

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»
Уральский энергетический институт
Кафедра «Автоматизированные электрические сети»

На правах рукописи

Гаврилова Альбина Евгеньевна

**РАСЧЕТ НАИМЕНЬШЕГО ПРЕДЕЛЬНОГО ПЕРЕТОКА ПО
СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ В ЗАДАННОМ СЕЧЕНИИ
НА ОСНОВЕ ПОТОКОВОЙ МОДЕЛИ**

2.4.3 – Электроэнергетика

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор
Паздерин Андрей Владимирович

Екатеринбург – 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ПОИСКА ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ В ЭНЕРГОСИСТЕМЕ	10
1.1 Методы последовательного утяжеления	10
1.2 Аналитический метод поиска на основе уравнений предельных режимов...	18
1.3 Методы поиска на основе нелинейного программирования	24
1.4 Другие методы поиска предельного режима в заданном сечении.....	28
1.4.1 Алгоритм поиска адаптивной траектории утяжеления для энергосистем большой размерности	28
1.4.2 Применение сингулярного анализа матрицы Якоби для повышения эффективности управления режимами работы электроэнергетических систем	29
1.4.3 Модальный подход к анализу статической устойчивости энергосистем	31
1.4.4 Применение других математических методов для задачи поиска предельного режима в энергосистеме	32
1.5 Выводы по главе 1	35
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ПОИСКА ПРЕДЕЛЬНОГО РЕЖИМА С НАИМЕНЬШИМ ПЕРЕТОКОМ МОЩНОСТИ В ЗАДАННОМ СЕЧЕНИИ	38
2.1 Математическая формулировка целевой функции и ограничений в форме равенства и неравенства	38
2.1 Способы поиска критического сечения в предельном режиме.....	41
2.1.1 Критерий с использованием разности углов.....	41
2.1.2 Критерий на основе точки минимального напряжения.....	43
2.1.3 Критерий на основе анализа собственных векторов матрицы Якоби	47
2.1.4 Выводы по способам определения критического сечения.....	49
2.2 Сравнение уравнений установившегося режима в форме узловых напряжений и в потоковой модели	50
2.2.1 Уравнения узловых напряжений	50
2.2.2 Уравнения потоковой модели.....	51

2.3	Аспекты применения ограничения на определитель матрицы Якоби уравнений установившегося режима	55
2.3.1	Допущения для применения критерия равенства нулю определителя матрицы Якоби УУР	55
2.3.2	Линеаризация уравнений потоковой модели	57
2.4	Итоговая математическая постановка задачи	59
2.5	Формулировка задачи поиска наименьшего предельного перетока в терминах нелинейного программирования	61
2.6	Выводы по главе 2.....	65
ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА		67
3.1	Численный эксперимент для 3-узловой схемы.....	67
3.2	Численный эксперимент для 4-узловой схемы.....	79
3.3	Численный эксперимент для 12-узловой тестовой схемы.....	81
3.3.1	Особенности ограничения на определитель матрицы Якоби	81
3.3.2	Плохая обусловленность системы уравнений на шаге итерации	82
3.3.3	Ускорение процедуры нелинейного программирования.....	84
3.3.4	Результаты применения разработанного алгоритма для 12-узловой схемы	86
3.4	Выводы по главе 3.....	97
ЗАКЛЮЧЕНИЕ		100
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....		103
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....		104

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы

Для надежного функционирования электроэнергетической системы необходимо обеспечение статической и динамической устойчивости. Согласно действующим нормативным документам [1], [2], для обеспечения устойчивости энергосистемы должны использоваться значения перетоков активной мощности в контролируемых сечениях (КС). Под сечением понимается совокупность сетевых элементов одной или нескольких связей. Связь – последовательность элементов электрической сети (линии электропередачи, трансформаторы, системы (секции) шин, коммутационные аппараты), соединяющих две части энергосистемы. Для КС максимально допустимые (МДП) и аварийно допустимые перетоки (АДП) активной мощности определяются на основании расчетов установившихся электроэнергетических режимов, статической устойчивости и динамической устойчивости. Если перетоки активной мощности в КС не превышают допустимых значений, то может быть сделан вывод об устойчивом состоянии энергосистемы. Дополнительно к перетокам активной мощности контролируются также и другие параметры электроэнергетического режима: токи по элементам, напряжения и частота в электроэнергетической системе.

Для определения допустимых перетоков производится расчет предельного перетока по различным критериям: по критерию статической аperiodической устойчивости, динамической устойчивости, по критерию допустимых токовых нагрузок, а также по другим нормативным условиям. Минимальная из величин, полученных по разным критериям с учетом нормативного запаса, является допустимым перетоком в КС.

Согласно действующей нормативно-технической документации (НТД), для определения допустимого перетока по критерию статической аperiodической устойчивости необходимо рассчитывать предельный переток в КС методом последовательного утяжеления режима в направлении траектории утяжеления, т.е. в направлении вектора изменения режима (ВИР). Траектория утяжеления (или

ВИР) – это множество узлов, в которых осуществляется изменение параметров режима (нагрузки, генерации), приводящее к увеличению перетока активной мощности в КС. Основная методическая сложность определения предельного перетока в КС связана с тем, что его значение может существенно зависеть от траектории утяжеления. Для того, чтобы гарантировать обеспечение статической устойчивости в данном КС необходимо выбрать такую траекторию утяжеления, которая приведет к получению наименьшему предельного перетока в КС. В соответствии с [2], необходимо рассматривать не менее трех различных траекторий утяжеления для определения наименьшего предельного перетока.

Процесс выбора ВИР является эмпирическим поиском, вследствие чего для абсолютно достоверного определения требуемой траектории утяжеления необходимо перебрать все возможные варианты. Учитывая размеры существующих объединенных энергосистем, оптимальность ВИР (т. е. гарантия того, что режим, найденный с помощью ВИР, является режимом с наименьшим предельным перетоком активной мощности в КС) зависит от опыта и профессионализма технолога, выполняющего расчет. Стоит также учитывать, что в ремонтных схемах выбранный ВИР может отличаться от найденного для нормальной схемы, что дополнительно увеличивает количество расчетов. Таким образом, возникает необходимость в оптимизации процесса поиска наименьшего предельного перетока активной мощности в КС по критерию статической апериодической устойчивости без эмпирического поиска ВИР.

Степень научной разработанности темы исследования

Большой вклад в исследования проблемы поиска предельных режимов внесли отечественные ученые Веников В.А., Идельчик В.И., Конторович А.М., Крюков А.В., Давыдов В.В. и др.

На сегодняшний день наравне с практическими методами определения предельных перетоков с помощью изменения параметров электрического режима с помощью ВИР существуют и другие: методы поиска предельного режима на основе аналитических уравнений предельного режима [3] и на основе нелинейного

программирования [4]. Авторы этих исследований фокусируются на поиске ближайшего предельного режима энергосистемы без привязки к конкретным контролируемым сечениям. Методы глубоко теоретически проработаны и имеют большую научную значимость. При этом, на сегодняшний день их сложно интегрировать в современное оперативно-диспетчерской управление из-за разницы подходов к управлению режимами, так как в практической деятельности основное внимание уделяется диспетчеризации заранее определенных контролируемых сечений. В связи с этим становится актуальной разработка метода, который позволяет найти наименьший переток в заданном контролируемом сечении без использования ВИР.

В зарубежной практике основным методом поиска предельных режимов является Continuation Power Flow (CPF) [5], который является модификацией метода утяжеления режима на основе ВИР. Основным отличием CPF является видоизменённая вычислительная процедура, состоящая из нескольких этапов (предиктора и корректора), которые направлены на улучшение вычислительных характеристик. Основные направления исследования в области CPF связаны с увеличением быстродействия и численной устойчивости метода. При этом игнорируется, как и на какую величину необходимо изменять параметры режима (аналог ВИР). Подобный подход развивался в рамках простых конфигураций энергосистем и плохо подходит для отечественных сложно-замкнутых сетей высокого напряжения.

Одно из наиболее интересных направлений исследований кафедры Автоматизированных электрических систем УрФУ связано с применением потоковой модели, которая обладает повышенной устойчивостью к проблеме плохой обусловленности уравнений установившегося режима. По этой причине именно потоковая модель расчета установившегося режима была взята за основу проводимых исследований.

Целью работы является разработка метода поиска предельного режима в заданном сечении с применением потоковой модели установившегося режима.

Для достижения цели в рамках диссертации решались следующие **задачи**:

1. анализ существующих методов поиска предельного режима;
2. разработка метода поиска наименьшего предельного перетока в заданном сечении;
3. оценка возможности применения потоковой модели в задаче поиска предельного перетока;
4. анализ вычислительных характеристик предложенного метода и доработка алгоритма для повышения скорости вычисления и улучшения численной сходимости.

Объектами исследования являются методы поиска предельного режима в контролируемых сечениях для сложнзамкнутых высоковольтных электрических сетей.

Научная новизна работы:

1. разработан метод поиска предельного режима в заданном сечении с наименьшим значением перетока активной мощности без задания траектории утяжеления режима;
2. показаны возможность и эффективность применения потоковой модели для задачи поиска предельного режима;
3. предложен подход прямого использования критерия равенства нулю определителя матрицы Якоби уравнений установившегося режима потоковой модели в предельном режиме;
4. разработаны способы ускорения метода поиска предельного режима в заданном сечении на основе потоковой модели установившегося режима.

Теоретическая значимость. Работа направлена на развитие потоковой модели для поиска предельного режима в энергосистеме.

Практическая значимость работы. Метод поиска предельного режима, разработанный в ходе исследования, может быть использован технологами в процессе расчета МДП и АДП для оперативно диспетчерского управления, что позволяет формализовать расчет и не требует выбора траектории утяжеления режима, которая задается на основе опыта специалиста.

Методология и методы исследования. Поставленные задачи решались с помощью методов математического моделирования электроэнергетических систем, методов нелинейного программирования. Метод поиска предельного режима разработан в программной среде MATLAB.

Положения диссертационного исследования, выносимые на защиту:

1. Применение потоковой модели установившегося режима электрической сети для поиска предельного режима;
2. Постановка задачи для поиска предельного режима в заданном сечении на основе нелинейного программирования;
3. Явное применение критерия равенства нулю определителя матрицы Якоби в постановке задачи нелинейного программирования с использованием правила взятия производной от определителя;
4. Модифицированный численный метод поиска предельного режима с улучшенными вычислительными характеристиками.

Личный вклад автора заключается в применении потоковой модели для алгоритма поиска предельного режима в заданном сечении, в выполнении программной реализации предлагаемого метода и в адаптации метода для схем большой размерности.

Достоверность результатов подтверждается сопоставлением результатов расчета наименьшего предельного перетока в заданном сечении с помощью предлагаемого метода и с помощью традиционного метода последовательного утяжеления.

Апробация работы. Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на конференциях и семинарах:

- Международная научно-техническая конференция «Электроэнергетика глазами молодежи» – Красноярск-2023;
- Belarusian-Ural-Siberian Smart Energy Conference (BUSSEC) – Екатеринбург 2023;
- 96-е заседание Международного научного семинара им. Ю.Н. Руденко «Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики».

Основные положения работы докладывались и обсуждались на научных семинарах кафедры автоматизированных электрических систем (АЭС) Уральского Энергетического Института «Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург, в период с 2020 года по 2024 год.

Диссертация выполнена на кафедре АЭС УралЭНИН УрФУ, г. Екатеринбург.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 4 научные работы, из них 2 статьи в рецензируемых научных изданиях, определённых ВАК РФ, 1 статья в зарубежном издании, входящем в международные базы цитирования Web of Science и Scopus.

Объем и структура диссертации. Работа состоит из введения, 3 глав, заключения и библиографического списка из 105 наименований. Содержит 115 страниц, 25 рисунков и 6 таблиц.

ГЛАВА 1. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ПОИСКА ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ В ЭНЕРГОСИСТЕМЕ

В данной главе приводится обзор отечественных и зарубежных работ по поиску предельных режимов. Рассматривая методы поиска предельных режимов, можно выделить 3 основные группы методов:

- 1) методы последовательного утяжеления;
- 2) аналитический метод поиска на основе уравнений предельных режимов;
- 3) методы поиска на основе нелинейного программирования.

1.1 Методы последовательного утяжеления

Для надежного функционирования электроэнергетической системы необходимо обеспечение статической и динамической устойчивости энергосистемы. Требования к устойчивости единой электроэнергетической системы России определяются двумя основными документами – Требованиями к обеспечению надежности электроэнергетических систем, надежности и безопасности объектов электроэнергетики и энергопринимающих установок «Методические указания к устойчивости энергосистем», утвержденными приказом Министерства энергетики Российской Федерации от 03.08.2018 № 630 и Стандартом АО «СО ЕЭС» «Правила определения максимально допустимых и аварийно допустимых перетоков активной мощности в контролируемых сечениях, а также допустимых перетоков активной мощности в контролируемых сечениях при работе в вынужденном режиме» [1], [2].

Согласно [1], [2] для обеспечения устойчивости энергосистемы должны использоваться значения перетоков активной мощности в КС. Под сечением понимается совокупность сетевых элементов одной или нескольких связей, соединяющих две части энергосистемы. Преимуществом такого способа обеспечения устойчивости является то, что критерии устойчивости являются интуитивно понятными и физически обоснованными.

Для контролируемых сечений рассчитываются максимально допустимые (МДП) и аварийно допустимые перетоки (АДП) активной мощности на основании расчетов установившихся электроэнергетических режимов, статической устойчивости и динамической устойчивости. Если перетоки активной мощности в контролируемых сечениях не превышают допустимых значений при соблюдении требований к другим параметрам режима (к частоте, токам, напряжениям), то может быть сделан вывод об устойчивом состоянии энергосистемы.

В данной работе будет подробно рассмотрен критерий обеспечения статической апериодической устойчивости энергосистемы.

Для обеспечения статической апериодической устойчивости необходимо рассчитать предельный переток в рассматриваемом КС. В соответствии с [2] предельный переток в КС определяется посредством утяжеления режима по траектории, определяемой ВИР.

Процесс утяжеления режима по заданной траектории является традиционным способом поиска предельного режима в заданном направлении, получившим практическое использование. В данном случае предельным режимом считается такой, в котором при небольшом изменении параметров режима (активной мощности генерации, нагрузки) в сторону утяжеления режим перестает существовать, т.е. режим невозможно сосчитать с заданной точностью. Процедура утяжеления заключается в следующем (рисунок 1.1):

- задается множество узлов, в которых будет осуществляться изменение параметров режима (нагрузки, генерации), со значениями их приращений (т.е. траектория утяжеления);
- производится серия расчетов режимов с последовательным изменением утяжеляемых параметров на заданную величину;
- если невозможно сосчитать режим с заданной точностью (расходится процедура расчета УР), производится возврат к последнему из сбалансированных режимов, и следующее приращение выполняется на

величину в два раза меньшую предыдущей (выполняется деление шага пополам);

- последняя процедура повторяется до тех пор, пока не будет достигнут предельный режим с заданной точностью.



Рисунок 1.1 – Процедура утяжеления

Существует множество различных траекторий утяжеления и каждой соответствует различный предельный переток в контролируемом сечении. Требуется найти такую траекторию утяжеления, которая приводит к наименьшему предельному перетоку в контролируемом сечении.

В [2] даны рекомендации по определению параметров и траектории утяжеления. При проведении утяжеления электроэнергетического режима необходимо рассматривать не менее трех разных траекторий утяжеления для рассматриваемого КС и различающихся перераспределением активной (реактивной) мощности между узлами расчетной модели, находящимися по разные стороны от рассматриваемого КС. В качестве расчетной траектории утяжеления должна приниматься траектория утяжеления, которой соответствует наименьший предельный по статической устойчивости переток активной мощности в контролируемом сечении [2].

Недостатком метода последовательного утяжеления режима является следующее обстоятельство. Процесс выбора вектора изменения режима для расчета наименьшего предельного перетока является эвристическим поиском, вследствие чего необходимо перебрать все возможные траектории утяжеления для абсолютно достоверного определения оптимальной траектории утяжеления необходимо. Размеры существующих объединенных энергосистем приводят к невозможности полного перебора всех ВИР, вследствие чего оптимальность ВИР

(т. е. гарантия того, что режим, найденный с помощью ВИР, является режимом с наименьшим предельным перетоком активной мощности по сечению) зависит от опыта и профессиональности технолога, выполняющего расчет. Стоит также учитывать, что в ремонтных схемах оптимальный ВИР может отличаться от найденного для нормальной схемы, что дополнительно усложняет расчет.

Аналогом последовательного утяжеления режима в заданном направлении утяжеления в зарубежной практике является метод Continuation Power Flow [6]. В данном методе в отличие от традиционного утяжеления шаг утяжеления не является постоянной величиной, а само утяжеление производится путем последовательного выполнения так называемых шагов «predictor» и «corrector».

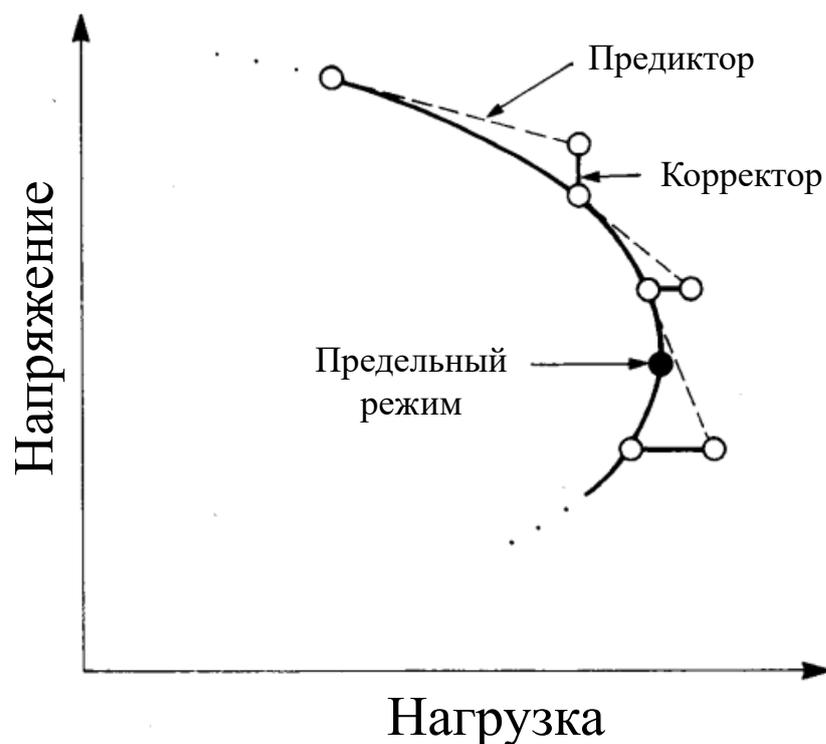


Рисунок 1.2 – Процедура поиска предельного режима методом Continuation Power Flow

В систему уравнений, описывающую установившийся режим, добавляется переменная λ , характеризующая величину шага утяжеления, относительно исходного режима. При этом

$$0 \leq \lambda \leq \lambda_{critical}, \quad (1.1)$$

где $\lambda_{critical}$ – соответствует предельному режиму.

Тогда мощности генерации и нагрузки в узлах сети могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned} P_{Li} &= P_{Li0} + \lambda(k_{Li}S_{base} \cos \psi_i), \\ Q_{Li} &= Q_{Li0} + \lambda(k_{Li}S_{base} \sin \psi_i), \\ P_{Gi} &= P_{Gi0}(1 + \lambda k_{Gi}), \end{aligned} \quad (1.2)$$

где $P_{Li0}, Q_{Li0}, P_{Gi0}$ – исходные активная и реактивная мощности нагрузки и мощность генерации, k_{Li}, k_{Gi} – коэффициенты для выбора скорости изменения нагрузки и генерации (аналог траектории утяжеления), ψ_i – коэффициент мощности нагрузки в узле i , S_{base} – базисная мощность.

Выше представленные уравнения подставляются в уравнения, описывающие предельный режим, λ является неизвестной переменной. Можно заметить, что при $\lambda = 0$ решением будет исходный режим.

