

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого
Президента России Б.Н. Ельцина»

На правах рукописи



Черноскутов Александр Игоревич

**ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ ПРИ
ПОСТРОЕНИИ ТРЕХМЕРНЫХ ПЛОТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ
ЗЕМНОЙ КОРЫ С УЧЕТОМ ФОРМЫ ПЛАНЕТЫ**

05.13.18 – математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Екатеринбург – 2020

Работа выполнена на кафедре информационных технологий и систем управления Института радиоэлектроники и информационных технологий – РТФ Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН **Мартышко Петр Сергеевич**.

Официальные оппоненты: **Просвиряков Евгений Юрьевич**, доктор физико-математических наук, ФГБУН Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук, главный научный сотрудник сектора нелинейной вихревой гидродинамики;

Степанова Инна Эдуардовна, доктор физико-математических наук, профессор РАН, ФГБУН Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта Российской академии наук, главный научный сотрудник лаборатории происхождения, внутреннего строения и динамики Земли и планет;

Филимонов Михаил Юрьевич, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, ФГБУН Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук, ведущий научный сотрудник отдела прикладных задач.

Защита состоится 16 декабря 2020 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета УрФУ 01.01.07 по адресу: 620000, г. Екатеринбург, пр. Ленина 51, к. 248, Зал заседаний диссертационных советов.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», <https://dissovet2.urfu.ru/mod/data/view.php?id=12&rid=1625>

Автореферат разослан __ ноября 2020 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук



Косолобов Д.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Благодаря развитию современных вычислительных технологий и их широкому распространению в последнее десятилетие стало возможным производить численное решение прямых и обратных задач гравиметрии для моделей большой размерности: с количеством элементов разбиения порядка 10^8 (работы Куприенко П.Я., 2007; Мартышко П.С., 2013). Это, в свою очередь, позволяет исследовать территории большей протяженности («региональные» модели). Часто при численном решении прямых и обратных задач рассматриваются модели с кусочно-постоянным распределением плотности в параллелепипеде («плоская» модель) (работы Страхова В.Н., 1984; Павленковой Н.И., 1991; Куприенко П.Я. 2007; Дружинина В.С., 2014). Упрощение геометрической формы рассматриваемого объекта позволяет существенно ускорить процесс расчётов (в виду более простых с вычислительной точки зрения выражений, описывающих гравитационное поле). Однако, такое упрощение вносит в решение ошибку, связанную с не учетом «сферической» формы Земли; с увеличением размеров модели эта погрешность растёт и в ряде случаев точность решения может быть неудовлетворительной поставленным требованиям. Повышенный в последние годы интерес к проблеме решения обратных задач для региональных моделей и к проблеме учета «сферичности» (работы Долгаля А.С., 2015, 2017; Uieda L., 2015; Grombein T., 2013) подчёркивает высокую актуальность рассматриваемой темы.

Цель работы – определить геометрические характеристики моделей, для которых необходим учет сферической формы Земли при решении прямых и обратных задач гравиметрии, провести оценку погрешности за неучет «сферичности» для моделей различной протяженности, предложить вычислительно эффективный способ решения прямой и обратной задачи для региональных моделей с большим числом элементов разбиения.

Задачи исследования.

- Определить влияние выбора метода проектирования «плоской» плотностной модели в «сферическую» на разницу в вычисляемом гравитационном поле для ряда двумерных и трехмерных синтетических примеров с сингулярным и постоянным распределением плотности. Обосновать выбор предлагаемого метода проектирования.
- Предложить вычислительно эффективный метод решения прямой задачи гравиметрии для эллипсоидальной модели с кусочно-постоянным распределением плотности, заданным на иррегулярной сетке (в

геодезической системе координат). Провести ряд численных экспериментов для синтетических моделей, позволяющих получить оценку погрешности и качество сходимости метода (в зависимости от выбранного диаметра разбиения). Сравнить скорость решения задачи предложенным методом с «классическим» методом интегрирования по кубатурным формулам.

- Получить решение прямой задачи гравиметрии для практической региональной модели высокого разрешения с преобразованием ее в «сферическую». Сравнить вычисленное поле с полем исходной модели. Полученную невязку считать погрешностью за неучет «сферичности». Построить задачу оптимизации, обеспечивающую единственность и стабильность решения обратной задачи гравиметрии для полученной невязки. Решая эту задачу градиентным методом, уточнить исходную плотностную модель.

Положения, выносимые на защиту.

- Предложенное трехмерное отображение «плоской» плотностной модели в «сферическую», основанное на преобразовании Гаусса-Крюгера, сохраняющее расстояние вдоль нормали к поверхности Земли, наследует качественные характеристики модели, внося минимальные искажения в вычисляемое поле.
- При решении линейной обратной задачи гравиметрии с учетом «сферичности» в качестве начального приближения можно использовать решение обратной задачи в «плоской» постановке. Ошибка в поле «за сферичность» при построении региональных плотностных моделей коры Земли (протяженностью порядка 1000км x 1000км и мощностью 100км) составляет 5%.
- Предложенный алгоритм численного решения прямой задачи гравиметрии эффективно реализован на сетках большой размерности с использованием современных распределенных вычислительных систем. Для рассмотренных региональных моделей алгоритм требует ~10³ раз меньше элементов разбиения (в латеральной плоскости), чем метод численного интегрирования Гаусса-Лежандра при достижении эквивалентной точности.
- Разработанное программное обеспечение позволяет численно решать прямую и обратную задачу гравиметрии для практических региональных плотностных моделей высокого разрешения. Программное обеспечение оптимизировано для использования на распределенных вычислительных системах (суперкомпьютерах) с графическими ускорителями.

Научная новизна. Проведено комплексное исследование влияние неучета сферической формы планеты на результат решения задач гравиметрии: подробно рассмотрены примеры моделей различной протяженности (от десятков до тысячи километров) и с качественно различным способом задания распределения плотности в них. Приведены сравнения результатов вычисления гравитационного поля от исходных («плоских») моделей и их сферических аналогов, согласно которым ввод учета «сферичности» может быть необходим при рассмотрении плотностных моделей протяженностью порядка 1000км x 1000км и мощностью порядка 100км (погрешность «за неучет сферичности» в поле составляет ~5%). Предложен способ преобразования моделей в «сферические», сохраняющий качественные характеристики моделей и дающий малую погрешность в поле. Предложен вычислительно эффективный метод решения прямых и обратных задач гравиметрии для «сферических» моделей.

Теоретическая и практическая значимость. Предложенный метод позволяет получить более точные решения обратной задачи гравиметрии для моделей протяженных территорий Земли. Более эффективное использование вычислительных ресурсов по сравнению с «классическими» методами численного интегрирования делает практически целесообразным восстановление плотностных моделей высокого разрешения (с количеством элементов порядка 10^8). Детализированные плотностные модели коры планеты, построенные с использованием высокоточных алгоритмов, являются основным источником информации о ее строении. Метод также может быть применен для изучения строения других небесных тел.

Методология и методы исследования. В диссертационной работе используется математический аппарат численных методов интегрирования и оптимизации, аппарат теории некорректных задач и геофизического моделирования. При разработке программного обеспечения, реализующего алгоритмы, использованы технологии распределенных высокопроизводительных вычислений на графических ускорителях (Nvidia CUDA, AMD ROCm).

Степень достоверности результатов и апробация работы. Достоверность результатов исследований подтверждается согласованностью результатов проведенных численных экспериментов с применением различных методов. Разработанное в ходе исследования программное обеспечение решения прямой задачи гравиметрии для «сферических» плотностных моделей, оптимизированное для использования на распределенных вычислительных системах с графическими ускорителями, опубликовано в открытом доступе в сети «Интернет» (исходные коды, исполняемые файлы, примеры моделей).

