по передаваемой мощности. Следовательно, отрицательное значение дискриминанта будет соответствовать значению мощности, находящемуся за пределом передаваемой мощности.

Из всего вышесказанного можно сформулировать гипотезу, что установившемуся режиму будет соответствовать решение (2.38) со знаком «+» при условии, когда дискриминант в этом выражении больше нуля. При этом второе решение со знаком «-» будет соответствовать короткому замыканию с той же мощностью. Наконец, отрицательный дискриминант будет свидетельствовать о том, что значение передаваемой мощности оказывается выше предельной для данного узла при заданных напряжениях остальных узлов. Соответственно, решение (2.38) для нормального установившегося режима может быть переписано в виде:

$$\dot{U}_{\beta_i} = \frac{\left(\dot{b} - \hat{b} - \dot{a} \cdot \hat{a}\right) + \sqrt{D}}{2 \cdot \hat{a}},$$
 где  $D \ge 0.$  (2.52)

В качестве примера решения уравнения (2.38), рассмотрим схему ЭЭС, изображенную на рисунке 2.2. На нем изображена трёхцепная линия с сечением проводника AC-400/51 ( $r_0 = 0.0730$  Ом/км,  $x_0 = 0.42$  Ом/км,  $b_0 = 2.701 \ 10^{-6}$  См/км) длиной L = 100 км, связывающая узел 1 с известным комплексным напряжением  $\dot{U}_1 = 220$  кВ и известной комплексной мощностью перетока начала передачи от узла 1  $\dot{S}_{12} = 100 + j10$  MBA с некоторым узлом 2. Такая задача соответствует первому случаю, когда  $\alpha_i \neq \beta_i$  в уравнении (2.32).



Рисунок 2.2 — Пример для решения уравнения (2.32)

Для такой передачи легко можно рассчитать параметры схемы замещения  $\dot{Y}_{12} = \frac{3}{L \cdot (r_0 + j \cdot x_0)} = 0,012 + j \cdot 0,069 \text{ См}, \ \dot{Y}_{sh} = j \cdot 3 \cdot L \cdot b_0 = j \cdot 8,103 \cdot 10^{-4} \text{ См}.$ Найдем комплексное напряжение узла 2:

$$\dot{U}_2 = \frac{-\hat{S}_{12}}{\dot{Y}_{12}\cdot\hat{U}_1} - \frac{-\left(\dot{Y}_{12} + \dot{Y}_{sh}\right)\cdot\dot{U}_1}{\dot{Y}_{12}} = 21,762 - j\cdot 5,819 \text{ kB.}$$
(2.53)

Для того, чтобы привести пример расчёта для второго случая, рассчитаем мощность узла 2 через уравнение баланса мощности в этом узле:

$$- \hat{U}_2 \cdot \left( \dot{Y}_{12} + \dot{Y}_{sh} \right) \cdot \dot{U}_2 + \hat{U}_2 \cdot \dot{Y}_{12} \cdot \dot{U}_1 = \hat{S}_2, \qquad (2.54)$$

где  $\dot{S}_2 = 99,375 + j \cdot 83,375$  MBA.

Предположим, что первоначально были известны комплексная мощность  $\dot{S}_2 = 99,375 + j83,375$  MBA узла 2 и комплексное напряжение  $\dot{U}_1 = 220$  кВ узла 1, а информация о комплексном напряжении  $\dot{U}_2$  узла 2 и комплексном перетоке начала передачи от узла 1  $\dot{S}_{12}$  отсутствует.

Для решения уравнения (2.54), вычислим коэффициенты *à* и *b*.

$$\dot{a} = -\frac{\dot{Y}_{12} \cdot \dot{U}_1}{-(\dot{Y}_{12} + \dot{Y}_{sh})} = 222,523 - j \cdot 0,444 \text{ kB},$$

$$\dot{b} = -\frac{\hat{S}_2}{-(\dot{Y}_{12} + \dot{Y}_{sh})} = 1427,619 + j \cdot 1199,167 \text{ kB}^2.$$
(2.55)

Тогда,

$$\dot{U}_2 = \frac{\left(\widehat{b} - \dot{b} + \dot{a} \cdot \widehat{a}\right) + \sqrt{\left(\dot{b} - \widehat{b} - \dot{a} \cdot \widehat{a}\right)^2 - 4 \cdot \widehat{a} \cdot \dot{a} \cdot \hat{b}}}{2 \cdot \widehat{a}} = (2.56)$$
$$= 215,762 - j \cdot 5,819 \text{ kB}.$$

Как можно заметить, напряжение  $\dot{U}_2$ , посчитанное через комплексную мощность инъекции  $\dot{S}_2$  совпадает с изначально рассчитанным значением. Таким образом, приведенный пример подтверждает справедливость предложенной процедуры решения без итераций.

Отметим, что в результате действия второго алгоритма и алгоритма, приведенного в разделе 2, получается, что  $\overline{\alpha} = \overline{\beta}$ . Из этого следует, что ситуации, когда  $\alpha_i \neq \beta_i$  в указанных алгоритмах не возникает. При повторении выводов из текущего раздела для данных алгоритмов, можно видеть, что при выполнении расчётов согласно матрицам, полученным в результате действия этих алгоритмов, расчёт нелинейных уравнений совпадает с расчётом для случая  $\alpha_i = \beta_i$  первого алгоритма, который отражен в (2.37),(2.38), (2.52).

Многочисленное сопоставление результатов решения (2.52) для всевозможных комбинаций параметров с результатами расчётов итерационных процедур по ПК RastrWin показывает справедливость данного способа решения. **Такой подход позволяет получать напряжение узла конца передачи по известным значениям напряжения передачи и комплексной мощности конца передачи без применения каких-либо итерационных процедур.** Это является одним из важных факторов обеспечения ускоренного ОС.

В работе автора [49] приведен ряд интересных следствий из полученного решения, касающихся анализа статической устойчивости режимов ЭЭС, которые хотя и не включены в настоящую работу, но могут быть использованы в дальнейших исследованиях.

## 2.3 Новая итерационная процедура решения системы нелинейных уравнений установившегося режима ЭЭС

Речь идёт о возможности использования рассмотренной выше безытерационной процедуры решения уравнения в комплексной форме с одной неизвестной переменной в задаче решения системы нелинейных уравнений установившегося режима ЭЭС с учётом как векторных измерений от PMU, так и электромагнитных измерений SCADA.

Необходимость совместного решения нескольких уравнений, топологически соответствующих некоторой локальной подсистеме, диктуется следующими обстоятельствами. Во-первых, такая постановка задачи имеет прямое отношение к ускоренным расчётам режима ЭЭС при дефиците PDC и PMU, когда не удаётся получить чисто треугольную или чисто диагональную подматрицу  $\dot{\mathbf{Y}}_T$ . Во-вторых, нельзя забывать о возможности аварийной потери источника или нескольких источников векторных измерений. И в том и другом случае подматрица  $\dot{\mathbf{Y}}_T$  частично или полностью теряет своё особое свойство, благодаря которому зависимые переменные вычисляются последовательным без итерационным (прямым) решением одного уравнения. Дело в том, что подматрица  $\dot{\mathbf{Y}}_T$  вырождается в псевдо треугольную или псевдо диагональную матрицу.

Продемонстрируем результат работы второго алгоритма в случае потери векторной информации о токах в линиях  $\Lambda(6-12)$  и  $\Lambda(6-13)$  сети IEEE-14, которая приводит к появлению матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{\alpha\beta}$ , показанной на рисунке 2.36. В ней в диагональном блоке видны два «острова», размерности которых (2 × 2) и (3 × 3). Для общего решения задачи приходится сталкиваться с решением подобных небольших подсистем, одна из которых (2.56) в соответствии рисунку 2.36 с тремя искомыми переменными  $\dot{U}_{12}$ ,  $\dot{U}_{13}$ ,  $\dot{U}_{14}$  показана ниже:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}_{12,12} \cdot \dot{U}_{12} + \dot{\mathbf{Y}}_{12,13} \cdot \dot{U}_{13} &= \frac{\widehat{S}_{12}}{\widehat{U}_{12}} - \dot{\mathbf{Y}}_{12,6} \cdot \dot{U}_{6}, \\ \dot{\mathbf{Y}}_{13,12} \cdot \dot{U}_{12} + \dot{\mathbf{Y}}_{13,13} \cdot \dot{U}_{13} &+ \dot{\mathbf{Y}}_{13,14} \cdot \dot{U}_{14} &= \frac{\widehat{S}_{13}}{\widehat{U}_{13}} - \dot{\mathbf{Y}}_{13,6} \cdot \dot{U}_{6}, \\ \dot{\mathbf{Y}}_{14,13} \cdot \dot{U}_{13} + \dot{\mathbf{Y}}_{14,14} \cdot \dot{U}_{14} &= \frac{\widehat{S}_{14}}{\widehat{U}_{14}} - \dot{\mathbf{Y}}_{14,9} \cdot \dot{U}_{9}. \end{cases}$$
(2.57)

Структурно эту систему можно представить в виде:

$$\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbb{K}} \cdot \overline{\dot{U}}_{\mathbb{K}} + \dot{\mathbf{Y}}_{\mathbb{U}} \cdot \overline{\dot{U}}_{\mathbb{U}} = \left(\overline{\widehat{S}/\widehat{U}_{\mathbb{U}}}\right),\tag{2.58}$$



Рисунок 2.3 — (а) Псевдо-треугольник. (б) Псевдодиагональная матрица — потеря информации о токах Л(6-11), Л(6-12), Л(6-13)

где  $\dot{\mathbf{Y}}$  — прямоугольная подматрица проводимостей, имеющих отношение к напряжениям узлов  $\overline{U}_{\mathbb{K}}$ , которые уже известны на момент начала решения системы нелинейных уравнений,  $\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbb{U}}$  — квадратная матрица проводимостей, имеющих отношение к искомым переменным  $\overline{U}_{\mathbb{U}}$ . Здесь речь идёт, во-первых, о напряжениях  $\overline{U}_{\mathbb{K}}$ , полученных либо от РМU, либо ранее вычисленных по принципу треугольника или диагонали из выше расположенных уравнений и, во-вторых, о искомых напряжениях, образующих вектор  $\overline{U}_{\mathbb{U}}$ . Введём вектор правых частей, состоящий из суммы вектора нелинейности  $(\widehat{S}/\widehat{U}_{\mathbb{U}})$  и вектора  $\overline{I}_{\mathbb{U}} = \dot{\mathbf{Y}}_{\mathbb{K}} \cdot \overline{U}_{\mathbb{K}}$ .

$$\overline{\dot{I}}_{\mathbb{U}} = \left(\overline{\hat{S}/\hat{U}_{\mathbb{U}}}\right) - \mathbf{\dot{Y}}_{\mathbb{K}} \cdot \overline{\dot{U}}_{\mathbb{K}}.$$
(2.59)

Тогда уравнение (2.58) преобразуется к виду

$$\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbb{U}} \cdot \overline{\dot{U}}_{\mathbb{U}} = \overline{\dot{I}}_{\mathbb{U}}.$$
(2.60)

Ясно, что ввиду нелинейности подсистем типа (2.58), для получения решения невозможно избавиться от итерационных процедур. Наиболее распространенным методом решения систем нелинейных уравнений (2.5) и (2.6) является метод Ньютона, обеспечивающий наилучшую скорость сходимости

54

среди прочих итерационных методов. Однако специфика нелинейных уравнений (2.58) в форме баланса токов даёт возможность построить итерационную процедуру, превосходящую метод Ньютона как по сходимости, так и, по общему объёму вычислений, как это продемонстрировано в [89].

Как известно, в методе Ньютона на каждой итерации решается линеаризованная система уравнений

$$\mathbf{J}^k \cdot \overline{\Delta U}^{k+1} = -\overline{\Phi}^k, \qquad (2.61)$$

в которой  $\mathbf{J}^k$  есть матрица Якоби на k-ой итерации, компоненты вектора  $\overline{\Phi}^k$  есть правые части соответственно систем (2.5), (2.6) или (2.58) на этой же итерации. При этом матрица Якоби корректируется на каждом итерационном шаге. Полезно отметить, что при решении системы нелинейных уравнений (2.5) и (2.58) в форме баланса токов в матрице Якоби изменяются и пересчитываются только лишь диагональные элементы  $\mathbf{J}^k_{i,i}$ , а остальные элементы  $\mathbf{J}^k_{i,j}$  остаются неизменными. Количество итераций зависит от удалённости режима от предельного по устойчивости состояния. И тот факт, что диагональные элементы в матрице Якоби остаются функцией напряжения *i*-го узла и должны пересчитываться на каждой итерации, не позволяет существенно сократить время итерационного решению СНУ (2.5) на основе метода Ньютона.

Предлагаемый алгоритм основывается на треугольном разложении матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbb{U}}$  на множители  $\dot{\mathbf{L}}$ (нижняя треугольная матрица) и  $\dot{\mathbf{W}}$  (верхняя треугольная матрица) в системе (2.58) с сохранением нелинейности  $\overline{\hat{S}}/\widehat{U}_{\mathbb{U}}$  в правой части этой системы. При этом матрицы  $\dot{\mathbf{L}}$  и $\dot{\mathbf{W}}$  остаются константами и не пересчитываются от итерации к итерации, а сохранение нелинейности без последовательной линеаризации, как это делается в методе Ньютона, существенно улучшает сходимость вычислительного процесса.

Систему (2.58), для начала запишем в линейной форме (2.60), с разложением матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbb{U}}$  на треугольные сомножители

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{L}}}^{0} \times \boxed{\dot{\boldsymbol{W}}}_{0} \times \boxed{\ddot{\boldsymbol{U}}}_{u} = \boxed{\boldsymbol{I}}_{u}, \qquad (2.62)$$

где **L** и **W** — соответственно нижняя и верхняя треугольные матрицы. Основное время при решении СЛУ уходит на формирование этих матриц. Если

же для заданного участка сети (то есть для матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbb{U}}$ ) треугольные матрицы  $\dot{\mathbf{L}}$  и ей обратная  $\dot{\mathbf{L}}^{-1}$  матрица уже получены, то расчёт режима сводится к решению системы

$$\dot{\mathbf{W}} \cdot \overline{\dot{U}}_{\mathbb{U}}^{k} = \dot{\mathbf{L}}^{-1} \cdot \overline{\dot{U}}_{\mathbb{I}}^{k}.$$
(2.63)

Если в последнем выражении матрицу  $\dot{\mathbf{L}}^{-1}$  обозначить как  $\dot{\mathbf{C}}$ , то систему (2.63) можно переписать в виде:

$$\underbrace{\vec{W}}_{0} \times \left[ \overline{\vec{U}}_{u} \right] = \underbrace{\vec{C}}_{c}^{0} \times \left[ \overline{\vec{I}}_{u}^{k} \right]$$
(2.64)

Для примера, представленного системой (2.57), такому преобразованию будет соответствовать:

$$\begin{cases} \dot{w}_{12,12} \cdot \dot{U}_{12}^{k+1} + \dot{w}_{12,13} \cdot \dot{U}_{13}^{k} = \dot{c}_{12,12} \cdot \left(\frac{\widehat{S}_{12}}{\widehat{U}_{12}^{k+1}} - \dot{I}_{\mathbb{K}12}\right), \\ \dot{w}_{13,13} \cdot \dot{U}_{13}^{k+1} + \dot{w}_{13,14} \cdot \dot{U}_{14}^{k} = \dot{c}_{13,12} \cdot \left(\frac{\widehat{S}_{12}}{\widehat{U}_{12}^{k+1}} - \dot{I}_{\mathbb{K}12}\right) + \dot{c}_{13,13} \cdot \left(\frac{\widehat{S}_{13}}{\widehat{U}_{13}^{k+1}} - \dot{I}_{\mathbb{K}13}\right), \\ \dot{w}_{14,14} \cdot \dot{U}_{14}^{k+1} = \dot{c}_{14,12} \cdot \left(\frac{\widehat{S}_{12}}{\widehat{U}_{12}^{k+1}} - \dot{I}_{\mathbb{K}12}\right) + \dot{c}_{14,13} \cdot \left(\frac{\widehat{S}_{13}}{\widehat{U}_{13}^{k+1}} - \dot{I}_{\mathbb{K}13}\right) + \dot{c}_{14,14} \cdot \left(\frac{\widehat{S}_{14}}{\widehat{U}_{14}^{k+1}} - \dot{I}_{\mathbb{K}14}\right), \\ (2.65) \end{cases}$$

где отражен зейделевский подход к формированию итерационной процедуры.

Таким образом, показано, что представленные алгоритмы расстановки устройств СВИ и основанная на этих методах ОС вычислительно более подходящими для встраивания в алгоритмы автоматики ЭЭС, ввиду безытерационности, или быстрой сходимости процедур, необходимых для их работы.

# 2.4 Экспериментальная оценка скорости и точности расчёта по разработанным алгоритмам

Вычислительный эксперимент должен был ответить на два вопроса. Во-первых, обеспечивает ли топологически обоснованная расстановка СВИ ускоренный расчёт режима ЭЭС по данным телеизмерений от РМU? Во-вторых, обеспечивает ли фиксация данных РМU в виде констант при расчёте режима возможность использования полученного результата вместо ОС ввиду того, что та часть телеизмерений, которая поступает от РМU, имеет на много более высокую точность по сравнению с телеметрией от SCADA? Иными словами, целью вычислительного эксперимента было как определение границ применимости описанных выше алгоритмов, так и окончательное выявление целесообразности подхода, при котором определение параметров установившегося режима проводится без достоверизации, по расчёту на базе ограниченного множества имеющихся измерений высокой точности и измерений SCADA.