Рассмотрим выполнения шага «predictor». Данный шаг выполняется в направлении вектора касательной в текущей точке. Для определения вектора касательной необходимо вычислить производные от уравнений, описывающих режим:

$$\frac{\partial F(\delta, V, \lambda)}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial F(\delta, V, \lambda)}{\partial V} \Delta V + \frac{\partial F(\delta, V, \lambda)}{\partial \lambda} \Delta \lambda = 0, \quad (1.3)$$

где $F(\delta, V, \lambda)$ – уравнения, описывающие установившийся режим. Здесь и далее Δ – обозначение приращения переменной на шаге.

Разложив на множители, получаем:

$$[F_{\delta} \ F_V \ F_{\lambda}] \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = 0, \quad (1.4)$$

где $F_{\delta} = \frac{\partial F(\delta, V, \lambda)}{\partial \delta}$, $F_V = \frac{\partial F(\delta, V, \lambda)}{\partial V}$, $F_{\lambda} = \frac{\partial F(\delta, V, \lambda)}{\partial \lambda}$.

В левой части находится матрица производных, умноженная на вектор дифференциалов (приращений). Матрица производных – это обычная матрица Якоби, дополненная колонкой F_{λ} , а вектор дифференциалов по сути и является

искомым вектором касательной. В данном случае неизвестных переменных оказывается больше, чем уравнений. Поэтому для решения задачи необходимо добавить еще одно уравнение. Для этого примем, что одна из компонент вектора касательной должна быть ненулевой:

$$t = \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \\ \Delta\lambda \end{bmatrix}, t_k = \pm 1. \quad (1.5)$$

В итоге получаем:

$$\begin{bmatrix} F_\delta & F_V & F_\lambda \\ e_k \end{bmatrix} [t] = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

где e_k – это вектор строки, все элементы которого равны нулю, кроме k -того, который равен 1.

Решая систему уравнений, можно получить вектор касательной. Решение, получаемое на шаге «predictor»:

$$\begin{bmatrix} \delta^* \\ V^* \\ \lambda^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta \\ V \\ \lambda \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \\ \Delta\lambda \end{bmatrix}. \quad (1.7)$$

Рассмотрим выполнение шага «corrector». На данном шаге производится параметризация, т.е. идентификация каждого решения после выполнения шага «predictor». При параметризации исходный набор уравнений дополняется одним уравнением, которое задает значение одной из переменных, например, величины напряжения в узле, угла напряжения в узле или параметра λ .

Пусть

$$x = \begin{bmatrix} \delta \\ V \\ \lambda \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

$$x_k = \eta,$$

где η – соответствующее значение для k -того элемента. Тогда система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} F(x) \\ x_k - \eta \end{bmatrix} = [0]. \quad (1.9)$$

Данную систему уравнений можно решить методом Ньютона. В ней число уравнений равно числу неизвестных. В качестве параметра x_k на первой итерации может быть выбрана переменная λ , а на последующих итерациях – та переменная, для которой величина вектора тангенса максимальна.

Последовательное применение шагов «predictor» и «corrector» в итоге приводят к точке предельного режима. Критерием предельного режима является то, что на итерации переменная λ достигает максимума и начинает уменьшаться.

Дальнейшие направления развития Continuation Power Flow были направлены на улучшение вычислительных характеристик метода [5], связанных с оптимальным выбором величины изменения параметров на шаге «predictor» [7] и с ускорением вычисления [8], [9], [10]. Также была предложена модификация метода, связанная с объединением шагов «predictor» и «corrector» для того, чтобы система уравнений, решаемая на шаге, не была плохо обусловленной [11]. Также Continuation Power Flow был модифицирован для расчета в трех фазах [12]. В [13], [14] авторы исследуют нелинейное изменение нагрузки и генерации в узлах сети в ходе поиска предельного режима с помощью Continuation Power Flow. Рассматривается изменение траектории утяжеления в ходе самого процесса утяжеления и влияние такой нелинейности на полученный предел по устойчивости.

Для решение вычислительных проблем метода Continuation Power Flow, связанных со сходимостью и вычислительной устойчивостью в ряде работ [15], [16], [17], [18] предлагают использовать голоморфные методы (holomorphic method). Основная идея голоморфоного подхода заключается в переходе от итерационного решения нелинейных уравнений, описывающих установившийся режим, к рекурсивной процедуре, которая надежно приходит в точку решения, если это решение существует. При этом метод работает с уравнениями узловых напряжений в комплексной форме для использования методов работы с функциями комплексного переменного.

Обзор современных публикаций, направленных на изучение метода Continuation Power Flow, показывает, что на сегодняшний день остаётся

актуальным ускорение методов расчёта предельных режимов для систем автоматического управления в режиме on-line [19], [20], [21], не смотря на развитие вычислительной техники.

В работах [22], [23], [24], [25] предлагается модификация метода Ньютона с более точным расчетом установившегося режима вблизи предельных режимов. Составляется система уравнений, состоящая из уравнений узловых напряжений с добавлением переменных λ по аналогии с выражениями (1.1), (1.2), а также добавляется выражение, соответствующее условию вырожденности определителя матрицы Якоби уравнений установившегося режима (УУР). Добавляются ограничения на режимные параметры (напряжения в узлах, реактивную мощность).

Применение альтернативного способа расчета электрического режима – Factored Load Flow было выполнено в [26], [27], [28], [29] для процедуры последовательного утяжеления режима. Факторизованный расчет режима заключается в рассмотрении избыточного набора начальных условий системы уравнений, за счет чего система уравнений становится переопределенной. Далее для ее решения используются методы, схожие с методами для оценки состояния. Метод более вычислительно устойчив, чем стандартный метод Ньютона. Далее предельный режим достигается с помощью стандартного метода последовательного утяжеления с делением шага пополам.

Еще один способ записи уравнений, описывающих электрический режим, примененный к задаче поиска предельных режимов описан в [30], [31], [32], [33]. Здесь авторы вместо модулей напряжений в уравнениях узловых напряжений используют квадраты модулей напряжений. Кроме того, в качестве неизвестных используются также и активные, и реактивные мощности по линиям. Вычисление режима в предлагаемом авторе алгоритме происходит быстрее, чем с помощью стандартных уравнений узловых напряжений. Преимуществом метода является то, что он позволяет определять набор линий, напряжения по концам которых наиболее чувствительны к утяжелению режима вблизи предела по устойчивости.

Кроме того, есть работы [34], [35], направленные на изучение области предельных режимов не с точки зрения максимальной близости к текущему режиму, а с точки зрения вероятности изменения режима в том или другом направлении. Авторы рассматривают различные траектории утяжеления по методу Continuation Power Flow и оценивают их с точки зрения пространства вероятностей, вычисляя расстояние Махаланобиса между ожидаемым электрическим режимом и наиболее вероятным предельным режимом. Расстояние Махаланобиса вычисляется по формуле:

$$r(\vec{x}, \vec{y}) = \sqrt{(\vec{x} - \vec{y})^T S^{-1} (\vec{x} - \vec{y})}, \quad (1.10)$$

где \vec{x}, \vec{y} – случайные вектора, S – матрицы ковариации.

Т.е. авторы предлагают искать ближайший предельный режим не с точки зрения евклидового расстояния, а с точки зрения вероятностей.

1.2 Аналитический метод поиска на основе уравнений предельных режимов

В отечественной литературе аналитический метод поиска на основе уравнений предельных режимов был разработан коллективом авторов [36], [3], [37]. В данном подходе на основании аналитически непредставимого выражения условия наступления предельного по устойчивости режима (1.11) и уравнений установившегося режима выводятся аналитически представимые уравнения предельных режимов (УПР) (1.12).

$$\det \frac{\partial W}{\partial X} = 0, \quad (1.11)$$

где $\frac{\partial W}{\partial X}$ – матрица Якоби, отвечающая правым частям системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы в ЭС при малых возмущениях. Матрица $\frac{\partial W}{\partial X}$ совпадает с матрицей Якоби уравнений, описывающих электрический режим при условиях, описанных в п. 2.3.1 данной работы. Здесь и далее \det – функция взятия определителя матрицы.

Уравнения предельных режимов:

$$\begin{cases} F[X, T(t)] = 0, \\ V[X, S, Y(t)] = \frac{\partial W}{\partial X} S = 0, \\ U(S) = S^T S - 1 = 0, \end{cases} \quad (1.12)$$

где $Y(t) = Y_0 + T \cdot \Delta Y$, Y_0 – соответствует исходному режиму, ΔY – направление утяжеления, T – величина утяжеления, $F(X)$ – уравнения установившегося режима, X – неизвестные переменные (параметры режима – напряжения и углы напряжений), S – собственный вектор прямой матрицы $\frac{\partial W}{\partial X}$.

Новая форма записи УПР использует собственный вектор S матрицы $\frac{\partial W}{\partial X}$. Для решения системы уравнений (2) предлагается использовать метод Ньютона, на каждом шаге итерации которого решается следующая система линейных уравнений:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial X} & 0 & \frac{\partial F}{\partial T} \\ \frac{\partial V}{\partial X} & \frac{\partial V}{\partial S} & \frac{\partial V}{\partial T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta S \\ \Delta T \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta V \end{bmatrix}. \quad (1.13)$$

Матрица Якоби такой системы уравнений в точке решения невырождена, что является важной особенностью УПР.

Хотя традиционный подход к обеспечению статической устойчивости с помощью определения контролируемых сечений и расчета в них МДП и АДП является общепринятым и используемым в оперативно-диспетчерском управлении, в работе [3] определяются ряд недостатков подхода с применением контролируемых сечений:

1) поверхности, соответствующие фиксации перетока в сечении на уровне допустимого значения, весьма грубо аппроксимируют границу допустимой области;

2) сама величина предельно-допустимого перетока сильно зависит от выбранного направления и траектории утяжеления режима;

3) для охвата аппроксимацией всей допустимой области всей допустимой области требуется определение предельных перетоков в очень большом количестве сечений;

4) критерий ограничения перетока в сечении не дает конструктивной информации о наиболее эффективном управлении для разгрузки этого сечения.

В связи с этим, автор концентрируется на поиске ближайшего предельного режима в целом в ЭС, т.е. понятие запаса рассматривает как наименьшее расстояние в масштабированном пространстве Y от точки анализируемого режима до предельной поверхности. Каждому направлению утяжеления ΔY_i будет соответствовать свое значение запаса Z_i , для достоверной оценки запаса устойчивости необходим поиск предельного режима в критическом направлении утяжеления, соответствующем $\min Z$.

Математическая формулировка такой задачи с использованием УПР имеет вид:

$$\begin{cases} F(X, Y_0 - M^{-2} \left(\frac{\partial F}{\partial DY} \right)^T R) = 0, \\ \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)^T R = 0, \end{cases} \quad (1.14)$$

где DY – вектор приращения переменных (мощностей), обеспечивающий перемещение режима на границу области существования режима (предельную гиперповерхность); $\frac{\partial F}{\partial DY}$, $\frac{\partial F}{\partial X}$ – векторы частных производных по соответствующим параметрам; M – диагональная матрица, по главной диагонали которой находятся элементы μ_i , ($\mu_i = \frac{1}{k_{i\text{норм}} y_{i\text{ном}}}$) – масштабирующие коэффициенты; R – собственный вектор транспонированной матрицы Якоби системы уравнений узловых напряжений, соответствующий нулевому собственному числу.

Основным преимуществом подхода коллектива авторов является отсутствие необходимости в заранее заданной траектории утяжеления. Кроме того, получаемая в результате математических преобразований модифицированная

система уравнений, описывающих предельный режим, не будет являться вырожденной в предельном режиме. Вводится критерий близости текущего режима к предельному, которым является геометрическая длина вектора коэффициентов запаса между текущим и предельным режимами. В соответствии с этим переформулируется целевая функция для поиска ближайшего предельного режима. Новая переформулированная система уравнений может быть применена для задач ввода режима в допустимую область, так как исходное приближение может не соответствовать сбалансированному режиму. При этом возникает ряд недостатков: невозможно сопоставить коэффициенты запаса, определенные для разных исходных режимов, так как при этом используются разные базисы. Дополнительные вычислительные затруднения вызывает новая целевая функция запаса, которая может иметь разрывы второго рода.

Существуют также и современные исследования, связанные с использованием уравнений предельных режимов. Так в [38] для повышения эффективности расчета предельных режимов электроэнергетических систем предложена методика определения рациональных начальных приближений для компонент собственных векторов, входящих в уравнения предельных режимов, с использованием процедуры спектрального и сингулярного разложения применительно к матрице Якоби уравнений установившихся режимов. В [39], [40], [41] описывается методика, которая обеспечивает оперативное определение запасов статической апериодической устойчивости с системах электроснабжения при наличии распределенной генерации на основе уравнений предельных режимов.

Аналитический метод, аналогичный уравнениям предельного режима (1.12) также представлен и в зарубежной литературе [42], [43]. В зарубежной классификации [5] данный метод относится к прямым методам, к классу Saddle-Node Bifurcation. В этом случае предел передаваемой мощности может быть описан следующей системой уравнений:

$$g(y, \mu) = 0, \quad (1.15)$$

$$g_y v = 0, \quad (1.16)$$

$$\|v\|_2 = 1, \quad (1.17)$$

или

$$g(y, \mu) = 0, \quad (1.18)$$

$$g_y^T w = 0, \quad (1.19)$$

$$\|w\|_2 = 1, \quad (1.20)$$

где $g(y, \mu)$ – уравнения, описывающие режим, y – алгебраические переменные, μ – скалярный независимый параметр, на который умножаются все мощности генераторов и нагрузок, v, w – правый и левый собственные вектора, оператор $\|v\|_2$ – евклидова норма, $g_y = \frac{\partial g(y, \mu)}{\partial y}$.

Решение системы уравнений выше может быть получено с помощью метода Ньютона. В связи с наличием разреженных матриц полученную систему уравнений может быть трудно решить.

Уравнения предельного режима были с разных сторон рассмотрены в литературе. В [44] представлена геометрическая интерпретация данного метода, а также примеры использования метода для небольших (до 5 узлов) тестовых схем. В [45] на основе уравнений предельного режима представлен способ вычисления направления утяжеления, в котором необходимо контролировать режим, т.е. направление до ближайшего предельного режима. В [46] на основе уравнений предельного режима разработан метод, который создает все точки, являющиеся граничными точками существования режима в пространстве зависимых переменных. Данный метод может быть полезен для визуализации и топологического анализа множества предельных режимов.

Основная проблема рассмотренного метода состоит в том, чтобы найти хорошее начальное приближение для собственного вектора v . Это непростая задача, поскольку элементы собственных векторов сильно изменяются вблизи предельного режима. Таким образом, чтобы найти хорошее начальное предположение, нужно стартовать вблизи предельного режима.

Кроме того, в [5] приводится описание аналитического поиска предельного режима с учетом ограничений на реактивную мощность генераторов. Данный метод относится также к группе прямых методов, к классу Limit-Induced Bifurcation. В данном случае предельный режим получается путем решения двух наборов уравнений:

$$0 = g_1(y, \mu), \quad (1.21)$$

$$0 = g_2(y, \mu), \quad (1.22)$$

где g_1 и g_2 отличаются в следующем: в g_1 генератор моделируется как PV узел, а в g_2 этот же генератор моделируется как PQ узел с $Q = Q_{max}$. Тогда предельный режим с учетом реактивной мощности генераторов находится на пересечении этих двух наборов уравнений.

На практике нет необходимости дублировать все уравнения, т.к. (y, μ) одинаковы для двух наборов уравнений. Достаточно решить:

$$0 = g(y, \mu), \quad (1.23)$$

$$0 = \check{g}(y, \mu), \quad (1.24)$$

где $g \equiv g_1$ и $\check{g} \equiv g_2$ это скалярные уравнения, накладывающие ограничение по реактивной мощности. Например, предполагая, что пределом является реактивная мощность генератора, g может учитывать генератор в узле h в виде PV узла, тогда \check{g} :

$$\check{g} = q_{Gh} - q_{Gh}^{max}. \quad (1.25)$$

С математической точки зрения, в данном методе матрица Якоби не является вырожденной. Матрица Якоби разрывна только в точке предельного режима. Это свойство используется при последовательном утяжелении для того, чтобы различать предельный режим без учета и с учетом реактивной мощности генераторов.

1.3 Методы поиска на основе нелинейного программирования

Далее рассматривается третья группа методов по поиску предельного режима – на основе нелинейного программирования.

В [4], [47], [48], [49] коллектив авторов предлагает ряд методов, основанных на нелинейном программировании для поиска предельного режима (НЛПР метод, НЛПР-Н метод, НЛПР-Б метод). Данная группа методов представляет собой развитие традиционного подхода к поиску предельного режима, при котором предельный режим находится путем последовательного утяжеления по шагам. Отличительной особенностью является то, что поиск осуществляется не с помощью последовательного утяжеления режима, а с помощью методов нелинейного программирования. При этом в такой задаче искомой минимизируемой величиной выступает шаг утяжеления, на который необходимо изменить текущий режим, чтобы найти предельный.

Необходимо найти минимум целевой функции

$$\min -t, \tag{1.26}$$

при условии

$$F(X, Y + t \cdot \Delta Y) = 0, \tag{1.27}$$

где F – вектор невязок уравнений узловых напряжений;

X – вектор параметров режима, состоящий из углов напряжений всех узлов сети (кроме базисного узла) и модулей напряжений PQ -узлов;

Y – вектор параметров режима, состоящий из активных и реактивных мощностей в каждом узле нагрузки и активных мощностей в генераторных узлах;

t – коэффициент, характеризующий расстояние от исходного установившегося режима до предельного в направлении вектора утяжеления ΔY режима,

Δ – обозначение приращения переменной.

Таким образом, выполняется поиск такого максимального шага t , при котором режим будет существовать, т. е. невязки уравнений узловых напряжений равны нулю.

Достоинством метода является лучшая точность определения границы области существования режима и меньшее число итераций при поиске предельного режима. Среди недостатков можно отметить зависимость полученного предельного режима от заданной траектории утяжеления λY . Чтобы устранить данный недостаток, авторами на основе НЛПР-Н метода был разработан НЛПР-Бр метод нелинейного программирования в L_p -нормах, в котором исключается необходимость задания в качестве исходных данных определенного ВИР.

Аналог НЛПР-Н метода имеется и в зарубежной литературе [50], [51]. Согласно [5], данный метод относится к группе простых методов, к классу методов на основе нелинейного программирования. При этом рассматривается аналогичная (1.26), (1.27) формулировка проблемы:

$$\min -\mu, \quad (1.28)$$

при условии:

$$g(y, \mu) = 0. \quad (1.29)$$

Ограничения учитываются методом Лагранжа, в итоге функция Лагранжа имеет вид:

$$L(y, \mu, \rho) = -\mu + g^T(y, \mu)\rho. \quad (1.30)$$

Приравнивая нулю производную от функции Лагранжа, получаем:

$$\frac{\partial L}{\partial \rho} = g^T(y, \mu) = 0, \quad (1.31)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = g_y^T \rho = 0, \quad (1.32)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = g_\mu^T \rho - 1 = 0, \quad (1.33)$$

где $g_y^T = \frac{\partial g^T(y, \mu)}{\partial y}$.

Можно заметить, что решение задачи нелинейного программирования полностью совпадает с уравнениями предельного режима (1.18) – (1.20). Фактически, левый собственный вектор равен вектору с множителями Лагранжа $w = \rho$, а условие $g_{\mu}^T \rho - 1 = 0$ эквивалентно $\|w\|_2 = 1$, т.к. оно устанавливает, что $\rho \neq 0$.

Таким образом, в [5] показано, что аналитические уравнения предельного режима и задача нелинейного программирования идентичны. Аналогию можно также провести и для метода Limit-Induced Bifurcation, учитывающего ограничения на реактивную мощность, и для метода нелинейного программирования [52].

Недостатком методов на основе нелинейного программирования является то, что они являются вычислительно затратными для крупных схем.

Другой взгляд на формулировку задачи нелинейного программирования для поиска предельного режима предложен в [53]. Коллектив авторов предлагает сосредоточить внимание на поиске не максимально удаленного предельного режима, а, наоборот, ближайшего к текущему режиму. Предложенный метод использует в качестве целевой функции сумму квадратов невязок уравнений узловых напряжений. В этом случае решением будет являться кратчайшее расстояние до границы устойчивости. Дальнейшие исследования были направлены на учет ограничений в форме равенства на коэффициенты мощности нагрузок [54] и ограничений в форме неравенства на реактивную мощность генераторов [55].