Результаты работы были представлены на следующих международных и российских конференциях: International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics (Greece, 2016); Девятые научные чтения памяти Ю.П. Булашевича (Россия, 2017); 3rd International Workshop on Radio Electronics & Information Technologies. CEUR Workshop Proceedings (Russia, 2018); 18th International Conference on Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects (Ukraine, 2019); 46-я сессия Международного семинара им. Д.Г. Успенского. Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей (Россия, 2019); 47-я сессия Международного семинара им. Д.Г. Успенского. Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей (Россия, 2020).

Публикации. Количество работ, опубликованных по теме диссертации:

- публикации в рецензируемых изданиях, определенных ВАК и Аттестационным советом УрФУ – **5** (из них 3 индексируемых Web of Science и Scopus и 2 индексируемых только Scopus);
- прочие публикации – **8** (индексируемых РИНЦ).

Личный вклад автора. Все перечисленные результаты получены либо при непосредственном участии автора (выбор отображения моделей, получение аналитических выражений), либо лично (алгоритмы и их программная реализация, численные эксперименты по построению синтетических и практических моделей).

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации 90 страниц текста с 17 рисунками, 7 таблицами и 1 приложением. Список литературы включает 51 наименование.

Благодарности. Автор диссертационной работы выражает благодарность своему научному руководителю – доктору физико-математических наук, член-корреспонденту РАН, Мартышко Петру Сергеевичу за привлечение интереса к выбранной теме, всестороннюю поддержку в ходе проводимого исследования, а также предоставленную возможность работы в группе талантливых ученых – сотрудников Лаборатории Математической Геофизики Института Геофизики имени Ю.П. Булашевича.

Исследование выполнено при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект № 17-05-00916 А), работы по которому стали основой данной диссертации.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В главе 1 приводится обзор современных работ (Uieda L., 2011; Старостенко В.И., 2013; Сеначин В.Н., 2015; Кузнецов К.М., 2017; Zhao G., 2019), посвященных проблематике решения прямых и обратных задач гравиметрии для «сферических» плотностных моделей с практическими приложениями.

По рассмотренным работам, можно заключить, что относительно небольшое количество авторов задаются вопросами о необходимости учета «сферичности» для практических моделей: какой порядок протяженности или разбиения приведет к существенным погрешностям при замене «сферического» сегмента на «плоский» и каков порядок этих погрешностей. Представленные же результаты не полны, отдельные авторы рассматривают узкие классы примеров: например, только для сингулярных распределений (работы Бычкова С.Г., 2015) или для правильных геометрических объектов постоянной плотности (работы Сеначина В.Н., 2015). Разнятся и выводы этих исследований, не дается конкретной методологии определения необходимости учета «сферичности» для конкретного частного случая. Все это приводит к необходимости воспроизвести продемонстрированные авторами эксперименты, дополнить их примерами региональных моделей и на основании полученных результатов сделать выводы о связи характеристик плотностной модели с получаемой «погрешностью за неучет сферичности».

Особый интерес будет представлять исследование влияния учета «сферичности» на практические региональные модели высокого разрешения. Для возможности сопоставления «плоских» и «сферических» трехмерных моделей (с произвольно заданной функцией распределения плотности) необходимо выбрать непрерывное обратимое отображение между ними, сохраняющее морфологические особенности (и, как следствие, геологическую содержательность) модели. Многие из упомянутых выше авторов не ставили задачу о нахождении такого преобразования, ограничившись сравнением моделей постоянной плотности (параллелепипеда и тессероида), либо моделей с точечными источниками. Приведенные подходы невозможно применить для преобразования практических трехмерных моделей, в которых распределение плотности задано кусочно-постоянной функцией. Таким образом, для возможности рассмотрения данных моделей необходимо будет выбрать преобразование, отвечающее поставленным критериям.

Несмотря на явное выделение авторами необходимости снижения вычислительной сложности решения прямой задачи гравиметрии для «сферических» тел, рассматриваемые практические приложения не могут в

полной мере использовать современные гравиметрические данные высокого разрешения. Общая проблема, которая свойственна всем приведенным исследованиям, заключается в недостаточной оптимизации процесса вычисления гравитационного поля элемента разбиения модели. Для практической применимости методов и изучения региональных моделей требуется ускорить вычисления на 1-2 десятичных порядка, даже с учетом использования современных распределенных вычислительных систем - суперкомпьютеров. Также некоторые подходы накладывают дополнительные условия на рассматриваемую модель, такие как периодичность функции распределения плотности (что не позволяет рассматривать ограниченные по широте и долготе сферические сегменты) или равномерное разбиение по сферическим (географическим) координатам (что приводит к потере детализации модели близ экватора или к излишне плотному разбиению близ полюсов). В то же время, нельзя сказать, что предложенные подходы проработаны недостаточно «глубоко», напротив, в рассмотренных направлениях сложно получить существенно лучшие результаты с точки зрения оптимизации вычислений. Это приводит к необходимости поиска других способов и алгоритмов численного счета гравитационного поля для моделей сферической геометрии.

В главе 2 предлагается эффективный (с вычислительной точки зрения) подход к численному решению прямой задачи гравиметрии для моделей произвольной геометрии.

Постановка прямой задачи

Определим «эллипсоидальную» трехмерную плотностную модель до глубины H . Пусть ее «верхняя» граница S (со стороны раздела земля-воздух) – часть поверхности эллипсоида вращения (например, референц-эллипсоида Красовского), все точки, расположенные на расстоянии не более H вдоль внутренней нормали к S , включены в модель. В указанной области $D \subset \mathbb{R}^3$ задано распределение плотности $\rho(p)$, $p \in D$.

«Вертикальная» составляющая Δg напряженности гравитационного поля, создаваемого областью D , во внешней точке $q \notin D \setminus \partial D$ определяется интегралом:

$$\Delta g(q) = -\gamma \frac{\partial}{\partial \vec{n}_q} \int_D \frac{\rho(p) dV_p}{|\vec{p} - \vec{q}|}, \quad (2.1)$$

где γ – гравитационная постоянная, \vec{p} и \vec{q} – радиус-векторы соответствующих точек, dV_p – элемент объема интегрирования, \vec{n}_q – внешняя нормаль к S в ортогональной проекции точки q на S (т. е. в случае «сферической» модели \vec{n}_q совпадает нормалью к поверхности эллипсоида, в случае «плоской» модели –

с нормалью к горизонтальной поверхности). Стоит отметить, что данная формула описывает проекцию полного вектора напряженности гравитационного поля на единичный вектор \vec{n}_q , тем самым Δg – часть полного поля в направлении \vec{n}_q .

Построим разбиение области D на элементы $D_{i,j,k}$ таким образом, что $D = \cup_{i,j,k} D_{i,j,k}$ $i = 1, 2, \dots, N_i$; $j = 1, 2, \dots, N_j$; $k = 1, 2, \dots, N_k$. Поле Δg в точке q от всей модели D можно записать через сумму, как и для случая «плоской» модели (см. работы Мартышко П.С., 2013), но от «сфероидальных» элементов разбиения:

$$\Delta g(q) = \gamma \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{k=1}^{N_k} \rho_{i,j,k} G_{i,j,k}(q), \quad (2.2)$$

где $G_{i,j,k}(q)$ – поле в точке q с точностью до коэффициента γ области $D_{i,j,k}$ с единичной плотностью. Для вычисления $G_{i,j,k}(q)$ введем в пространстве эллипсоидальной модели прямоугольную геоцентрическую систему координат $Oxyz$: центр O поместим в центр «базового» эллипсоида, ось Oz совместим с его осью вращения и направим от «южного полюса» к «северному» (т.е. точки с $B = \frac{\pi}{2}$ имеют $z > 0$), ось Ox направим в точку $(0,0,0)$ пересечения «экватора» и нулевого меридиана, ось Oy дополняет систему до правой.