Для сравнения отклонения расчётных значений от эталона в качестве критерия было выбрано максимальное отклонение перетока мощности в линии

$$\Delta P_L^{max} = \max_{L=1\cdots N_L} \{ P_L^{\rm OC} - P_L^{\rm 9} \}, \qquad (2.66)$$

где  $N_L$  — количество всех линий, L — номер линии,  $P_L^{\Im}$  — мощность перетока начала линии L в эталонном режиме,  $P_L^{OC}$  — мощность перетока начала линии L в результате расчёта. Эталонный режим для каждой тестовой сети получался в результате решения уравнений узловых напряжений по ПК RastrWin на основании известных справочных исходных данных. К измеряемым параметрам эталонного режима добавлялась случайная погрешность с целью определения изменения рассчитанных параметров. Для оценки среднего значения отклонения расчётных параметров по методу Монте-Карло такой расчёт повторяется многократно. Для примеров, описанных в данном разделе, было принято достаточным повторять расчёт 100 раз.

С целью оценки точности и скорости получения результатов определения параметров установившегося режима, а также робастности самой процедуры получения этих результатов, была проведена серия расчётов на схемах IEEE различной размерности и одна схема реальной сети (1414 узлов)[19]. В качестве

Сеть		IEEE	IEEE	IEEE	IEEE	IEEE	IEEE	Реальная
		14	RTS96	30	57	118	300	ЭЭС
Число узлов		14	24	30	57	118	300	1414
Число РМU		5	6	9	11	27	48	157
Время расчета УР (RastrWin)		1810 мкс	3650 мкс	2209 мкс	2740 мкс	5214 мкс	6111 мкс	23354 мкс
Время расчета одного режима с использованием У <sub>т</sub>		9 мкс	25 мкс	37 мкс	104 мкс	180 мкс	392 мкс	1287 мкс
$\Delta P_L^{max}$	при $\Delta U = 0.1\%$ $\Delta \delta = 0.5^{\circ}$	342 МВт	35 МВт	75 МВт	517 МВт	613 МВт	878 MBT	325 MBT
	$ \begin{aligned} & \Pi p u \\ \Delta U &= 0.1\% \\ \Delta \delta &= 0.1^{\circ} \end{aligned} $	103 МВт	11 МВт	16 МВт	210 МВт	85 MBT	78 MBT	192 МВт
	при $\Delta U = 0.1\%$ $\Delta \delta = 0.01^{\circ}$	7 МВт	9 <b>МВ</b> т	5 МВт	4 MBT	11 МВт	5 МВт	10 МВт

Таблица 4 — Сопоставление точности оценок установившегося режима ЭЭС при различных погрешностях СВИ

исходных данных принималась расчётная модель сети и параметры некоторого её установившегося режима. Для этой модели выполнялась процедура выбора мест размещения СВИ. Далее, к параметрам установившегося режима прибавлялась случайная величина, имитирующая погрешность от измерения. Погрешности параметров мощности, которые были получены от SCADA, считались равными  $\pm 0.1\%$ ; погрешности же напряжений, получаемых от РМU, варьировались  $\pm (0.01 \cdots 0.5)$ . Результаты расчёта представлены в таблице 4.

В строке таблицы 4 «Время расчёта УР» показано время выполнения расчётов на ПК RastrWin. Дело в том, что из сопоставления всех возможных вычислительных библиотек, в которых в качестве тестовых были представлены расчётные схемы IEEE (Matpower, Pandapower, Pypower), был сделан вывод о наибольшей скорости расчёта именно по ПК RastrWin. Безусловно, абсолютные скорости и ускорения трудно выявляются в связи с тем, что эти свойства оказываются скрыты большим количеством дополнительных факторов, от которых зависит результирующее время расчёта. Автором, также не были использованы все возможные способы оптимизации предлагаемой расчётной процедуры. Тем не менее, согласно данным в таблице 4 получающееся ускорение является не только заметным, но и очень существенным. Качественно это объясняется тем, что в предлагаемом расчёте нет решения системы уравнений, но есть последовательное решение отдельных уравнений с одной комплексной переменной.



# Рисунок 2.4 — Экспериментальная проверка влияния длины линии на погрешность измерения фазы **б**

Однако, если взглянуть на ту часть таблицы, в которой рассматривается влияние погрешности измерения на погрешность расчётных параметров  $\Delta P_L^{max}$ , то можно видеть, что при показателях погрешности, которые предоставляют заводы-изготовители по PMU и оптическим трансформаторам, погрешность расчётных данных, чаще всего, оказывается недопустимой. Дальнейший анализ показал, что причиной высокой погрешности является расчёт перетока мощности линии по измерениям фаз напряжений. Помимо этого, погрешность возрастает с увеличением класса напряжения. Это позволило сделать вывод о высоком влиянии погрешности комплексного параметра напряжения на погрешность перетока мощности по линии.

В связи с этим был выполнен эксперимент для выявления влияния погрешности электрического угла напряжения на точность определения перетока мощности. Для демонстрации влияния погрешности фазных углов  $\delta$  на меру отклонения результирующего режима по ОС для примера рассматривалась линия 220 кВ, имеющая сечение AC-300 (рисунок 2.4). Для неё при разных величинах погрешности электрического угла контролировалась погрешность перетока мощности:

$$\Delta P_L = \left| \frac{P_L^{\text{OC}} - P_L^{\Im}}{P_L^{\Im}} \right|, \qquad (2.67)$$

Под критической длиной понимается такая длина  $L_{crit}$ , при превышении которой погрешность  $\Delta P$  перетока мощности  $P_{i,j}$ , определяемая через падение напряжения по данным PMU начала (i) и конца (j) линии, оказывается меньше, чем при непосредственном измерении  $P_{i,j}$  с соответствующей погрешностью SCADA. При условии обеспечения требуемой точности перетока начала линии  $P_{i,j}$ , можно показать, какой должна быть минимальная длина линии  $L_{crit}$ между двумя измерениями напряжений по PMU, чтобы доверие к измерению  $\delta$  было приемлемым по качеству оценки режима.

Указанные выше вычислительные эксперименты позволяют сделать вывод о том, что приведённый метод расчета текущего установившегося режима, хотя и обладает крайне высокой вычислительной скоростью, однако результаты расчёта оказываются очень чувствительными к погрешностям исходных данных. Следовательно, можно заключить, что устройства PMU оказываются недостаточно точными для того, чтобы принимать их данные без достоверизации при установке в значительной части линий энергосистемы, даже при использовании ОТТ и ОТН, ввиду наличия недопустимо высокой погрешности по углу напряжения для таких задач. Однако при длине линии больше критической использование рассмотренного способа оценки режима оказывается оправданным как с позиции точности, так и с позиции скорости.

Можно предложить два пути решения возникшей проблемы: либо увеличить точность приборов до того значения, при котором точность определения расчётных параметров окажется достаточной для расчёта, либо выполнять процедуру достоверизации для СВИ. Первый путь решения в настоящее время остается гипотетическим, ввиду отсутствия реальных технико-экономических возможностей для его реализации. Второй путь, связанный с достоверизацией информации, как показано ниже, является вполне реализуемым.

Наиболее полно содержание главы отражено в работах [20; 21; 28; 39-43].

#### 2.5 Выводы

Как было показано в первой главе существуют преобразования, предполагающие перестановку строк и столбцов, для систем линейных уравнений установившегося режима, при которых одна часть напряжений считается известной благодаря измерениям PMU, а другая – вычисляемой благодаря известному вектору токов от системы SCADA. Однако данными, получаемыми от систем SCADA, чаще всего, являются значения перетоков мощности. Для учёта измерений мощности в данной главе показано преобразование уравнений с учётом того, что уравнения установившегося режима являются нелинейными. Продемонстрировано, что преобразованная нелинейная система уравнений, также как и линейная, сводится к решению серии одиночных комплексных уравнений с одной неизвестной.

Указан тип уравнений, которые могут быть результатами предлагаемых преобразований. Показано, что нелинейные уравнения, возникающие в результате преобразования, оказываются эквивалентными уравнениям двухузловой задачи, в которой требуется найти комплексное напряжение конца передачи по комплексному напряжению начала и комплексной мощности конца. Выведен прямой метод решения соответствующих нелинейных уравнений, приведены примеры решения такого уравнения.

Показаны альтернативные способы использования решения одного нелинейного уравнения передачи и преобразования системы нелинейных уравнений. Показано, что преобразование способно улучшить сходимость итерационных методов.

На основе: преобразования системы уравнений установившегося режима, методов расстановки СВИ, предложенных в главе 1, и указанного выше прямого метода решения систем нелинейных уравнений, сформулирована новая процедура оценки режима по данным РМU и SCADA. Показано, что предложенный метод обладает высокой вычислительной скоростью и является безытерационным. Это позволяет судить о его вычислительной эффективности и делает алгоритм хорошо применимым в противоаварийной автоматике, в которой целесообразно избегать итерационных процедур.

Выполнены вычислительные эксперименты, позволяющие определить границу применимости предлагаемого метода оценки установившегося режима. Показано, что точность измерений, требуемая для применения данного метода, оказывается недостижимой на базе современных средств СВИ.

Продемонстрировано, что результаты расчёта оказались наиболее чувствительны к погрешности измерения фазового угла напряжения. Это ведет к жёсткому требованию к погрешности этого измерения, что не всегда является технически осуществимым. Все вышесказанное приводит к выводу о том, что нельзя полагаться на результаты такого расчёта без достоверизации данных посредством процедуры OC. Тем не менее в перспективе за счёт снижения погрешности новых средств измерений недостаток может быть устранён; при этом высокая скорость предлагаемого расчёта и оценивания режима сохраняется.

Показано, что применение СВИ на основе ОТТ и ОТН чаще всего не увеличивает точность определения параметров режима в предлагаемой постановке. Главная причина заключается в том, что измерение фазового угла напряжения  $\delta$  и тока  $\psi$  с погрешностью 0,1° в ряде случаев недостаточно для получения приемлемой результирующей точности наблюдения в целом при наличии в ЭЭС, так называемых, «коротких линий». Для исключения таких случаев и обеспечения робастности необходима разработка алгоритма и программы выбора мест размещения ОТТ, ОТН и РМU вместе со средствами SCADA, причем результирующая ОС должна быть слабо чувствительной к длине линий и погрешностям измерения фазовых углов РМU.

# Глава 3. Двухуровневое оценивание состояния на базе измерений PMU и SCADA

### 3.1 Задача ОС как задача метода наименьших квадратов

В главе 2 был сделан вывод о том, что погрешность устройств СВИ может приводить к недопустимо большим ошибкам определения параметров режимов ЭЭС. Из этого, как уже было отмечено, следует, что требуется либо размещать СВИ особым образом, с тем, чтобы избежать обозначенной выше проблемы коротких линий, либо заведомо выполнять размещение устройств СВИ таким образом, чтобы система измерений, включающая в себя как РМU, так и SCADA, выполняла достоверизацию режимной информации, получаемой от всего комплекса измерительных приборов. Это наталкивает на необходимость исследования возможности верификации данных от РМU.

Хорошо известно, что для достоверизации данных в современных ЭЭС применяется зарекомендовавшая себя на практике процедура ОС, предложенная в 1970 году и широко применяющаяся в настоящее время [90]. Соответственно, в данной работе целесообразно перейти к рассмотрению способа включения СВИ в существующую процедуру ОС, или выполнению ОС на базе только СВИ и исследовать проблему выбора мест размещения СВИ для улучшения качества ОС в целом.

Существует несколько подходов к выполнению ОС. Среди них выделяются ОС на базе следующих методов:

- взвешенных наименьших квадратов [25; 90];
- взвешенных наименьших модулей [91; 92];
- m-оценок [93; 94];
- контрольных уравнений [38; 95; 96].

Рассмотрим классическую формулировку ОС методом взвешенных наименьших квадратов для энергосистемы из N узлов, которую можно записать следующим образом [97]:

$$\Phi(\overline{x}) = \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \cdot (y_i(\overline{x}) - \widetilde{y}_i)^2 \to \min_{\overline{x}}, \qquad (3.1)$$

$$\left\{ h_j(\overline{x}) = 0, j = 1 \dots K, \right.$$

где  $\overline{x}$  — вектор размерностью 2N базовых параметров состояния, которые принимаются в качестве независимых переменных и через которые можно выразить все остальные параметры; M — количество измерений, используемых в задаче OC;  $\tilde{y}_i$  — значение телеизмерения параметра;  $y_i(\overline{x})$  — аналитическое выражение измеряемого параметра через независимые переменные  $\overline{x}$ ;  $\alpha_i$  — весовой коэффициент; { $h_j(\overline{x}) = 0, j = 1...K$  — ограничения, отражающие заведомо точную информацию.

Для выполнения процедуры ОС на систему измерений неизбежно накладывается требования избыточности измерений (M > N) и наблюдаемости, при невырожденности системы  $\{y_i(\overline{x}) = \widetilde{y}_i, i = 1...M.$  Применительно к энергосистеме под  $\overline{x}$ , чаще всего, понимается вектор действующих значений и фазовых углов напряжений;  $\widetilde{y}_i$  — измерения узловых и линейных значений модулей токов, активных и реактивных составляющих мощностей, модулей узловых напряжений;  $y_i(\overline{x})$  — аналитическое выражение измеряемого параметра только через модули и фазы напряжений,  $\{h_j(\overline{x}) = 0, j = 1...K - orpaничения,$ отражающие нулевой отбор мощности на подстанции, ограничения на коэффициенты мощности (на  $tg(\varphi)$ ).

Опишем составляющие выражения (3.1) более подробно в соответствии с [97]. Если от математической формулировки (3.1) перейти к обсуждению электрической системы, состоящей из N узлов, то под вектором  $\overline{x}$  понимается

$$\overline{x} = (V_1, \dots, V_N, \delta_1, \dots, \delta_N)^T, \qquad (3.2)$$

где  $V_i$  – действующее значение напряжения узла i,  $\delta_i$  – электрический угол напряжения узла i относительно некоторого базисного узла. Как известно, при этом предполагается, что у такого узла этот угол равен нулю. Под функциями  $y_i(\overline{x})$ , в зависимости от типа измерения, традиционно понимаются:

– для инъекции активной и реактивной мощности в узле *i*:

$$y_{P_i}(\overline{x}) = V_i \cdot \sum_{j=1}^N V_j \cdot \left(G_{i,j} \cdot \cos(\delta_j - \delta_i) + B_{i,j} \cdot \sin(\delta_j - \delta_i)\right), \quad (3.3)$$

$$y_{Q_i}(\overline{x}) = V_i \cdot \sum_{j=1}^N V_j \cdot \left(G_{i,j} \cdot \sin(\delta_j - \delta_i) - B_{i,j} \cdot \cos(\delta_j - \delta_i)\right); \quad (3.4)$$

для перетоков активной и реактивной мощности, протекающих в линии (*i*,*j*), в сторону узла *i*:

$$y_{P_{i,j}}(\overline{x}) = V_i^2 \cdot G_{i,i} + V_i \cdot V_j \cdot (G_{i,j} \cdot \cos(\delta_j - \delta_i) + B_{i,j} \cdot \sin(\delta_j - \delta_i)), \quad (3.5)$$

$$y_{Q_{i,j}}(\overline{x}) = -V_i^2 \cdot B_{i,i} + V_i \cdot V_j \cdot (G_{i,j} \cdot \sin(\delta_j - \delta_i) - B_{i,j} \cdot \cos(\delta_j - \delta_i)); \quad (3.6)$$

– для действующих значений напряжения в узле *i*:

$$y_{V_i}(\overline{x}) = V_i; \tag{3.7}$$

для действующих значений токов, протекающих в линии (*i*,*j*), в сторону узла *i*:

$$y_{I_{i,j}}(\overline{x}) = \frac{\sqrt{y_{P_{i,j}}(\overline{x})^2 + y_{Q_{i,j}}(\overline{x})^2}}{V_i};$$
(3.8)

где  $G_{i,j}$  и  $B_{i,j}$  – действительная и мнимая составляющие элемента i,j матрицы проводимостей.

При этом, под ограничениями  $h_i(\overline{x})$  обычно понимают:

– для нулевых инциденций активной и реактивной мощности в узле *i*:

$$h_{P_i}(\overline{x}) = y_{P_i}(\overline{x}), \tag{3.9}$$

$$h_{Q_i}(\overline{x}) = y_{Q_i}(\overline{x}); \tag{3.10}$$

– для заданного коэффициента мощности узла *i*:

$$h_{\varphi_i}(\overline{x}) = \frac{y_{P_i}(\overline{x})}{y_{Q_i}(\overline{x})}.$$
(3.11)

Безусловно, в данном списке типов измерений и ограничений не указаны их все возможные варианты, но приведены лишь основные.

С целью выполнения дальнейших рассуждений, покажем общепринятый способ решений оптимизационной задачи (3.1), которая отражает задачу метода наименьших квадратов с ограничениями в форме равенств, решение которой традиционно основывается на формулировании функции Лагранжа [98]:

$$L(\overline{x},\overline{\lambda}) = \Phi(\overline{x}) + \sum_{j=1}^{K} (\lambda_j \cdot (h_j(\overline{x}))) =$$

$$= \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \cdot (y_i(\overline{x}) - \widetilde{y}_i)^2 + \sum_{j=1}^{K} (\lambda_j \cdot (h_j(\overline{x}))) \to \min_{\overline{x}},$$
(3.12)

где  $\overline{\lambda}$  – вектор множителей Лагранжа.