Можно рассмотреть еще один метод поиска предельного режима на основе процедуры нелинейного программирования [56], [57], [58]. Данный метод поиска ближайшего предельного режима, разработанный в УрФУ, актуален при наборе исходных узловых мощностей, находящихся вне области существования режима. Для поиска ближайшего предельного режима используется квадратичная целевая функция и решение задачи осуществляется на основе обобщенного метода Ньютона. Показано, что при точном формировании матрицы Гессе решаемая система уравнений обобщенным методом Ньютона в точке предельного режима

вырожденной не является и обеспечивает хорошую сходимость к ближайшему предельному режиму. Движение к предельному режиму идет не изнутри области существования режима, а снаружи, что обеспечивает ввод расчетного режима на границу области существования (устойчивости) по кратчайшей траектории, то есть с минимумом управляющих воздействий. Областью использования подхода может быть противоаварийное управление.

В [59], [60] предлагается алгоритм поиска максимального перетока по сечению без необходимости задания жестко зафиксированных коэффициентов траектории утяжеления. В данном случае применяется технология так называемого динамического вектора изменения режима (ДВИР). При этом формулируется два вида целевой функции: минимизация отклонений от заданного ВИР и минимизация отклонений от заданного перетока по сечению (заданный переток устанавливается заведомо больше предельного). В качестве ограничений в форме равенств задаются нелинейные УУН. В качестве ограничений в форме неравенств задаются ограничения на расчетные параметры электрической сети, такие как ток, напряжения, мощность. Рассматриваются особенности моделирования генераторов с точки зрения задания ограничений на реактивную мощность. В результате применения алгоритма для тестовой схемы определено, что алгоритм с двумя вариантами целевой функции дает близкие значения предельного перетока, кроме того, алгоритм позволяет получать предельный режим за один запуск оптимизационной процедуры без использования последовательного утяжеления режима.

Еще одна формулировка задачи нелинейного программирования для поиска предельного режима была предложена в [61]. В работе авторы предлагают минимизировать не евклидово расстояние между текущим и предельным режимом, а длину дуги между ними (т.е. расстояние между не по прямой линии, а по некоторой кривой, учитывая сложную геометрию многообразия электрических режимов).

Говоря о методе нелинейного программирования для поиска предельного режима, можно также отметить, что в [62] был предложен метод по увеличению пропускной способности сети и поддержанию напряжения в узлах с помощью перераспределения мощности между генераторами с использованием вектора нормали, найденного в точке предельного режима. В данном методе вектор нормали используется как индикатор изменения направления генерации таким образом, чтобы увеличить пропускную способность сети. Недостатком метода является то, что решение для алгоритма нелинейного программирования будет являться локальным максимумом, а не глобальным. Кроме того, данный метод хорошо работает не на всем диапазоне времени, а только в часы максимума нагрузок.

Позднее был предложен другой способ увеличить границу устойчивости с помощью перераспределения загрузки генераторов [63]. В данном методе уравнения, описывающие предельный режим представляются как функция от направления изменения мощности генераторов.

1.4 Другие методы поиска предельного режима в заданном сечении

В данном разделе представлены другие существующие методы поиска предельного перетока в энергосистеме, которые не попадают в вышеописанную классификацию.

1.4.1 Алгоритм поиска адаптивной траектории утяжеления для энергосистем большой размерности

В работах [64], [65] предлагается алгоритм поиска адаптивной траектории утяжеления, соответствующей наименьшему предельному перетоку активной мощности для текущей схемно-режимной ситуации в энергосистеме. Алгоритм предлагается применять для траектории утяжеления вида «генерация»–«нагрузка», т.е. когда в передающей части ЭС в качестве изменяемого режимного параметра используется мощности генерации, а в приемной части ЭС – мощности нагрузки.

Для определения вектора изменения режима используются особые узлы, для которых изменяется величина нагрузки. В данном алгоритме предлагается изменять величину активной и реактивной мощности нагрузки поочередно во всех нагрузочных узлах в приемной части энергосистемы вместе с этим увеличивать загрузку по активной мощности в одном из генераторов в передающей части ЭС при этом контролируя величину определителя матрицы Якоби уравнений узловых напряжений. Оценивается величина отношения изменения определителя матрицы Якоби в результате такого изменения режима к изменению генерации в узле в передающей части ЭС. Далее происходит ранжирование по наибольшему изменению матрицы Якоби при изменении режима для каждого нагрузочного узла энергосистемы и выбираются узлы, для которых такое изменение максимально. Данные узлы включаются в траекторию утяжеления.

1.4.2 Применение сингулярного анализа матрицы Якоби для повышения эффективности управления режимами работы электроэнергетических систем

В работе [66] разработан подход к определению предельных перетоков активной мощности в КС по статической апериодической устойчивости на основе сингулярного анализа матрицы Якоби.

Матрица Якоби представляется для уравнений узловых напряжений в форме баланса мощностей в полярных координатах:

$$J_{pS} = \begin{pmatrix} \frac{\partial W_P}{\partial \delta} & \frac{\partial W_P}{\partial U} \\ \frac{\partial W_Q}{\partial \delta} & \frac{\partial W_Q}{\partial U} \end{pmatrix}, \quad (1.34)$$

где $\frac{\partial W_P}{\partial \delta}$, $\frac{\partial W_P}{\partial U}$, $\frac{\partial W_Q}{\partial \delta}$, $\frac{\partial W_Q}{\partial U}$ – квадратные блоки-подматрицы матрицы J_{pS} , являющиеся частными производными от мнимой и действительной частей УУН по модулю и фазе узловых напряжений.

В результате сингулярного разложения матрицы Якоби образуются три матрицы:

$$J = W\Sigma V^T = \sum_{i=1}^k w_i \sigma_i v_i^T, \quad (1.35)$$

где $W = (w_1, w_2, \dots, w_k)$ и $V = (v_1, v_2, \dots, v_k)$ – ортогональные матрицы размером $(k \times k)$, их i -е столбцы являются, соответственно, i -м левым и i -м правым сингулярными векторами;

$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k)$ – диагональная матрица сингулярных значений.

Сингулярные числа σ_i матрицы A численно равны квадратным корням из общих собственных значений λ_i матриц $A^T A$ и AA^T :

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(A^T A)} = \sqrt{\lambda_i(AA^T)}. \quad (1.36)$$

Сингулярные значения располагаются по возрастанию: $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \dots \leq \sigma_k$.
Определяется минимальное сингулярное значение.

Левый и правый сингулярные векторы, связанные с минимальным сингулярным числом, называются первым левым и первым правым сингулярными векторами (w_1 и v_1). Узлам с максимальными компонентами первого правого сингулярного вектора соответствуют наибольшие изменения модулей и фаз напряжений, связанные и изменением небалансов активной и реактивной мощности. Величины компонент первого левого сингулярного вектора определяют узлы, изменение небалансов активной и реактивной мощности в которых вызывает наибольшую реакцию системы.

Элементы ЭЭС (узлы и ветви), параметры режима которых (фазы и модули напряжения, токи) в большей степени изменяются при случайных возмущениях, называются «сенсорные» (чувствительные) элементы или «сенсоры».

В работе показано, что чем меньше минимальное сингулярное значение матрицы Якоби, тем больше реакция системы на возмущение. Для оценки влияния параметров режима на сенсорность сети оценивается производная

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial f} = w_1^T \left(\frac{\partial J}{\partial f} \right) v_1. \quad (1.37)$$

Если в качестве параметра f выбрать напряжения в узлах сети, то можно определить те узлы, изменение напряжения в которых в наибольшей степени отразится на изменение сенсорности сети. В работе утверждается, что такие узлы являются критическими с точки зрения статической устойчивости, т.е. если одновременно одинаково утяжелять все узлы, то в найденных критических узлах наиболее вероятен коллапс напряжения. А при поочередном утяжелении каждого узла им требуется минимальное приращение мощности нагрузки до достижения предела по статической устойчивости. На основании вышеизложенного автор предлагает включать в траекторию утяжеления наиболее сенсорные узлы, т.к. при их утяжелении будут получаться наименьшие значения пределов по статической устойчивости.

1.4.3 Модальный подход к анализу статической устойчивости энергосистем

В [67] представлен модальный подход к анализу статической устойчивости энергосистем. В ходе традиционного метода последовательного метода утяжеления режима решается система нелинейных алгебраических уравнений, а в предлагаемом автором модальном подходе – система нелинейных алгебро-дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \dot{y} = f(y, z, v); \\ 0 = g(y, z, v), \end{cases} \quad (1.38)$$

где y – вектор переменных компонентов состояния размерности n , z – вектор статических компонентов состояния размерности l , v – вектор управления размерности m , $f(\cdot)$ и $g(\cdot)$ – нелинейные векторные функции, вид которых определяется математическими моделями синхронных машин, электрической сети и нагрузок.

Линеаризация системы уравнений (1.38) в окрестности установившегося положения равновесия дает линейные алгебро-дифференциальные уравнения в приращениях Δ :

$$\begin{cases} \dot{\Delta y} = (F_y | F_z) \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} + F_v \Delta v; \\ 0 = (G_y | G_z) \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} + G_v \Delta v. \end{cases} \quad (1.39)$$

Система уравнений (1.39) при условии обратимости матрицы Якоби G_z преобразуется к форме Коши:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1.40)$$

где \dot{x} – вектор состояния, u – вектор управления. Колебания в линеаризованных моделях ЭЭС определяются собственными значениями матрицы A :

$$\{\lambda_i: \det(\lambda_i E - A) = 0, i = 1, 2, \dots, n\}, \quad (1.41)$$

Если в традиционном методе последовательного утяжеления результатом расчета являются комплексные физические величины, то в модальном подходе данные величины представляются функциями времени. Производится анализ собственных значений на плоскости в осях действительных и мнимых значений. В результате оценка запаса по статической устойчивости выполняется по собственному значению с наименьшей действительной частью.

Преимуществом такого подхода является отсутствие необходимости вычислять определитель матрицы Якоби УУР, который имеет большой порядок (10^{258}) для больших схем (286 узлов), при этом подчеркивается простота определения «радиуса устойчивости». Кроме того, метод позволяет формировать обобщенные временные траектории динамической системы.

1.4.4 Применение других математических методов для задачи поиска предельного режима в энергосистеме

В работах [68], [69], [70] предлагается метод определения граничных режимов, предшествующих нарушению устойчивости энергосистемы с применением тропической геометрии над комплексными мультиполями балансов активных мощностей. Метод позволяет при известной динамике изменений напряжений в ходе утяжеления режима по заданной траектории утяжеления определять приближение режима энергосистемы к предельному.

Существуют работы по применению векторных измерений для задачи поиска предельного режима в энергосистеме. Так, в [71] предложено использовать дерево регрессии для прогнозирования запасов устойчивости энергосистемы с использованием в качестве исходных данных векторных изменений (модуля и угла напряжений). В [72] представлена схема исследования взаимосвязей, которая оценивает влияние различных переменных режима на запас устойчивости. При этом при наличии данных от векторных измерений данная схема может оценивать запас устойчивости в режиме онлайн. Другой способ ранжирования генераторов и ветвей с точки зрения их влияния на устойчивость энергосистемы предложен в [73], [74], [75]. В данном способе используется так называемый метод Channel Component Transform (ССТ), который разбивает энергосистему на эквивалентные подсистемы. Предлагается метод определения мест расположения РМУ, достаточных для оценки статической устойчивости энергосистемы. Модификация этого метода представлена в [76]. В [77] также представлен метод оценки запасов устойчивости в режиме онлайн, но в отличие от других методов учитываются дополнительно и пределы по реактивной мощности генераторных узлов.

Кроме того, есть работы, посвящённые использованию нейронных сетей и машинного обучения в поиске предельных режимов [78], [79], [80], [81], [82]. Как правило они используются для расчета различных показателей [83], [84], оценивающих устойчивость ЭС. Однако, по своей сути применение нейронных сетей вносит погрешность в оценку статической устойчивости. В работах рассматриваются величины таких погрешностей.

В последние годы различные методы поиска предельного режима применяются для разного рода задач, связанных с распределенной генерацией и с возобновляемыми источниками энергии [85], [86]. В [87], [88], [89] авторы показывают влияние ветряных ЭС на пропускную способность сети с использованием метода последовательного утяжеления режима. Также в литературе было изучено влияние солнечных ЭС на границы устойчивости [90]. В [91] прямой метод поиска предельного режим используется для определения оптимального расположения распределенной генерации в электрической сети.

1.5 Выводы по главе 1

1. В главе рассмотрены существующие методы поиска предельных режимов. Методы классифицированы на три группы: методы на основе последовательного утяжеления режима, метод на основе уравнений предельных режимов и методы на основе нелинейного программирования.
2. Подробно описан традиционный метод поиска предельного режима в заданном контролируемом сечении – метод последовательного утяжеления режима по заданной траектории утяжеления. Данный метод используется в настоящее время в процессе оперативно-диспетчерского управления. Преимуществом метода является его простота в использовании и применении как в ручных расчетах максимально (аварийно) допустимого перетока активной мощности в сечении, так и автоматических комплексах (в системе мониторинга запасов статической устойчивости). Недостатком метода является тот факт, что для контролируемых сечений, состоящих из нескольких линий и соединяющих крупные объединенные энергосистемы, может быть трудоемко выполнять ручной перебор различных вариантов траекторий утяжеления среди большого множества вариантов. Стоит отметить, что каждой траектории утяжеления соответствует различный предельный переток в контролируемом сечении. Процесс выбора вектора изменения режима, который приводит к наименьшему предельному перетоку в сечении, является эвристическим поиском, вследствие чего для абсолютно достоверного определения оптимальной траектории утяжеления необходимо перебрать все возможные. Размеры существующих объединенных энергосистем приводят к невозможности полного перебора всех ВИР, вследствие чего оптимальность ВИР (т. е. гарантия того, что режим, найденный с помощью ВИР, является режимом с наименьшим предельным перетоком активной мощности по сечению) зависит от опыта и профессиональности технолога, выполняющего расчет. Стоит также

учитывать, что в ремонтных схемах оптимальный ВИР может отличаться от найденного для нормальной схемы, что дополнительно усложняет расчет.

3. Рассмотрен аналитический метод поиска предельного режима на основе уравнений предельных режимов. Преимуществом такого метода является отсутствие необходимости в заранее заданном направлении утяжеления. Метод находит ближайший к текущему предельный режим, при этом мерой близости выступает геометрическая длина вектора коэффициентов запаса между текущим и предельным режимами. Недостатком метода является невозможность сопоставить коэффициенты запаса, определенные для разных исходных режимов, т.к. при этом используются разные базисы.
4. Рассмотрен метод на основе нелинейного программирования. В данном методе поиск осуществляется не с помощью последовательного утяжеления, а с помощью нелинейного программирования с минимизацией коэффициента, характеризующего расстояние от исходного режима до предельного в заданном направлении утяжеления. Недостатком такого метода является зависимость от заданной траектории утяжеления, при этом в последующих версиях алгоритма данный недостаток был исключен.
5. Рассмотрены аналоги метода последовательного утяжеления, метода на основе уравнений предельных режимов, метода на основе нелинейного программирования в зарубежной литературе.
6. В настоящее время принятым подходом к оперативно-диспетчерскому управлению является подход на основе контролируемых сечений. Важной задачей является поиск предельного перетока в конкретном заданном контролируемом сечении в каждом по отдельности. Однако, существующие разработки в области поиска предельных режимов (метод на основе уравнений предельных режимов, метод на основе нелинейного программирования) концентрируются на поиске ближайшего предельного режима в целом в энергосистеме, не рассматривая при этом конкретные контролируемые сечения. Таким образом, возникает необходимость

разработки более практически ориентированного метода, который бы выполнял поиск наименьшего предельного перетока в заданном контролируемом сечении. При этом такой метод должен устранять недостаток существующего метода последовательного утяжеления, т.е. поиск предельного режимы должен выполняться без необходимости перебора различных траекторий утяжеления. Такой метод предлагается в данной работе.

ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ПОИСКА ПРЕДЕЛЬНОГО РЕЖИМА С НАИМЕНЬШИМ ПЕРЕТОКОМ МОЩНОСТИ В ЗАДАННОМ СЕЧЕНИИ

В данной главе приводится математическая формулировка задачи поиска наименьшего предельного режима в заданном контролируемом сечении. Предлагаемый метод основан на применении процедуры нелинейного программирования. Описывается принятая целевая функция для минимизации, представляющая собой сумму перетоков активной мощности по линиям рассматриваемого сечения. Описываются заданные ограничения, в том числе ограничения на существование режима (невязки УУР равны нулю), а также на то, чтобы найденный режим был предельным (определитель матрицы Якоби УУР равен нулю). Приводятся преимущества использования в качестве уравнений, описывающих режим, уравнений потоковой модели.

2.1 Математическая формулировка целевой функции и ограничений в форме равенства и неравенства

Предлагаемый метод основан на решении классической задачи минимизации целевой функции при наличии ограничений типа равенств и типа неравенств. В качестве целевой функции выступает сумма перетоков активной мощности по линиям, входящим в КС:

$$OF = \min\left(\sum P_{ij}\right), \quad i \in \alpha_1, \quad j \in \alpha_2, \quad (2.1)$$

где $\alpha_1(\alpha_2)$ – множество узлов, которые являются узлами начала (конца) ветвей, входящих в КС, под α_1 понимаются узлы, входящие в избыточную часть энергосистемы, под α_2 понимаются узлы, входящие в приемную часть энергосистемы, P_{ij} – переток активной мощности по ветви $i-j$, входящей в КС.

Ограничения в форме равенства:

- все переменные X должны соответствовать УУР:

$$F(X) = 0, \quad (2.2)$$

где $F(X)$ – вектор невязок УУР, $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ – вектор переменных режима, состав которых зависит от формы записи уравнений установившихся режимов.

- определитель матрицы Якоби $\det J(X)$ системы УУР (2.2), равен нулю, что соответствует предельному режиму ЭЭС:

$$\det J(X) = 0. \quad (2.3)$$

Ограничения в форме неравенства:

- мощности узлов генерации имеют верхнюю и нижнюю границы. Верхняя граница обусловлена установленной мощностью генерирующего оборудования. Нижняя граница – 0. В качестве допущения на текущем этапе исследований принимается, что генераторы в узле могут работать при мощности в диапазоне от 0 до установленной:

$$0 \leq P_{gen\ i} \leq P_{gen\ i\ max}, \quad i = 1, 2, \dots, N_{PV}, \quad (2.4)$$

- мощности узлов нагрузки имеют верхний и нижний пределы, обусловленные графиком потребления или иными технологическими ограничениями, определяемыми технологом, выполняющим расчет:

$$P_{n\ i\ min} \leq P_{n\ i} \leq P_{n\ i\ max}, \quad i = 1, 2, \dots, N_{PQ}, \quad (2.5)$$

- предельный режим в КС между ЭС1 и ЭС2 может быть достигнут как в направлении от ЭС1 к ЭС2, так и от ЭС2 к ЭС1, поэтому необходимо задать дополнительное ограничение на направление перетока мощности в каждой линии, входящей в КС:

$$P_{ij} \geq 0, \quad i \in \alpha_1, \quad j \in \alpha_2, \quad (2.6)$$

Задачу предлагается решать методами нелинейного программирования. Ограничения в форме равенства учитываются с помощью метода Лагранжа. Ограничения в форме неравенства учитываются с помощью метода внутренней точки.

Важно отметить, что исходными известными данными для работы алгоритма являются:

- параметры схемы замещения электрической сети;
- наличие в сети балансирующего узла;
- диапазоны по активной и реактивной мощности генерации и нагрузки в узлах электрической сети.

Кроме того, исходной информацией является также и тот факт, что рассматриваемое КС может являться критическим сечением, т.е. в нем может происходить нарушение статической устойчивости. Под критическим сечением понимается такое сечение в ЭС, по которому наступает нарушение статической апериодической устойчивости ЭС при переходе через предельный режим. Применение алгоритма возможно только для сечений, которые могут быть критическими в данной схеме.

При применении алгоритма в вышеуказанной формулировке было выявлено, что данных ограничений недостаточно: не всегда минимальный переток по сечению является гарантией того, что предельный режим был найден в заданном сечении. Для примера рассмотрим следующую ситуацию (рисунок 2.1).