Метод многогранников

Интеграл (2.1) для поля $G_{i,j,k}(q)$, очевидно, аналитически не выражается. Численно по кубатурным формулам его посчитать также проблематично (как будет показано в дальнейшем), поскольку на границы $D_{i,j,k}$ мы не накладываем никаких дополнительных ограничений с целью сохранить возможность выбора произвольного разбиения, а с формулами численного интегрирования первого – второго порядка для достижения приемлемой точности потребуется большое число узловых точек. Поэтому мы предлагаем вычислять интеграл (2.1) не от самих элементов $D_{i,j,k}$, а от близких им по форме аппроксимирующих многогранников $\hat{D}_{i,j,k}$ (описано в работах Мартышко П.С., 2018). Построить такой многогранник можно проведя триангуляцию $D_{i,j,k}$ в пространстве $Oxyz$. Множество всех треугольников образует множество граней $\hat{D}_{i,j,k}$, обозначим его $\mathbb{S}(\hat{D}_{i,j,k})$. Таким образом,

$$G_{i,j,k}(q) \approx \hat{G}_{i,j,k}(q) = -\frac{\partial}{\partial \vec{n}_q} \int_{\hat{D}_{i,j,k}} \frac{dV_p}{|\vec{p} - \vec{q}|}, \quad (2.3)$$

где q – точка вычисления поля в геоцентрической системе прямоугольных координат; \vec{n}_q – внешняя нормаль к поверхности «базового» эллипсоида в

ортогональной проекции точки q на нее; по точке p ведется интегрирование, в том же преобразованном пространстве координат $Oxyz$.

Перейдем в (2.3) к интегрированию по поверхности, воспользовавшись формулой Остроградского:

$$\hat{G}_{i,j,k}(q) = \left(\vec{n}_q, \int_{\hat{D}_{i,j,k}} \nabla_p \left(\frac{1}{|\vec{p} - \vec{q}|} \right) dV_p \right) = \left(\vec{n}_q, \oint_{\partial \hat{D}_{i,j,k}} \frac{\vec{n}_p}{|\vec{p} - \vec{q}|} dS \right).$$

Далее разобьем поверхностный интеграл на части по граням $\hat{D}_{i,j,k}$, принимая во внимание, что внешняя нормаль \vec{n}_p в точке интегрирования постоянна для каждой грани:

$$\hat{G}_{i,j,k}(q) = \sum_{S_{i1} \in \mathbb{S}(\hat{D}_{i,j,k})} (\vec{n}_q, \vec{n}_{i1}) \int_{S_{i1}} \frac{dS}{|\vec{p} - \vec{q}|}, \quad (2.4)$$

где \vec{n}_{i1} – внешняя нормаль к треугольной грани S_{i1} . Внутренний интеграл в (2.4) по S_{i1} вычисляется в явном (аналитическом) виде (предложено в работах Мартышко П.С., 2018).

Погрешность и сходимость метода

Рассмотрим тестовую плотностную модель для «сферической» Земли в виде «вертикальной призмы» мощностью 80 км и трапецией с примерными координатами 60°-68° с.ш.; 48°-72° в.д. в основании (точные координаты в проекции Гаусса-Крюгера с осевым меридианом 63° в.д. (11 зона): $x \in [10667, 12002]$ км, $y \in [6654, 7622]$ км). Размер тестовой модели воспроизводит реальную геометрию плотностной модели Уральского региона и его платформенного обрамления (далее «модель Урала»), параметры которой опубликованы в работах Мартышко П.С., 2016. Для ускорения тестовых расчётов и возможности сравнения различных методик вычислений, примем плотность всей модели равной 2,67 г/см³. Поле на эллиптической поверхности Земли будем рассчитывать на сетке 32x32 с равномерным шагом по x , y (координаты в проекции Гаусса-Крюгера), координаты границ планшета вычисления поля совпадают с координатами границ модели. Разбиение самой модели производится равномерно по x , y , H . Точность вычисления гравитационных интегралов (точность решения прямой задачи) зависит от шага сеточного разбиения, обеспечивающего триангуляцию криволинейной поверхности с заданной степенью близости. При прочих равных условиях была посчитана прямая задача для трех разбиений вертикальной призмы: 668x484x1, 1335x968x1 и 2670x1936x1 (по x , y , H , соответственно). Шаг разбиения по H выбран равным 80 км (кол-во элементов разбиения равно единице), т. к. для данного метода если плотность многогранников $\hat{D}_{i,j,k}$, приближающих объем однородной плотностной

модели не меняется по глубине, то и точность счета поля не зависит от разбиения по глубине. Сравнение полей приведено в Таблице 2.1.

Таблица 2.1. Сравнение полей для различных разбиений тестовой «сферической» плотностной модели. $\Delta g_1^{i,j}$ – поле при меньшем разбиении, $\Delta g_2^{i,j}$ – поле при большем разбиении.

Сравнение разбиений	668x484 / 1335x968	1335x968/ 2670x1936
Абсолютная погрешность, мГал $\max_{i,j} \Delta g_2^{i,j} - \Delta g_1^{i,j} $	0,33	0,0028
Относительная погрешность, % $\max_{i,j} \frac{ \Delta g_2^{i,j} - \Delta g_1^{i,j} }{ \Delta g_2^{i,j} } * 100\%$	0,01	$3*10^{-5}$

Как видно из таблицы, при переходе от разбиения 1335x968 к 2670x1936, абсолютная и относительная погрешности падают до совершенно незначительных величин, поэтому во всех дальнейших вычислениях, для моделей данной геометрии, будем использовать разбиение 1335x968.

Сравним скорость и погрешности счета поля для данной модели методом аппроксимирующих многогранников с пятиточечным методом Гаусса-Лежандра (далее по тексту – метод GL). В Таблице 2.2 приведены результаты сравнений поля, вычисленного предложенным методом для разбиения 1335x968 и вычисленного методом GL для различных разбиений.

Из приведенных в Таблице 2.2 результатов можно сделать вывод, что методы «многогранников» и GL дают примерно одинаковую погрешность при разбиениях 1335x968 и 16384x16384 соответственно. Однако метод GL сходится, т.е. достигает требуемую точность при уменьшении диаметра разбиения, гораздо медленнее, чем метод «многогранников» (для одинакового разбиения модели), при том, что требует значительно больших вычислительных ресурсов на расчёт поля от элемента разбиения. Мы ограничились максимальным разбиением 16384x16384 в силу исчерпания доступных вычислительных ресурсов. Заметим, что метод «многогранников» имеет потенциал на увеличение элементов разбиения модели и (или) количества точек вычисления поля. Таким образом, для моделей площадью порядка 1000x1000 км² использование метода GL становится нецелесообразным в силу слишком неэффективного использования вычислительных ресурсов (см. Таблицу 2.3).

Таблица 2.2. Сравнение полей для различных разбиений тестовой «сферической» плотностной модели и методов. $\Delta g_{GL}^{i,j}$ – поле для текущего (для данного столбца) разбиения, метод GL; $\Delta g_{GL-1}^{i,j}$ – поле для меньшего (в 2 раза по x и y) разбиения, метод GL; $\Delta g_P^{i,j}$ - поле, посчитанное предложенным методом для разбиения 1335x968.