Для решения оптимизационной задачи (3.12) находят градиент функции Лагранжа и приравнивают его к нулю. Иными словами, для решения (3.12) составляется система уравнений [98]:

$$\nabla L(\overline{x}, \overline{\lambda}) = \overline{0}, \qquad (3.13)$$

которую можно записать более подробно:

$$\begin{cases} \mathbf{J}_{\overline{y}}^{T}(\overline{x}) \cdot (\overline{y}(\overline{x}) - \overline{\widetilde{y}}) + \mathbf{J}_{\overline{h}}^{T}(\overline{x}) \cdot \overline{\lambda} = \overline{0}, \\ \overline{h}(\overline{x}) = \overline{0}, \end{cases}$$
(3.14)

где  $\overline{y}(\overline{x})$  – вектор-функция измерений, состоящая из функций  $y_i(\overline{x})$ ;  $\overline{\tilde{y}}$  – вектор, составленный из значений измерений  $\widetilde{y}_i$ ;  $\overline{h}(\overline{x})$  – вектор-функция, составленная из ограничений  $h_i(\overline{x})$ ; матрица

$$\mathbf{J}_{\overline{y}}(\overline{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1(\overline{x})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_1(\overline{x})}{\partial x_N} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial y_M(\overline{x})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_M(\overline{x})}{\partial x_N} \end{pmatrix}$$
(3.15)

представляет матрицу Якоби вектор-функции  $\overline{y}(\overline{x})$ , в то время как матрица

$$\mathbf{J}_{\overline{h}}(\overline{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1(\overline{x})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial h_1(\overline{x})}{\partial x_N} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial h_K(\overline{x})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial h_K(\overline{x})}{\partial x_N} \end{pmatrix}$$
(3.16)

является матрицей Якоби вектор-функции  $\overline{h}(\overline{x})$ .

Значения  $\overline{x}_*$ , оценённые методом взвешенных наименьших квадратов будут соответствовать решению оптимизационной задачи (3.1). В общем случае, функции  $y_i(\overline{x})$  и  $h_i(\overline{x})$  являются нелинейными ввиду нелинейности соотношений между напряжениями и углами напряжений, составляющими вектор базовых параметров состояния и действующими значениями токов и составляющими мощностей, являющимися измеряемыми параметрами  $\tilde{y}_i$ . Соответственно, важно отметить, что для общей постановки оптимизационной задачи ОС существуют только итерационные процедуры решения, которые широко исследованы в литературе [25; 38; 97; 99].

Для совмещения данных СВИ и SCADA при выполнении ОС методом наименьших квадратов напрашивается подход, рассмотренный в литературе [100] и предполагающий формулирование единой оптимизационной задачи, где достоверизации подвергается информация как устройств СВИ, так и SCADA. Этот подход развивается в следующем параграфе.

### 3.2 Единая процедура ОС для данных СВИ и SCADA (М1)

Рассматриваемый в этом разделе подход в дальнейшем будет называться M1. Задача совместного использования данных CBИ и SCADA в оценке состояния добавляет в задачу (3.1) новый класс измерений, значения которого будут обозначаться как  $\tilde{y}_i^{\text{CBU}}$ , где i – номер CBИ; при этом  $\tilde{y}_i^{\text{TU}}$  – традиционные измерения SCADA. Как известно, устройства CBИ измеряют комплексные параметры напряжения узлов, и токов линий, в которых установлены. Непосредственно, комплексные значения невозможно учесть в целевой функции, ввиду того, что на множестве комплексных чисел не существует отношения порядка. Соответственно, для какого-либо учёта комплексных величин в целевой функции, требуется получать выражение измерений в действительных числах. В литературе, чаще всего, принимается, что комплексные параметры токов и напряжений получены в декартовых координатах и, соответственно, измеряемыми полагаются действительные и мнимые составляющие комплексных величин [97; 100].

Таким образом, применяя подход ОС на базе метода взвешенных наименьших квадратов, приходим к выводу, что целевая функция и система ограничений, учитывающие данные от PMU, никак не изменяются и повторяют (3.1), с тем лишь отличием, что некоторые из измерений  $\tilde{y}_i$ , включённых в целевую функцию (3.1), фактически являются измерениями PMU  $\tilde{y}_j^{\text{CBU}}$ , что обеспечивает запись:

$$\Phi(\overline{x}) = \sum_{i=1}^{M^{\text{TH}}} \alpha_i^{\text{TH}} \cdot \left(y_i^{\text{TH}}(\overline{x}) - \widetilde{y}_i^{\text{TH}}\right)^2 + \sum_{i=1}^{M^{\text{CBH}}} \alpha_i^{\text{CBH}} \cdot \left(y_i^{\text{CBH}}(\overline{x}) - \widetilde{y}_i^{\text{CBH}}\right)^2 \to \min_{\overline{x}}, \qquad (3.17)$$

$$\left\{ h_j(\overline{x}) = 0, j = 1 \dots K \right\},$$

где индекс «ТИ» отмечает объекты, относящиеся только к традиционным измерениям SCADA, а «СВИ» – только к СВИ.

Кроме того, появятся другие типы функций  $y_i^{\text{CBM}}(\overline{x})$ , а именно:

– действительная составляющая напряжения узла *i*:

$$y_{U_i'}^{\text{CBM}}(\overline{x}) = V_i \cdot \cos(\delta_i); \qquad (3.18)$$

- мнимая составляющая напряжения узла *i*:

$$y_{U_i''}^{\text{CBM}}(\overline{x}) = V_i \cdot \sin(\delta_i); \qquad (3.19)$$

действительная составляющая тока, протекающего по линии *i*,*j*, в сторону узла *i*:

$$y_{I'_{i,j}}^{\text{CBH}}(\overline{x}) = G_{i,i} \cdot V_i \cdot \cos(\delta_i) - B_{i,i} \cdot V_i \cdot \sin(\delta_i) + G_{i,j} \cdot V_j \cdot \cos(\delta_j) - B_{i,j} \cdot V_j \cdot \sin(\delta_j);$$
(3.20)

мнимая составляющая тока, протекающего по линии *i*,*j*, в сторону узла *i*:

$$y_{I_{i,j}'}^{\text{CBII}}(\overline{x}) = B_{i,i} \cdot V_i \cdot \cos(\delta_i) + G_{i,i} \cdot V_i \cdot \sin(\delta_i) + B_{i,j} \cdot V_j \cdot \cos(\delta_j) + G_{i,j} \cdot V_j \cdot \sin(\delta_j);$$
(3.21)

- действительная составляющая инцидентного тока, втекающего в узел *i*:

$$y_{I'_{i}}^{\text{CBII}}(\overline{x}) = \sum_{j=1}^{N} \left( G_{i,j} \cdot V_{j} \cdot \cos(\delta_{j}) - B_{i,j} \cdot V_{j} \cdot \sin(\delta_{j}) \right); \qquad (3.22)$$

- мнимая составляющая инцидентного тока, втекающего в узел *i*:

$$y_{I_i''}^{\text{CBII}}(\overline{x}) = \sum_{j=1}^N \left( B_{i,j} \cdot V_j \cdot \cos(\delta_j) + G_{i,j} \cdot V_j \cdot \sin(\delta_j) \right).$$
(3.23)

В случае, если предполагается нормировать весовые измерения модуля и угла измеряемых РМU комплексных величин, то для таких измерений функции  $y_i(\overline{x})$  будут выглядеть, как это показано в [97]:

– действующее значение напряжения узла *i*:

$$y_{V_i}^{\text{CBM}}(\overline{x}) = V_i; \qquad (3.24)$$

– электрический угол напряжения узла *i*:

$$y_{\delta_i}^{\text{CBM}}(\overline{x}) = \delta_i; \qquad (3.25)$$

— электрический угол тока ветви *i*,*j*:

$$y_{\Psi_{i,j}}^{\text{CBII}}(\overline{x}) = \operatorname{atan}\left(\frac{y_{I_{i,j}''}(\overline{x})}{y_{I_{i,j}'}(\overline{x})}\right).$$
(3.26)

Таким образом, метод, предполагающий создание единой целевой функции, на первый взгляд, представляется наиболее корректным, ввиду того, что в этом случае все измерения включены в целевую функцию со своими невязками. Однако при этом появляется важная проблема определения весовых коэффициентов для параметров фазового угла напряжения  $\delta$  и фазового угла тока  $\psi$ , не участвующих в качестве измерений в классической постановке OC, а также параметров действительной и мнимой составляющих токов и напряжений.

Кроме того, эта задача имеет высокую размерность, определяемую общим количеством измерений CBИ и SCADA. Более того, она является нелинейной, поэтому по-прежнему требуется итерационная процедура с хорошей сходимостью к искомому результату. Указанные недостатки объясняют необходимость рассмотрения альтернативных способов совмещения данных CBИ и данных SCADA.

Предлагаемая ниже процедура двухуровневого ОС исключает формирование общей целевой функции для разнотипных и разнородных измерений [19]. К тому же, процедура двухуровневого ОС предполагает упрощение нелинейной системы, что делает её выполнение более устойчивым с вычислительной точки зрения.

### 3.3 Двухуровневое оценивание состояния (M2)

Описанный ниже подход в дальнейшем будет называться M2. Факт разнородности данных PMU и SCADA в прошлых главах был использован с целью рассмотрения информации от CBИ как абсолютно точной. Однако оказалось, что такой подход приводит к недопустимой погрешности расчёта установившегося режима ЭЭС без достоверизации данных CBИ. Тем не менее, следует иметь в виду того, что сами по себе CBИ являются намного более точными, по сравнению с традиционной телеметрией SCADA. Это означает, что при реализации подхода, рассмотренного в (3.2), использующего выражение (3.1) для нахождения значений оцениваемых параметров, приходится учитывать, что весовые коэффициенты  $\alpha_i^{CBU}$  для значений CBИ  $\tilde{y}_i^{CBU}$  выбираются намного более высокими, чем  $\alpha_i^{TU}$  для значений  $\tilde{y}_j^{TU}$ . Более того, несмотря на существующие исследования, такие как [101], не всегда понятно, как учитывать факт синхронизированности CBИ и несинхронности телеизмерений SCADA. Оказывается неопределённым соотношение погрешностей данных CBИ по сравнению с погрешностями данных SCADA и, как вывод, остаётся неизвестным, как подбирать коэффициенты  $\alpha_i^{\text{TM}}$  и  $\alpha_i^{\text{CBU}}$ , что приводит к риску потенциального искажения точных данных CBИ за счёт необоснованно высоких коэффициентов грубых измерений и снижению точности OC в целом.

Соответственно, целесообразно не рассматривать измерительные системы CBИ и SCADA в рамках единой целевой функции, но декомпозировать процедуру OC таким образом, чтобы отдельно выполнялась OC для данных PMU, и отдельно – для данных SCADA. Однако такое рассуждение противоречит указанному выше утверждению о корректности подхода M1, предполагающего формулирование единой целевой функции, в котором, как оказалось, остался неопределимым вопрос о значении весовых коэффициентов. Парадоксально, но факт, что декомпозиция целевой функции на две отдельные составляющие способна повысить точность OC в целом и позволяет избежать указанного риска снижения точности OC на базе CBИ.

В работе [102] предложен метод декомпозиции задачи ОС на линейное ОС и нелинейное ОС, причём сначала предполагается выполнение линейного ОС на базе только СВИ, а затем – нелинейного ОС на базе измерений SCADA. Рассмотрим данный подход к декомпозиции задачи более подробно, с целью обоснования необходимого способа выбора мест размещения, а также предлагаемой модификации данного подхода.

### 3.3.1 Декомпозиция задачи ОС

Декомпозиция задачи предполагает разбиение системы независимых переменных  $\overline{x}$  на две составляющие, из которых первая  $\overline{x}^{\text{CBU}}$  есть вектор независимых переменных, отражающий комплексные значения напряжений узлов, оцениваемых по СВИ, имеющий размерность  $M^{\text{CBU}}$ , и вторая  $\overline{x}^{\text{TU}}$  – вектор независимых переменных комплексных значений напряжений узлов, оцениваемых по SCADA и имеющий размерность  $M^{\text{TU}}$ .

Таким образом, вместо указанного подхода M1, при котором находится минимум единой целевой функции при заданных ограничениях (3.1), рассматривается альтернативное OC, в котором сначала выполняется процедура OC для данных CBИ, где решается оптимизационная задача

$$\Phi^{\text{CBM}}(\overline{x}^{\text{CBM}}) = \sum_{i=1}^{M^{\text{CBM}}} \alpha_i^{\text{CBM}} \cdot \left( y_i^{\text{CBM}}(\overline{x}^{\text{CBM}}) - \widetilde{y}_i^{\text{CBM}} \right)^2 \to \min_{\overline{x}^{\text{CBM}}}, \quad (3.27)$$

с тем, чтобы на втором этапе выполнять ОС на базе системы измерений SCADA, при условии, что оценённые в (3.27) параметры  $\overline{x}_*^{\text{CBU}}$  принимаются как абсолютно точные и учитываются в системе ограничений:

$$\Phi^{\mathrm{TH}}(\overline{x}^{\mathrm{TH}}) = \sum_{i=1}^{M^{\mathrm{TH}}} \alpha_i^{\mathrm{TH}} \cdot \left( y_i^{\mathrm{TH}}(\overline{x}^{\mathrm{TH}}) - \widetilde{y}_i^{\mathrm{TH}} \right)^2 \to \min_{\overline{x}^{\mathrm{TH}}}, \qquad (3.28)$$
$$\begin{cases} h_j(\overline{x}^{\mathrm{TH}}) = 0, j = 1 \dots K, \\ \overline{x}^{\mathrm{CBH}} = \overline{x}_*^{\mathrm{CBH}}. \end{cases}$$

Более того, легко показать, что при некотором выборе мест размещения устройств СВИ можно добиться декомпозиции задачи (3.28) на множество независимых подзадач. Для примера, рассмотрим размещение устройств СВИ в энергосистеме, изображённой на рисунке 3.1, где показана известная и часто используемая сеть IEEE-14. На рисунке выделены узлы с измерениями напряжений от РМU (2, 4, 5), линии с измерениями токов от РМU (2–5, 5–4, 4–7), а также узлы, напряжения которых можно получить по данным РМU (узел 7). Предполагается, что эта сеть является наблюдаемой по системе, включающей в себя устройства SCADA и РМU. Для такого размещения оказывается, что по предложенному алгоритму ОС требуется, на первом этапе, выполнить одну процедуру ОС только по измерениям РМU для оценивания значений комплексных напряжений узлов 2, 5, 4, 7. Сформированный таким образом набор СВИ будет в дальнейшем называться «каркас».

По результатам оценивания первого этапа в принципе можно выполнять единую ОС для оценивания напряжений оставшихся узлов 1, 3, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 по данным SCADA. Однако, как видно из рисунка 3.1, такую ОС можно разделить на 4 самостоятельные (независимые друг от друга) процедуры меньшего размера, то есть провести серию процедур ОС1 для оценивания напряжений узлов 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14; ОС2 для узла 1; ОС3 для узла 3; ОС4 для узла 8, что и отображено на рисунке 3.1. Это разбиение потенциально приводит, по-первых, к тому, что вычислительная процедура ОС окажется меньше



Рисунок 3.1 — Пример декомпозиции задачи при размещении устройств СВИ на схеме IEEE-14 в узлы 2, 4, 5 на ветви 2-5, 4-7 и 5-4, соответственно

по размерности, что, тем самым улучшает сходимость и к ускоряет расчёт, и во-вторых, чаще всего, к увеличивает точность результирующего OC.

Сделаем выводы о проделанной декомпозиции и покажем вероятные источники снижения времени и погрешности комплексного OC.

Первый этап. ОС для участка сети, состоящего из узлов 2, 5, 4, 7 на основе СВИ  $\dot{U}_2, \dot{U}_5, \dot{U}_4, \dot{U}_7, \dot{I}_{2-5}, \dot{I}_{5-4}, \dot{I}_{4-7}.$
Второй этап. ОС для всех остальных узлов на основе данных SCADA. Для данного каркаса (2 – 5 – 4 – 7) удаётся выполнить четыре самостоятельных локальных ОС:

OC1 — размерность сети 7 узлов, напряжения пограничных узлов  $\dot{U}_5, \dot{U}_7$  и  $\dot{U}_4$  известны из первого этапа.

OC2 – напряжения пограничных узлов  $\dot{U}_2, \dot{U}_5$  известны из первого этапа.

OC3 – напряжения пограничных узлов  $\dot{U}_2, \dot{U}_4$  известны из первого этапа.

OC4 – напряжение пограничного узла  $\dot{U}_7$  известно из первого этапа.

Как будет показано ниже, ОС каркаса выполняется на основе линейной задачи ОС, то есть, прямым (безытерационным) методом. ОС всех локальных сетей, благодаря их взаимной независимости выполняется точнее и быстрее, чем ОС по информации SCADA всей сети.

Заметим, что на рисунке 3.1 показан один из возможных вариантов построения каркаса для демонстрации возможностей обеспечиваемых описанной декомпозицией. Увеличение числа узлов с PMU, то есть, удорожание измерительного комплекса может приводить к появлению дополнительного числа локальных сетей и дальнейшему увеличению скорости и точности OC.

### 3.3.2 Линейное ОС на базе СВИ

Важным преимуществом двухуровневого подхода ОС является тот факт, что ОС на базе метода наименьших квадратов для СВИ (3.27) может быть реализована таким образом, что при решении оптимизационной задачи требуется решать только системы линейных уравнений и не приходится сталкиваться с итерационными процедурами. Данная методика широко описывается в литературе [103] и применяется в ряде зарубежных энергосистем для оценивания состояния всей электрической сети на основе некоторого размещения PMU в ней без использования SCADA. Далее эта методика будет описана более подробно.