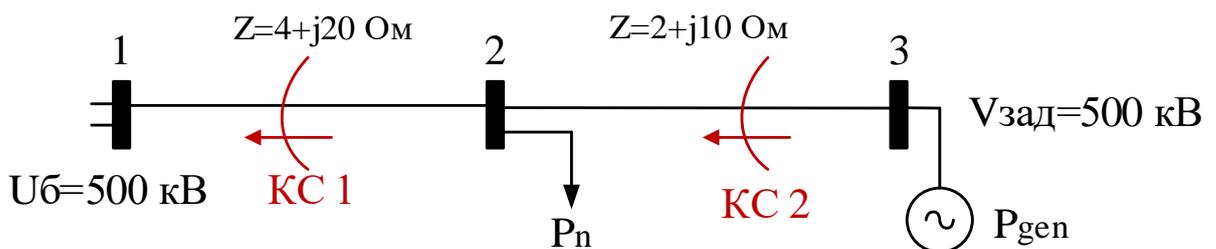


Рисунок 2.1 – Схема сети

Предположим, требуется найти предельный переток в КС 1. При вышеописанной математической постановке задачи алгоритм найдет предельный режим при максимальной загрузке генератора в узле 3 и максимальной нагрузке потребителя в узле 2. При этом переток в КС 1 будет нулевым (минимально возможным по условию (2.3)). Данный режим представлен на рисунке 2.2.

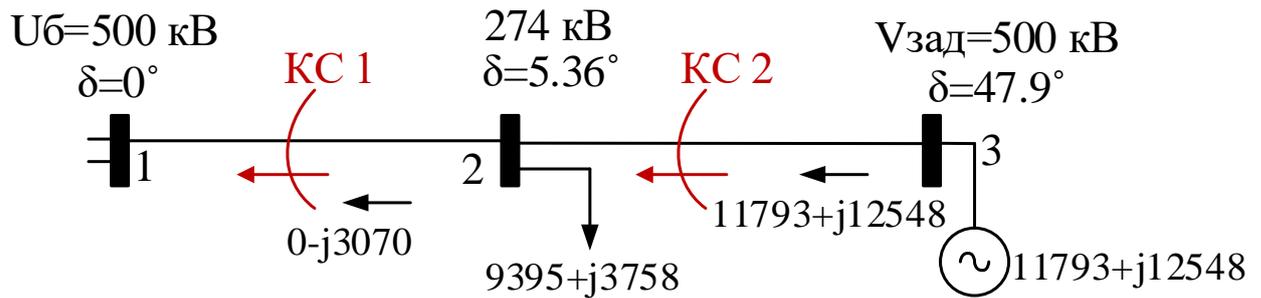


Рисунок 2.2 – Предельный режим при отсутствии ограничения на критическое сечение

В найденном режиме предел по статической устойчивости был достигнут в КС 2, а не в КС 1, как этого требовала постановка задачи. В связи с этим требуется применение дополнительного критерия, который должен учитывать, в каком именно сечении был достигнут предельный режим, иначе говоря, является ли рассматриваемое сечение критическим.

В литературе существуют методы определения критического сечения – сечения, по которому в аварийных режимах может происходить нарушение синхронной работы между энергосистемами или их частями. Рассмотрим способы определения критического сечения и возможность их использования для разрабатываемой задачи минимизации.

2.1 Способы поиска критического сечения в предельном режиме

Принципиально встречается 3 способа определить, в каком сечении энергосистемы наступил предельный режим.

2.1.1 Критерий с использованием разности углов

На практике наиболее простым критерием оказывается использование критерия на разность углов по концам связей в сечении. В предельном режиме разность углов напряжений по концам каждой из линий (связей), входящих в сечение, должна быть больше, чем разность углов напряжений по концам других линий (связей), не входящих сечение [92]. Этот критерий прост в проверке и может

был интегрирован в предлагаемый алгоритм в виде ограничения в форме неравенства:

$$\delta_i - \delta_j > \delta_k - \delta_m, \quad (2.7)$$

$$i \in \beta_1, \quad j \in \beta_2, \quad k \in \beta_3, \quad m \in \beta_4,$$

где β_1 (β_2) – множество узлов, которые являются узлами начала (конца) ветвей, входящих в КС, β_3 (β_4) – множество узлов, которые являются узлами начала (конца) ветвей, не входящих в КС, $\delta_i - \delta_j$ – разности углов по линиям, входящим в сечение, $\delta_k - \delta_m$ – разности углов по линиям, не входящим в сечение.

Под связью в данном случае понимается последовательность элементов электрической сети (линии электропередачи, трансформаторы, системы (секции) шин, коммутационные аппараты), соединяющих две части энергосистемы. В реальных энергосистемах встречаются случаи, когда длинный транзит, состоящий из нескольких ЛЭП, имеет промежуточные отборы мощности на трансформаторы, тогда в таком случае под связью понимается совокупность ЛЭП, входящих в такой транзит.

Отсюда возникает недостаток применения критерия на основе разности углов, который заключается в том, что для таких случаев, когда связь состоит из нескольких линий и входит в сечение, необходимо сравнивать разность углов не по концам одной линии, входящей в транзит, а по концам всего транзита. Это требует задания ограничений в форме неравенства в данном случае не на разность углов по концам ветвей (ЛЭП), а на разность углов по концам связей. Таким образом, данный факт требует дополнительного учета наличия и идентификации таких связей в энергосистеме, что усложняет автоматизацию данного критерия.

Для применения критерия критического сечения по разности углов для простейшей 2х-узловой схемы добавляется ограничение в виде:

$$\delta_1 - \delta_2 > \delta_2 - \delta_3. \quad (2.8)$$

Применение данного критерия в процедуре минимизации позволяет получить в результате работы предлагаемого метода следующий предельный режим:

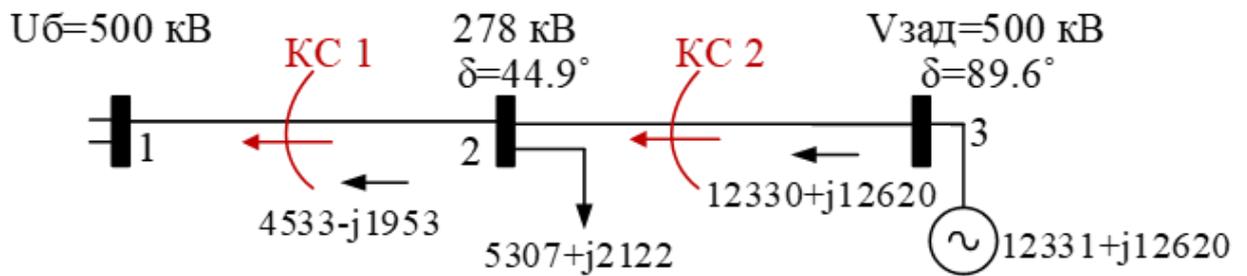


Рисунок 2.3 – Предельный режим при наличии ограничения на разность углов

В полученном режиме разность углов по линии 1-2 больше, чем по линии 2-3, режим является предельным, при этом достигнут наименьший переток в заданном сечении 1-2. Таким образом, алгоритм нашел корректный предельный режим.

2.1.2 Критерий на основе точки минимального напряжения

Второй критерий предполагает использование точки минимального напряжения (ТМН) [93], [94].

В методе рассматривается, как меняется напряжение на линии, на которой находится электрический центр качаний (ЭЦК) при асинхронном режиме. Распределение напряжения вдоль участка имеет вид:

$$\dot{U}_x = (1 - x)\dot{U}_0 + x\dot{U}, \quad (2.9)$$

где \dot{U}_0 , \dot{U} – напряжение в начале и конце ветви, $x \in [0,1]$ – относительное расстояние от начала участка (рисунок 2.4).

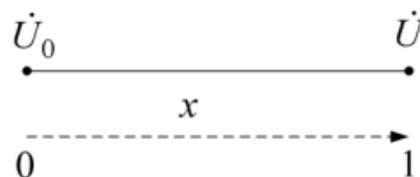


Рисунок 2.4 – Расчетная схема участка

На такой линии имеется точка, в которой напряжение минимально, следовательно, производная квадрата модуля напряжения равна нулю.

$$\frac{d}{dx} |\dot{U}_x|^2 = 0. \quad (2.10)$$

Такая точка получила название точка минимального напряжения. По мере развития асинхронного хода при развороте напряжений по концам участка, по которому пройдет сечение деления энергосистемы, положение ТМН стремится к точке ЭЦК, а напряжение ТМН – к нулю. В некоторый момент разворота углов напряжений ТМН совпадает с ЭЦК. Если в предельном режиме на линии находится ТМН, то при асинхронном режиме на ней будет находиться ЭЦК. Таким образом, в основе этого метода лежит допущение о том, что опасное сечение – такое сечение, на ветвях которого находится ТМН.

В работе [95] было получено выражение для коэффициента x :

$$x = \frac{1 - v \cos(\delta)}{1 - 2v \cos(\delta) + v^2}, \quad (2.11)$$

где $v = \frac{U}{U_0}$, $v = \frac{U}{U_0}$, δ – разность углов по концам передачи.

Ограничения на критическое сечение можно непосредственно задать в предлагаемый алгоритм в виде ограничения в форме неравенства:

$$0 \leq x \leq 1. \quad (2.12)$$

Коэффициент x для ветвей заданного КС должен находиться в диапазоне [0–1], т.е. ТМН должна находиться на линиях заданного КС.

Данный критерий был применен для режима на рисунке (2.3). В данном режиме перегружается КС2 (линия 2-3). Разность углов напряжений по концам линии 2-3 больше, чем по концам линии 1-2, т.е. по критерию по разности углов предельный режим достигается по линии 2-3.

Вычислим для него коэффициенты опасного сечения x :

$$x_{12} = \frac{1 - \frac{U}{U_0} \cos(\delta)}{1 - 2 \frac{U}{U_0} \cos(\delta) + \left(\frac{U}{U_0}\right)^2} = \frac{1 - \frac{274}{500} \cos(5,36^\circ)}{1 - 2 \frac{274}{500} \cos(5,36^\circ) + \left(\frac{274}{500}\right)^2} = 2,17 \quad (2.13)$$

$$x_{23} = \frac{1 - \frac{U}{U_0} \cos(\delta)}{1 - 2 \frac{U}{U_0} \cos(\delta) + \left(\frac{U}{U_0}\right)^2} = \frac{1 - \frac{500}{270} \cos(42,5^\circ)}{1 - 2 \frac{500}{270} \cos(42,5^\circ) + \left(\frac{500}{270}\right)^2} = -0,21 \quad (2.14)$$

Исходя из таких значений, нельзя на основе коэффициента опасного сечения сделать однозначный вывод о том, какое сечение является критическим. Для более глубокого анализа линия была разбита на малые участки одинакового сопротивления. График модулей напряжения в каждой точке линий приведен на рисунке 2.5. На графике по оси абсцисс указаны номера узлов.

На графике синие линии отображают фактические значения напряжения в промежуточных точках линий, а серые – дорасчетные значения. Дорасчетные значения (промежуточные напряжения на линии) могут быть вычислены по формуле (2.9). Серая линия между точками 2 и 3 на графике получена путём подстановки в формулу (2.9) для линии 1-2 значений больше 1. Аналогично серая линия между точками 1 и 2 на графике получена путём подстановки в формулу (2.9) для линии 2-3 значений меньше нуля.

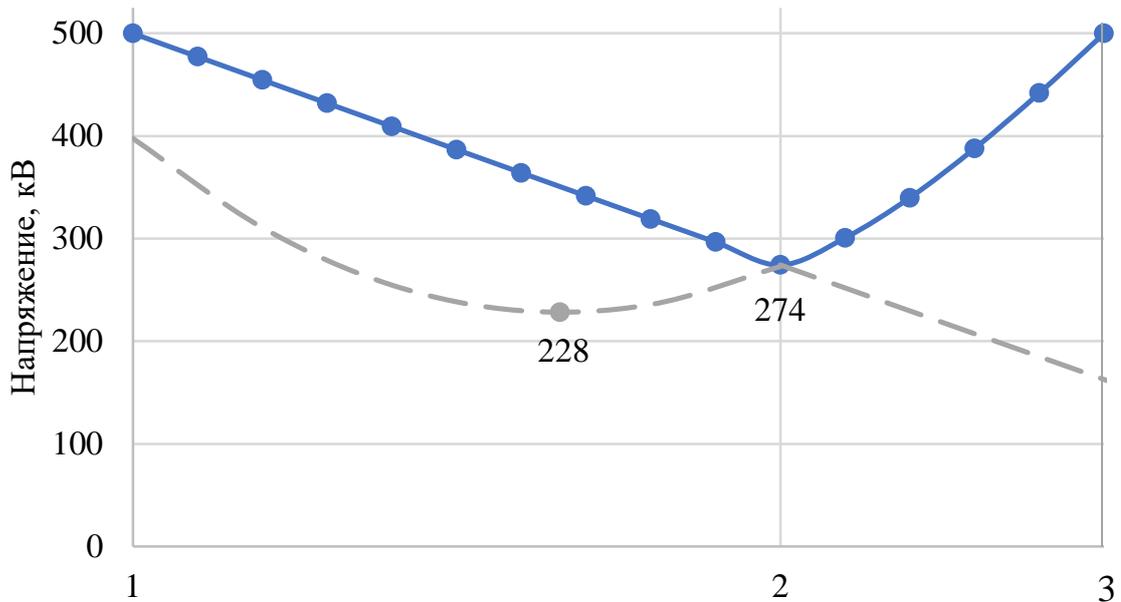


Рисунок 2.5 – График напряжения

При поиске точки минимального напряжения выполняется расчёт экстремума функции путем приравнивания к нулю ее производной. В рассматриваемом примере оказывается, что экстремум функции напряжения линии 2-3 находится на линии 1-2. Аналогично для функции напряжения 1-2. То есть экстремумы функции напряжения по линиям находятся по разные стороны от узла 2, а фактическое минимальное напряжение находится непосредственно в узле 2. Узел относится к обоим ветвям, и в таком случае нельзя однозначно определить, по какой именно линии проходит критическое сечение [96]. При использовании данного критерия опасного сечения в процедуре нелинейного программирования для предлагаемого метода возникает необходимость задавать дополнительное ограничение, например, по разности углов, чтобы корректно определить местонахождение точки минимального напряжения.

Кроме того, стоит отметить, что даже для простого случая, когда ТМН располагается на линии, задание только ограничения на коэффициенты опасного сечения недостаточно, т.к. данный коэффициент может быть в границах от 0 до 1 не только на линиях перегружаемого сечения, но и на других линиях. Это особенно видно при применении критерия для более крупных схем (12 узлов).

Для корректного использования критерия минимального напряжения необходимо кроме ограничения на коэффициенты опасного сечения добавлять дополнительные ограничения на то, чтобы напряжение в ТМН на линиях, входящих в сечение, было меньше, чем на других линиях, у которых коэффициент x находится также в диапазоне $[0-1]$. Данное условие имеет этапность (т.е. сперва определяются линии, у которых $x \in [0,1]$, затем они ранжируются по напряжению в ТМН), что делает невозможным применение его в процедуре нелинейного программирования. Альтернативным способом без этапности вычислений является добавление ограничения на все ветви, а не только у которых $x \in [0,1]$. В этом случае ограничения будут иметь вид

$$U_{\text{ТМН } ij} < U_{\text{ТМН } km}, \quad (2.15)$$

где $U_{ТМН ij}$ – напряжения в ТМН на линиях, входящих в рассматриваемое сечение, $U_{ТМН km}$ – напряжения в ТМН на линиях, не входящих в рассматриваемое сечение.

То есть общее число ограничений для работоспособности метода будет определяться количеством пар ветвей входящих и не входящих в сечение и количеством ветвей в сечении.

2.1.3 Критерий на основе анализа собственных векторов матрицы Якоби

Метод на основе анализа матрицы Якоби предложен в [97], [98] и заключается в следующем. Автором работы показано, что направление изменения вектора взаимных углов напряжения по линиям связи определяется направлением правого собственного вектора матрицы $\frac{\partial W}{\partial X}$ коэффициентов системы малых колебаний, отвечающего нулевому собственному значению. Описание элементов матрицы $\frac{\partial W}{\partial X}$ и описание допущений, при которых данная матрица совпадает с матрицей Якоби уравнений, описывающих установившийся режим, приведено в разделе 2.3.1. Тогда под критическим сечением в этом методе понимают совокупность линий, на которых переход от предельного режима к неустойчивому режиму сопровождается неограниченным возрастанием взаимных углов. Критическое сечение будет состоять из связей, с наибольшими разностями компонент вектора матрицы коэффициентов системы малых колебаний. Было математически сформулировано изменение взаимных углов по линии связи с помощью правого собственного вектора R_1 матрицы коэффициентов системы малых колебаний, отвечающего нулевому собственному значению и матрицы связности $[C]$

$$\delta_{line_start} - \delta_{line_final} = [C]\delta \approx [C]R_1\eta_1 e^{\gamma_1^{0.5}t}, \quad (2.16)$$

где

$$\eta_1 = 0,5L_1^T(\delta_0 + \gamma_1^{-0.5}\omega_0), \quad (2.17)$$

где L_1 – левый собственный вектор системы малых колебаний.

При переходе от предельного установившегося к неустойчивому режиму происходит неограниченное возрастание углов по связям, которые входят в критическое сечение. Поскольку разность углов по линии определяется R_1 в соответствии с (2.16), то критические сечения будут определяться ветвями, которым соответствует наибольшая разность элементов R_1 .

В связи с тем, что матрица линеаризованных уравнений малых колебаний практически совпадает с матрицей Якоби (допущения, при которых это справедливо, указаны в п.2.4) для определения критического сечения можно также использовать правый собственный вектор матрицы Якоби. Это дает возможность выявить сечение, в котором происходит нарушение устойчивости, с помощью результатов расчета установившихся режимов.

В предельном режиме одно из собственных значений матрицы Якоби, а также ее определитель должны быть равны нулю. Ввиду специфики представления чисел с плавающей точкой невозможно вычислить режим, в котором определитель матрицы Якоби равен нулю, а возможно лишь приблизиться к нему с точностью, определяемой форматом представления числа с плавающей точкой.

Поиск критического сечения основывается на анализе графа электрической сети (рисунок 2.6):

1. в качестве веса каждой ветви графа используется для число S_j , равное разности соответствующих компонент правого собственного вектора (рисунок 2.6 а);
2. определяется ветвь с максимальным весом S_j (линия $a-b$ с $S_1 = \max(S_j)$ на рисунке 2.6 а) и выполняется ее исключение из графа сети;
3. выполняется стандартный алгоритм поиска кратчайшего пути в графе по [99], соединяющего узлы a и b (S_9, S_2, S_3, S_{11} на рисунке 2.6 б). В новом найденном определяется ветвь с максимальным весом S_j и также исключается из графа. Алгоритм итерационно исключает ветви между узлами a, b пока между ними существует хотя бы один путь.

Разрезанные линии ($a-b$, $c-d$, $e-f$ на рисунке 2.6 в) образуют критическое сечение.

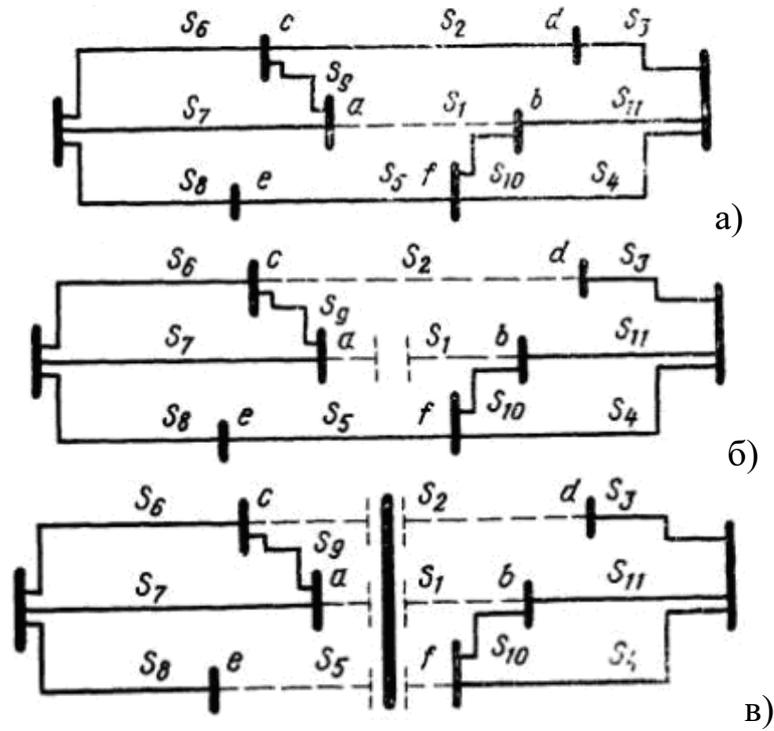


Рисунок 2.6 – Определение критического сечения на основе анализа собственных чисел матрицы Якоби

Касательно применения критерия на основе анализа правого собственного вектора матрицы Якоби УУР необходимо отметить, что для его вычисления необходим поиск собственных чисел матрицы Якоби. При этом для вычисления собственных чисел нужно искать корни полинома n -ой степени, что является вычислительно трудозатратным. Кроме того, в связи с наличием внутренней итерационной процедуры и анализа графа ЭС в настоящее время отсутствуют подходы, которые позволили бы применить данный метод в процедуре нелинейного программирования в виде ограничения или элемента целевой функции.