Разбиение модели (метод GL)	4096x4096/ 2048x2048	8192x8192/ 4096x4096	16384x16384 / 8192x8192
Абсолютная погрешность, мГал $\max_{i,j} \Delta g_{GL}^{i,j} - \Delta g_{GL-1}^{i,j} $	72,80	34,60	17,30
Разница методов, мГал $\max_{i,j} \Delta g_P^{i,j} - \Delta g_{GL}^{i,j} $	31,70	14,71	5,20
Относительная погрешность, % $\max_{i,j} \frac{ \Delta g_{GL}^{i,j} - \Delta g_{GL-1}^{i,j} }{ \Delta g_{GL}^{i,j} } * 100\%$	0,83	0,42	0,23
Разница методов, % $\max_{i,j} \frac{ \Delta g_P^{i,j} - \Delta g_{GL}^{i,j} }{ \Delta g_{GL}^{i,j} } * 100\%$	0,38	0,20	0,06

Таблица 2.3. Сравнение времени счета методом GL и методом «многогранников» (М) при использовании одинаковых вычислительных мощностей (два Intel CPU E5-2620).

Метод, разбиение	GL, 8192x8192	GL, 16384x16384	М, 1335x968	М, 2670x1936
Относительная погрешность, %	0,42	0,23	0,01	$3*10^{-5}$
Время	~3 ч.	~12 ч.	143 сек.	~10 мин.

Замена удаленных гравитирующих элементов сингулярными источниками

В работах Wild-Pfeiffer, 2007 было предложено заменить формулу гравитационного потенциала элемента разбиения на формулу точечного потенциала для элементов, расположенных за пределами некоторого радиуса R_c точки счета поля. Данный подход позволяет существенно сократить время вычислений за счет уменьшения вычислительной сложности формулы элемента разбиения.

Применим аналогичный подход в нашем алгоритме: выбрав некоторый радиус R_c , заменим все элементы разбиения (многогранники) шарами

эквивалентной плотности $\rho_{i,j,k}$. Радиус шара выберем исходя из принципа сохранения масс M элементов разбиения. Центр шара $\vec{r}_{i,j,k}^c$ поместим в центр масс многогранника.

$$\vec{r}_{i,j,k}^c = \frac{1}{V_{i,j,k}} \int_{D_{i,j,k}} \vec{p} dV,$$

где $V_{i,j,k}$ – объем элемента $D_{i,j,k}$, \vec{p} – радиус-вектор точки интегрирования.

R_c выбирается индивидуально для выбранного разбиения модели и зависит (при зафиксированных координатах точек счета поля) от размеров элементов разбиения и соотношения их сторон. В качестве «отправной точки» можно использовать следующее условие выбора R_c :

$$R_c = |\vec{r}^c - \vec{r}_q|, \quad |\hat{G}(q) - \tilde{G}(q)| < \epsilon_c, \quad \tilde{G}(q) = \left(\frac{M(\vec{r}^c - \vec{r}_q)}{|\vec{r}^c - \vec{r}_q|^3}, \vec{n}_q \right),$$

где $\tilde{G}(q)$ – поле шара с точностью до γ , ϵ_c – требуемая погрешность вследствие замены, M – масса шара. Данное выражение позволяет найти расстояние R_c , на котором погрешность замены одного элемента разбиения не превысит ϵ_c . Итоговая погрешность для всей модели не превысит это значение, если все элементы разбиения одинаковы.

Результаты экспериментов показывают уменьшение время счета на 2 десятичных порядка для рассматриваемых в работе практических моделей при несущественной погрешности. Такое значительное ускорение расчетов – естественно, так как радиус замены очень мал по сравнению с размерами модели и сопоставим с размерами элемента разбиения. Так, для тестовой модели, количество элементов для которых расчет велся по точным формулам не превышало 48 для каждой точки счета поля, в то время как общее количество элементов – 67,6 млн.

Решение прямой задачи для региональной модели

Для двух «плоских» региональных плотностных моделей, построенных в Институте геофизики ИГФ УрО РАН в результате решения линейной обратной задачи гравиметрии по наблюдаемому полю с невязкой менее 1% (публикации Дружинина В.С., 2014; Мартышко П.С., 2016): Тимано-Печорской плиты (793км × 1057км × 80км с элементом разбиения 3,1км × 4,13км × 1км) и плотностной модели Уральского региона (1336км × 969км × 80км с элементом разбиения 1км × 1км × 1км), получены соответствующие им сфероидальные модели. В качестве «базового» взят эллипсоид Красовского с параметрами $a=6378,245$ км, $b=6356,863$ км, центральные меридианы для проекции Гаусса-Крюгера проходят примерно через географические центры территорий. На верхних границах моделей на равномерной сетке (256 × 256 точек поля для первой модели и 1336 × 969 точек для второй) посчитана вертикальная составляющая гравитационного поля. Визуальное

представление посчитанного поля для второй модели приведено на Рисунке 2.1.

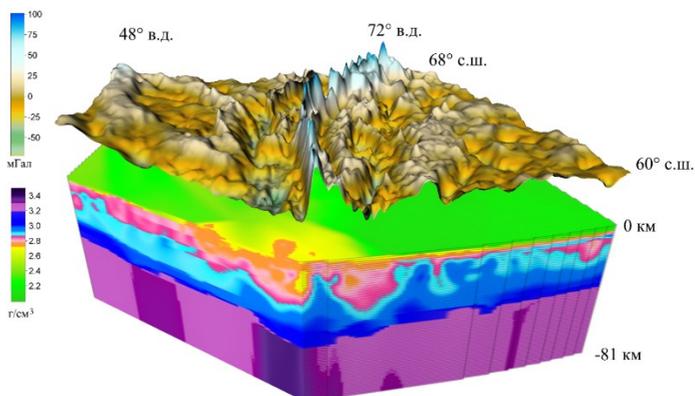


Рисунок 2.1. Плотностная модель Уральского региона (вторая модель) и посчитанное гравитационное поле.

Программная реализация алгоритма

Алгоритм преобразования «плоской» модели в «сферическую», метод решения прямой задачи гравиметрии для эллипсоидальных моделей и вычисление транспонированного оператора прямой задачи (необходим для процесса решения обратной задачи) реализованы как часть разработанного программного обеспечения GRAFEN¹. Программа написана на языке C++17 с применением следующих технологий распараллеливания: Nvidia CUDA, AMD ROCm (технологии разработки программного обеспечения для вычислений общего назначения на графических ускорителях производства Nvidia и AMD, соответственно), OpenMP (стандарт распараллеливания процесса программы), MPI (интерфейс передачи данных и синхронизации для распределенных вычислений).

Примененный алгоритм балансировки позволяет эффективно использовать различные по вычислительной мощности графические ускорители в составе одного суперкомпьютера, количество ускорителей на каждом из узлов также может быть различным.

Исходный код программы не использует специальные для определенной операционной системы API или зависимости и может быть скомпилирован под ОС семейства Windows и Linux. Скомпилированная версия ПО доступна для ОС Windows 10 с использованием Microsoft MPI.

¹ URL: <https://github.com/alexIII/GRAFEN>

В главе 3 рассматривается ряд 2-х и 3-х мерных синтетических моделей с сингулярным и постоянным распределением плотности различной протяженности. Производится сравнение рассчитанного гравитационного поля для «плоских» моделей и их «сферических» аналогов.