Для перехода к описанию линейного ОС на базе только СВИ, рассмотрим оптимизационную задачу (3.27). Традиционно, как уже было отмечено, под  $\overline{x}^{\text{CBU}}$  понимается вектор действующих значений и углов комплексных величин напряжений узлов того участка сети, для которого выполняется ОС. При этом, под  $y_i^{\text{CBU}}(\overline{x}^{\text{CBU}})$  будут пониматься выражения, указанные в (3.18) – (3.21), при условии, что измерениями устройств СВИ являются действительные и мнимые компоненты комплексных величин. В данном разделе будем считать, что PMU измеряют именно действительные и мнимые составляющие комплексных значений параметров.

Тем не менее, под вектором независимых переменных в М1 принимались действующие значения  $V_i$  и электрические углы  $\delta_i$  напряжений вынужденно, ввиду того, что для этого метода существовала единая целевая функция, учитывающая СВИ и классические измерения, а для классических измерений вектор независимых переменных  $\overline{x}$  выбирается именно таким образом.

Однако подход к выбору независимых переменных, хорошо подходящий для OC, учитывающей только традиционные измерения, может быть изменён. Положим, что в оптимизационной задаче (3.27) под независимыми переменными понимаются не действующие значения  $V_i$  и электрические углы  $\delta_i$ комплексных напряжений узлов электрической сети, для которой выполняется OC, а их действительные и мнимые компоненты:

$$\overline{x}^{CBM} = (U'_1, \dots, U'_{N^{CBM}}, U''_1, \dots, U''_{N^{CBM}})^T, \qquad (3.29)$$

где  $U'_i$  – действительная компонента комплексной величины напряжения узла  $i, U''_i$  – мнимая компонента комплексной величины напряжения узла i. Соответственным образом поменяются выражения  $y_i^{\text{CBU}}(\overline{x}^{\text{CBU}})$ , отражающие измерения CBИ (3.18 - 3.33):

– действительная составляющая напряжения узла *i*:

$$y_{U_i'}^{\text{CBM}}(\overline{x}^{\text{CBM}}) = U_i'; \tag{3.30}$$

- мнимая составляющая напряжения узла *i*:

$$y_{U_i''}^{\text{CBII}}(\overline{x}^{\text{CBII}}) = U_i''; \tag{3.31}$$

действительная составляющая тока, протекающего по линии *i*,*j*, в сторону узла *i*:

$$y_{I'_{i,j}}^{\text{CBM}}(\overline{x}^{\text{CBM}}) = G_{i,i} \cdot U'_i - B_{i,i} \cdot U''_i + G_{i,j} \cdot U''_i - B_{i,j} \cdot U''_i; \qquad (3.32)$$

 мнимая составляющая тока, протекающего по линии *i*,*j*, в сторону узла *i*:

$$y_{I_{i,j}''}^{\text{CBM}}(\overline{x}^{\text{CBM}}) = B_{i,i} \cdot U_i' + G_{i,i} \cdot U_i'' + B_{i,j} \cdot U_i' + G_{i,j} \cdot U_i''.$$
(3.33)

Заметим, что все функции  $y_i^{\text{CBU}}(\overline{x}^{\text{CBU}})$  являются линейными. Из этого следует, что выражение (3.28) может быть переписано в виде:

$$\Phi^{CBU}(\overline{x}^{CBU}) = \left(\mathbf{A} \cdot \overline{x}^{CBU} - \overline{\widetilde{y}}^{CBU}\right)^T \cdot \\ \cdot diag(\overline{\alpha}^{CBU}) \cdot \left(\mathbf{A} \cdot \overline{x}^{CBU} - \overline{\widetilde{y}}^{CBU}\right) \to \min_{\overline{x}^{CBU}},$$
(3.34)

где А – матрица, отражающая линейную вектор-функцию  $\overline{y}^{\text{CBM}}(\overline{x}^{\text{CBM}})$ .

Оптимизационная задача (3.34) тривиально решается через преобразование Гаусса. Это объясняется тем, что, ввиду отсутствия ограничений типа равенство и ввиду упрощённого нахождения градиента целевой функции, выражение (3.14) упрощается до следующего:

$$\mathbf{A}^{T} \cdot diag(\overline{\mathbf{\alpha}}^{\text{CBM}}) \cdot \mathbf{A} \cdot \overline{x}^{\text{CBM}} = \mathbf{A}^{T} \cdot diag(\overline{\mathbf{\alpha}}^{\text{CBM}}) \cdot \overline{\widetilde{y}}^{\text{CBM}}, \qquad (3.35)$$

что является системой линейных уравнений, которая предполагает тривиальное безытерационное решение.

Указанный метод выбора независимых переменных и решения оптимизационной задачи в зарубежной литературе носит название «линейное оценивание состояния» (Linear State Estimation) и, в данный момент, реализован в ряде энергосистем [102; 103].

Преимуществами упомянутого линейного ОС являются:

- возможность выполнения ОС без использования итерационных процедур;
- возможность выполнения ОС при условии разделения энергосистемы на независимые участки и сохранения наблюдаемости сети без использования дополнительных топологических процедур;
- отказ от использования неточных данных измерений активной и реактивной мощности.

Однако, следует отметить, что при неудачном выборе мест размещения СВИ, может оказаться, что описанный подход к декомпозиции не только не улучшает точность ОС, но, вместо этого, значительно ее ухудшает. Как было показано во второй главе, этот эффект может проявляться при размещении СВИ таким образом, что не обеспечивается связность участков сети с СВИ.

Для реализации описанного подхода, необходимо разработать алгоритм выбора мест размещения PMU совместно с ОТТ и ОТН.

# 3.4 Новый алгоритм выбора мест размещения СВИ для двухуровневого ОС

Безусловным ограничением предлагаемого метода декопмозиции ОС на ОС по данным СВИ и ОС по данным SCADA является тот факт, что для выполнения любой процедуры ОС на систему измерений всегда накладывается требование наблюдаемости, указанного в начале главы. Соответственно, для выполнения как отдельного этапа ОС по данным СВИ, так и этапа ОС по данным SCADA требуется выполнение этого требования. Более того, для достоверизации требуется также обеспечить избыточность системы измерений.

Следовательно, с этой точки зрения необходимо перейти к постановке задачи выбора мест размещения СВИ в энергосистеме. Предположим, что некоторая часть ЭЭС заведомо является избыточно наблюдаемой системой измерений SCADA. В этом случае, задача выбора мест размещения СВИ может быть сформулирована следующим образом. Необходимо оптимальным с точки зрения затрат образом выбрать места размещения СВИ, чтобы образовать избыточную и наблюдаемую систему СВИ для возможности выполнения указанной двухуровневой ОС.

Для организации ОС первого уровня требуется, чтобы система точных измерений охватывала некоторую единую связную сеть для обеспечения наблюдаемости участка сети с точки зрения СВИ. К тому же, это требование диктуется необходимостью исключить попадание «коротких» линий в просвет между двумя разными каркасами, чтобы исключить вычисление токов, активной и реактивной составляющих мощностей по разности потенциалов напряжений из разных каркасов. Как было показано выше, именно, в этих случаях достигается эффект от применения высокоточных СВИ.

Таким образом, для решения указанной задачи реализации метода двухуровневого ОС необходимо разработать метод размещения устройств СВИ. Наиболее рациональным оказывается придерживаться следующих правил при реализации выбора мест размещения СВИ:

1. Следует размещать устройства PDC в узел энергосистемы и устанавливать на все присоединения измерения PMU, так как это позволяет наилучшим образом использовать устанавливаемые дорогие устройства PDC и добиться наибольшего эффекта наблюдаемости от более дешевых устройств PMU.

- 2. Метод должен учитывать высокую стоимость концентраторов, позволять получить наибольший эффект от каждого последующего устанавливаемого PDC.
- 3. СВИ следует размещать таким образом, чтобы обеспечивалось формирование топологически связного «каркаса» из узлов и линий, обеспеченных высокоточными СВИ, в частности, при помощи РМU и концентраторов РDC. Эта часть сети и будет называться «каркасом» и составлять верхний уровень ОС. Нижний же уровень такой ОС предполагается обеспеченным системами SCADA.

Кроме того, требуется, чтобы узлы, образующие каркас, делили оставшуюся часть электрической сети на максимальное число подсетей малой размерности, в которых выполняется классическое ОС по измерениям SCADA. Именно, благодаря этому, в конечном счете, и происходит уменьшение времени расчёта ОС в целом. С точки зрения минимизации количества токовых измерений потребуем от алгоритма выполнение условия отсутствия в каркасе замкнутых контуров.

При выполнении этого условия формируется дерево узлов и ветвей. Если балансирующий узел (БУ) задан, то он является корнем дерева. Если БУ не задан, то корнем дерева является узел максимального первичного ранга. Если таких узлов одинакового ранга несколько, то выбирается из принятой последовательной нумерации узел с наименьшим номером. Под первичным рангом понимается количество инцидентных линий узла в схеме замещения сети. Кроме того, все узлы ранжируются по вторичному рангу, который является суммой всех первичных рангов узлов инцидентных рассматриваемому. На каждом шаге формирования каркаса осуществляется понижение как первичных, так и вторичных рангов смежных узлов.

В соответствии с обозначенными выше предпосылками, был разработан алгоритм выбора мест размещения устройств СВИ для обеспечения двухуровневого ОС. В нем выбираются места размещения концентраторов данных СВИ (называемых Phasor Data Concentrator, или PDC). При этом, предполагается, что к части отходящих ветвей подключаются устройства СВИ, которые измеряют ток присоединения и напряжение шины, в которой установлен PMU. Принцип, по которому выбираются присоединения, на которых необходимо измерение тока описан ниже.

В качестве исходных данных для алгоритма указывается число устройств CBИ, которые требуется разместить в ЭЭС. Также необходимо задать узлы, в которых уже установлены устройства CBИ, если таковые имеются.

Предлагаемый алгоритм выполняет расстановку наперёд заданного количества дорогих устройств PDC, которая наибольшим образом использует возможности каждого конкретного устройства.

- 1. Если в ЭЭС не установлено ни одного устройства СВИ, ищется узел максимального ранга. В него безусловно устанавливается PDC. На все отходящие присоединения устанавливаются PMU. Узлы, связанные с этим узлом считаются наблюдаемыми при помощи PMU.
- 2. В каждом из узлов, наблюдаемых при помощи PMU считается, что количество узлов, которые станут наблюдаемыми верхним уровнем OC, при установке в них СВИ.
- 3. Далее, в каждом из узлов, связанных с узлами каркаса, также считается то количество узлов, которые станут наблюдаемыми верхним уровнем СВИ при установке в них PDC.
- 4. Среди множества узлов пунктов 2 и 3 отыскивается узел с максимальным количеством узлов, добавляемых в ОС по данным СВИ. В этот узел добавляется PDC, а во все его присоединения, кроме присоединений, ведущих к уже наблюдаемым узлам, добавляются PMU. Если узел принадлежит группе узлов пункта 3, добавляется связь с одним узлом из наблюдаемой группы.
- 5. Пункты 2, 3, 4 повторяются до тех пор, пока все узлы не станут наблюдаемыми, или до тех пор, пока не исчерпается число устанавливаемых устройств СВИ.

В качестве примера действия приведённого алгоритма, рассмотрим размещение трех PDC в сети IEEE-14. Процесс размещения показан на рисунке 3.2.

Обозначим множество узлов участка сети, для которого предполагается выполнение линейного ОС на основе данных СВИ как  $\mathbb{P}$ . На первом этапе для каждого узла рассчитывается то количество узлов, которые попадут во множество  $\mathbb{P}$ . На рисунке это количество обозначено чёрным цветом и подписано  $R_1$ . Легко видеть, что узел 4 имеет максимальное число  $R_1$ . В этот узел и будет установлен первый PDC. На все присоединения этого узла ставятся PMU,



Рисунок 3.2 — Пример размещения СВИ с указанием поэтапного изменения рангов узлов

дающие информацию о напряжении узла 4 и о токах всех его присоединений. Соответственно, во множество узлов  $\mathbb{P}$  попал как сам узел 4, так и смежные ему узлы 2, 3, 5, 7, 9.

На втором этапе расчёт числа  $R_2$  (отмеченных зеленым цветом на рисунке 3.2) проводится не для всех узлов, но только для тех, которые содержатся во множестве  $\mathbb{P}$ , но не имеют PDC (для этого этапа это узлы 2, 3, 5, 7, 9) и для узлов, смежных с этими узлами (соответственно, узел 1, связанный с узлами 2 и 5, узел 6, связанный с узлом 5, узел 8, связанный с узлом 7, узел 10, связанный с узлом 9 и узел 14, имеющий связь с узлом 9). Среди указанных узлов, наибольшее количество вновь появившихся узлов во множестве  $\mathbb{P}$  будет при условии добавления PDC в узел 6. Соответственно, второй PDC будет добавлен в узел 6. Подготовительный расчёт чисел  $R_3$  для выполнения расстановки третьего PDC выполнен по тому же принципу, как и для двух предыдущих PDC и отмечен на рисунке 3.2 красным цветом.

Указанный метод расстановки СВИ обладает следующими достоинствами:

- позволяет выполнять процедуру двухуровневого ОС, так как, ввиду свойств алгоритма, измерительная система СВИ, полученная в результате, охватывает именно связную область сети,
- при его выполнении на каждом шаге максимально используются возможности увеличения точности каждого вновь устанавливаемого и дорогого PDC,
- предлагаемый способ выбора мест размещения PMU позволяет выполнять данное размещение максимально экономично, ввиду исключения лишних PMU, дублирующих измерения (при сохранении избыточности системы измерений в целом),
- данный алгоритм позволяет учитывать уже установленные в сети средства СВИ, что потенциально даёт возможность использовать алгоритм для выбора мест размещения дополнительных СВИ в сети с заведомо установленными СВИ.

## Преимуществами двухуровневого ОС, использующего линейное ОС на базе СВИ при условии сформированного каркаса, в свою очередь, можно считать:

- отсутствие риска снижения точности измерительной системы на базе СВИ за счёт плохих данных SCADA, что приводит к улучшению точности и надёжности ОС.
- разбиение большой по размерности задачи на два этапа меньшей размерности, приводящее к повышению скорости выполнения процедуры OC в целом.
- при правильном выборе мест размещения СВИ удаётся добиться декомпозиции процедур ОС на большое количество подпроцедур, что приводит к еще большему ускорению выполнения процедуры ОС.
- возможность переформулирования задачи ОС в линейной форме позволяет, во-первых, существенно ускорить процедуру ОС, и, во-вторых, сделать процедуру ОС для участка, наблюдаемого СВИ безытерацион-

ной и робастной, что делает ее особенно интересной для использования быстродействующей противоаварийной автоматикой.

 режим каркаса оценивается самостоятельно только по векторным измерениям, при этом негативное влияние коротких линий полностью исключается, так как в каркасе отсутствуют расчёты по разности потенциалов узлов и, тем самым, объясняется робастность метода.

Данный метод выбора мест размещения PDC является удобным и эффективным инструментом для многокритериального анализа развития информационного обеспечения энергосистемы с учётом накладываемых требований по вычислительной скорости процедуры OC, её робастности, точности, а также для обеспечения задач резервирования измерений и технико-экономического обоснования.

## 3.5 Экспериментальная проверка увеличения точности и скорости ОС при использовании каркаса СВИ

Покажем выполненные эксперименты, которые были призваны подтвердить, или опровергнуть сделанные выше выводы о преимуществах как самой двухуровневой ОС, так и способа выбора мест размещения СВИ.

В таблице 5 показано влияние типа измерительных трансформаторов на точность оценки состояния в системе CBU+SCADA на примере тестовой сети IEEE-30, схема которой приведена ниже в разделе обсуждения алгоритма формирования каркаса.

Таблица 5 сформирована для случая, когда в сети IEEE-30 устройства РМU установлены таким образом, чтобы обеспечивалась полная избыточная наблюдаемость, как это делается в некоторых сетях США (все узлы ЭЭС участвуют в оценке состояния), что соответствует отсутствию локальных зон с ОС по измерениям SCADA. Из нее видно, что при подключении РМU к относительно грубым TT класса точности 0,5 результат оценки состояния оказывается сопоставимым по точности с результатом ОС, при котором в ЭЭС вовсе не установлены РМU. Как следствие получается, что установка РМU оказывается бессмысленной с точки зрения статической ОС. Однако при установке их за

Таблица 5 –	- Сопоставление	точности	оценок	состояния	ЭЭС	при	различных
способах по	дключения PMU	для сети	IEEE-3	0			

Количество					
измерений		Трансформаторы	Критерий	Максимальная	
при помощи РМU		для РМU $Err(P_L)$		ошибка в перетоке	
$U_i$	$I_{ij}$	в каркасе		по линии, МВт	
0	0	Нет РМИ	6,3566	2,008	
		ЭМТТ и ЭМТН (0,5 %)	5,4173	1,267	
11	29	ЭМТТ и ЭМТН (0,2 %)	2,8600	0,918	
		ОТТ и ОТН (0,03 %)	0,1031	0,179	

Таблица 6 — Сопоставление точности оценок состояния ЭЭС при различных способах формирования каркаса для сети IEEE-30

	Количество				
No	измерений		Трансформаторы	Критерий	Максимальная
	при помощи РМU		для PMU	$Err(P_L)$	ошибка в перетоке
	$U_i$	$I_{ij}$	в каркасе		по линии, МВт
0	0	0	Нет РМИ	$6,\!3566$	2,008
1	6	24	ОТТ и ОТН	5,3131	2,008
2	7	25	ОТТ и ОТН	$0,\!9536$	0,527
3	7	11	ОТТ и ОТН	1,7417	0,527
4	7	14	ОТТ и ОТН	1,6230	0,527

ОТТ и ОТН, видно заметное улучшение точности измерительного комплекса в целом.