2.1.4 Выводы по способам определения критического сечения

В таблице 2.1 показана сводная информация по рассмотренным методам определения сечения, по которому происходит нарушение статической апериодической устойчивости в ЭС в предельном режиме.

Таблица 2.1 – Сравнение критериев определения критического сечения

	Плюсы	Минусы
По разности углов	-простой в применении -может быть использован в алгоритме минимизации	-при наличии нескольких элементов в одной связи требуются дополнительные преобразования схемы
На основе ТМН	- не зависит от конфигурации схемы -может быть использован в алгоритме минимизации	-неоднозначность работы в крайних точках ветви (когда ТМН находится в узле)
По собственным векторам матрицы Якоби	- не зависит от конфигурации схемы	-требуется вычисление собственных чисел -невозможно применить в алгоритме минимизации

Таким образом, для применения в разработанном алгоритме поиска предельного режима с наименьшим перетоком мощности в заданном сечении был выбран метод на основе разности углов, т.к. его возможно применить в процедуре нелинейного программирования в качестве ограничения в виде неравенства. Его основной недостаток, связанный с некорректным учетом угла по связи при наличии нескольких элементов (нескольких коротких ЛЭП), может быть решен путем либо эквивалентирования, либо изначальным заданием в алгоритме разности углов напряжений не по концам ветвей, а по концам связей в качестве ограничения.

2.2 Сравнение уравнений установившегося режима в форме узловых напряжений и в потоковой модели

2.2.1 Уравнения узловых напряжений

Рассмотрим более подробно уравнения, описывающие установившегося режим. На сегодняшний день наибольшее распространение для расчета

установившихся режимов получили [100] уравнения узловых напряжений (УУН) ввиду простоты автоматизации. Для сложнзамкнутых высоковольтных сетей при наличии узлов генерации применяются УУН в форме баланса мощностей в полярных координатах, как например, в ПК *RastrWin*:

$$P_k(P_k, V, \delta) = P_k - V_k^2 G_{kk} - V_k \sum_{m \in A_k} V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}) = 0, \quad (2.18)$$

$$k \in A_{PV} \cup A_{PQ},$$

$$Q_k(Q_k, V, \delta) = Q_k + V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in A_k} V_m (B_{km} \cos \delta_{km} - G_{km} \sin \delta_{km}) = 0, \quad (2.19)$$

$$k \in A_{PQ},$$

где неизвестными являются V и δ – модули и углы напряжений узлов, A_k – множество узлов, смежных с узлом k , A_{PQ} , A_{PV} – множества узлов соответственно типа PQ и PV .

При решении такой системы УУН методом Ньютона применяется линеаризация, в ходе которой функция синуса и косинуса заменяется линейной аппроксимацией. Известно, что вблизи предельных режимов линейная система уравнений на шаге итерации метода Ньютона плохо обусловлена и наблюдается численная неустойчивость.

2.2.2 Уравнения потоковой модели

Существуют альтернативные системы уравнений, описывающие установившийся режим. Так, например, в [101], [102] предложена потоковая модель установившегося режима. В качестве неизвестных принимаются потоки активной (P^H) и реактивной (Q^H) мощности начала ветвей, а также модули узловых напряжений (V):

$$X = \{P^H, Q^H, V\}. \quad (2.20)$$

Для потоковой модели система уравнений установившегося режима состоит из трех групп: уравнения балансов узлов по активной и реактивной мощности

(2.21), (2.22), уравнения падения напряжения для каждой линии (2.25), (2.26) и дополнительных контурных уравнений (2.27).

Уравнения баланса узлов по активной и реактивной мощности:

$$P(P^H, Q^H, V) = \sum (P_{ij}^H) - \sum (P_{ki}^H - \Delta P_{ki}) + P_i + V_i^2 G_i = 0, \quad (2.21)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_{PQ} + N_{PV};$$

$$Q(P^H, Q^H, V) = \sum (Q_{ij}^H) - \sum (Q_{ki}^H - \Delta Q_{ki}) + Q_i + V_i^2 B_i = 0, \quad (2.22)$$

$$i = 1, 2 \dots N_{PQ}.$$

где N_{PQ} – число PQ узлов в схеме; N_{PV} – число PV узлов в схеме;

$\sum(P_{ij}^H)$ и $\sum(Q_{ij}^H)$ ($\sum(P_{ij}^K)$ и $\sum(Q_{ij}^K)$) – сумма активных и реактивных мощностей, которые вытекают из узла i (втекают в узел i) по ветвям; P_i и Q_i – активная и реактивная мощность узла i ; G_i – активная проводимость шунта в i -том узле; B_i – реактивная проводимость шунта в i -том узле; ΔP_{ki} и ΔQ_{ki} – потери активной и реактивной мощности в ветвях:

$$\Delta P_{ki} = \frac{P_{ki}^{H^2} + Q_{ki}^{H^2}}{V_k^2} R_{ki}, \quad (2.23)$$

$$\Delta Q_{ki} = \frac{P_{ki}^{H^2} + Q_{ki}^{H^2}}{V_k^2} X_{ki}. \quad (2.24)$$

Уравнения падения напряжения для каждой из M линии:

$$\Delta V(P^H, Q^H, V) = \sqrt{(V_k - \Delta V'_{ki})^2 + (\Delta V''_{ki})^2} - V_i = 0, \quad ki = 1, 2, \dots, M, \quad (2.25)$$

где продольная $\Delta V'_{ki}$ и поперечная $\Delta V''_{ki}$ составляющие падения:

$$\Delta V'_{ki} = \frac{P_{ki}^H \cdot R_{ki} + Q_{ki}^H \cdot X_{ki}}{V_k}, \quad \Delta V''_{ki} = \frac{P_{ki}^H \cdot X_{ki} - Q_{ki}^H \cdot R_{ki}}{V_k}. \quad (2.26)$$

Дополнительные уравнения для системы для всех L независимых замкнутых контуров:

$$\sum \arctan\left(\frac{\Delta V''_{ki}}{V_k - \Delta V'_{ki}}\right) = 0, \quad ki = 1, 2, \dots, L. \quad (2.27)$$

Исходные данные как для УУН, так и для потоковой модели одинаковы. Несмотря на то, что неизвестные переменные в УУН и для системы уравнений потоковой модели (2.21)–(2.27) отличаются, результатом расчета является один и тот же режим.

Сравнение характеристик УУН и потоковой модели приведено в таблице 2.2. При одинаковых исходных данных рассматриваемые формы записи отличаются набором уравнений, что дает потоковой модели два принципиальных преимущества с точки зрения расчета предельных режимов и процедуры нелинейного программирования.

Таблица 2.2 – Сравнение УУН и потоковой модели

	УУН в полярной системе координат	Потоковая модель
Исходные данные	– сопротивления элементов электрической сети; – активная, реактивная мощности нагрузки; – активная мощности генерации, напряжение узла генерации	– сопротивления элементов электрической сети; – активная, реактивная мощности нагрузки; – активная мощности генерации, напряжение узла генерации
Типы узлов	PQ, PV, V δ	PQ, PV, V δ
Неизвестные переменные	$X = \{V, \delta\}$	$X = \{P^H, Q^H, V\}$
Число уравнений	$2 \cdot N_{PQ} + N_{PV}$	$N_{PQ} + 2M$
Наличие sin и cos углов напряжений	Да	Нет

В уравнениях потоковой модели присутствуют сопротивления ветвей (вместо проводимостей, которые присутствуют в УУН и попадают в итоговую систему уравнений в матрицу проводимости). В случае коротких ветвей или ветвей с нулевым сопротивлением (например, реактивное сопротивление обмотки СН автотрансформатора) это будет приводить к плохой обусловленности УУН, поскольку в матрице проводимости будут сильно разноразмерные элементы. Близкие к нулю сопротивления (близкие к бесконечности проводимости) будут значительно

увеличивать диагональные элементы матрицы проводимости, так называемые собственные проводимости узлов, что будет иметь наибольший вклад в плохую обусловленность. При этом потоковая модель является абсолютно нечувствительной к неоднородности параметров схемы замещения элементов сети и обеспечивает возможность расчета схем при наличии в них ветвей даже с нулевым сопротивлением [101], [103].

С точки зрения расчёта предельных режимов проблема использования УУН заключается в том, что в уравнениях присутствует функция синуса от разности углов по связи. Вблизи предельных режимов функция синуса при линеаризации даёт значительную погрешность. Данный факт может привести к ситуации, когда расчет режима расходится, при этом такой режим существует. Если этот фактор накладывается на плохую обусловленность, вызванную разноразмерными параметрами схемы замещения, то это будет усугублять плохую обусловленность и ухудшать вычислительные характеристики. В случае с потоковой моделью данная проблема отсутствует.

Кроме того, отсутствие синусов и косинусов углов напряжений в уравнениях потоковой модели дает преимущество с точки зрения ускорения расчета. Во время процедуры минимизации, в ходе которой выполняется взятие производных по всем переменным от уравнений, описывающих режим, данное свойство приводит к отсутствию синусов и косинусов и в самих производных, что позволяет значительно ускорить и упростить расчет. Этот аспект подробнее рассмотрен в разделе 3.3.1.

Потоковая модель имеет недостаток – увеличенное число уравнений и неизвестных, по сравнению с УУН. Для устранения данного недостатка существует алгоритм ускорения расчета для потоковой модели [102].

Таким образом, для предлагаемого алгоритма поиска предельного режима с наименьшим перетоком в заданном контролируемом сечении предлагается использовать уравнения режима в форме потоковой модели.

2.3 Аспекты применения ограничения на определитель матрицы Якоби уравнений установившегося режима

2.3.1 Допущения для применения критерия равенства нулю определителя матрицы Якоби УУР

Критерием предельного режима является равенство нулю определителя матрицы линеаризованных уравнений малых колебаний $\frac{\partial W}{\partial X}$ [104], [105]. При переходе режима из устойчивого в неустойчивый определитель $\frac{\partial W}{\partial X}$ меняет свой знак.

$$\det \frac{\partial W}{\partial X} = 0, \quad (2.28)$$

где $\frac{\partial W}{\partial X}$ – матрица Якоби, отвечающая правым частям системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы в ЭС при малых возмущениях.

Элементы матрицы $\frac{\partial W}{\partial X}$ имеют следующий вид (то есть уравнения переходных процессов в энергосистеме при малых отклонениях от состояния равновесия):

– уравнения движения роторов генераторов (если в качестве балансирующих узлов выбраны шины бесконечной мощности, а для генерирующих узлов в качестве неизвестных переменных заданы P и U):

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \sum_{j=k+1}^n \frac{\partial P_i}{\partial U_j} \Delta U_j = 0, \quad (2.29)$$

$$i = 1, \dots, k;$$

– уравнения балансов мощностей в узлах нагрузок:

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \frac{\partial P_i}{\partial U_j} \Delta U_j \right) - \frac{\partial P_{ni}(U)}{\partial U_i} \Delta U_i = 0, \quad (2.30)$$

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \frac{\partial Q_i}{\partial U_j} \Delta U_j \right) - \frac{\partial Q_{ni}(U)}{\partial U_i} \Delta U_i = 0, \quad (2.31)$$

где $1, \dots, k$ – генерирующие узлы системы, $k + 1, \dots, n$ – узлы нагрузок, U_i, δ_i – напряжения и углы напряжений узлов, P_i, Q_i – мощности, притекающие в узел i ; $P_{ni}(U), Q_{ni}(U)$ – статические характеристики нагрузки узла i , в частном случае $P_{ni} = const, Q_{ni} = const$.

При определенных условиях определитель матрицы $\frac{\partial w}{\partial x}$ одновременно меняет знак с определителем матрицы Якоби УУР. Если выполняются ряд допущений, то определитель матрицы линеаризованных уравнений переходных процессов практически совпадает с определителем матрицы Якоби УУР. Допущения при формировании линеаризованных уравнений переходных процессов:

- a) механическая мощность на валу каждого генератора остается постоянной;
- b) генератор моделируется без учета демпферных контуров;
- c) в математической модели генератора активное сопротивление принимается равным нулю;
- d) один из генераторов моделируется как шины бесконечной мощности;
- e) напряжения на зажимах генератора принимаются постоянным, и не учитывается инерция в АРВ;
- f) для нагрузок заданы статические характеристики по напряжению.

При формировании уравнений, описывающих установившийся режим, выполняются следующие условия:

- генераторные узлы заданы как PV-узлы;
- в сети присутствует балансирующий базисный узел, который совпадает с шинами бесконечной мощности;
- узлы нагрузок учитываются такими же статическими характеристиками, как и при расчете статической устойчивости.

При данных условиях знак определителя матрицы Якоби УР дает информацию о статической устойчивости рассматриваемого режима как при

представлении напряжений узлов в полярной, так и в прямоугольной системе координат.

Таким образом, режим является предельным, если матрица Якоби УУР является вырожденной при вышеуказанных допущениях. Данные допущения выполняются также и для потоковой модели, поэтому при разработке метода в работе в качестве ограничения на условие предельности режима используется равенство нулю определителя матрицы Якоби (2.3).

2.3.2 Линеаризация уравнений потоковой модели

В качестве уравнений, описывающих установившийся режим, выбрана потоковая модель. Далее выполняется линеаризация потоковой модели, которая может быть применена как для расчета режима с помощью метода Ньютона, так и для процедуры минимизации. Уравнения потоковой модели в векторной форме имеют вид:

$$\begin{aligned} P(P^H, Q^H, V) &= 0; \\ Q(P^H, Q^H, V) &= 0; \\ V &= 0; \\ \delta &= 0. \end{aligned} \tag{2.32}$$

Линеаризация системы уравнений (2.32) имеет вид:

$$\begin{array}{c} N_{PQ} + N_{PV} \\ N_{PQ} \\ M \\ L \end{array} \begin{array}{c} M \\ M \\ N_{PQ} \\ L \end{array} \begin{array}{c} \frac{\partial P}{\partial P^H} \\ \frac{\partial P}{\partial Q^H} \\ \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial P^H} \\ \frac{\partial Q}{\partial Q^H} \\ \frac{\partial Q}{\partial V} \\ \frac{\partial V}{\partial P^H} \\ \frac{\partial V}{\partial Q^H} \\ \frac{\partial V}{\partial V} \\ \frac{\partial \delta}{\partial P^H} \\ \frac{\partial \delta}{\partial Q^H} \\ \frac{\partial \delta}{\partial V} \end{array} \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} P^H \\ Q^H \\ V \end{array} \right| = - \left| \begin{array}{c} P \\ Q \\ V \\ \delta \end{array} \right|, \end{array} \tag{2.33}$$

где элементы матрицы Якоби выглядят как:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial P^H}\right) = \frac{\partial P_i}{\partial P_m^H} = \begin{cases} 1, & m = ij; \\ 1 - 2\frac{P_m^H}{V_k^2}R_m, & m = ki; \end{cases} \quad (2.34)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial Q^H}\right) = \frac{\partial P_i}{\partial Q_m^H} = \begin{cases} 0, & m = ij; \\ -2\frac{Q_m^H}{V_k^2}R_m, & m = ki; \end{cases} \quad (2.35)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right) = \frac{\partial P_i}{\partial V_m} = \begin{cases} 0, & m = j; \\ 2\frac{P_{ki}^H{}^2 + Q_{ki}^H{}^2}{V_k^3}R_{ki}, & m = k; \\ 2V_iG_i, & m = i; \end{cases} \quad (2.36)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial P^H}\right) = \frac{\partial Q_i}{\partial P_m^H} = \begin{cases} 0, & m = ij; \\ -2\frac{P_{ki}^H}{V_k^2}X_{ki}, & m = ki; \end{cases} \quad (2.37)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial Q^H}\right) = \frac{\partial Q_i}{\partial Q_m^H} = \begin{cases} 1, & m = ij; \\ 1 - 2\frac{Q_{ki}^H{}^2}{V_k^2}X_{ki}, & m = ki; \end{cases} \quad (2.38)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial V}\right) = \frac{\partial Q_i}{\partial V_m} = \begin{cases} 0, & m = j; \\ 2\frac{P_{ki}^H{}^2 + Q_{ki}^H{}^2}{V_k^3}X_{ki}, & m = k; \\ 2V_iB_i, & m = i; \end{cases} \quad (2.39)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P^H}\right) = \frac{\partial V}{\partial P_{ki}^H} = \frac{-R_{ki}V_k^2 + P_{ki}^H(R_{ki}^2 + X_{ki}^2)}{V_k\sqrt{(Q_{ki}^H R_{ki} - P_{ki}^H X_{ki})^2 + (P_{ki}^H R_{ki} - V_k^2 + Q_{ki}^H X_{ki})^2}}; \quad (2.40)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial Q^H}\right) = \frac{\partial V}{\partial Q_{ki}^H} = \frac{-X_{ki}V_k^2 + Q_{ki}^H(R_{ki}^2 + X_{ki}^2)}{V_k\sqrt{(Q_{ki}^H R_{ki} - P_{ki}^H X_{ki})^2 + (P_{ki}^H R_{ki} - V_k^2 + Q_{ki}^H X_{ki})^2}}; \quad (2.41)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial V}\right) = \frac{\partial V}{\partial V_m} = \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{cases} \frac{V_k^4 - (P_{ki}^H)^2(R_{ki}^2 + X_{ki}^2) - (Q_{ki}^H)^2(R_{ki}^2 + X_{ki}^2)}{V_k^2 \sqrt{(Q_{ki}^H R_{ki} - P_{ki}^H X_{ki})^2 + (P_{ki}^H R_{ki} - V_k^2 + Q_{ki}^H X_{ki})^2}}, m = k; \\ -1, m = i; \end{cases} \\
&\quad \left(\frac{\partial \delta}{\partial P^H} \right) = \frac{\partial \delta}{\partial P_{ki}^H} = \\
&= \frac{V_k^2 X_{ki} - Q_{ki}^H (R_{ki}^2 + X_{ki}^2)}{-2P_{ki}^H R_{ki} V_k^2 + V_k^4 - 2Q_{ki}^H V_k^2 X_{ki} + (P_{ki}^H)^2 (R_{ki}^2 + X_{ki}^2) + (Q_{ki}^H)^2 (R_{ki}^2 + X_{ki}^2)}; \quad (2.43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\quad \left(\frac{\partial \delta}{\partial Q^H} \right) = \frac{\partial \delta}{\partial Q_{ki}^H} = \\
&= \frac{-V_k^2 R_{ki} + P_{ki}^H (R_{ki}^2 + X_{ki}^2)}{-2P_{ki}^H R_{ki} V_k^2 + V_k^4 - 2Q_{ki}^H V_k^2 X_{ki} + (P_{ki}^H)^2 (R_{ki}^2 + X_{ki}^2) + (Q_{ki}^H)^2 (R_{ki}^2 + X_{ki}^2)}; \quad (2.44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\quad \left(\frac{\partial \delta}{\partial V} \right) = \frac{\partial \delta}{\partial V_k} = \\
&= \frac{2V_k (Q_{ki}^H \cdot R_{ki} - P_{ki}^H \cdot X_{ki})}{-2P_{ki}^H R_{ki} V_k^2 + V_k^4 - 2Q_{ki}^H V_k^2 X_{ki} + (P_{ki}^H)^2 (R_{ki}^2 + X_{ki}^2) + (Q_{ki}^H)^2 (R_{ki}^2 + X_{ki}^2)}; \quad (2.45)
\end{aligned}$$

2.4 Итоговая математическая постановка задачи

Таким образом, итоговое математическое представление разработанного алгоритма выглядит следующим образом:

– целевая функция в виде суммы перетоков активной мощности по ветвям заданного сечения, выраженная через перетоки начала и конца ветвей с учетом потерь:

$$OF = \sum_{a \in \gamma_1, b \in \gamma_2} P_{ab}^H + \sum_{c \in \gamma_3, d \in \gamma_4} \left(P_{cd}^H - \frac{P_{cd}^H{}^2 + Q_{cd}^H{}^2}{V_c^2} R_{cd} \right), \quad (2.46)$$

где $\gamma_1(\gamma_2)$ – множество узлов, которые являются узлами начала (конца) ветвей, входящих в КС, учитываемые в целевой функции перетоком активной мощности в условном *начале* ветви; $\gamma_3(\gamma_4)$ – множество узлов, которые являются узлами начала (конца) ветвей, входящих в КС, учитываемые в целевой функции перетоком активной мощности в условном *конце* ветви; P_{ab}^H (P_{cd}^H) – активная мощность начала ветви, входящей в контролируемое сечение и учитываемой с перетоком в начале (конце) ветви, Q_{cd}^H – реактивная мощность начала ветви, входящая в контролируемое сечение и учитываемая с перетоком в конце ветви, R_{cd} – активное сопротивление ветви, входящей в сечение, V_c – напряжение в начале ветви cd .