Двумерные плотностные модели

Сравним поле V_z на поверхности «плоской» Земли от горизонтального пласта бесконечного простирания мощностью H_z и шириной $2L_x$ с полем V_R на поверхности «сферической» Земли ($R=6371$ км) от углового цилиндрического сектора той же мощности ($H_R=H_z$) и длиной дуги $2L_\theta$, равной ширине пласта ($2L_\theta=2L_x$). Мощность пласта фиксирована и составляет $H_z=H_R=80$ км. Ширина пласта и длина дуги цилиндрического сектора варьируются в зависимости от угла раствора последнего $2L_\theta=2R\theta$. Так при угле раствора $2\theta=6^\circ$ длина дуги сектора и, соответственно, равная ей ширина горизонтального пласта $2L_\theta=2L_x=667$ км; при угле $2\theta=24^\circ$ – в четыре раза больше $2L_\theta=2L_x=2668$ км.

Определим геометрические параметры области D для цилиндрического сектора, симметричного относительно вертикальной оси OY : $D = \{(\rho, \lambda, Z) \mid \rho \in (R - H_R, R), \lambda \in (\pi/2 - \theta, \pi/2 + \theta), Z \in (-\infty, +\infty)\}$.

На Рисунке 3.1а показаны графики полей в центральных точках O_z и O_R ($\lambda = \pi/2$) для «плоской» и «сферической» модели в функции угла раствора (длины дуги) цилиндрического сектора; на Рисунке 3.1б – их разность в единицах мГал. Объемная плотность масс $\sigma = 1$ г/см³.

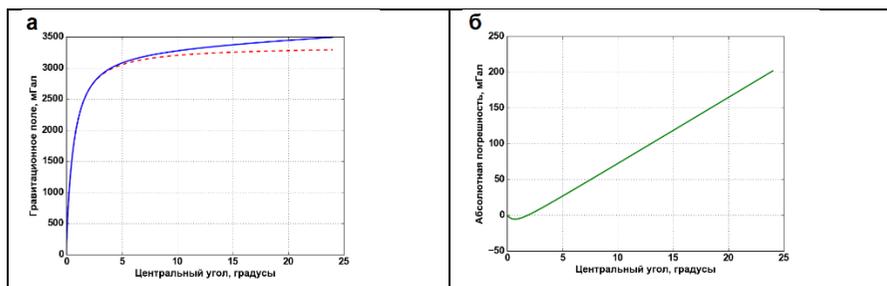


Рисунок 3.1. Графики изменения нормальной составляющей модельного поля в центральных точках цилиндрического сектора и горизонтального пласта: а) поле сектора в точке O_R (сплошная линия) и поле горизонтального пласта в точке O_z (пунктирная линия); б) разность поля сектора и поля пласта в абсолютных единицах (мГал).

Как видим из Рисунка 3.1, аномалии в точке симметрии O_R на поверхности кругового сектора всегда больше, чем в соответствующей проективной точке O_z на поверхности пласта. Тенденция нарушается лишь при

малых углах раствора θ . Разность аномалий в эпицентральных точках ($s - f$) линейно растет с увеличением ширины пласта (углового расстояния) (см. Рисунок 3.1б), но в относительной мере составляет единицы процентов. Для шестиградусной зоны, т.е при ширине пласта 667 км, относительная поправка «за сферичность» в центральной точке менее 1%. Для сравнения, относительная поправка в центре широкой полосы 2668 км ($2\theta = 24^\circ$) достигает 6%.

Трехмерные модели с сингулярным распределением плотности

В рамках более сложной, трехмерной модели сопоставим на поверхности «сферической» и «плоской» Земли гравитационные аномалии от нескольких изолированных шаров разных размеров и разной плотности. Условия примеров были взяты из работ Долгаля А.С., 2015. Результаты численного эксперимента представлены в Таблице 3.1. В этих примерах максимальная поправка за «сферичность Земли» в абсолютные значения «плоских» аномалий в эпицентральных точках не превосходит 0,01мГал, а относительная погрешность «эффекта кривизны» в тех же точках составляет менее 0,2%. По мере удаления от эпицентров шаров относительная погрешность увеличивается, и по краям планшетов (в профильном или площадном вариантах) может достигать 12%. Учитывая рафинированность постановки данной задачи для модели изолированных локальных тел в пустом пространстве, и, следовательно, имеющуюся тенденцию нулевых асимптотических значений поля при удалении от источников, такая оценка относительной погрешности не может рассматриваться как состоятельная. Относительная среднеквадратичная погрешность составила 0,38% в профильном и 0,39% и площадном варианте.

Таблица 3.1. Расчетные параметры по каждому из тел.

	Номера тел (шаров)	Масса шара в 10^{15} г	Значения эпицентральных аномалий			
			Гравитационное поле, мГал		Абсолютная погрешность, $(s - f) \times 10^{-3}$ мГал	Относительная погрешность $\frac{(s-f)}{s} \times 100\%$
			«Сферическая» модель “s”	«Плоская» модель “f”		
Профиль 300 км	1	214,47	3,7747	3,7685	6,2546	0,17
	2	1085,73	8,0775	8,0763	1,1838	0,015
Площадь 200x200 км ²	3	56,55	14,3937	14,3866	7,0796	0,049
	4	643,4	29,8434	29,8413	2,1095	0,0071
	5	130,9	13,095	13,0897	5,3408	0,041
	6	57,26	7,2623	7,2536	8,7541	0,12
	7	104,72	6,9487	6,944	4,7894	0,069

Метод проектирования «плоской» плотностной модели в «сферическую»

Пусть область D^f плоской модели есть прямоугольный параллелепипед. Введем правую декартову прямоугольную систему координат так, чтобы «верхняя» граница S модели лежала в плоскости Oxy , ось Oz была направлена по внешней нормали к S (т.е. ординаты всех внутренних точек модели отрицательны).

Интуитивно понятно, что область D «сферической» модели должна получаться из D^f путем «изгибающего» непрерывного взаимно-однозначного отображения $\mathcal{F}: \Omega^f \rightarrow \Omega$, $D^f \subseteq \Omega^f, D \subseteq \Omega$, $\Omega^f \subset \mathbb{R}^3, \Omega \subset \mathbb{R}^3$. Построим это отображение.

Глубина (или высота над верхней границей) точки в «плоской» модели есть z , в «сферической» – H . Для искомого отображения \mathcal{F} положим $z \rightarrow H = z$ (масштаб искажения глубин при этом будет равен 1). Осталось выбрать отображение верхних границ моделей $S \rightarrow S'$ при $z = H = 0$. Поскольку гравитационное поле масс обратно пропорционально квадрату расстояния до точки наблюдения, то хорошо бы, чтобы \mathcal{F} это расстояние сохраняло. Разумеется, не существует отображения плоскости на поверхность эллипсоида, сохраняющего расстояния в точности, но есть большое количество отображений, которые осуществляют это для ограниченных областей с достаточной точностью. В России принято использовать равноугольную проекцию Гаусса-Крюгера. Пусть GK – проекция Гаусса-Крюгера, отображающая $S \rightarrow S^f$ (при некотором центральном меридиане, с точностью до параллельного переноса $Oxyz$, $x_{max} - x_{min} < \pi a$, $y_{max} - y_{min}$ меньше полупериметра эллипса с полуосями a и b), т.е. $(x, y) = \text{GK}(L, B)$, $(x, y, 0) \in S^f$, $(L, B, 0) \in S$. Искомое отображение $\mathcal{F}: D^f \rightarrow D$ будет:

$$\begin{cases} (x, y) \rightarrow (L, B) = \text{GK}^{-1}(x, y) \\ z \rightarrow H = z \end{cases} \quad (3.1)$$

Следует отметить, что существует способ вывода формул (через ряды) для вычисления прямой GK и обратной GK^{-1} проекции Гаусса-Крюгера с произвольной заданной точностью.