Рассмотрим интеграцию СВИ и SCADA для повышения эффективности ОС электрической сети. Поставим задачу увеличения точности ОС за счет размещения СВИ с минимизацией количества РМU, присоединяемых к ОТТ и ОТН, априори предполагая, что погрешности СВИ значительно ниже погрешностей SCADA. В таблице 6 представлено сопоставление точности оценок состояния ЭЭС при различных способах формирования каркаса РМU для сети IEEE-30. В данной таблице представлены результаты расчетов ОС при разных способах формирования каркаса РМU. Вариант 0 – ситуация, когда каркаса вообще нет, и всё ОС базируется только на классических измерениях.

При формировании варианта 1 учитывалась только топология схемы ЭЭС, но не учитывалась загрузка линий. При таком размещении, как видно из



Рисунок 3.3 — Сине-красно-зелёный каркас сети IEEE-14 для двухуровневого ОС

таблицы, точность оказывается сопоставимой с точностью классической системы измерений и смысл установки PMU теряется. Однако, если к получившемуся множеству PMU (вариант 1) добавить ещё одно устройство, измеряющее ток наиболее загруженной ветви 9-11 и напряжение узла 11, то точность системы измерения резко возрастает, как это видно в варианте 2. Этот результат привёл к выводу, что при размещении PMU следует учитывать не только топологию сети, но и мощность, протекающую по каждой ветви.

Все тестовые расчёты предполагали наложение некоторой наперёд заданной погрешности на априорно рассчитанный эталонный режим. В дальнейшем, точность всех алгоритмов проверялась по формуле

$$Err(P_L) = \sum_{l=1}^{N_L} (P_L^{\Im} - P_L^{OC})^2,$$
 (3.36)

Результат работы алгоритма по выбору и размещению средств СВИ проиллюстрируем на примере топологии тестовой сети IEEE-14, содержащей 14 узлов и 20 линий (рисунок 3.3).

Базовыми будем называть узлы СВИ с ОТН и векторными измерениями токов в инцидентных линиях («цветных») при помощи ОТТ. Как видим, для сети IEEE-14 базовыми оказались узлы 1, 4, 6. В каркасе выполняется линейное



Рисунок 3.4 — Пример размещения устройств СВИ в сети IEEE-30. Базовые узлы СВИ: 1, 5, 6, 10, 11, 12, 24, 27

ОС – быстрое за счёт вычислений без итераций. Нелинейное ОС выполняется в трёх локальных подсистемах ЛС-1, 2, 3 независимо друг от друга.

Прокомментируем результат работы алгоритма для сети IEEE-30 (рисунок 3.4). Чёрным цветом показан минимальный «каркас» системы, для которого выполняется линейное OC. В каркас входят 13 узлов: 1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 22, 24, 27, 28. Все РМU и PDC установлены в восьми узлах с номерами 1, 5, 6, 10, 11, 12, 24, 27. Полный каркас получается добавлением измерений токов в «красных» линиях при помощи PMU со стороны базовых узлов, что увеличивает точность и скорость OC, но удорожает измерительную систему.

В настоящей работе применялись коэффициенты, необходимые для выполнения OC, из программного комплекса «RastrWin». Более того, в качестве базового подхода была выбрана классическая OC с предположением, что энергосистеме уже установлена избыточная система измерений SCADA. Все методы совмещения данных CBИ и SCADA в OC методом наименьших квадратов сравнивались именно с этим способом, названным ниже как M0.

No	Пояснение	Погрешности		$Err(P_L)$				
JN≍		SCADA	СВИ	IEEE	IEEE	IEEE	IEEE	IEEE
		SCADA		14	24	30	57	118
MO	ПК	$5\% P_{i,j}, Q_{i,j}$	нет	2,2445	35,661	6,3566	3,4808	9,826
	RastrWin							
M1	PMU	$5\% P_{i,j}, Q_{i,j}$	табл. 2	0,2976	5,1363	1,2938	0,8793	1,1845
	за ЭМТТ							
	и ЭМТН							
M2	PMU	$5\% P_{i,j}, Q_{i,j}$	табл. 2	0,0036	0,0950	0,0144	0,0053	0,0128
	за ОТТ							
	и ОТН							
	Относительное ускорение							
	(во сколько раз М1 и М2			24,7	15,2	$24,\!9$	$18,\!1$	$21,\!3$
	быстрее М0)							

Таблица 7— Результаты вычислительных экспериментов для сетей IEEE

По методу М0 для нахождения минимума суммы квадратов невязок при классическом ОС, потребовалось бы решать 48 нелинейных уравнений с 48 неизвестными переменными, либо серию систем линейных уравнений с 48 переменными. Для проверки предложенного метода были проведены следующие проверочные расчёты на тестовых сетях IEEE (таблица 7) методами М0, М1 и М2. Из таблицы видно, что установка ОТТ и ОТН в базовых узлах приводит к существенному увеличению точности и скорости ОС. Тем самым обосновывается необходимость учёта современной тенденции снижения стоимости ОТТ и ОТН в концепции развития информационного обеспечения ЭЭС.

Наиболее полно содержание главы отражено в работах автора [18; 19; 47; 48].

#### 3.6 Выводы

На основании выводов главы 2, сформулированы предпосылки для создания нового метода учёта СВИ в процедуре ОС, выполняемой на настоящий момент для современных ЭЭС. Сделан обзор современного способа достоверизации данных – статистического ОС на базе метода наименьших квадратов.

Предложен алгоритм двухуровневого ОС, предполагающего разбиение процедуры ОС на два этапа, каждый из которых выполняется на базе отдельной системы измерений. Первый этап предполагает проведение отдельной линейной ОС для СВИ с последующим вторым этапом, в котором происходит учёт результатов оценки первого этапа в качестве ограничений в итерационных процедурах нескольких локальных оценок, каждая из которых имеет очень малую размерность.

Указан способ выполнения ОС на базе СВИ без использования итераций, обоснованы преимущества перехода к предлагаемому двухуровневому ОС. Указаны возможные ограничения применимости алгоритма двухуровневого ОС, а именно:

- Эффективность алгоритма напрямую связана с коэффициентами α<sub>i</sub> в выражении (3.27), для выбора которых возможно применение нескольких методик. Это приводит к необходимости описания методики расчёта весовых коэффициентов для первого этапа OC.
- Возможности алгоритма ограничены требованием наблюдаемости системой СВИ оцениваемого первым этапом ОС участка, а также избыточности измерений СВИ. Решить эту проблему можно не иначе, как установкой устройств СВИ.

Разработан инструмент, позволяющий выполнять анализ информационного обеспечения энергосистем в каждом конкретном случае. Предложен алгоритм выбора мест размещения средств СВИ для возможности выполнения двухуровневой ОС и выявлены преимущества данного подхода размещения.

Выполнены вычислительные эксперименты, показывающие улучшение точности ОС при указанной расстановке СВИ, а также заметный рост скорости выполнения итоговой ОС. Показано влияние измерительных трансформаторов тока и напряжения на итоговую точность ОС, а также влияние размещения СВИ на результаты ОС. Как вывод, подтверждены сформулированные преимущества двухуровневой ОС. В дальнейших исследованиях рекомендуется модернизация алгоритмов с целью учёта возможности отказов средств измерений, а также элементов ЭЭС.

## Глава 4. Выбор весовых коэффициентов и матрицы ковариации в ОС при интеграции СВИ и измерений SCADA

Как известно, наиболее распространённые методы ОС используют весовые коэффициенты измерений, которые рассчитываются на основе погрешностей измерительных устройств. Поэтому все величины, входящие в классическое ОС, имеют данные об относительной погрешности. Однако для фазных углов токов и напряжений, которые появились в системе СВИ, невозможно записать относительную погрешность ввиду их природы. Особенно актуально этот вопрос проявляется в задаче комплексного линейного ОС, в котором для модулей комплексных величин имеются данные об относительной погрешности, а для фазных углов такие данные принципиально не могут быть заданы. Следовательно, важным является вопрос о совместном использовании измерений фазных углов и остальных классических измерений.

За рубежом существуют участки энергосистем, в которых полная наблюдаемость обеспечивается исключительно за счет СВИ. [103; 104] В таких сетях реализуется идея использования комплексных значений токов и напряжений, полученных от измерительных устройств для выполнения ЛОС. Для российских энергосистем, характеризующихся разветвлённостью и большой протяжённостью, в настоящее время пока нет возможности реализации идеи ЛОС, ввиду отсутствия достаточного количества устройств РМU для обеспечения наблюдаемости. Мало того, сама возможность ЛОС пока ещё не обоснована.

На данный момент СВИ не являются повсеместными, ввиду их дороговизны в прошлом, а также инертности перехода к новым технологиям. Соответственно, приходится рассматривать вопросы плавного перехода к совместному использованию СВИ и SCADA, которое требует разработки методов гибридного ОС. Именно этим вопросам и посвящена настоящая глава. К тому же, в ней рассматриваются вопросы развития ОС с тем, чтобы при появлении локального участка сети, наблюдаемого по РМU, имелась возможность использовать ЛОС наиболее эффективно с точки зрения корректности самого подхода к ОС и, как следствие, с точки зрения точности получаемого результата. Это подтверждается вычислительными экспериментами, проведёнными для ряда ЭЭС.

### 4.1 Метод максимального правдоподобия в задаче ОС

Несмотря на недавние публикации о неквадратичных методах [93], и развитии расчётных процедур [94], метод взвешенных наименьших квадратов является наиболее используемым методом, применяемым на практике для ОС. Он заключается в минимизации взвешенной суммы квадратов отклонений оцениваемых связанных между собой величин от измерений, как это уже было записано в виде (3.1). Для удобства дальнейшего обсуждения приведём её ещё раз:

$$\Phi(\overline{x}) = \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \cdot (y_i(\overline{x}) - \widetilde{y}_i)^2 \to \min_{\overline{x}}, \qquad (4.1)$$
$$\left\{ h_j(\overline{x}) = 0, j = 1 \dots K, \right.$$

где, как и ранее,  $\overline{x}$  — вектор базовых параметров состояния, которые принимается в качестве независимых переменных размерностью 2N, через которые можно выразить все остальные параметры; M — количество измерений, используемых в задаче OC;  $\tilde{y}_i$  — значение телеизмерения параметра;  $y_i(\overline{x})$  — аналитическое выражение измеряемого параметра через независимые переменные  $\overline{x}$ ;  $\alpha_i$  — весовой коэффициент;  $\{h_j(\overline{x}) = 0, j = 1...K$  — ограничения, отражающие заведомо точную информацию.

На сегодняшний момент существует два подхода к выбору весовых коэффициентов:

- Экспертный подход, предполагающий выбор коэффициентов на основании информации об измерительном устройстве и опытных данных экспертов. В этом подходе весовые коэффициенты выбираются заранее, до выполнения процедуры ОС, исходя из данных о точности прибора, о погрешности, вызванной задержками в канале связи а также информации о чувствительности погрешности ОС к погрешности конкретного измерения. Этот подход получил наибольшее распространение ввиду его простоты и малой требовательности к исходным данным.
- 2. Статистический подход, опирающийся на данные о реализованном ОС и выбирающий весовые коэффициенты используя имеющиеся данные

о получившихся отклонениях измеряемых величин от оценённых. Процедура выбора весовых коэффициентов может быть выполнена как заранее, до выполнения процедуры OC, так и непосредственно в темпе процесса. Такой подход меньше опирается на данные, предоставленные экспертом и больше – на статистические данные. Однако он предполагает сбор и анализ статистических данных, а также их трактовку, что часто не оказывается возможным. Этот подход является перспективным, но в современных системах пока не применяется.

От выбора коэффициентов  $\alpha_i$  напрямую зависит эффективность процедуры ОС. Коэффициенты  $\alpha_i$  выбираются каждый раз исходя из опыта эксплуатации (эмпирически), экспертом, на основании рекомендаций по их выбору (эвристически) [105; 106]. На сегодняшний день эти рекомендации предлагают устанавливать значения  $\alpha_i$  обратно пропорционально квадрату относительной погрешности измерения  $\theta_i$  которая указана в паспорте измерительного прибора. До недавнего момента эти методы выбора весовых коэффициентов эффективно справлялись с поставленной задачей, предположительно, за счёт накапливаемого опыта эксплуатации соответствующих программных комплексов.

Мало того, до настоящего времени, погрешности всех приборов для измерения величин энергосистемы метрологически нормируются по относительной погрешности . Появившиеся недавно устройства СВИ, давая возможность измерять фазовый электрический угол комплексных величин, который не может быть нормирован по относительной погрешности, выявили новую проблему по учёту этих углов в ОС. Для того, чтобы обосновать предлагаемый подход к выбору весовых коэффициентов измерений разнородных параметров, рассмотрим метод наименьших квадратов с позиции метода максимального правдоподобия.

Рассмотрим энергосистему, для которой выполняется задача ОС. Пусть, как и в задаче оптимизации (4.1), в энергосистеме выполнено M телеизмерений. Поскольку эти измерения содержат погрешности, предположим, что для всех них заданы плотности вероятности  $\rho_i(\Delta y_i)$ , где i — номер измерения от 1 до M,  $\Delta y_i$  — случайная величина ошибки, которая обычно принимается непрерывной. Тогда оказывается, что

$$y_i = y_i^{\rm TM} + \Delta y_i, \tag{4.2}$$

где  $y_i$  — оцениваемое значение измеряемого параметра. Из (4.1) следует, что

$$\Delta y_i = y_i - y_i^{\mathrm{TM}}. \tag{4.3}$$

Пусть все измерения осуществляются независимо друг от друга, то есть погрешности измерений являются независимыми случайными величинами. Чтобы определить плотность вероятности всей системы измерений  $\rho_{\Pi}(\Delta Y)$ , необходимо перемножить плотности вероятности вектора величин  $\Delta Y$ 

$$\rho_{\Pi}(\Delta Y) = \prod_{i=1}^{M} \rho_i(\Delta y_i). \tag{4.4}$$

Эту функцию чаще всего принимают в качестве функции правдоподобия в методе максимального правдоподобия.

Пусть гарантированно известно, что параметры связаны между собой системой уравнений:

$$\{f_i(X,Y) = 0, j = 1...L,$$
 (4.5)

где  $f_i(X,Y)$  — функции связи, которые определяются информацией о конкретных физических явлениях и объектах; L — число уравнений связи. Следовательно, задачу оптимизации для метода максимального правдоподобия можно записать в виде:

$$\Phi(Y) = \prod_{i=1}^{M} \rho_i \left( y_i - y_i^{\mathrm{TH}} \right) \to \max;$$

$$\{ f_i(X,Y) = 0 , \ j = 1 \dots L.$$

$$(4.6)$$

Решением этой оптимизационной задачи является оценка параметров X.

Если предположить, что все случайные величины  $\delta x_i$  являются нормально распределенными, иными словами, можно записать:

$$\rho_i(\Delta y_i) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma_i} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta y_i^2}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_i^2}\right),\tag{4.7}$$

где  $\sigma_i$  — дисперсия случайной величины  $\Delta y_i$ , тогда, учитывая, что экспоненциальная функция и умножение на положительную константу не влияют на отношение порядка, а также, что при произведении степеней показатели степени складываются, можно переписать выражение (4.6) в форме метода наименьших квадратов:

$$\Phi(Y) = \sum_{i=1}^{M} \frac{1}{\sigma_i^2} \left( y_i - y_i^{\text{TM}} \right)^2 \to \min;$$

$$\{ f_i(X, Y) = 0 , \ j = 1 \dots L.$$
(4.8)

Переход от максимизации (4.6) к минимизации (4.8) был осуществлён при помощи смены знака в показателе экспоненты. Задача (4.8) уже сама по себе является задачей взвешенных наименьших квадратов. Чтобы окончательно преобразовать выражение (4.8) к выражению (4.1) дополнительно требуется выполнение условия, что существует эквивалентное преобразование

$$\{f_i(X,Y) = 0, \ j = 1 \dots L \Rightarrow \begin{cases} y_j(X) = y_j, \ j = 1 \dots M \\ h_j(X) = 0, \ j = 1 \dots K. \end{cases}$$
(4.9)

Перечислим допущения, сделанные при переходе от метода максимального правдоподобия к методу наименьших квадратов:

- Плотность вероятности всех погрешностей заведомо известна, не зависит от параметров состояния X и является нормальным распределением.
- 2. Система ограничений в форме равенств в задаче оптимизации должна выполняться при любых условиях и сомнений в ее правильности быть не должно.
- 3. Должны быть наперёд известными и неизменными дисперсии  $\sigma_i$ .
- 4. Не должно существовать, или должна быть заранее известна величина систематической погрешности измерений.

Все указанные допущения содержатся в методе наименьших квадратов (4.1), описанном в начале раздела, хотя они приняты там неявным образом.

Из выражений (4.1)–(4.8) видно, что метод наименьших квадратов (4.1) является частным случаем метода максимального правдоподобия. Следовательно, весовые коэффициенты  $\alpha_i$  оказываются полностью эквивалентными величине, обратной квадрату величины дисперсии  $\frac{1}{\sigma_i^2}$ . Из этого, в свою очередь следует, что величины  $\alpha_i$  необходимо подбирать таким образом, чтобы выполнялись приведённые выше допущения, среди которых особенно стоит выделить допущение об отсутствии зависимости дисперсии случайной величины погрешности от параметров состояния.