Каждая ветвь, входящая в заданное сечение, для которого осуществляется поиск наименьшего предельного перетока, учитывается в целевой функции один раз – или с помощью перетоков начала ветви, или с помощью перетоков конца ветви.

При ограничениях в форме равенства:

– на уравнения установившегося режима:

$$\sum (P_{ij}^H) - \sum (P_{ki}^H - \Delta P_{ki}) + P_i + V_i^2 G_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_{PQ} + N_{PV}; \quad (2.47)$$

$$\sum (Q_{ij}^H) - \sum (Q_{ki}^H - \Delta Q_{ki}) + Q_i + V_i^2 B_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_{PQ}; \quad (2.48)$$

$$\sqrt{(V_k - \Delta V'_{ki})^2 + (\Delta V''_{ki})^2} - V_i = 0, \quad ki = 1, 2, \dots, M; \quad (2.49)$$

$$\sum \arctan\left(\frac{\Delta V''_{ki}}{V_k - \Delta V'_{ki}}\right) = 0, \quad ki = 1, 2, \dots, L; \quad (2.50)$$

– на равенство нулю определителя матрицы Якоби:

$$\det J(X) = 0. \quad (2.51)$$

При ограничениях в форме неравенства:

– по генерации и нагрузке в узлах:

$$0 \leq P_{gen\ i} \leq P_{gen\ i\ max}, \quad i = 1, 2, \dots, N_{PV}; \quad (2.52)$$

$$P_{n\ i\ min} \leq P_{n\ i} \leq P_{n\ i\ max}, \quad i = 1, 2, \dots, N_{PQ}; \quad (2.53)$$

– на направление перетока мощности в каждой линии, входящей в КС:

$$P_{ij}^H \geq 0, \quad i \in \alpha_1, \quad j \in \alpha_2, \quad (2.54)$$

где $\alpha_1(\alpha_2)$ – множество узлов, которые являются узлами начала (конца) ветвей, входящих в КС;

– на то, чтобы перегружаемым сечением было заданное сечение:

$$\delta_i - \delta_j > \delta_k - \delta_m, \quad (2.55)$$

$$i \in \beta_1, \quad j \in \beta_2, \quad k \in \beta_3, \quad m \in \beta_4,$$

Применение ограничения (2.51) на определитель матрицы Якоби подробно описано в разделе 3.3.1.

2.5 Формулировка задачи поиска наименьшего предельного перетока в терминах нелинейного программирования

В процедуре нелинейного программирования (минимизации) неизвестными переменными являются активная мощность генераторов и нагрузок. Целевая функция, выраженная через перетоки начала и конца ветви с учетом потерь, выглядит следующим образом:

$$OF = \sum_{a \in \gamma_1, b \in \gamma_2} P_{ab}^H + \sum_{c \in \gamma_3, d \in \gamma_4} \left(P_{cd}^H - \frac{P_{cd}^{H2} + Q_{cd}^{H2}}{V_c^2} R_{cd} \right), \quad (2.56)$$

Обозначения аналогичны обозначениям в формуле (2.46).

Ограничения в форме равенства учитываются с использованием метода Лагранжа:

$$L(x, \lambda^h) = OF + \sum_{i=1}^N \lambda_i^h \Delta F_i(X) + \lambda_{N+1}^h \det J(X), \quad (2.57)$$

где λ_i^h – множители Лагранжа, соответствующие ограничениям в форме равенства.

Ограничения в форме неравенства учитываются с помощью метода внутренней точки в модификации, учитывающей барьерный параметр μ [106], [107]. Для этого ограничения в форме неравенства (в общем виде $g_j(x)$)

заменяются на ограничения в форме равенства с помощью вспомогательных неотрицательных переменных s :

$$g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, M, \quad (2.58)$$

$$g_j(x) + s_j = 0, \quad j = 1, \dots, M, \quad (2.59)$$

где M – количество ограничений в форме неравенства.

Применительно к рассматриваемой задаче ограничения в форме неравенства преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} -P_{gen\ i} + s_j &= 0, \\ j &= 1, \dots, Ngen; \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} P_{gen\ i} - P_{gen\ i\ max} + s_j &= 0, \\ j &= (Ngen + 1), \dots, 2Ngen; \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned} P_{n\ i\ min} - P_{n\ i} + s_j &= 0, \\ j &= (2Ngen + 1), \dots, (2Ngen + Nn); \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} P_{n\ i} - P_{n\ i\ max} + s_j &= 0, \\ j &= (2Ngen + Nn + 1), \dots, (2Ngen + 2Nn); \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} -\sum P_{ij} + s_j &= 0, \\ j &= (2Ngen + 2Nn + 1); \end{aligned} \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} \delta_k - \delta_m - (\delta_i - \delta_j) + s_j &= 0, \\ j &= (2Ngen + 2Nn + 2), \dots, (2Ngen + 2Nn + K + S), \end{aligned} \quad (2.65)$$

где $Ngen$ – количество генераторных узлов, активную мощность которых необходимо определить в ходе минимизации, Nn – количество нагрузочных узлов, активную мощность которых необходимо определить в ходе минимизации, S – количество пар связей, углы напряжений по концам которых необходимо сравнить для обеспечения максимального угла по линиям заданного контролируемого сечения.

Целевая функция с добавлением ограничений равенства и неравенства принимает следующий вид:

$$OF_c = OF + \sum_{i=1}^N \lambda_i^h F_i(X) + \sum_{j=1}^M \lambda_j^g (g_j(X) + s_j) - \mu \sum_{j=1}^M \ln s_j + \lambda_{N+1}^h \det(J(X)), \quad (2.66)$$

где λ_j^g – множители Лагранжа, соответствующие ограничениям в форме неравенства, s_j – вспомогательные переменные, связывающие ограничения в форме неравенств непосредственно с целевой функцией, μ – барьерный параметр, пересчитываемый на каждой итерации, $g(X)$ – ограничения в форме неравенства, λ_{N+1}^h – множитель Лагранжа, соответствующий ограничению в форме равенства на определитель матрицы Якоби.

Для связи ограничений в виде неравенства и непосредственно целевой функции для переменных s_j используется функция натурального логарифма, т.к. она медленно приближается к положительной бесконечности при увеличении аргумента и быстро приближается к отрицательной бесконечности, когда аргумент стремится к 0. Таким образом, при приближении к границе допустимой области соответствующая ограничению переменная $s_j \rightarrow 0$, а добавка в целевую функцию $-\ln(s_j) \rightarrow \infty$. Это препятствует нарушению допустимой области.

Барьерный параметр μ пересчитывается на каждой итерации и стремится к 0 при $k \rightarrow \infty$ (k – номер итерации):

$$\mu = \sigma \frac{p_m}{M}, \quad (2.67)$$

$$p_m = \sum_i^M \lambda_i^g s_i. \quad (2.68)$$

При этом $0 < \sigma < 1$ – параметр центрирования, в классическом методе внутренней точки $\sigma = 0,2$.

Итоговая целевая функция (2.46) с учетом ограничений в форме равенства и неравенства (2.66) является нелинейной. Нелинейность присутствует вследствие двух факторов. Во-первых, сама исходная целевая функция суммы перетоков активной мощности по ветвям сечения не является линейной при использовании перетоков активной мощности в конце ветви. Это связано с тем, что неизвестными

в потоковой модели являются активные мощности в начале ветвей, а активные мощности в конце ветвей могут быть выражены через первые с учетом потерь, что в свою очередь вносит нелинейность в выражение. Во-вторых, как видно из выражения (2.66), добавление ограничений в форме равенства и неравенства с помощью множителей Лагранжа, добавление функции натурального логарифма также делает целевую функцию нелинейной.

На каждом шаге задачи нелинейного программирования производится вычисление рекуррентного выражения:

$$y_i = y_{i-1} + \Delta y, \quad (2.69)$$

$$\Delta y = G^{-1} \cdot (-B), \quad (2.70)$$

где y — вектор всех неизвестных в задаче минимизации, B — вектор первых производных целевой функции по всем переменным, G — матрица вторых производных целевой функции по всем переменным (матрица Гессе).

Применительно к описываемой в работе постановке задачи выражение (2.70) представляет из себя следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{pmatrix} \frac{d\nabla_x OF_c}{dX} & \frac{d\nabla_x OF_c}{d\lambda^h} & \frac{d\nabla_x OF_c}{d\lambda^g} & \frac{d\nabla_x OF_c}{ds} & \frac{d\nabla_x OF_c}{d\lambda_{N+1}^h} \\ \frac{dF(X)}{dX} & \frac{dF(X)}{d\lambda^h} & \frac{dF(X)}{d\lambda^g} & \frac{dF(X)}{ds} & \frac{dF(X)}{d\lambda_{N+1}^h} \\ \frac{d(g(X)+s)}{dX} & \frac{d(g(X)+s)}{d\lambda^h} & \frac{d(g(X)+s)}{d\lambda^g} & \frac{d(g(X)+s)}{ds} & \frac{d(g(X)+s)}{d\lambda_{N+1}^h} \\ \frac{d\nabla_s OF_c}{dX} & \frac{d\nabla_s OF_c}{d\lambda^h} & \frac{d\nabla_s OF_c}{d\lambda^g} & \frac{d\nabla_s OF_c}{ds} & \frac{d\nabla_s OF_c}{d\lambda_{N+1}^h} \\ \frac{d(\det J(X))}{dX} & \frac{d(\det J(X))}{d\lambda^h} & \frac{d(\det J(X))}{d\lambda^g} & \frac{d(\det J(X))}{ds} & \frac{d(\det J(X))}{d\lambda_{N+1}^h} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^{(k+1)} - X^{(k)} \\ \lambda^{h(k+1)} - \lambda^{h(k)} \\ \lambda^{g(k+1)} - \lambda^{g(k)} \\ s^{(k+1)} - s^{(k)} \\ \lambda_{N+1}^{h(k+1)} - \lambda_{N+1}^{h(k)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nabla_x OF_c \\ F(X) \\ g(X)+s \\ \nabla_s OF_c \\ \det J(X) \end{pmatrix}, \quad (2.71)$$

где справа — вектор первых производных целевой функции по всем переменным (B), а слева — матрица вторых производных целевой функции по всем переменным (матрица Гессе, G).

2.6 Выводы по главе 2

1. В главе 2 представлена математическая формулировка задачи поиска предельного режима с наименьшим предельным перетоком активной мощности в заданном контролируемом сечении с использованием потоковой модели установившегося режима в виде задачи нелинейного программирования. В качестве целевой функции для минимизации выступает сумма перетоков активной мощности по линиям, входящим в рассматриваемое контролируемое сечение.
2. Ограничениями типа равенств рассматриваемой задачи являются нулевые невязки уравнений установившегося режима. Для улучшения сходимости используется не стандартная форма записи в виде уравнений узловых напряжений, а потоковая модель, в которой отсутствуют углы напряжений в качестве неизвестных переменных.
3. Условием получения предельного режима является ограничение равенство, соответствующее нулевому значению определителя матрицы Якоби уравнений установившегося режима для потоковой модели.
4. Ограничения в форме неравенства задаются на верхние и нижние границы генерации и нагрузки в узлах сети. Задается ограничение в форме неравенства на направление перетока активной мощности в рассматриваемом сечении.
5. Задаются ограничения в форме неравенства на попарное сравнение разностей углов напряжений по концам линий сечения и по другим связям с целью обеспечить достижение нарушения статической устойчивости именно в заданном сечении. Иначе говоря, в найденном алгоритмом предельном режиме разности углов напряжений по линиям сечения должны быть наибольшими, в результате чего критическим оказывается рассматриваемое сечение. Рассмотрены альтернативные способы поиска критического сечения: на основе точки минимального напряжения и на

основе правого собственного вектора матрицы Якоби уравнений установившегося режима. Указаны плюсы и минусы рассматриваемых методов.

6. Ограничения в форме равенства учитываются с помощью метода Лагранжа, ограничения в форме неравенства учитываются с помощью метода внутренней точки. Описана процедура решения поставленной задачи в терминах нелинейного программирования.

ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА

В данной главе приведено три численных эксперимента по расчету наименьших предельных перетоков – для 3-х узловой, для 4-х узловой и для 12 узловой тестовых схем.

Для 3-х узловой схемы подробно описано применение предлагаемого метода поиска наименьшего предельного перетока в заданном сечении с математической точки зрения. Подробно расписаны все ограничения в общем виде для тестовой схемы. Приводится геометрическая интерпретация решения задачи нелинейного программирования (минимизации).

Для 4-х узловой схемы рассматривается сравнение результатов расчетов, полученные с помощью традиционного метода последовательного утяжеления и с помощью предлагаемого метода.

Для применения алгоритма на более крупных схемах выявлена необходимость его ускорения и повышения эффективности работы. Для этого описан способ непосредственного учета определителя матрицы Якоби в процедуре нелинейного программирования с помощью формулы взятия производной от определителя. Приводятся дополнительные способы ускорения расчета.

Произведен анализ применения алгоритма для 12-узловой схемы для трех заданных сечений. Выполнено сравнение результатов, полученных с помощью метода последовательного утяжеления режима и с помощью предлагаемого метода.

Приводится алгоритм, который позволяет найти глобальный оптимум задачи нелинейного программирования при разных начальных условиях.

3.1 Численный эксперимент для 3-узловой схемы

Предлагаемый метод поиска предельного режима с наименьшим перетоком мощности в заданном контролируемом сечении был применен к простейшей схеме,

изображенной на рисунке 3.1 и состоящей из трех узлов: шин бесконечной мощности (узел 1) и двух *PV*-узлов генерации.

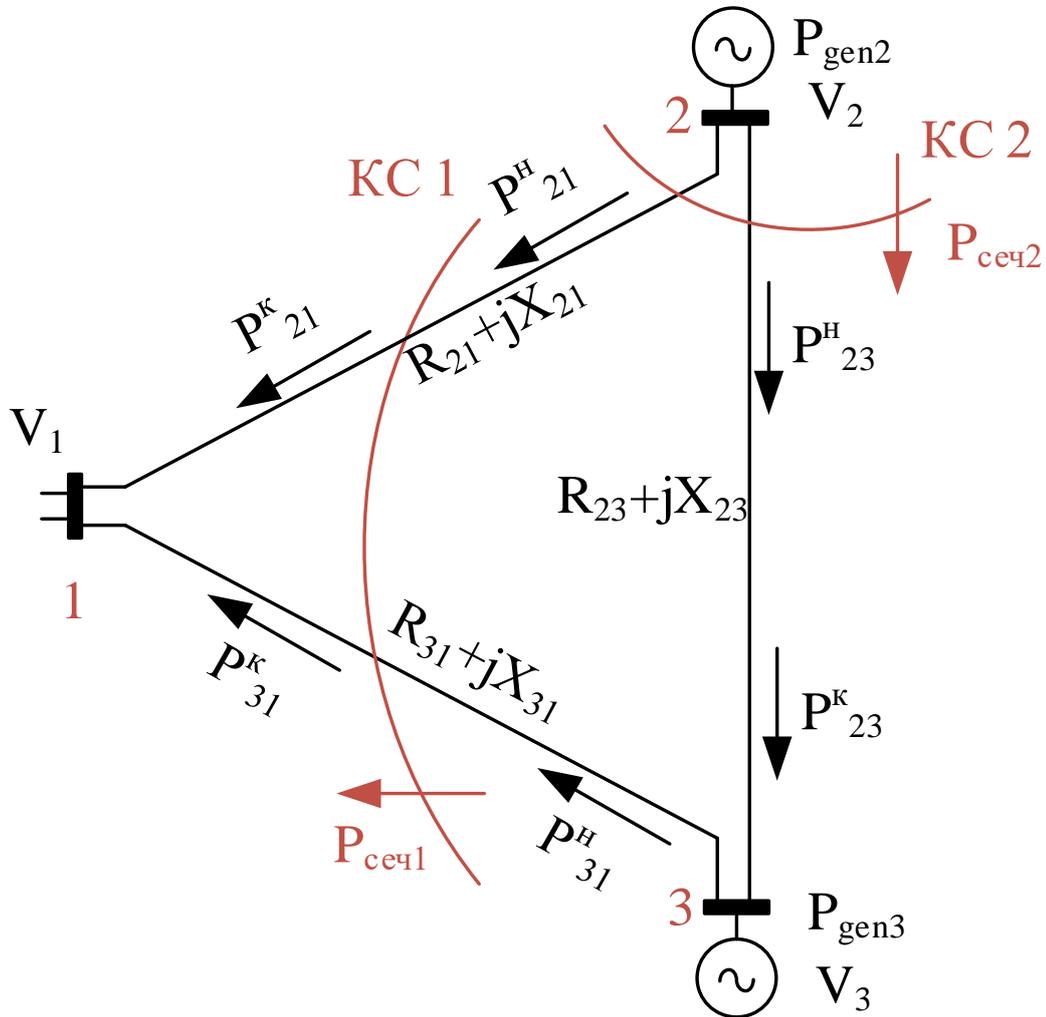


Рисунок 3.1 – Трехузловая тестовая схема

На рисунке указаны в общем виде сопротивления ветвей и заданные напряжения *PV*-узлов, являющиеся в задаче минимизации численными константами.

Рассмотрим применение предлагаемого метода минимизации для двух контролируемых сечений: КС 1 и КС 2. Опишем математически задачу нелинейного программирования для простейшей схемы.