Оценка погрешности для региональных моделей

После отображения Гаусса-Крюгера (3.1) точек счета поля с плоскости на эллипсоид в них было посчитано поле от соответствующих сфероидальных сегментов в геоцентрической системе координат (2.3). При этом относительная невязка полей в соответствующих точках не превышает 1,27 % для модели Тимано-Печорской плиты и 4,04 % для модели Уральского региона (характеристики моделей приведены в предыдущей главе). В абсолютном выражении разница находилась в пределах $[-0,98; 0,61]$ мГал и $[-1,44; 0,01]$ мГал при изначальном разбросе поля в «плоском» варианте $[-80;$

100] мГал. Также было проведено сравнение полей от введенной ранее тестовой модели постоянной плотности, посчитанных в сфероидальной и «плоской» геометрии. Относительная невязка полей для тестового примера составила 3,6%.

Обсуждение результатов

По результатам проведенных экспериментов можно заключить, что при построении плотностных моделей земной коры и верхней мантии мощностью до 100 км среднеквадратичная ошибка в поле, связанная с неучетом «сферичности», не превышает 5% для моделей протяженностью порядка 1000x1000 км. Заметим, что данный результат для трехмерной эллипсоидальной модели хорошо согласуется с первым представленным двумерным примером, что позволяет использовать более простую постановку для грубой оценки погрешности. При таких значениях ошибки имеет смысл вводить учет «сферичности» в постановку обратных задач гравиметрии, так как уже могут начать проявляться видимые влияния в решении (что будет показано в Главе 4 на примере). Для моделей меньшей протяженности ввод «сферичности» может иметь смысл лишь в случае, когда идет работа с практическими данными высокого разрешения, в которых погрешность измерений меньше ошибки в следствие неучета «сферичности». Так, например, для моделей протяженностью 500x500 км (и мощностью 70км) неучет «сферичности» порождает максимальную абсолютную погрешность в поле над гравитирующим объектом порядка 1-2 мГал (~1%). Для модели в 10 раз меньше ошибка падает уже до ~0.05 мГал (~0.3%).

В главе 4 предлагается метод построения задачи оптимизации для решения «сферической» обратной задачи гравиметрии. Для имеющихся в распоряжении автора двух плотностных моделей уральского региона и измеренного гравитационного поля было построено решение обратной задачи гравиметрии с учетом «сферичности», что позволило улучшить их точность.

Начальное приближение

В силу относительно малых значений поправки «за сферичность» для рассматриваемых региональных моделей имеет смысл сначала решать обратную задачу в «плоской» постановке, а лишь затем переходить к решению задачи для «сферической» модели. Поэтому для ускорения процесса вычислений в качестве нулевого приближения возьмем модель, построенную в ходе решения «плоской» обратной задачи. В качестве метода проектирования «плоской» модели в «сферическую», используем (3.1). Таким образом, будет произведено уточнение решения в пределах погрешности «за неучет сферичности» до достижения малых значений невязки по полю в

сферической геометрии (для рассматриваемых региональных моделей уточнение проводится в пределах 5%).

Постановка задачи оптимизации

Задача восстановления функции распределения плотности по аномальному гравитационному полю является некорректной: ее решение не единственно и неустойчиво относительно входных данных (работы Тихонова А.Н., 1943; Оганесяна С.М., 1985). В связи с этим возникает необходимость наложения ограничений на решение для того, чтобы оно оставалось геологически содержательным. Для получения таких решений, отвечающих реальному распределению плотности в практических задачах, накладываемые ограничения должны соответствовать некоторой априорной информации. Рассмотрим задачу «уточнения» региональной модели. На сеточную функцию, которая ищется как решение линейной обратной трёхмерной задачи гравиметрии для разностного поля, наложим лишь одно дополнительное условие (помимо соответствия гравитационного эффекта решения заданному полю): минимальное отклонение от начальной модели по некоторой норме.

Обозначим набор всех $\rho_{i,j,k}$ из области D как вектор $\mathbf{x} = (\rho_{i,j,k} : i = 1, 2, \dots, N_i; j = 1, 2, \dots, N_j; k = 1, 2, \dots, N_k)$. Также введем дискретизацию Δg и обозначим набор его значений в узлах сетки как вектор $\mathbf{f} = (g_{l,m} : l = 1, 2, \dots, N_l; m = 1, 2, \dots, N_m)$. Тогда прямую задачу гравиметрии можно записать как $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$, где A – дискретизированный оператор прямой задачи гравиметрии.

Запишем следующую задачу минимизации:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{f}, \quad u(\mathbf{x}) = \alpha \|\mathbf{Ax} - \mathbf{f}\|_2^2 + \beta \|\mathbf{x}\|_2^2 \rightarrow \min$$

Здесь $\mathbf{f} = \mathbf{f}_r - \mathbf{f}_0$ – остаточное поле, \mathbf{f}_r – измеренное поле, \mathbf{f}_0 – поле модели начального приближения.

Задача минимизации приводит к следующей системе линейных уравнений:

$$(A^T A + \lambda E)\mathbf{x} = A^T \mathbf{f}, \quad \lambda = \beta / \alpha, \tag{4.1}$$

где E – единичная матрица. Параметр λ , помимо своего основного назначения («регулировка» вклада частей целевого функционала в его сумму), выполняет роль параметра регуляризации.

Восстановление региональной модели

Для решения практической обратной задачи гравиметрии был написан скрипт на языке python 3.7, непосредственно реализующий итерационный процесс решения задачи оптимизации (4.1) методом сопряженных градиентов. Для вычисления операторов A и A^T на каждой итерации запускается ранее разработанная программа GRAFEN. Ее работа занимает практически все

время итерации. Вычисление транспонированного оператора занимает примерно на 15-20% больше времени, чем прямого. Производительность других операций не играет существенной роли (все ключевые оптимизации реализованы в программе GRAFEN), они выполняются только на корневом узле. Операции линейной алгебры реализованы с использованием библиотеки NumPy. Текст скрипта доступен² в сети Интернет и может быть использован как пример реализации предложенного алгоритма и/или для воспроизведения результатов исследования.

В качестве входных данных для численных экспериментов были использованы описанные ранее модель Тимано-Печорской плиты и модель Уральского региона. Распределение плотности восстанавливалось для разностного поля «плоской» и «сферической» модели. Начальные эксперименты проводились с относительно крупным разбиением (сетка модели порядка $256 \times 256 \times 81$), что обусловлено необходимостью многократного повторения процесса вычислений для определения влияния параметра λ на морфологию решения, скорость сходимости и результирующую относительную ошибку по полю, которая равна $\|Ax - f\| / \|f\|$. После того, как параметр λ был определен, задача пересчитывалась для оригинального разрешения модели.

Для экспериментального определения значения λ в обратной задаче будем использовать начальное приближение, заведомо сильно отличающееся от конечного решения (интерполяция данных сейсмического профилирования, относительная погрешность в поле $\sim 100\%$). Это необходимо для получения более выраженных особенностей при визуализации модели. Как только удовлетворительный λ будет подобран, решение задачи перезапустим как поиск поправки «за сферичность» для уже имеющейся «плоской» модели.