С точки зрения исследования задачи ОС электроэнергетических систем из проведённых рассуждений следует, что дисперсии случайных величин не должны зависеть от режимных параметров энергосистемы и от величин, производных от них. Как известно, в классическом ОС данное допущение, с некоторыми оговорками, выполнялось. Однако, как будет показано ниже, при появлении векторных измерений необходимо найти такое преобразование, которое обеспечивало бы выполнение данного условия.

## 4.2 Выбор весовых коэффициентов для метода взвешенных наименьших квадратов в задаче ОС

В связи с тем, что для всех измерений паспортом приборов нормируется относительная погрешность  $\theta_i$ , традиционно в методе наименьших квадратов (4.1) весовые коэффициенты рекомендуется [105; 106] выбирать как

$$\alpha_i = \frac{1}{(\theta_i \cdot m_i)^2},\tag{4.10}$$

где  $m_i$  — масштабирующий коэффициент измерения, который выбирается исходя из физической природы измеряемой величины. Например, для модулей напряжений, модулей токов и составляющих мощностей, эти коэффициенты будут отличаться, потому что они являются разнородными. Строго говоря, основная проблема описанной методики заключается в том, что она полностью применима только при условии, что  $\theta_i$  является не относительной, а абсолютной погрешностью, но обычно она применяется к относительным погрешностям.

Как уже ранее отмечалось, эта проблема не проявлялась до настоящего времени, ввиду того, что все измерения были нормированы по относительной погрешности. Однако относительно недавнее появление СВИ привело к возможности измерять величины, которые принципиально могут нормироваться только по абсолютной погрешности, а именно, фазовые углы электрических величин. Применение традиционного подхода (4.10) к новым системам измерений приводит к тому, что накопленный опыт, на базе которого были выбраны масштабирующие коэффициенты  $m_i$  оказывается неприемлемым и, как вывод, это может привести к непредсказуемому искажению режима в результате проведённого ОС. Хуже того, в текущей парадигме ОС невозможно даже нормировать это искажение режима, ввиду того, что мера отклонения режима от эталона оказывается неопределённой. В настоящей работе предлагается заменить традиционный метод выбора весовых коэффициентов с тем, чтобы учесть разнородность параметров, которая, в первую очередь, проявляется при совместном использовании модулей и фазных углов электрических величин.

Суть предлагаемого метода [107] состоит в том, что следует разделить все измерения на  $M_{\Theta}$  измерений с нормируемой абсолютной погрешностью  $\Theta_i$ ,  $i = 1 \dots M_{\Theta}$  и  $M_{\theta}$  измерений с нормируемой относительной погрешностью  $\theta_i$  $i = 1 + M_{\Theta} \dots M$ . Для измерений параметров с нормируемой абсолютной погрешностью предлагается рассчитывать весовой коэффициент как

$$\alpha_i = \frac{1}{\Theta_i^2},\tag{4.11}$$

а для измерений параметров с нормируемой относительной погрешностью как

$$\alpha_i = \frac{1}{(\theta_i \cdot y_i^{\mathrm{TM}})^2}.\tag{4.12}$$

Соответственно, в целевой функции

$$\Phi(Y) = \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \left( y_i - y_i^{\text{TM}} \right)^2 \to \min; \qquad (4.13)$$
$$\{ f_i(X,Y) = 0 , \ j = 1 \dots L,$$

весовые коэффициенты  $\alpha_i$ , традиционно выбираемые по выражению (4.10), теперь обоснованно предлагается выбирать по (4.11) для измерений с нормируемой абсолютной погрешностью и (4.12) для измерений с нормируемой относительной погрешностью.

Покажем, как был выполнен переход от выражения (4.8), где весовые коэффициенты вычисляются как

$$\alpha_i = \frac{1}{\sigma_i^2},\tag{4.14}$$

к (4.13), где те же весовые коэффициенты  $\alpha_i$  вычисляются по выражениям (4.11)–(4.12).

Для пояснения отмеченного перехода примем первую группу допущений, которую можно обобщённо выразить утверждением: нормируемые абсолютные погрешности соответствуют доверительному интервалу измеряемой величины. Это можно математически записать, как

$$\Theta_i = S_i \cdot \tau_i \approx \sigma_i \cdot \tau_i', \tag{4.15}$$

где  $S_i$  — выборочное стандартное отклонение, соответствующее серии измерений, предполагаемо проведённых для поверки прибора,  $\tau_i$  — коэффициент Стьюдента, соответствующий выполненной серии измерений и требуемой надёжности измерений (например 99%),  $\tau'_i$  — коэффициент Стьюдента, соответствующий бесконечному числу измерений и той же надёжности, что и для  $\tau_i$ . Знак равенства в (4.15) показывает, что измерительные приборы предполагаются поверенными серией испытаний по более точному прибору, а знак примерного равенства, что при такой поверке было сделано бесконечное число испытаний<sup>1</sup>. С учётом, что в паспортах приборов указывается наибольшая погрешность, данные допущения представляется приемлемым для дальнейших рассуждений.

В качестве второй группы допущений примем следующее: нормируемые относительные погрешности могут быть рассчитаны, как

$$\theta_i = \frac{S_i \cdot \tau_i}{y_i^{\mathfrak{B}}} \approx \frac{\sigma_i \cdot \tau_i'}{y_i^{\mathfrak{B}}} \approx \frac{\sigma_i \cdot \tau_i'}{y_i^{\mathsf{TH}}}, \qquad (4.16)$$

 $y_i^9$  — эталонное значение измеряемого параметра,  $y_i^{\text{TM}}$  — фактическое значение измерения с погрешностью. Первый знак равенства выражения (4.16) означает, что измерительные приборы считаются поверенными серией испытаний по более точному прибору с нормировкой по эталонным значениям. Следующий знак примерного равенства подразумевает, что было выполнено бесконечное число испытаний при поверке. Второй знак примерного равенства отражает предположение, сделанное в данной работе, о том, что эталонное значение приближённо равно телеизмерению.

Данный подход был глубоко рассмотрен и освящён в работе [26].

Далее рассматривается вопрос о том, к чему приводит использование предлагаемого подхода применительно к оцениванию состоянию на основе СВИ в ЭЭС.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>ГОСТ Р 8.000-2015 Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ). Основные положения.

## 4.3 Преобразование координат для выполнения линейного ОС

При рассмотрении ОС с участием СВИ появилась возможность сформулировать задачу ЛОС. В зарубежных публикациях [22; 105; 108; 109] рассматривается подход к ЛОС, в котором в основу принято положение, что РМU обеспечивают получение действительных и мнимых значений токов и напряжений. Рассмотрим ветвь энергосистемы, связывающую узлы s и t; со стороны узла s установлен РМU, который измеряет комплексные значения напряжения узла s и тока ветви s - t. В таком случае для этого РМU можно записать фрагмент целевой функции и системы ограничений (4.13):

$$\varphi_{PMU}(Y) = \alpha_{U\Re} \left( y_{U\Re} - y_{U\Im}^{TM} \right)^2 + \alpha_{U\Im} \left( y_{U\Im} - y_{U\Im}^{TM} \right)^2 + \alpha_{U\Re} \left( y_{U\Re} - y_{U\Re}^{TM} \right)^2 + \alpha_{U\Im} \left( y_{U\Im} - y_{U\Im}^{TM} \right)^2;$$

$$\begin{cases}
-g_{ss} \cdot U'_s + b_{ss} \cdot U''_s + g_{st} \cdot U'_t - b_{st} \cdot U''_t = I'_{st}, \\
-b_{ss} \cdot U'_s - g_{ss} \cdot U''_s + b_{st} \cdot U'_t + g_{st} \cdot U''_t = I''_{st}, \\
y_{U\Re} - U'_s = 0, \quad y_{U\Re} - U''_s = 0, \\
y_{I\Re} - I'_{st} = 0, \quad y_{I\Im} - I''_{st} = 0,
\end{cases}$$
(4.17)

где  $U'_s$  и  $U''_s$  — действительная и мнимая составляющие напряжения узла t;  $U'_s$  и  $U''_s$  — действительная и мнимая составляющие напряжения узла s;  $I'_{st}$ и  $I''_{st}$  — действительная и мнимая составляющие тока, втекающего в узел s из ветви s - t;  $g_{ss}$  и  $b_{ss}$  — действительная и мнимая составляющие собственной проводимости ветви s - t в узле s;  $g_{st}$  и  $b_{st}$  — действительная и мнимая составляющие собственной проводимости ветви s - t в узле t;  $\alpha_{U\mathfrak{R}}$ ,  $\alpha_{U\mathfrak{I}}$ ,  $\alpha_{I\mathfrak{R}}$  и  $\alpha_{I\mathfrak{I}}$  – весовые коэффициенты измерений, соответственно, действительных и мнимых составляющих напряжений и токов.

Серьезным преимуществом такого подхода является возможность переформулировать систему (4.17) в терминах классической постановки задачи метода наименьших квадратов (4.1). Если в рассматриваемой энергосистеме имеется полная наблюдаемость при помощи только PMU, то такой подход приводит к решению систем линейных уравнений, что делает саму задачу OC решаемой быстро и без применения итерационных методов. Но не менее серьезным недостатком такого подхода является зависимость дисперсий и, как вывод, весовых коэффициентов измерений от режимных параметров. С точки зрения указанного выше подхода метода максимального правдоподобия (4.13), такой способ формулирования целевой функции и системы ограничений оказывается некорректным, ввиду того, что для СВИ указываются не погрешности действительной и мнимой составляющих векторных измерений, но задаются относительные погрешности их модуля и абсолютные погрешности их угла. Это означает, что не представляется возможным указать константное значение весовых коэффициентов измерений α<sub>Uℜ</sub>, α<sub>Uℑ</sub>, α<sub>Iℜ</sub> и α<sub>Iℑ</sub>, применимое для всех возможных значений режимных параметров.

Для демонстрации указанного недостатка, рассмотрим две ситуации, изображённые на рисунках 4.1 и 4.2. Очевидно, что комплексное значение параметра измеряемой величины может меняться со временем как по модулю, так и по углу. Особенно это характерно для тока. Как видно из рисунка 4.1, при одинаковом значении модуля измеряемой величины, но разном значении угла доверительный интервал действительной составляющей комплексного измерения оказывается переменной величиной. Легко видеть, что это же справедливо и для мнимых составляющих. На рисунке 4.2 показано, что при изменении модуля измеряемой величины при сохранении угла также происходит изменение величины доверительного интервала.

Запишем фрагмент целевой функции и системы ограничений (4.17) для случая, когда измерениями являются модули и углы комплексных параметров

$$\varphi_{PMU}(Y) = \alpha_V \left( y_V - y_V^{\text{TM}} \right)^2 + \alpha_\delta \left( y_\delta - y_\delta^{\text{TM}} \right)^2 + \alpha_I \left( y_I - y_I^{\text{TM}} \right)^2 + \alpha_\psi \left( y_\psi - y_\psi^{\text{TM}} \right)^2,$$

$$(4.18)$$

$$\begin{cases} -g_{ss} \cdot V_s \cdot \cos \delta_s + b_{ss} \cdot V_s \cdot \sin \delta_s + g_{st} \cdot V_t \cdot \cos \delta_t - b_{st} \cdot V_t \cdot \sin \delta_t = I_{st} \cdot \cos \psi_{st}, \\ -b_{ss} \cdot V_s \cdot \cos \delta_s - g_{ss} \cdot V_s \cdot \sin \delta_s + b_{st} \cdot V_t \cdot \cos \delta_t + g_{st} \cdot V_t \cdot \sin \delta_t = I_{st}, \\ y_V - V_s = 0, \ V_\delta - \delta_s = 0, \\ y_I - I_{st} = 0, \ y_{\psi} - \psi_{st} = 0, \end{cases}$$

где  $V_s$  и  $\delta_s$  - модуль и угол напряжения узла s;  $V_t$  и  $\delta_t$  - модуль и угол напряжения узла t;  $I_s$  и  $\psi_s$  - модуль и угол тока, втекающего в узел s из ветви s - t;  $\alpha_V$ ,  $\alpha_\delta$ ,  $\alpha_I$  и  $\alpha_{\psi}$  - весовые коэффициенты для модуля напряжения, угла напряжения, модуля тока и угла тока как комплексной величины.



Рисунок 4.1 — Демонстрация проблемы зависимости величины погрешности от фазного угла

Подход (4.18), описанный в [22] несмотря на корректность записи обладает важным недостатком по сравнению с подходом (4.17), так как он основан на итерационном решении системы нелинейных уравнений вне зависимости от того, какого типа измерения (SCADA или CBИ) используются.

Для того, чтобы совместить достоинства линейного подхода (4.17) и статистически корректного подхода (4.18), предлагается следующая формулировка (4.13) для фрагмента целевой функции:

$$\varphi_{PMU}(Y) = \alpha_V \left( y_V - y_V^{\text{TM}} \right)^2 + \alpha_\delta \left( y_\delta - y_\delta^{\text{TM}} \right)^2 + \alpha_I \left( y_I - y_I^{\text{TM}} \right)^2 + \alpha_\psi \left( y_\psi - y_\psi^{\text{TM}} \right)^2;$$

$$(4.19)$$



Рисунок 4.2 — Демонстрация проблемы зависимости величины погрешности от действующего значения

и для системы ограничений:

$$\begin{pmatrix}
-g_{ss} \cdot U'_{s} + b_{ss} \cdot U''_{s} + g_{st} \cdot U'_{t} - b_{st} \cdot U''_{t} = I'_{st}, \\
-b_{ss} \cdot U'_{s} - g_{ss} \cdot U''_{s} + b_{st} \cdot U'_{t} + g_{st} \cdot U''_{t} = I_{st}, \\
y_{V} - u'_{s} = 0, \quad V_{\delta} - \frac{1}{y_{V}^{\text{TM}}} \cdot u''_{s} = 0, \\
u'_{s} = U'_{s} \cdot \cos y_{\delta}^{\text{TM}} - U''_{s} \cdot \sin y_{\delta}^{\text{TM}}, \\
u''_{s} = U'_{s} \cdot \sin y_{\delta}^{\text{TM}} + U''_{s} \cdot \cos y_{\delta}^{\text{TM}} \\
y_{I} - i'_{st} = 0, \quad V_{\psi} - \frac{1}{y_{I}^{\text{TM}}} \cdot i''_{st} = 0, \\
i'_{st} = I'_{st} \cdot \cos y_{\psi}^{\text{TM}} - I''_{st} \cdot \sin y_{\psi}^{\text{TM}}, \\
i''_{st} = I'_{st} \cdot \sin y_{\psi}^{\text{TM}} + I''_{st} \cdot \cos y_{\psi}^{\text{TM}}.
\end{cases}$$
(4.20)

Важно отметить, что в формулировке (4.19)–(4.20) сделано допущение, не являющееся грубым, а именно: при определении весовых коэффициентов от-

клонения измерений модулей и углов комплексных величин от их эталонных значений являются малыми величинами. Это позволяет выполнить поворот системы координат действительной и мнимой компонент комплексных параметров таким образом, чтобы действительные компоненты  $u'_s$  и  $i'_{st}$  соответствовали значениям измерений модуля, а мнимые компоненты  $u''_s$  и  $i''_{st}$  соответствовали значениям измерений угла, помноженным на измерение модуля.

Формулировка (4.19), совместно с подходом метода максимального правдоподобия позволяет выполнить оценку состояния, при условии, что сеть наблюдаема устройствами СВИ, применением трансформации Гаусса к следующей системе:

$$\operatorname{diag}(Y^{\mathrm{TH}})^{-1} \cdot A \cdot X = D, \tag{4.21}$$

где  $Y^{\text{TИ}}$  — вектор телеизмерений, A — информационная матрица, X — вектор параметров состояния, D — вектор, элементы которого единицы.

Суть метода, указанного в (4.21), состоит в комплексном оценивании состояния, где уравнениям в качестве весового коэффициента даются комплексные значения самих измерений. Это даёт основания назвать его как «линейный метод оценивания состояния взвешенный по измерениям» (Measurements Weighted Linear State Estimation), который сокращенно будем называть «MWLSE».

## 4.4 Демонстрация действия алгоритма

В [18] показан метод ОС, в котором предполагается, что для каждой группы измерений организуется своя процедура оценивания: линейная для измерений СВИ и нелинейная – для SCADA. Первой выполняется линейное ОС на более точных измерениях СВИ. Это и будет первым уровнем ОС. Второй выполняется нелинейное ОС с фиксацией результатов ОС первого уровня в качестве констант. Тестовые расчёты, проведённые для данного метода и продемонстрированные ниже показали, что двухуровневое ОС приводит к существенному увеличению вычислительной скорости, при высокой точности полученного потокораспределения.

Предложенный метод MWLSE позволяет более точно выполнять линейное OC, необходимое для двухуровневого OC. Благодаря указанному в (4.21) выбору весовых коэффициентов, линейное OC, выполняемое для данных от CBИ, становится более точным, что является важным для обеспечения второго уровня нелинейного OC по данным SCADA.

Рассмотрим электрическую сеть, показанную на рисунке 4.3, где в разделе а) изображён эталонный режим токораспределения, б) – эталонный режим с указанием потокораспределения, а в) – пример измерений с погрешностями. Предполагается, что в узлах 1 и 3 установлены РМU, измеряющие напряжения в этих узлах и токи в линиях 1-2 и 2-3 со стороны РМU.



Рисунок 4.3 — Пример электрической сети 110 кВ для сопоставления методов ОС

Для этой сети и для этого состава измерений выполним линейную OC двумя методами. Первый метод предполагает формулирование целевой функции, согласно подходу (4.17). В рассматриваемом примере коэффициенты были выбраны по наибольшей возможной дисперсии по действительной и мнимой осям.