Для КС 1 в качестве целевой функции выступает сумма перетоков активной мощности в КС:

$$OF = \min(P_{21}^H + P_{31}^H). \quad (3.1)$$

Задаются следующие ограничения:

1. все переменные X должны соответствовать уравнениям установившегося режима в форме потоковой модели:

$$F(X) = 0. \quad (3.2)$$

Расписывая уравнения подробно для тестовой схемы, получаем:

$$V_1 - \sqrt{\frac{(X_{21}P_{21}^H - R_{21}Q_{21}^H)^2}{V_2^2} + \left(V_2 - \frac{R_{21}P_{21}^H + X_{21}Q_{21}^H}{V_2}\right)^2} = 0, \quad (3.3)$$

$$V_1 - \sqrt{\frac{(X_{31}P_{31}^H - R_{31}Q_{31}^H)^2}{V_3^2} + \left(V_3 - \frac{R_{31}P_{31}^H + X_{31}Q_{31}^H}{V_3}\right)^2} = 0, \quad (3.4)$$

$$V_3 - \sqrt{\frac{(X_{23}P_{23}^H - R_{23}Q_{23}^H)^2}{V_2^2} + \left(V_2 - \frac{R_{23}P_{23}^H + X_{23}Q_{23}^H}{V_2}\right)^2} = 0, \quad (3.5)$$

$$P_{gen2} - P_{21}^H - P_{23}^H = 0, \quad (3.6)$$

$$P_{gen3} + P_{23}^H - \frac{R_{23}(P_{23}^H{}^2 + Q_{23}^H{}^2)}{U_2^2} - P_{31} = 0, \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \arctan\left(\frac{X_{21}P_{21}^H - R_{21}Q_{21}^H}{V_2^2 - R_{21}P_{21}^H - X_{21}Q_{21}^H}\right) - \arctan\left(\frac{X_{23}P_{23}^H - R_{23}Q_{23}^H}{V_2^2 - R_{23}P_{23}^H - X_{23}Q_{23}^H}\right) \\ - \arctan\left(\frac{X_{31}P_{31}^H - R_{31}Q_{31}^H}{V_3^2 - R_{31}P_{31}^H - X_{31}Q_{31}^H}\right) = 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Для упрощения дальнейшего представления выражений в матрице Якоби можно уравнения падения напряжений возвести в квадрат, тогда уравнения (3.3)–(3.5) преобразуются к виду:

$$V_1^2 - \frac{(X_{21}P_{21}^H - R_{21}Q_{21}^H)^2}{V_2^2} + \left(V_2 - \frac{R_{21}P_{21}^H + X_{21}Q_{21}^H}{V_2}\right)^2 = 0, \quad (3.9)$$

$$V_1^2 - \frac{(X_{31}P_{31}^H - R_{31}Q_{31}^H)^2}{V_3^2} + \left(V_3 - \frac{R_{31}P_{31}^H + X_{31}Q_{31}^H}{V_3}\right)^2 = 0, \quad (3.10)$$

$$V_3^2 - \frac{(X_{23}P_{23}^H - R_{23}Q_{23}^H)^2}{V_2^2} + \left(V_2 - \frac{R_{23}P_{23}^H + X_{23}Q_{23}^H}{V_2}\right)^2 = 0. \quad (3.11)$$

Необходимо отметить, что вектором неизвестных X являются следующие переменные:

$$X = \begin{pmatrix} Q_{21}^H \\ Q_{31}^H \\ Q_{23}^H \\ P_{21}^H \\ P_{31}^H \\ P_{23}^H \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Напряжения в данном случае известны, т.к. все узлы, кроме базисного являются PV-узлами.

2. Определитель матрицы Якоби уравнений потоковой модели (3.6)–(3.11) равен нулю:

$$J = \frac{dF(X)}{dX}$$

$$= \begin{pmatrix} 2X_{21} - \frac{2(R_{21}^2 + X_{21}^2)Q_{21}^H}{V_2^2} & 0 & 0 & 2R_{21} - \frac{2(R_{21}^2 + X_{21}^2)Q_{21}^H}{V_2^2} & 0 & 0 \\ 0 & 2X_{31} - \frac{2(R_{31}^2 + X_{31}^2)Q_{31}^H}{V_3^2} & 0 & 0 & 2R_{31} - \frac{2(R_{31}^2 + X_{31}^2)P_{31}^H}{V_3^2} & 0 \\ 0 & 0 & 2X_{23} - \frac{2(R_{23}^2 + X_{23}^2)Q_{23}^H}{V_2^2} & 0 & 0 & 2R_{23} - \frac{2(R_{23}^2 + X_{23}^2)P_{23}^H}{V_2^2} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{2R_{23}Q_{23}^H}{V_2^2} & 0 & -1 & 1 - \frac{2R_{23}P_{23}^H}{V_2^2} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} & J_{66} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

$$J_{61} = \frac{-R_{21}V_2^2 + (R_{21}^2 + X_{21}^2)P_{21}^H}{V_2^4 - 2R_{21}V_2^2P_{21}^H + (R_{21}^2 + X_{21}^2)(P_{21}^H)^2 - 2V_2^2X_{21}Q_{21}^H + (R_{21}^2 + X_{21}^2)(Q_{21}^H)^2} \quad (3.14)$$

$$J_{62} = \frac{R_{31}V_3^2 - (R_{31}^2 + X_{31}^2)P_{31}^H}{V_3^4 - 2R_{31}V_3^2P_{31}^H + (R_{31}^2 + X_{31}^2)(P_{31}^H)^2 - 2V_3^2X_{31}Q_{31}^H + (R_{31}^2 + X_{31}^2)(Q_{31}^H)^2} \quad (3.15)$$

$$J_{63} = \frac{R_{23}V_2^2 - (R_{23}^2 + X_{23}^2)P_{23}^H}{V_2^4 - 2R_{23}V_2^2P_{23}^H + (R_{23}^2 + X_{23}^2)(P_{23}^H)^2 - 2V_2^2X_{23}Q_{23}^H + (R_{23}^2 + X_{23}^2)(Q_{23}^H)^2} \quad (3.16)$$

$$J_{64} = \frac{V_2^2X_{21} - (R_{21}^2 + X_{21}^2)Q_{21}^H}{V_2^4 - 2R_{21}V_2^2P_{21}^H + (R_{21}^2 + X_{21}^2)(P_{21}^H)^2 - 2V_2^2X_{21}Q_{21}^H + (R_{21}^2 + X_{21}^2)(Q_{21}^H)^2} \quad (3.17)$$

$$J_{65} = \frac{-V_3^2X_{31} + (R_{31}^2 + X_{31}^2)Q_{31}^H}{V_3^4 - 2R_{31}V_3^2P_{31}^H + (R_{31}^2 + X_{31}^2)(P_{31}^H)^2 - 2V_3^2X_{31}Q_{31}^H + (R_{31}^2 + X_{31}^2)(Q_{31}^H)^2} \quad (3.18)$$

$$J_{66} = \frac{-V_2^2X_{23} + (R_{23}^2 + X_{23}^2)Q_{23}^H}{V_2^4 - 2R_{23}V_2^2P_{23}^H + (R_{23}^2 + X_{23}^2)(P_{23}^H)^2 - 2V_2^2X_{23}Q_{23}^H + (R_{23}^2 + X_{23}^2)(Q_{23}^H)^2} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned}
\det J(X) = & \frac{1}{V_2^4 V_3^2} 8(-R_{31}^2 V_2^4 X_{21} X_{23} - R_{23}^2 V_2^2 V_3^2 X_{21} X_{31} - R_{21}^2 V_2^2 V_3^2 X_{23} X_{31} - V_2^2 V_3^2 X_{21}^2 X_{23} X_{31} - V_2^2 V_3^2 X_{21} X_{23}^2 X_{31} - V_2^4 X_{21} X_{23} X_{31}^2 \\
& + 2R_{23} X_{23} (R_{31}^2 + X_{31}^2) P_{23}^H (V_2^2 X_{21} - (R_{21}^2 + X_{21}^2) Q_{21}^H) - R_{23}^2 R_{31}^2 V_2^2 X_{21} Q_{23}^H + R_{31}^2 V_2^2 X_{21} X_{23}^2 Q_{23}^H + R_{21}^2 R_{23}^2 V_3^2 X_{31} Q_{23}^H \\
& + R_{23}^2 V_3^2 X_{21}^2 X_{31} Q_{23}^H + R_{21}^2 V_3^2 X_{23}^2 X_{31} Q_{23}^H + V_3^2 X_{21}^2 X_{23}^2 X_{31} Q_{23}^H - R_{23}^2 V_2^2 X_{21} X_{31}^2 Q_{23}^H + V_2^2 X_{21} X_{23}^2 X_{31}^2 Q_{23}^H \\
& + R_{23}^2 R_{31}^2 V_2^2 X_{21} Q_{31}^H + R_{21}^2 R_{31}^2 V_2^2 X_{23} Q_{31}^H + R_{31}^2 V_2^2 X_{21}^2 X_{23} Q_{31}^H + R_{31}^2 V_2^2 X_{21} X_{23}^2 Q_{31}^H + R_{23}^2 V_2^2 X_{21} X_{31}^2 Q_{31}^H \\
& + R_{21}^2 V_2^2 X_{23} X_{31}^2 Q_{31}^H + V_2^2 X_{21}^2 X_{23} X_{31}^2 Q_{31}^H + V_2^2 X_{21} X_{23}^2 X_{31}^2 Q_{31}^H - R_{21}^2 R_{23}^2 R_{31}^2 Q_{23}^H Q_{31}^H - R_{23}^2 R_{31}^2 X_{21}^2 Q_{23}^H Q_{31}^H \\
& - R_{21}^2 R_{31}^2 X_{23}^2 Q_{23}^H Q_{31}^H - R_{31}^2 X_{21}^2 X_{23}^2 Q_{23}^H Q_{31}^H - R_{21}^2 R_{23}^2 X_{31}^2 Q_{23}^H Q_{31}^H - R_{23}^2 X_{21}^2 X_{31}^2 Q_{23}^H Q_{31}^H - R_{21}^2 X_{23}^2 X_{31}^2 Q_{23}^H Q_{31}^H \\
& - X_{21}^2 X_{23}^2 X_{31}^2 Q_{23}^H Q_{31}^H + (R_{21}^2 + X_{21}^2) Q_{21}^H (R_{31}^2 V_2^2 X_{23} + R_{23}^2 V_3^2 X_{31} + V_3^2 X_{23}^2 X_{31} + V_2^2 X_{23} X_{31}^2 + (R_{23}^2 - X_{23}^2)(R_{31}^2 \\
& + X_{31}^2) Q_{23}^H - (R_{23}^2 + X_{23}^2)(R_{31}^2 + X_{31}^2) Q_{31}^H))
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Как видно из выражений (3.13)–(3.20), определитель матрицы Якоби уравнений, описывающих установившийся режим, даже для 3-х узловой схемы довольно громоздкий, если выражать его в аналитическом виде. При увеличении размерности (для 12-узловой схемы) выражение становится непредставимым в аналитическом виде. В разделе 3.3.1 показаны способы решения этой проблемы.

3. Задаются ограничения на генерацию в узлах:

$$P_{gen2} \geq 0, \quad (3.21)$$

$$P_{gen3} \geq 0, \quad (3.22)$$

4. Задается ограничение на переток активной мощности в КС 1:

$$P_{21}^H + P_{31}^H \geq 0, \quad (3.23)$$

5. Задаются ограничения на разность углов по линиям:

$$\delta_2 - \delta_1 \geq \delta_2 - \delta_3, \quad (3.24)$$

$$\delta_2 - \delta_1 \geq \delta_3 - \delta_2, \quad (3.25)$$

$$\delta_3 - \delta_1 \geq \delta_2 - \delta_3, \quad (3.26)$$

$$\delta_3 - \delta_1 \geq \delta_3 - \delta_2, \quad (3.27)$$

В данном случае задаются ограничения на разности углов напряжений таким образом, что разность углов по линиям, входящим в сечение, должна быть больше, чем по другим линиям. Кроме того, в данном случае переток активной мощности по линии 2–3 может быть направлен в разные стороны (как от 2 к 3, так и от 3 к 2), а значит и разность углов может быть разного знака. Для учета этого факта добавлены ограничения при положительной и отрицательной разности углов напряжений по линии 2–3.

Для представления ограничений (3.24)–(3.27) в рамках задачи минимизации углы по линиям выражаются через переменные режима с помощью арктангенсов:

$$\arctg\left(\frac{P_{21}^H X_{21} - Q_{21}^H R_{21}}{V_2^2 - (P_{21}^H R_{21} + Q_{21}^H X_{21})}\right) \geq \arctg\left(\frac{X_{23} P_{23}^H - R_{23} Q_{23}^H}{V_2^2 - (R_{23} P_{23}^H + X_{23} Q_{23}^H)}\right), \quad (3.28)$$

$$\arctg\left(\frac{P_{21}^H X_{21} - Q_{21}^H R_{21}}{V_2^2 - (P_{21}^H R_{21} + Q_{21}^H X_{21})}\right) \geq -\arctg\left(\frac{X_{23} P_{23}^H - R_{23} Q_{23}^H}{V_2^2 - (R_{23} P_{23}^H + X_{23} Q_{23}^H)}\right), \quad (3.29)$$

$$\arctg\left(\frac{X_{31} P_{31}^H - R_{31} Q_{31}^H}{V_3^2 - R_{31} P_{31}^H - X_{31} Q_{31}^H}\right) \geq \arctg\left(\frac{X_{23} P_{23}^H - R_{23} Q_{23}^H}{V_2^2 - (R_{23} P_{23}^H + X_{23} Q_{23}^H)}\right), \quad (3.30)$$

$$\arctg\left(\frac{X_{31}P_{31}^H - R_{31}Q_{31}^H}{V_3^2 - R_{31}P_{31}^H - X_{31}Q_{31}^H}\right) \geq -\arctg\left(\frac{X_{23}P_{23}^H - R_{23}Q_{23}^H}{V_2^2 - (R_{23}P_{23}^H + X_{23}Q_{23}^H)}\right). \quad (3.31)$$

Указанные ограничения добавляются в целевую функцию с помощью метода Лагранжа и метода внутренней точки, как описано в разделе 2.5.

Для численной иллюстрации работы алгоритма были взяты одинаковые сопротивления ветвей, составляющие $5+j20$ Ом, заданные напряжения генераторов взяты 515 кВ, напряжение базы – 510 кВ.

Результат работы алгоритма для КС1 представлен на рисунке 3.2.

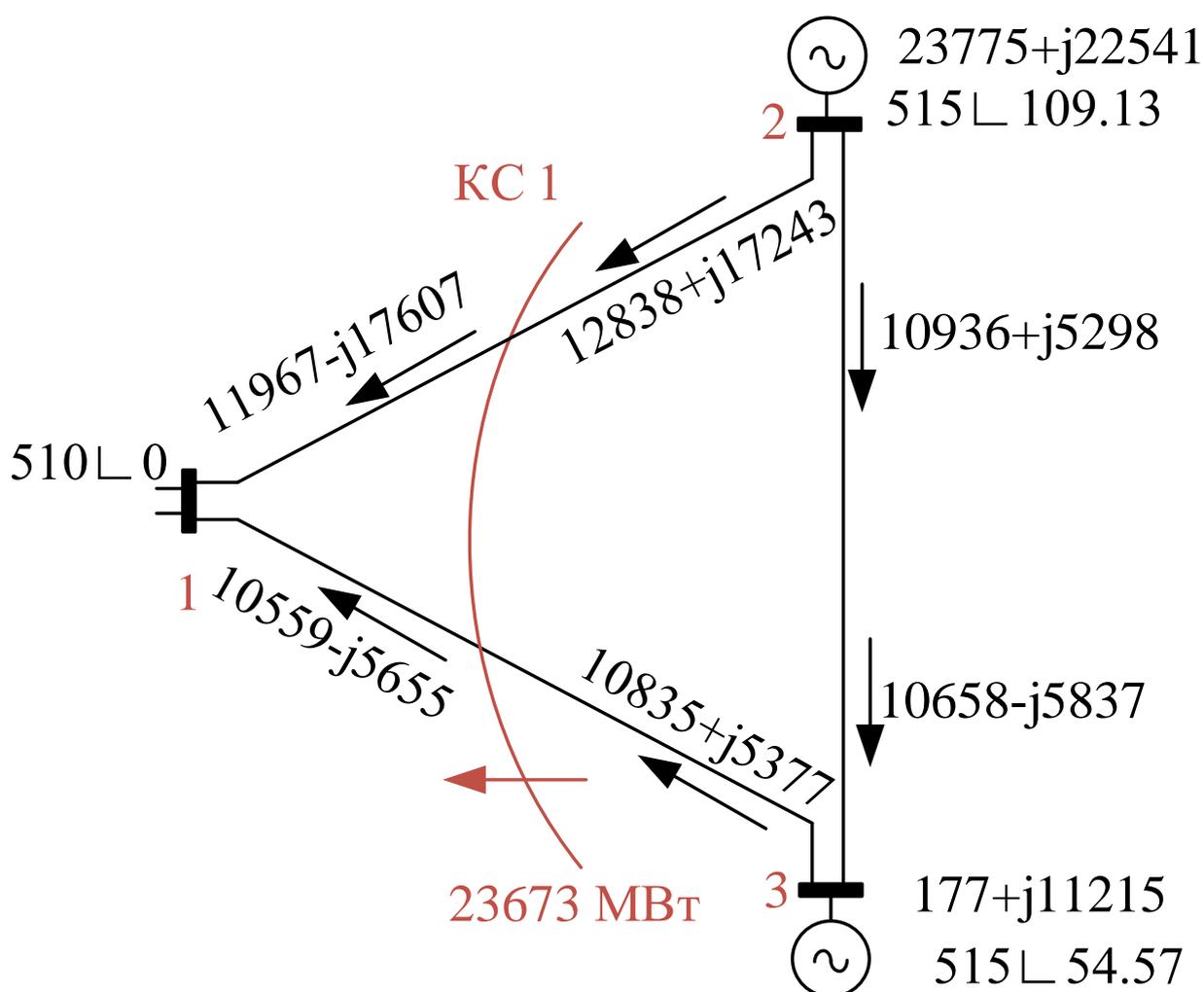


Рисунок 3.2 – Результат работы алгоритма для 3-х узловой схемы для КС1

Наименьший предельный переток в сечении составил 23673 МВт. Загрузка генератора №2 составила 23775 МВт, загрузка генератора №3 – 177 МВт. В данном случае в результате работы алгоритма стало активно ограничение на разность углов

по линиям. Можно заметить, что разность углов напряжений по линиям 1–2 и 2–3 равны. При отсутствии ограничения на разность углов алгоритм бы нашел режим, при нулевой нагрузке генератора №3 и максимальной нагрузке генератора №2 (составляющей 23866 МВт). Т.к. схема симметрична, то существует и вторая точка решения, с зеркальными нагрузками генераторов: №2 177 МВт и №3 23775 МВт.

На рисунке 3.3 приводится графическое представление задачи минимизации при различных величинах генерации в узлах 2 и 3. При этом существующие режимы обозначены зелеными точками, несуществующие – красными. Видно, что граница существования режима представляет из себя эллипс. Части эллипса отмечены разными цветами, обозначающими то, какое сечение перегружается (является критическим). Загрузки генераторов, при которых перегружаемым является рассматриваемое сечение, проходящее по линиям 2–1 и 3–1, обозначены на эллипсе розовым цветом. Зелеными линиями показаны линии равного уровня при указанных величинах целевой функции. Для процедуры нелинейного программирования важным является тот факт, что область поиска решения выпуклая, а, следовательно, применяемый метод должен сходиться в точку минимума целевой функции. С учетом ограничений на активную мощность генерации в узлах (должна быть больше нуля) отмечены точки решения, которые были получены алгоритмом. В зависимости от начальных условий алгоритм находит одну из этих точек.

Стоит также заметить, что найденные алгоритмом решения находятся на границе того, какое сечение является перегружаемым (критическим). В данных точках погрешность определения предельного режима и перегружаемого (критического) сечения максимальна. Можно сказать, что в данных точках выделяется сразу два критических сечения.