При малых значениях параметра λ , все высокоамплитудные значения в x концентрируются в верхнем (ближайшем к плоскости измерения поля) слое. С увеличением λ наблюдаем эффект «разделения высокочастотных компонент» функции распределения плотности (остаются в верхних слоях) и низкочастотных («опускаются» в нижние слои). Данный эффект схож с результатами, полученными при решении обратной задачи методом, основанном на процессе разделения поля по глубине (работы Мартышко П.С., 2016). Однако в приведённом примере, при достижении желаемых значений отклонения x от нуля, была получена неудовлетворительная невязка по полю.

² URL: <https://github.com/alexIII/GRAFEN-inversion>

Для компенсации этого эффекта, перейдем к более «гибкому» заданию λ : в выражении (4.1) заменим λE на диагональную матрицу L (с диагональными элементами $\lambda(z_i)$), позволяющую задать значение параметра индивидуально для каждого слоя модели (т. е. переменное по глубине). Построим $\lambda(z)$ по принципу наложения большого «штрафа» за большие амплитуды в верхних слоях. При таком задании λ мы получили относительную погрешность по полю 3,3% при средних плотностях в горизонтальных слоях модели, отвечающих априорным данным.

Используем полученную $\lambda(z)$ для решения изначально поставленной задачи: уточнение решения «плоской» обратной задачи в пределах погрешности «за неучет сферичности». Визуальное представление найденной поправки для модели Тимано-Печорской плиты показано на Рисунке 4.1. Естественно наблюдать гораздо меньшие амплитуды в решении, чем в предыдущих примерах, так как мы заведомо искали решение, вклад которого в поле модели не превышает 10%.

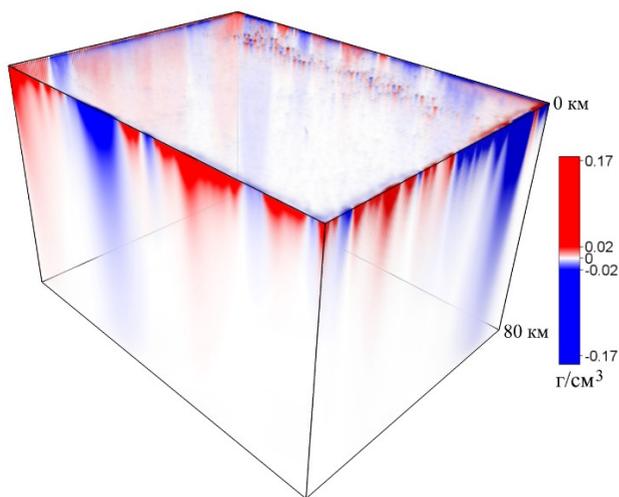


Рисунок 4.1. Найденная поправка «за сферичность» к модели Тимано-Печорской плиты.

На Рисунке 4.2 показана изначальная модель (решение «плоской» обратной задачи) и результирующая. Визуальные отличия – слаборазличимы в приведенном масштабе (что отражает выбор нашего целевого функционала). Ошибка в поле (см. Рисунок 4.3) до уточнения - 9%, после - 3%. Решение заняло 19 итераций метода и 35 час. работы программы.

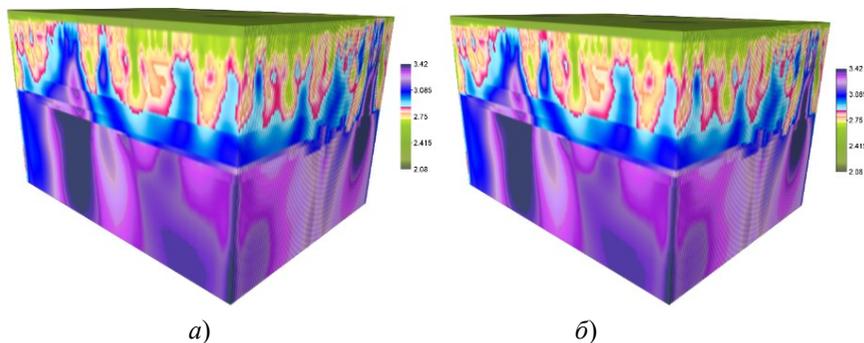


Рисунок 4.2. Модель Тимано-Печорской плиты, *а)* без и *б)* с поправкой за «сферичность» (г/см³).

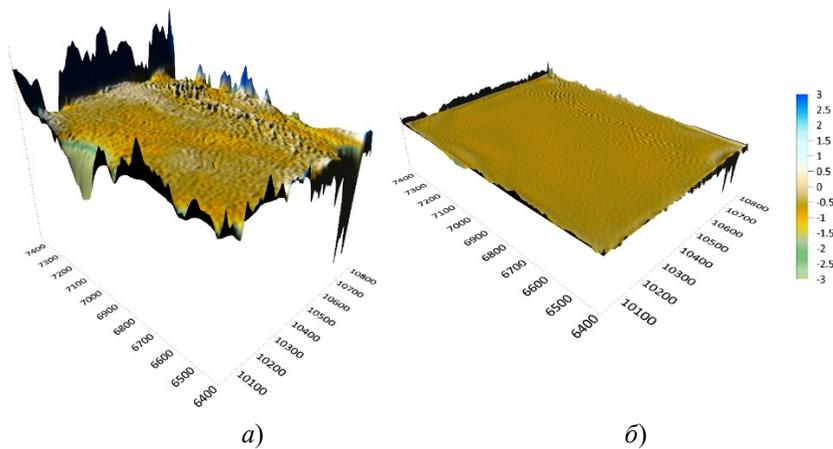


Рисунок 4.3. Ошибка в поле (абсолютная, мГал) модели Тимано-Печорской плиты, *а)* без и *б)* с поправкой за «сферичность».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты проведенного исследования.

- Предложено непрерывное обратимое преобразование «плоской» трехмерной плотностной модели в «сферическую» и наоборот, основанное на преобразовании Гаусса-Крюгера. Свойство сохранения углов пересекающихся линий на эллипсоидальных поверхностях сечения модели при преобразовании позволяет сохранять геометрические формы особенностей плотностного распределения. Принцип сохранения превышения точек модели над поверхностью Земли позволяет сохранить соответствие положения данных точек в географических координатах.
- Предложен и программно реализован вычислительно эффективный метод решения прямой задачи гравиметрии для эллипсоидальной модели с кусочно-постоянным распределением плотности, заданным на иррегулярной сетке (в геодезической системе координат). По результатам проведенных численных экспериментов, метод обеспечивает погрешность в поле менее 0,01% при ~100-кратном ускорении вычислений по сравнению с методом Гаусса-Лежандра для моделей с количеством элементов порядка 10^8 и точек счета поля порядка 10^6 .
- Проведен ряд численных экспериментов, который позволил произвести сравнение вычисленных полей «плоских» и «сферических» моделей различной протяженности. Установлено, что для моделей протяженностью порядка 1000×1000 км и мощностью порядка 100 км может потребоваться учет «сферичности» при решении прямых и обратных задач гравиметрии, так как погрешность «за сферичность» может превысить 5%. При решении линейных обратных задач гравиметрии для «сферических» моделей в качестве начального приближения можно брать результат, полученный в ходе решения задачи в «плоской» постановке. (Начиная процесс решения с довольно низкой невязки (порядка 10%) и наследовав все априорные данные, заложенные в модель.)
- Разработано пользовательское программное обеспечение для решения прямой задачи гравиметрии для эллипсоидальных моделей со встроенным преобразованием (из «плоской» модели в «сферическую»). Приложение использует современные технологии параллельных вычислений (Nvidia CUDA) и рассчитано для использования на гетерогенных распределенных вычислительных системах (суперкомпьютерах), что позволяет производить вычисления для региональных моделей высокого

разрешения. Исходные коды, исполняемые файлы и инструкции разработанного ПО доступны по свободной лицензии в сети Интернет³.