Результат такого ОС показан на рисунке 4.4, где получившиеся токораспределение а) и потокораспределение б) помечены верхним индексом «LSE». В рамке указан результат сопоставления расчетного режима по ОС с эталонным режимом в соответствии с критерием

$$S = \sum_{i=1}^{L} \left( \left( |\dot{S}_{i_{\rm H}}^{\rm LSE} - \dot{S}_{i_{\rm K}}^{\rm \Im}| \right)^2 + \left( |\dot{S}_{i_{\rm K}}^{\rm LSE} - \dot{S}_{i_{\rm H}}^{\rm \Im}| \right)^2 \right), \tag{4.22}$$

где L - число линий, а индексы «н» и «к» относятся к началу и концу линии.



Рисунок 4.4 — Результат ОС для измерений, изображенных на рисунке 1 в) по первому методу

Указанный критерий (4.22) является отражением меры отклонения оценённого режима от эталона по мощностям линий, который в наибольшей степени интегрально характеризует погрешность расчёта режима при выборе управляющих воздействий, связанных изменением потокораспределения. В результате расчета первым методом значение критерия S оказалось равным 53,095 MBr<sup>2</sup>.

В качестве второго метода рассматривался предлагаемый метод MWLSE (4.21), который был протестирован на той же схеме и тех же измерениях с целью сопоставления с первым методом. Результат расчета показан на рисунке 4.5, где, также, токораспределения а) и потокораспределения б), в свою очередь, отмечены верхним индексом «ЛОС». Для этого метода значение критерия (4.22) оказалось равным 0,826 MBr<sup>2</sup>, что почти на 2 порядка меньше, чем у первого метода. Как видно из сопоставления двух конечных результатов ОС двумя методами, можно уверенно судить о намного более высокой точности метода MWLSE.



Рисунок 4.5 — Результат ОС для измерений, изображенных на рисунке 1 по методу MWLSE

### 4.5 Вычислительный эксперимент

Для убедительности результатов метод протестирован на ряде тестовых задач IEEE, а именно, для сетей IEEE-14, IEEE-RTS96, IEEE-30, IEEE-57, IEEE-118. Результаты испытаний показали более высокую точность MWLSE, причем, было выявлено следующее. Во-первых, оказалось, что точность предложенного метода тем выше, в сравнении с методом LSE, чем выше класс напряжения рассматриваемой сети. Во-вторых, было замечено, что сравнительная точность предложенного метода снижалась при утяжелении режима, но все равно, оставалась выше, чем у других методов.

Для предлагаемого в этой главе метода поворота координат, совместно с выбором мест размещения СВИ, были проведены вычислительные эксперименты на базе модели сети ОЭС Урала, содержащей 201 узел. Места размещения и типы измерений SCADA в этой модели считаются известными.

Вначале, для реализации метода Монте-Карло при помощи модуля ОС ПК RastrWin была выполнена серия 1000 расчётов ОС на базе измерений SCADA с предположением, что ошибки в исходных данных окажутся соответственными 5 % для измерений активной и реактивной составляющих мощности, а также 1 % для измерений действующего значения напряжения, и 3 % для измерений действующих значений тока. На измерения данных накладывался равномерно распределённый шум именно с таким разбросом.

В эту модель поэтапно добавлялось некоторое количество СВИ в соответствии с алгоритмом, описанным в главе 3. Далее, выполнялась двухуровневая ОС с выбором весовых коэффициентов, указанным в настоящей главе. Погрешности измерений СВИ приняты такими же, как в таблице 2 для ОТТ и ОТН.

Результаты расчётов приведены на рисунке 4.6. Как видно, с увеличением числа PDC, значительно падает значение критерия точности  $P_L$  (3.36) изображённый синим на графике и отражающий отклонение режима от эталонного значения. Это говорит о том, что при выполнении расстановки CBИ в соответствии с описанным в главе 3 алгоритмом наблюдается заметное увеличение точности итоговой OC. Однако же, как видно из значений графика зависимости числа узлов, входящих в первый этап OC (изображён красным на графике), можно сделать вывод о том, что для реализации алгоритма линейного OC для всех узлов потребуется установка большого количества оптических трансформаторов тока, что является нежелательным с точки зрения затрат.

Из этого можно сделать вывод, что задача носит технико-экономический характер и для её решения может быть использован разработанный комплекс алгоритмов.

#### 4.6 Выводы

В данной главе показаны известные способы учёта измерений СВИ в задаче ОС методом наименьших квадратов. Показана проблема определения весовых коэффициентов измерений в задаче ОС, а именно, проблема выбора весовых коэффициентов угловых измерений.

Предложен метод выбора весовых коэффициентов в условиях разнородности измеряемых величин с точки зрения нормирования погрешностей. Показано, как учитывать в одной целевой функции измерения, нормируемые по абсолютной погрешности, и по относительной погрешности.

Предложена трансформация целевой функции и системы ограничений оптимизационной задачи ОС методом наименьших квадратов, позволяющая



Рисунок 4.6 — Пример выбора мест размещения PDC и выполнения процедуры двухуровневого OC

учесть данные от PMU в рамках линейного OC более корректно и, как очень важное следствие, выполнять линейное OC более точно во всех возможных режимах работы ЭЭС.

Как известно, в ЭЭС для оценки состояния по телеметрии SCADA наибольшее применение находит метод взвешенных наименьших квадратов. Появившиеся в последние годы системы СВИ позволили перейти к ускоренной линейной оценке состояния LSE. Однако этот метод не гарантирует высокой точности конечного результата.

Предложенный в данной работе метод оценивания состояния, названный MWLSE, предназначен для сетей, наблюдаемых при помощи PMU в системе информационного обеспечения WAMS. Он является таким же робастным и вычислительно быстрым, как и метод линейного оценивания состояния LSE, используемый в зарубежных энергосистемах, но оказался намного более точным во всех рассмотренных случаях.

104

### Заключение

- Выполнен анализ современных тенденций в развитии информационного обеспечения задач ОС. Выявлена тенденция перехода от классических электромагнитных измерительных трансформаторов к ОТТ и ОТН. Показано, что оптические трансформаторы открывают новые возможности в совершенствовании информационного обеспечения и решения задач ОС.
- 2. Выполнено исследование целесообразности осуществления измерений параметров режима и получения их достоверных значений при помощи совместного использования СВИ и SCADA без выполнения ОС, основываясь только на оценивании текущего установившегося режима ЭЭС. Показана высокая скорость получения расчётных параметров при условии специальной расстановки измерительных устройств РМU по разработанным алгоритмам, основывающимся на топологическом анализе электрической сети и в скрытом виде минимизирующих соответствующие затраты. При этом результирующее число РМU, оказывается сопоставимым, а в некоторых случаях меньшим, чем в соответствующих методах, изложенных в зарубежной литературе.
- 3. Выявлено, что, несмотря на преимущества предлагаемого метода получения параметров установившегося режима, у него существуют границы применимости. Было показано, что данный метод не может быть применён в современных энергосистемах, ввиду относительно высокой погрешности современных измерительных приборов и выявленной высокой чувствительности погрешности параметров режима к погрешности измеренных данных. Однако, сделан вывод о возможном применении разработанных алгоритмов определения параметров установившегося режима в будущем, если сохраниться тенденция к уменьшению погрешности измерения как модуля, так и фазы напряжения. Сделан вывод об основном источнике высокой погрешности рассчитываемых параметров установившегося режима, а именно, о сильном влиянии наличия коротких линий между узлами с изолированными СВИ на получающуюся точность метода расчёта в целом.

- 4. Из выявленного факта недостаточной точности метода определения параметров потокораспределения сделан важный вывод о целесообразности выбора мест размещения СВИ таким образом, чтобы обеспечивался «каркас» из топологически связных элементов, в которых установлен СВИ. Соответствующее двухуровневое ОС основывается на выполнении отдельного линейного ОС на базе СВИ и отдельного ОС на базе традиционных систем измерений SCADA. Предложен способ выбора мест размещения СВИ для двухуровневого ОС, учитывающий выявленные особенности ОС для СВИ.
- 5. Для решения проблемы выбора мест размещения СВИ разработан метод преобразования систем нелинейных комплексных уравнений установившегося режима, позволяющий решать полученную систему прямым методом без использования итераций. Показаны альтернативные способы применения указанного метода, в частности, это относится к возможности модернизации методов расчёта установившегося режима, с целью повышения скорости решения в особо крупных энергообъединениях, а также для определения их статической устойчивости.
- 6. Предложен способ выбора весовых коэффициентов и матрицы ковариации для учёта измерений электрического угла в рамках процедуры ОС с целью увеличения точности линейной ОС. Показано увеличение точности ОС при применении указанного метода выбора весовых коэффициентов для энергосистем различной размерности. Сделан вывод об эффективности предлагаемого метода выбора весовых коэффициентов. Предложенный в данной работе метод оценивания состояния, названный MWLSE, предназначен для сетей, наблюдаемых при помощи PMU в системе информационного обеспечения WAMS. Он является таким же робастным и вычислительно быстрым, как и метод линейного оценивания состояния LSE, используемый в зарубежных энергосистемах, но оказался намного более точным во всех рассмотренных случаях.
- 7. При выборе мест размещения и количества СВИ для двухуровневого ОС в условиях ограниченных экономических возможностей целесообразно проводить анализ возможных вариантов и оптимизацию плана развития информационно-измерительных систем, которые могут быть автоматизированы с использованием комплекса разработанных мето-

дов и алгоритмов. Этот комплекс можно рассматривать как новый инструмент анализа и совершенствования системы информационного обеспечения ЭЭС.

8. Высокая эффективность всех алгоритмов подтверждена большим объёмом тестовых вычислительных экспериментов на моделях сетей IEEE(14, 24, 30, 57, 118, 300 узлов), польских энергосистем, находящихся в открытом доступе (2383 узла, 2736 узлов, 3120 узлов), а также отечественных энергосистем (201 и 1414 узел).

Перспективы дальнейшей разработки темы исследования. Дальнейшие разработки, связанные с темой исследований целесообразно направить на поиск возможности учета вероятных отключений элементов электрической сети при размещении синхронизированных векторных измерений. Также для развития теории оценивания состояния требуется изучение критериев точности определения параметров состояния энергосистем и их возможное совершенствование. Предложенный метод безытерационного расчета может быть применен в решении проблем определения опасных сечений энергосистем, что также требует исследований.

### Список литературы

- Yan, D. Wide-area Protection and Control System With WAMS Based / D. Yan // 2006 International Conference on Power System Technology. – 10.2006. – C. 1–5.
- Cai, J. Y. Current Status and Experience of WAMS Implementation in North America / J. Y. Cai, J. Hauer, K. Martin // 2005 IEEE/PES Transmission Distribution Conference Exposition: Asia and Pacific. - 08.2005. - C. 1-7.
- Junce, D. Mixed Measurements State Estimation Based on Wide-Area Measurement System and Analysis / D. Junce, C. Zexiang // 2005 IEEE/PES Transmission Distribution Conference Exposition: Asia and Pacific. – 08.2005. – C. 1–5.
- 4. Wide Area Measurement System in Action / Т. Babnik [и др.] // 2007 IEEE Lausanne Power Tech. 07.2007. С. 1646—1651.
- Phadke, A. G. State Estimation with Phasor Measurements / A. G. Phadke,
   J. S. Thorp, K. J. Karimi // IEEE Power Engineering Review. 1986. Φebp. T. PER-6, № 2. C. 48-48.
- Thorp, J. S. Real Time Voltage-Phasor Measurement For Static State Estimation / J. S. Thorp, A. G. Phadke, K. J. Karimi // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. — 1985. — Нояб. — Т. PAS—104, № 11. — C. 3098—3106.
- 7. *Аюев*, *Б*. О системе мониторинга переходных режимов / Б. Аюев // Энергорынок. — 2006. — № 2.
- B. Ayuev P. Erokhine, Y. K. IPS/UPS Wide Area Measuring System / Y. K. B. Ayuev P. Erokhine // CIGRE, 41 Session. — 08.2006.
- Ayuev, B. PMU application for IPS/ups dynamic performance monitoring and study / B. Ayuev, P. Erokhine, Y. Kulikov // 42nd International Conference on Large High Voltage Electric Systems 2008, CIGRE 2008. - 2008. - URL: www.scopus.com ; Cited By :3.
- Ayuev, B. Communications needs for different applications of IPS/UPS Wide Area Measurements (WAMS) / B. Ayuev, P. Erokhine, Y. Kulikov // 43rd International Conference on Large High Voltage Electric Systems 2010, CIGRE 2010. - 2010. - URL: www.scopus.com.
- 11. Жуков, А. В. Развитие технологий мониторинга и управления в ЕЭС России на базе системы мониторинга переходных режимов / А. В. Жуков, Е. И. Сацук, Д. М. Дубинин // Современные направления развития систем релейной защиты и автоматики энергосистем Екатеринбург, — Екатеринбург, 2013.
- 12. Тутундаева, Д. В. Новые возможности управления режимами ЭЭС при измерении фаз напряжений в электрической сети / Д. В. Тутундаева, А. Г. Фишов // Monitoring and system operation control based on synchronized phasor measurements. — 2008.
- Гуртовцев, А. Л. Оптические трансформаторы и преобразователи тока / А. Л. Гуртовцев // Новости электротехники. — 2018. — 4(112).
- 14. Новые возможности для оценивания состояния электроэнергетической системы при использовании данных от РМU / А. М. Глазунова [и др.]. 2008.
- 15. Optimal Multistage Scheduling of PMU Placement: An ILP Approach / D. Dua [и др.] // IEEE Transactions on Power Delivery. 2008. Окт. Т. 23, № 4. С. 1812—1820.
- Manousakis, N. M. A Weighted Least Squares Algorithm for Optimal PMU Placement / N. M. Manousakis, G. N. Korres // IEEE Transactions on Power Systems. - 2013. - ABr. - T. 28, № 3. - C. 3499-3500.
- Korkali, M. Optimal Deployment of Wide-Area Synchronized Measurements for Fault-Location Observability / M. Korkali, A. Abur // IEEE Transactions on Power Systems. - 2013. - Φевр. - T. 28, № 1. - C. 482-489.
- Bartolomey, P. Power Systems State Estimation Acceleration on the Basis of the Synchronized Phasor Measurements in the Power System Steady State Control Tasks / P. Bartolomey, S. Semenenko // 2018 International Youth Scientific and Technical Conference Relay Protection and Automation, RPA 2018. — 2018.

- Бартоломей, П. И. Оптимизация состава традиционных и высокоточных синхронизированных векторных измерений для ускоренной оценки состояния ЭЭС / П. И. Бартоломей, С. И. Семененко // ЭЛЕКТРОЭНЕРГИЯ. Передача и распределение. — 2019. — 1(52). — С. 66—71.
- 20. Бартоломей, П. И. Разработка алгоритмов ускоренного расчета режима ЭЭС по данным телеметрии в системе WAMS / П. И. Бартоломей, С. И. Семененко // Научные труды международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодёжи-2016», Казань. Т. 2. — 2016. — С. 58—60.
- Бартоломей, П. И. Расстановка РМU для ускоренных расчетов режима ЭЭС по критерию минимизации затрат / П. И. Бартоломей, С. И. Семененко // Научные труды международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодёжи-2014», Томск. Т. 1. Ноябрь.2014. С. 359—362.
- 22. An Alternative for Including Phasor Measurements in State Estimators / M. Zhou [и др.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2006. — Нояб. — T. 21, № 4. — С. 1930—1937.
- 23. Xu, C. A Fast and Robust Linear State Estimator for Very Large Scale Interconnected Power Grids / C. Xu, A. Abur // IEEE Transactions on Smart Grid. - 2018. - Ceht. - T. 9, № 5. - C. 4975-4982.
- 24. Тестовые испытания устройств снихронизированных измерений векторных величин энергосистем / М. А. Балабин [и др.] // Электричество. — 2011.
- 25. *Гамм*, *А. З.* Статистические методы оценивания состояния электроэнергетических систем. Т. 220 / А. З. Гамм. — М.: Наука, 1976.
- 26. Машалов, Е. В. Алгоритмизация задач диагностики системы измерений электроэнергии и мощности в энергосистеме: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.14.02. Т. 106 / Е. В. Машалов. — УГТУ, 2000.
- Phadke, A. G. Synchronized Phasor Measurements and Their Applications / A. G. Phadke, J. S. Thorp. — Springer Science+Business Media, LLC, 2008.

- 28. PMU-based informational support of power system control tasks / P. Bartolomey [и др.] // WIT Transactions on Ecology and the Environment. 2014. T. 190 VOLUME 1. C. 307-318.
- 29. Развитие методов оценивания состояния ЭЭС на основе новых источников данных, технологий распределенных вычислений и методов искусственного интеллекта / А. З. Гамм [и др.] // Операционное управление в электроэнергетике: Подготовка персонала и поддержание его квалификации. 2011. № 2. С. 41—49.
- Куликов, Ю. А. Использование технологии измерения параметров в ЕЭС России для информационного обеспечения оперативно-диспетчерского управления / Ю. А. Куликов // Энергетик. — 2009.
- Ускоренные расчеты режимов электрической системы с использованием измерительных средств WAMS / П. И. Бартоломей [и др.] // Электроэнергетика глазами молодежи: научные труды III международной HTK: сборник статей в 2 т. Екатеринбург: УрФУ. — 2012. — № 2. — С. 24—28.
- З2. Бартоломей, П. Расстановка телеизмерений для расчетов режимов "online" / П. Бартоломей // Вестник УГТУ-УПИ. — 2000. — 2(10). — C. 32—37.
- Аюев, Б. Расчеты установившихся режимов в задачах оперативного и автоматического управления ЭЭС. Т. 33 / Б. Аюев, П. Бартоломей. — Екатеринбург: УГТУ, 1999.
- 34. Kolosok, I. The test equation method for linear state estimation based on PMU data / I. Kolosok, E. Korkina, E. Buchinsky // 2014 Power Systems Computation Conference. - 08.2014. - C. 1-7.
- 35. Колосок, И. Использование измерений от РМU при декомпозиции задачи оценивания состояния / И. Колосок, Е. Коркина, А. Пальцев // Сборник докладимеждународна научно-техническа конференция "Електроенергетика 2010 Варна, България. — 2010.
- 36. Glazunova, A. M. PMU placement on the basis of SCADA measurements for fast load flow calculation in electric power systems / A. M. Glazunova, I. N. Kolosok, E. S. Korkina // 2009 IEEE Bucharest PowerTech. - 06.2009. -C. 1-6.