- Предложенный алгоритм и разработанное программное обеспечение применены для решения обратной задачи гравиметрии методом сопряженных градиентов. Введенная модификация целевого функционала позволяет с высокой точностью находить решение обратной задачи с использованием дополнительных априорных данных: модели начального приближения и распределения среднего значения плотности по глубине. Метод имеет малое количество настроечных параметров, основным из которых является вектор коэффициентов штрафной функции, позволяющий нейтрализовать эффект «скопления» плотностных аномалий в верхних слоях модели. Для реализации метод требует только независимо имплементированный оператор прямой задачи и его «транспонированную версию» (которые совпадают при определенных постановках, см. работы Мартышко П.С., 2013, 2015). Вычислительная эффективность непосредственно зависит только от качества реализации оператора прямой задачи, т. к. его вычислительная сложность на несколько порядков выше сложности операций, используемых в методе.
- Для «плоской» региональной плотностной модели, построенной в Институте геофизики ИГФ УрО РАН в результате решения линейной обратной задачи гравиметрии по наблюдаемому полю, было найдено уточненное решение с поправкой за сферичность. Ошибка в поле для «сферической» модели сокращена с 9% до 3%.

Разработанный метод «многогранников» можно применять при решении прямых и обратных задач гравиметрии для плотностных моделей, ограниченных не только элементом поверхности эллипсоида, но и произвольной поверхностью (которая должна хорошо поддаваться триангуляции). При решении практических задач естественно рассматривать рельеф в качестве этой поверхности. Такой подход позволит точно вычислять топографическую поправку с учетом сферичности и без использования техник аппроксимации (таких как приближение гравитационного эффекта масс, заключенных между референц-поверхностью и поверхностью рельефа поправкой за промежуточный плоскопараллельный слой). Также, становится возможным проведение интерпретации наблюдаемых гравитационных данных с учетом «сферичности» без предварительного вычисления поправок

³ URL: <https://github.com/alexIII/GRAFEN>

за рельеф, используя для построения плотностных моделей измеренные на рельефе значения поля.

При замене функции гравитационного поля элемента разбиения в методе конечных элементов (2.2) на выражение для магнитного поля можно перейти к решению прямой задачи магнитометрии для тел сложной формы (их поверхность также должна хорошо аппроксимироваться триангуляцией). Благодаря высокой эффективности алгоритма становится практически целесообразным производить расчет «эффекта размагничивания».

Описанные направления развития темы активно исследуются автором и сотрудниками лаборатории математической геофизики ИГФ УрО РАН. По результатам данных исследований имеются соответствующие публикации.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи, опубликованные в рецензируемых изданиях, определенных ВАК и Аттестационным советом УрФУ

1. Мартышко П.С., Бызов Д.Д., Чернокутов А.И. Об учете влияния сферичности земли при трехмерном плотностном моделировании // Доклады Академии Наук. 2017. Том 477. № 2. С. 221-225. [Eng. Accounting for the influence of the Earth's sphericity in three-dimensional density modelling. Doklady Earth Sciences, 477(1), 1325-1329]. 0.3 п.л. / 0.1 п.л. (WoS, Scopus)
2. Мартышко П.С., Ладовский И.В., Бызов Д.Д., Чернокутов А.И. О решении прямой задачи гравиметрии в криволинейных и декартовых координатах: эллипсоид Красовского и “плоская” модель // Физика Земли. 2018. №4. С. 31-39. [Eng. On Solving the Forward Problem of Gravimetry in Curvilinear and Cartesian Coordinates: Krasovskii's Ellipsoid and Plane Modeling. Izvestiya-physics of the solid earth, Volume: 54, Issue: 4, 565-573.] 0.56 п.л. / 0.14 п.л. (WoS, Scopus)
3. Martyshko P.S., Ladovskii I.V., Byzov D.D., Chernoskutov A.I. Forward-modeling Gravitational Fields in Curvilinear and Cartesian Rectangular Coordinates // International Conference On Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM-2018), AIP Conference Proceedings, Volume 2116, Article number 450104. 2019. 0.3 п.л. / 0.08 п.л. (WoS, Scopus)
4. Martyshko P.S., Ladovskii I.V., Byzov D.D., Chernoskutov A.I. Performance-Effective Algorithm for Solving Large-Scale Forward Gravity Problem for Elliptical Objects // Proceedings of the 3rd International Workshop on Radio Electronics & Information Technologies. CEUR Workshop Proceedings. Vol. 2076. 2018. pp. 96-102. 0.48 п.л. / 0.12 п.л. (Scopus)
5. Martyshko P.S., Ladovskii I.V., Byzov D.D., Chernoskutov A.I. On numerical solution of forward gravity problem for ellipsoidal models // 18th International

Conference on Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects, Geoinformatics 2019; Institute of Geology of Taras Shevchenko Kyiv National University Vasilkivska Str. Kyiv, Ukraine, 13 May 2019 through 16 May 2019. Article number 15912. 0.3 п.л. / 0.08 п.л. (Scopus)

Прочие публикации

6. Мартышко П.С., Бызов Д.Д., Черноскутов А.И. О решении линейной обратной задачи гравиметрии методом сопряженных градиентов с выбором условий оптимизации // Уральский геофизический вестник. 2018. №2. С. 52–55. 0.25 п.л. / 0.08 п.л.
7. Ладовский И.В., Бызов Д.Д., Черноскутов А.И. О проблеме построения среднемасштабных плотностных моделей для сфероидальной земли // Уральский геофизический вестник. 2017. №1. С. 73–95. 1.44 п.л. / 0.48 п.л.
8. Мартышко П.С., Бызов Д.Д., Черноскутов А.И. О численном решении прямой задачи гравиметрии для эллипсоидальных моделей // Уральский геофизический вестник. 2018. №3. С. 38–41. 0.25 п.л. / 0.08 п.л.
9. Мартышко П.С., Бызов Д.Д., Черноскутов А.И. Решение трехмерной линейной обратной задачи гравиметрии для сферических и эллипсоидальных плотностных моделей высокого разрешения // Уральский геофизический вестник. 2019. №3. С. 19–26. 0.5 п.л. / 0.17 п.л.
10. Ладовский И.В., Бызов Д.Д., Черноскутов А.И. Об учете "сферичности" Земли при построении трехмерных плотностных моделей различной поверхностной протяженности // Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле земли, интерпретация геофизических полей. Девятые научные чтения памяти Ю.П. Булашевича. Материалы конференции. Екатеринбург: УрО РАН. 2017. С. 245–249. 0.31 п.л. / 0.1 п.л.
11. Мартышко П.С., Бызов Д.Д., Черноскутов А.И. О численном алгоритме решения прямой задачи гравиметрии для эллипсоидальных моделей // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Сборник научных трудов по материалам 46-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского. 2019. С. 260–264. 0.3 п.л. / 0.1 п.л.
12. Мартышко П.С., Бызов Д.Д., Черноскутов А.И. О решении трехмерной обратной задачи гравиметрии для сферических и эллипсоидальных плотностных моделей // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы 47-й сессии Международного научного семинара Д. Г. Успенского - В. Н. Страхова. Воронеж. 2020. С. 180–184. 0.3 п.л. / 0.1 п.л.
13. Черноскутов А.И., Бызов Д.Д. Учет формы планеты при численном решении линейной обратной задачи гравиметрии // XXI Уральская молодежная научная школа по геофизике. Сборник науч. Материалов. Екатеринбург: ИГФ УрО РАН. 2020. С. 106–109. 0.25 п.л. / 0.13 п.л.