- 37. Gamm, A. Z. Test equations for validation of critical measurements and critical sets at power system state estimation / A. Z. Gamm, I. N. Kolosok, A. M. Glazunova // 2005 IEEE Russia Power Tech. 06.2005. C. 1—6.
- 38. Глазунова, А. М. Применение данных РМU при оценивании состояния ЭЭС методом контрольных уравнений / А. М. Глазунова, И. Н. Колосок, Е. Коркина // Monitoring of Power System Dynamics Performance. — 2008.
- 39. Бартоломей, П. И. Минимизация количества векторных измерений для ускоренных расчетов режимов ЭЭС / П. И. Бартоломей, С. И. Семененко // Научные труды международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодёжи-2015», Иваново. Т. 1. — Ноябрь.2015. — С. 259—264.
- 40. Bartolomey, P. Phasor Measurements Application in Power Systems for Accelerated Power Flow Calculations in Emergency Control / P. Bartolomey, S. Semenenko // Energy Systems, Materials and Designing in Mechanical Engineering. T. 792. — Trans Tech Publications, 10.2015. — C. 286—292. — (Applied Mechanics and Materials).
- 41. Бартоломей, П. И. Расстановка РМU для ускорения расчета режимов ЭЭС в задачах противоаварийного управления в среде WAMS / П. И. Бартоломей, С. И. Семененко // Современные направления развития систем релейной защиты и автоматики энергосистем: сборник статей. — 2015. — С. 2—9.
- 42. Бартоломей, П. И. Совершенствование алгоритма противоаварийной автоматики ЭЭС на основе векторных измерений / П. И. Бартоломей, С. И. Семененко // Эффективное и качественное снабжение и использование электроэнергии: сб. докл. 4-й междунар. науч.-практ. конф. науч. ред. Ф. Н. Сарапулов. УМЦ УПИ, 2015. С. 38—41.
- 43. Бартоломей, П. И. Размещение РМU в электрической сети для ускоренных расчетов установившихся режимов / П. И. Бартоломей, С. И. Семененко // VII Международная научная конференция молодых учёных «Электротехника. Электротехнология. Энергетика»: сборник тезисов. 2015.

- 44. Бартоломей, П. И. Использование синхронизированных векторных измерений для ускоренных расчетов режимов ЭЭС / П. И. Бартоломей, С. И. Семененко // Эффективное и качественное снабжение и использование электроэнергии, ЭСКИЭ-05: Сб. докл. 5-ой междунар. Науч.-практ. Конф. В рамках специализир. форума «ExpoBuildRussia». 2016.
- 45. Априорная фильтрация телеметрии и оценка состояния электроэнергетической системы с помощью векторных измерений / П. И. Бартоломей [и др.] // Эффективное и качественное снабжение и использование электроэнергии, ЭСКИЭ-06: Сб. докл. 6-ой междунар. Науч.-практ. Конф. в рамках спец. форума «ExpoBuildRussia». — 2017.
- 46. Bartolomey, P. Accelerated power systems power flow calculations using phasor measurements / P. Bartolomey, S. Semenenko // 2016 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). - 2016. - C. 1-5.
- 47. Phasor measurements impact on the a priori data filtration and power systems state estimation / P. Bartolomey [идр.] // 2017 14th International Conference on Engineering of Modern Electric Systems (EMES). 2017. C. 51—54.
- Bartolomey, P. Super-accelerated power systems power flow and state estimation calculations within the WAMS environment / P. Bartolomey, S. Semenenko // 2017 14th International Conference on Engineering of Modern Electric Systems (EMES). - 2017. - C. 55-58.
- Aprosin, K. I. New Transmission Line Capability Assessment Method in Emergency Control Tasks / K. I. Aprosin, S. I. Semenenko // 2018 International Youth Scientific and Technical Conference Relay Protection and Automation (RPA). - 09.2018. - C. 1-19.
- Бычислительные модели потокораспределения в электрических системах. Т. 254 / Б. И. Аюев [и др.]; под ред. П. И. Бартоломей. — Флинта, 2008.
- 51. Milano, F. Power System Modelling and Scripting. T. 357 / F. Milano. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- 52. Оценивание состояния электроэнергетической системы: алгоритмы и примеры решения линеаризованных задач. Т. 37 / В. И. Зоркальцев [и др.]. — Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2016.

- 53. Прихно, В. Л. Оценивание режимов энергосистем для использования в составе системы централизованной противоаварийной автоматики / В. Л. Прихно, Ю. В. Масайлов // Сборник докладов II Всероссийской научно-технической конференции. — Изд-во ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2004. — С. 206—210.
- 54. Семененко, С. И. Трансформация уравнений установившегося режима ЭЭС для супер-ускоренных расчетов потокораспределения и оценки состояния в системе WAMS / С. И. Семененко, П. И. Бартоломей // Сборник докладов "Релейная защита и автоматика энергосистем 2017". — 2017.
- 55. PMU-based informational support of power system control tasks / P. Bartolomey [и др.] // WIT Transactions on Ecology and the Environment. - 2014. - T. 190 VOLUME 1. - C. 307-318. - URL: https:// www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84897877487&doi=10.2495% 2fEQ140301&partnerID=40&md5=40bd3c8abc907d0a59aaf92ec953b049.
- 56. Kucuksari, S. Experimental Comparison of Conventional and Optical Current Transformers / S. Kucuksari, G. G. Karady // IEEE Transactions on Power Delivery. - 2010. - OKT. - T. 25, № 4. - C. 2455-2463.
- 57. *Власов, М. А.* Оптические трансформаторы: Первый опыт / М. А. Власов, A. A. Сердцев // Энергоэксперт. — 2007. — С. 46—49. — URL: https: //www.ruscable.ru/doc/analytic/KPD-5/proline.pdf.
- Noureen, S. S. Phasor measurement unit integration: A review on optimal PMU placement methods in power system / S. S. Noureen, V. Roy, S. B. Bayne // 2017 IEEE Region 10 Humanitarian Technology Conference (R10-HTC). - 12.2017. - C. 328-332.
- Sefid, M. Optimal PMU placement in a smart grid: An updated review / M. Sefid, M. Rihan // International Journal of Smart Grid and Clean Energy. - 2019. - T. 11.

- Mabaning, A. A. G. Complete solution of optimal PMU placement using reduced exhaustive search / A. A. G. Mabaning, J. R. C. Orillaza // 2016 IEEE Region 10 Conference (TENCON). - 11.2016. - C. 823-826.
- Negash, K. Artificial Intelligence Versus Conventional Mathematical Techniques: A Review for Optimal Placement of Phasor Measurement Units / K. Negash, B. Khan, E. Yohannes // Technology and Economics of Smart Grids and Sustainable Energy. — 2016. — Авг. — Т. 1, № 1. — С. 10. — URL: https://doi.org/10.1007/s40866-016-0009-y.
- 63. Optimal PMU Placement by an Equivalent Linear Formulation for Exhaustive Search / S. Azizi [и др.] // IEEE Transactions on Smart Grid. 2012. Март. Т. 3, № 1. С. 174—182.
- 64. Implementation of Integer Linear Programming and Exhaustive Search algorithms for optimal PMU placement under various conditions / K. S. K. Reddy [и др.] // 2015 IEEE Power, Communication and Information Technology Conference (PCITC). 10.2015. C. 850—855.
- Li, Y. A Novel Integer Linear Programming Based Optimal PMU Placement Model / Y. Li, J. Li, L. Wu // 2018 North American Power Symposium (NAPS). - 09.2018. - C. 1-6.
- 66. Optimal PMU placement for topological observability of power system: Robust measurement design in the space of phasor variables / M. V. Khokhlov [и др.] // 2016 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT-Europe). — 10.2016. — C. 1—6.
- 67. *Голуб И.И.*, *Х. М.* Алгоритмы синтеза наблюдаемости ЭЭС на основе синхронизированных векторных измерений / Х. М. Голуб И.И. // Электричество. 2015. № 1. С. 26—33.
- Manousakis, N. M. Semidefinite programming for optimal placement of PMUs with channel limits considering pre-existing SCADA and PMU measurements / N. M. Manousakis, G. N. Korres // 2016 Power Systems Computation Conference (PSCC). - 06.2016. - C. 1-7.
- Roy, S. PMU placement for optimal three-phase state estimation performance / S. Roy // 2013 IEEE International Conference on Smart Grid Communications (SmartGridComm). - 10.2013. - C. 342-347.

- 70. Kandasamy, D. Enhancement of power system observability by optimal allocation of phasor measurement unit / D. Kandasamy, A. R. Hussain // 2015 International Conference on Advanced Computing and Communication Systems. 01.2015. C. 1-4.
- Almunif, A. Mixed integer linear programming and nonlinear programming for optimal PMU placement / A. Almunif, L. Fan // 2017 North American Power Symposium (NAPS). - 09.2017. - C. 1-6.
- 72. Manousakis, N. M. A Weighted Least Squares Algorithm for Optimal PMU Placement / N. M. Manousakis, G. N. Korres // IEEE Transactions on Power Systems. - 2013. - Abr. - T. 28, № 3. - C. 3499-3500.
- 73. Emami, R. Robust Measurement Design by Placing Synchronized Phasor Measurements on Network Branches / R. Emami, A. Abur // IEEE Transactions on Power Systems. - 2010. - Φebp. - T. 25, № 1. - C. 38-43.
- 74. Optimal PMU Placement Considering Controlled Islanding of Power System /
  L. Huang [и др.] // IEEE Transactions on Power Systems. 2014. Март. —
  T. 29, № 2. С. 742—755.
- 75. Hong-Shan, Z. Sensitivity Constrained PMU Placement for Complete Observability of Power Systems / Z. Hong-Shan // 2005 IEEE/PES Transmission Distribution Conference Exposition: Asia and Pacific. – 08.2005. – C. 1–5.
- 76. Yda Amira, A. Y. Optimal PMU placement for full network observability case of the tunisian network / A. Y. Yda Amira, G. Fathi // Eighth International Multi-Conference on Systems, Signals Devices. - 03.2011. - C. 1-5.
- 77. Genetic algorithms for optimal placement of phasor measurement units in electrical networks / F. J. Marin [и др.] // Electronics Letters. 2003. Сент. Т. 39, № 19. С. 1403—1405.
- 78. Power system observability with minimal phasor measurement placement / T. L. Baldwin [и др.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 1993. — Май. — Т. 8, № 2. — С. 707—715.
- 79. Optimal placement of Phasor Measurement Units in power grids using Memetic Algorithms / O. Linda [и др.] // 2014 IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE). — 06.2014. — C. 2035—2041.

- 80. Genetic algorithms for optimal placement of phasor measurement units in electrical networks / F. J. Marin [и др.] // Electronics Letters. 2003. Сент. Т. 39, № 19. С. 1403—1405.
- Milosevic, B. Nondominated sorting genetic algorithm for optimal phasor measurement placement / B. Milosevic, M. Begovic // IEEE Transactions on Power Systems. - 2003. - Φевр. - T. 18, № 1. - C. 69-75.
- Kolosok, I. The use of PMU measurements in decomposition of power system state estimation problem / I. Kolosok, E. Korkina, A. Paltsev // Electrical Power Engineering 2010. Technical University of Varna. - 2010. - C. 66-72.
- Yoon, Y. Phasor Measurement Units for Large Scale Power System State Estimation / Y. Yoon. — Texas A&M University, 12.2005.
- 84. Гамм, А. З. Наблюдаемость электроэнергетических систем / А. З. Гамм,
  И. И. Голуб ; под ред. Ю. Н. Руденко. М.: Наука, 1990.
- 85. Fan, N. On integer programming models for the multi-channel PMU placement problem and their solution / N. Fan, J.-P. Watson // Energy Systems. 2015. Mapt. T. 6, № 1. C. 1-19. URL: https://doi.org/10.1007/s12667-014-0132-6.
- 86. The Holomorphic Embedding Method Applied to the Power-Flow Problem / S. Rao [и др.] // IEEE Transactions on Power Systems. 2016. Сент. T. 31, № 5. C. 3816—3828.
- Trias, A. The Holomorphic Embedding Load Flow method / A. Trias // 2012
   IEEE Power and Energy Society General Meeting. 07.2012. C. 1-8.
- Понарин, Я. П. Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах: Книга для учащихся математических классов школ, учителей и студентов педагогических вузов. Т. 160 / Я. П. Понарин. — М.: МЦНМО, 2004. ил.
- Бартоломей, П. И. Решение электроэнергетических задач методами второго порядка. Т. 88 / П. И. Бартоломей. — Свердловск: УПИ, 1988.
- 90. Schweppe, F. C. Power System Static-State Estimation, Part I: Exact Model / F. C. Schweppe, J. Wildes // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. - 1970. - Янв. - Т. PAS-89, № 1. - С. 120-125.

- 91. Irving, M. R. Power-system state estimation using linear programming / M. R. Irving, R. C. Owen, M. J. H. Sterling // Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. — 1978. — Сент. — Т. 125, № 9. — С. 879—885.
- 92. Clements, K. A. An Interior Point Algorithm for Weighted Least Absolute value Power System State Estimation / K. A. Clements, P. W. Davis, K. D. Frey // IEEE PES Winter Meeting. — 1991.
- 93. Хохлов, М. В. Робастное оценивание состояния электроэнергетических систем на основе неквадратичных критериев : дис. ... канд. / Хохлов М. В. — Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук, 2010.
- 94. Максименко, Д. М. Оценивание состояния на базе оптимизационного алгоритма в ПК RastrWin3 / Д. М. Максименко, Е. В. Машалов, В. Г. Неуймин // Известия НТЦ Единой энергетической системы. — 2013. — 2(69). — С. 36—44.
- 95. New EPS state estimation algorithms based on the technique of test equations and PMU measurements / A. Z. Gamm [и др.] // 2007 IEEE Lausanne Power Tech. 07.2007. C. 1670—1675.
- 96. Glazunova, A. M. Study of test equations method's application for bad data detection in PMU measurements / A. M. Glazunova, I. N. Kolosok, E. S. Korkina // Probabilistic Methods Applied to power systems (12th Int. Conf.) Proc. of PMAPS 2012. 2012.
- 97. Abur, A. Power system state estimation: theory and implementation. Vol. 327 / A. Abur, A. G. Expósito. — CRC Press, 2004.
- 98. Гилл, Ф. Практическая оптимизация: Пер. с англ. Т. 509 / Ф. Гилл,
  У. Мюррей, М. Райт. М.: Мир, 1985.
- 99. Solution methods of Ill-conditioned power system state estimation: A comparative study / H. G. Abood [и др.] // 2017 IEEE Region 10 Symposium (TENSYMP). 07.2017. С. 1—6.
- 100. Jones, K. D. Three-Phase Linear State Estimation with Phasor Measurements : дис. ... маг. / Jones K. D. — Virginia Polytechnic Institute & State University, 2011.

- 101. Tarali, A. Bad data detection in two-stage state estimation using phasor measurements / A. Tarali, A. Abur // 2012 3rd IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT Europe). - 10.2012. - C. 1-8.
- 102. Yang, T. Transition to a Two-Level Linear State Estimator—Part II: Algorithm / T. Yang, H. Sun, A. Bose // IEEE Transactions on Power Systems. - 2011. - Φebp. - T. 26, № 1. - C. 54-62.
- 103. Design, Testing, and Implementation of a Linear State Estimator in a Real Power System / L. Zhang [и др.] // IEEE Transactions on Smart Grid. — 2017. — Июль. — Т. 8, № 4. — С. 1782—1789.
- 104. Zanni, L. Power-System State Estimation based on PMUs Static and Dynamic Approaches - from Theory to Real Implementation / L. Zanni. – 2017. – URL: http://infoscience.epfl.ch/record/228451.
- 105. Haughton, D. A. A Linear State Estimation Formulation for Smart Distribution Systems / D. A. Haughton, G. T. Heydt // IEEE Transactions on Power Systems. - 2013.
- 106. Прихно, В. Л. Оперативный расчет режима энергосистемы по данным телеизмерений / В. Л. Прихно, П. А. Черненко // Иркутск: СЭИ СО АН СССР. – 1982. – С. 70–75.
- 107. Бартоломей, П. И. Развитие метода оценивания состояния для интеграции СВИ и измерений SCADA в ЭЭС / П. И. Бартоломей, С. И. Семененко // Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. — 2019. — Т. 21, № 3/4. — С. 68—78.
- 108. Design, Testing, and Implementation of a Linear State Estimator in a Real Power System / L. Zhang [и др.] // IEEE Transactions on Smart Grid. — 2017. — Июль. — Т. 8, № 4. — С. 1782—1789.
- 109. Ghiocel, S. G. Phasor-Measurement-Based State Estimation for Synchrophasor Data Quality Improvement and Power Transfer Interface Monitoring / S. G. Ghiocel // IEEE Transactions on Power Systems. — 2014. — 2014. — T. 29, № 2. — C. 881—888.