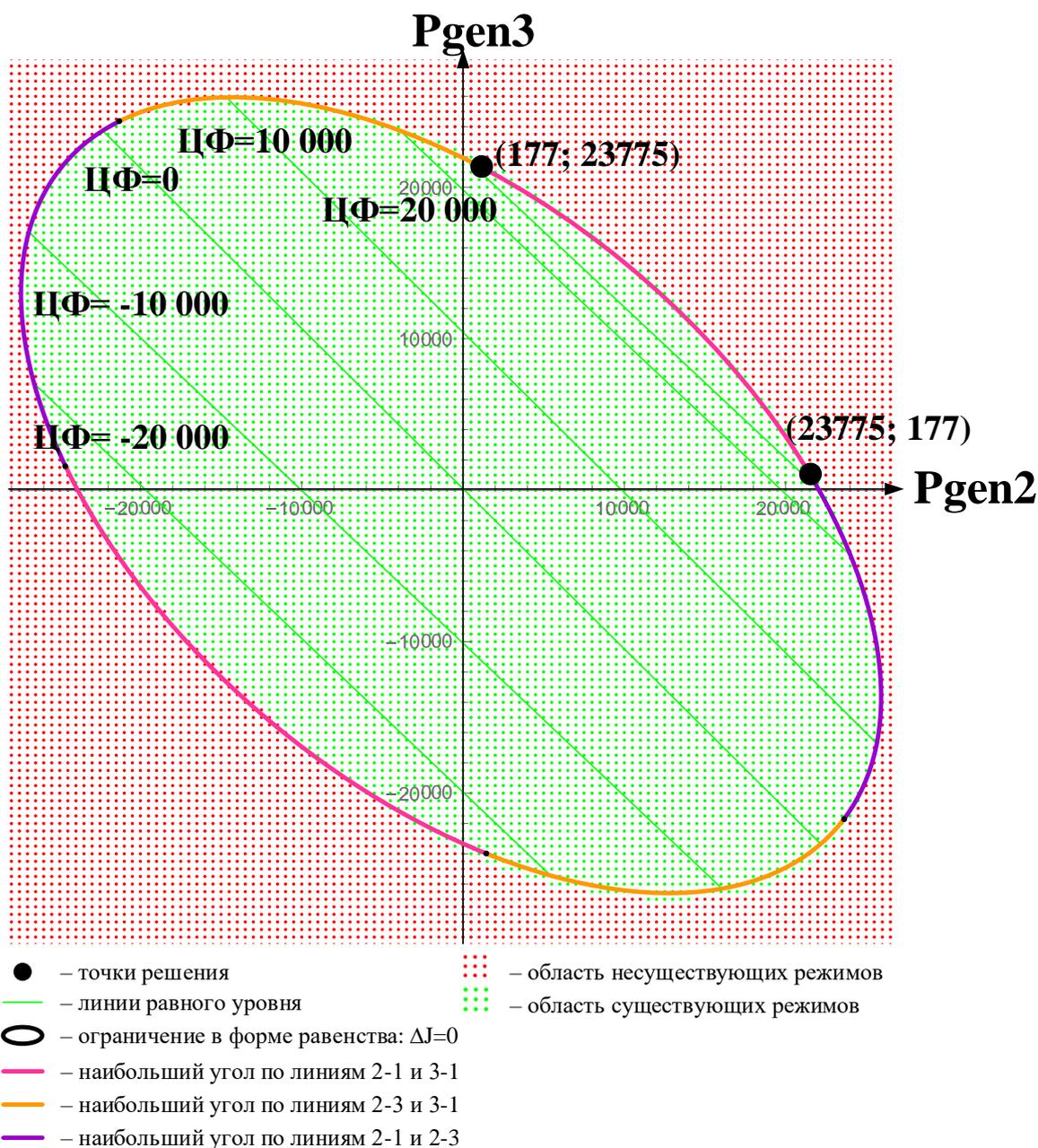


Рисунок 3.3 – Геометрическое представление задачи минимизации для КС1

Далее было рассмотрено сечение КС2. Целевая функция для КС2 имеет вид:

$$OF = \min(P_{21}^H + P_{23}^H). \quad (3.32)$$

Ограничения на равенство нулю невязок уравнений потоковой модели и равенство нулю определителя матрицы Якоби уравнений, описывающих режим, не изменяются и выглядят также как и для КС1 (3.2) –(3.20). Ограничения на генерацию в узлах (3.21), (3.22) также сохраняются.

Задается ограничение на переток активной мощности в КС 2:

$$P_{21}^H + P_{23}^H \geq 0. \quad (3.33)$$

Задаются ограничения на разность углов по линиям:

$$\delta_2 - \delta_1 \geq \delta_3 - \delta_1, \quad (3.34)$$

$$\delta_2 - \delta_1 \geq \delta_1 - \delta_3, \quad (3.35)$$

$$\delta_2 - \delta_3 \geq \delta_3 - \delta_1, \quad (3.36)$$

$$\delta_2 - \delta_3 \geq \delta_1 - \delta_3. \quad (3.37)$$

Так же как для КС1 углы представляются в виде арктангенсов:

$$\arctg\left(\frac{P_{21}^H X_{21} - Q_{21}^H R_{21}}{V_2^2 - (P_{21}^H R_{21} + Q_{21}^H X_{21})}\right) \geq \arctg\left(\frac{X_{31} P_{31}^H - R_{31} Q_{31}^H}{V_3^2 - R_{31} P_{31}^H - X_{31} Q_{31}^H}\right), \quad (3.38)$$

$$\arctg\left(\frac{P_{21}^H X_{21} - Q_{21}^H R_{21}}{V_2^2 - (P_{21}^H R_{21} + Q_{21}^H X_{21})}\right) \geq -\arctg\left(\frac{X_{31} P_{31}^H - R_{31} Q_{31}^H}{V_3^2 - R_{31} P_{31}^H - X_{31} Q_{31}^H}\right), \quad (3.39)$$

$$\arctg\left(\frac{X_{23} P_{23}^H - R_{23} Q_{23}^H}{V_2^2 - (R_{23} P_{23}^H + X_{23} Q_{23}^H)}\right) \geq \arctg\left(\frac{X_{31} P_{31}^H - R_{31} Q_{31}^H}{V_3^2 - R_{31} P_{31}^H - X_{31} Q_{31}^H}\right), \quad (3.40)$$

$$\arctg\left(\frac{X_{23} P_{23}^H - R_{23} Q_{23}^H}{V_2^2 - (R_{23} P_{23}^H + X_{23} Q_{23}^H)}\right) \geq -\arctg\left(\frac{X_{31} P_{31}^H - R_{31} Q_{31}^H}{V_3^2 - R_{31} P_{31}^H - X_{31} Q_{31}^H}\right). \quad (3.41)$$

В результате запуска процедуры минимизации получается режим, такой же, как и для КС1, показанный на рисунке 3.2. Переток в КС2 составил 23774 МВт. Как уже отмечалось ранее, данный режим является граничным, то есть в нем перегружаются оба сечения – и КС1 и КС2. Разности углов напряжений по линиям 2–3 и 3–1 равны.

На рисунке 3.4 приведено геометрическое представление задачи минимизации для КС2. Обозначения аналогичны рисунку 3.3. С точки зрения разности углов напряжений часть эллипса, для которой перегружающееся сечение является рассматриваемым сечением, обозначена фиолетовым цветом. Линии равного уровня для нового сечения изменили свое направление. В данном случае видно, что полученная точка решения практически находится на границе двух ограничений – ограничения на генерацию узлов 2, 3 (больше нуля) и ограничения на разность углов напряжений по линиям.

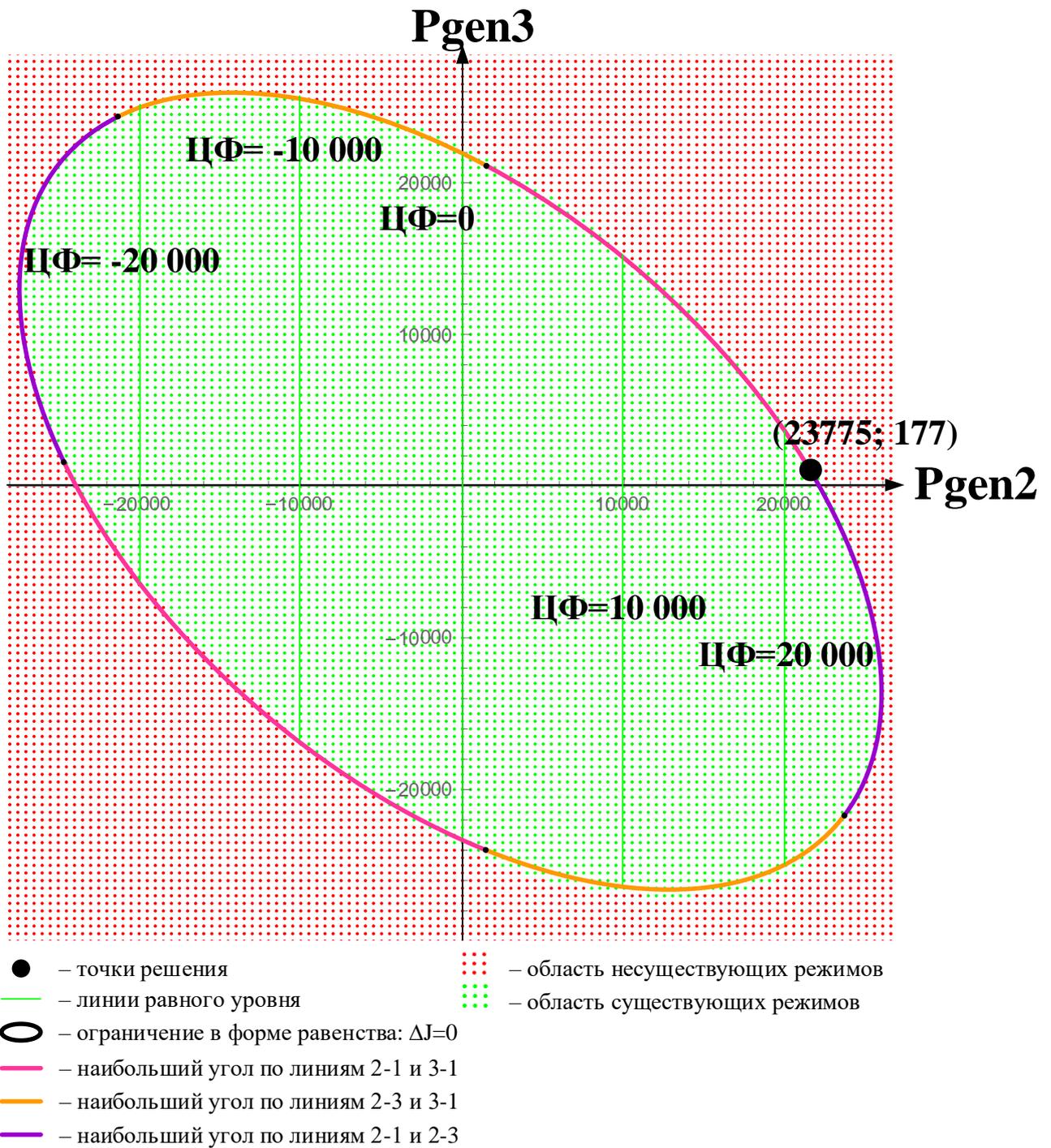


Рисунок 3.4 – Геометрическое представление задачи минимизации для КС2

Таким образом, для трехузловой схемы показано, что алгоритм работает корректно.

3.2 Численный эксперимент для 4-узловой схемы

Для иллюстрации работоспособности алгоритма при сравнении с традиционным методом последовательного утяжеления при наличии нескольких узлов генерации предлагаемый метод был протестирован на 4-узловой схеме (рисунок 3.5). Осуществляется поиск ближайшего предельного режима в сечении, обозначенном на рисунке и состоящем из ветвей 1–4 и 3–4. Поиск производится двумя методами: традиционным методом с созданием нескольких ВИР и предлагаемым методом на основе нелинейного программирования.

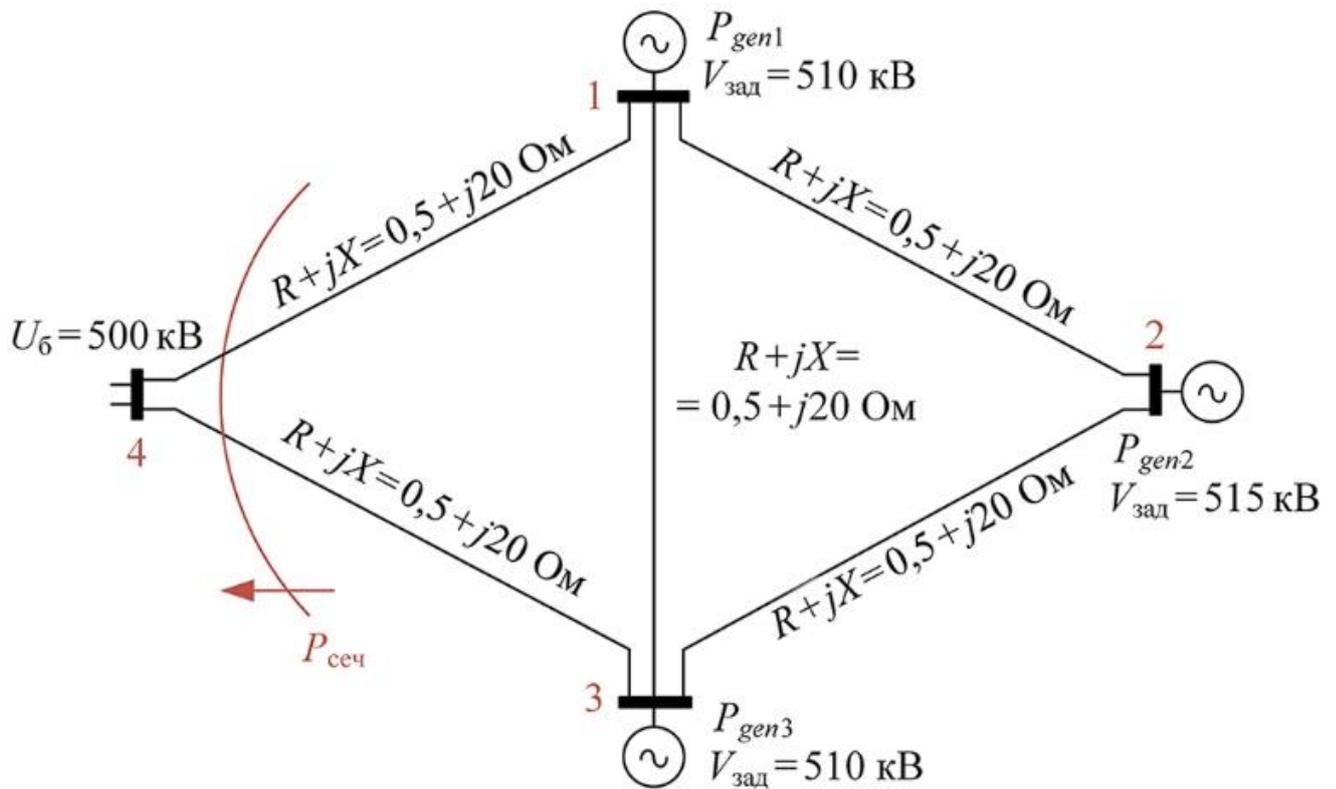


Рисунок 3.5 – Схема 4-узловой сети

Для традиционного способа было найдено 4 ВИР, представленных в таблице 3.1. ВИР, приводящий к наименьшему предельному перетоку в рассматриваемом КС, соответствует максимальной загрузке генерации в узле 1. При этом переток в КС составляет 24 726 МВт.

Таблица 3.1 – Сравнение ВИР для 4-х узловой тестовой схемы

	ВИР 1	ВИР 2	ВИР 3	ВИР 4
$\Delta P_{Г1}$, МВт	1 000	0	1 000	1000
$\Delta P_{Г2}$, МВт	1 000	1 000	0	0
$\Delta P_{Г3}$, МВт	1 000	0	0	1 000
$\Delta P_{пред}$, МВт	26 141	25 587	24 726	26 142

Поиск предельного режима в КС был выполнен с применением предлагаемого метода. В результате минимизации получен переток активной мощности в КС 24 726 МВт. Сравнение результатов расчетов для двух методов представлено в таблице 3.2. Видно, что оба метода находят одинаковый режим.

Таблица 3.2 – Сравнение результатов для двух методов

	Традиционный метод	Предлагаемый метод
$P_{КС}$, МВт	24 725,5	24 726,4
$P_{Г1}$, МВт	24 933,6	24 937,3
$P_{Г2}$, МВт	0	0
$P_{Г3}$, МВт	0	0

Найденный режим показан на рисунке 3.6.

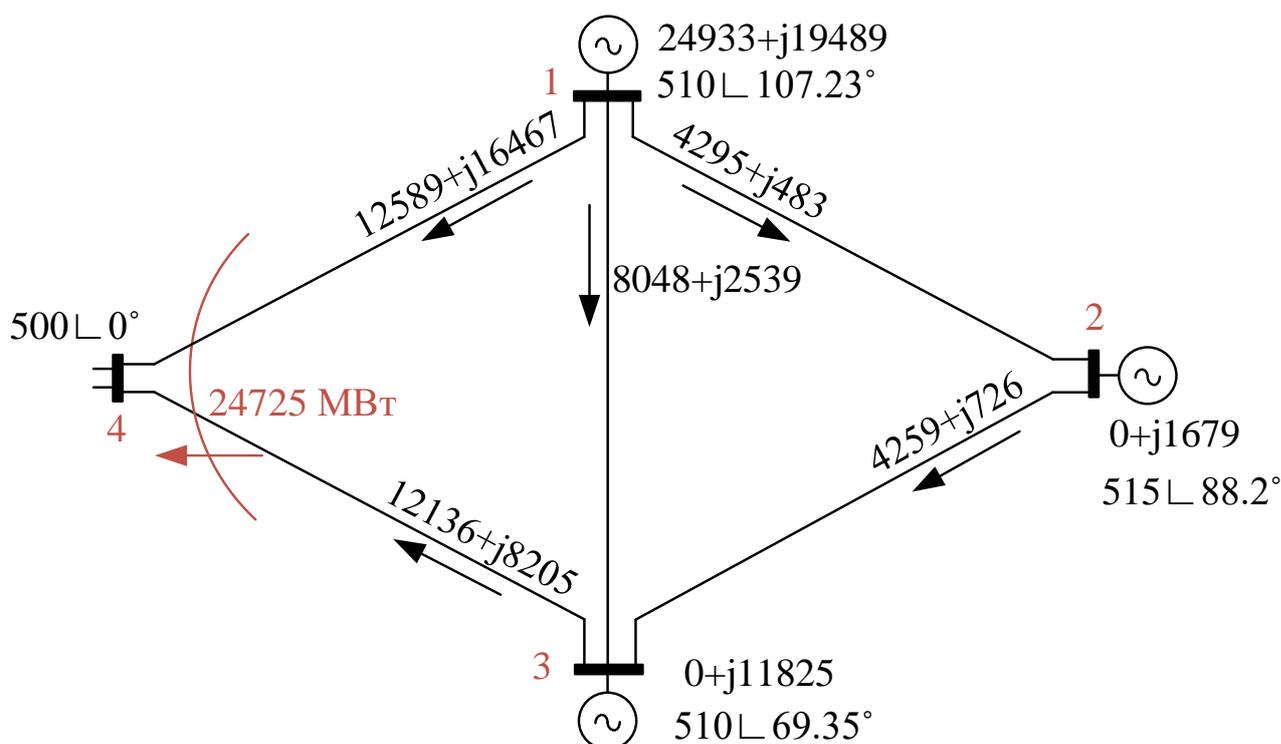


Рисунок 3.6 – Найденный предельный режим для 4-х узловой тестовой схемы

Таким образом, подтверждается работоспособность предлагаемого алгоритма. Небольшое отличие (0,004%) предлагаемого и традиционного метода объясняется тем, что в предлагаемом методе для работы с ограничениями типа неравенства используется метод внутренней точки, что вносит небольшую погрешность в полученный результат.

Для определения ближайшего предельного режима требуется подбирать несколько ВИР, что нетрудно сделать для небольшой схемы. При рассмотрении реальных схем энергосистем задача поиска необходимого ВИР становится гораздо сложнее. При этом предлагаемый метод определяет ближайший предельный режим, не требуя при этом дополнительного анализа схемы. Использование предлагаемого метода приводит к отсутствию необходимости искать ВИР эмпирическим путем.

3.3 Численный эксперимент для 12-узловой тестовой схемы

При попытке запуска алгоритма на более крупной (12-узловой) схеме установлено, что расчет длится большое количество времени (более нескольких часов), требуется его ускорение и повышение эффективности работы. В данном разделе рассматриваются причины и способы устранения указанной проблемы.

3.3.1 Особенности ограничения на определитель матрицы Якоби

Для небольших (до 4 узлов) тестовых схем определитель матрицы Якоби составлялся в аналитическом виде (как это сделано в формуле (3.20)). Это позволило избежать программирования выражений первой и второй производных, которые необходимы в методе минимизации. Для небольших тестовых систем это простой и удобный способ проверить правильность предложенной теории. Дальнейшие исследования показали, что ограничение на равенство нулю определителя матрицы Якоби (2.3) вызывает наибольшую вычислительную сложность. Для 3-х узловой схемы была показана громоздкость определителя,

несмотря на маленький размер схемы (выражение (3.20)). Невозможно в аналитическом виде выполнить даже одну итерацию для схем с более 4 узлами.

Ясно, что для крупной энергосистемы сложно получить общее выражение для определителя матрицы Якоби (2.3). Не менее сложно получить общее выражение для первой и второй производных выражения (2.3).

Для решения этой задачи предлагается вычислять производные определителя, используя формулу взятия производной от определителя:

$$\left(\det \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \right)' = \det \begin{pmatrix} a_{11}' & \dots & a_{1n}' \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} + \dots + \det \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}' & \dots & a_{nn}' \end{pmatrix}. \quad (3.42)$$

Применение формулы (3.42) позволяет избежать прямого использования выражения (2.3), таким образом, необходимость в аналитическом вычислении определителя и его производных пропадает.

С другой стороны, такая численная процедура требует расчета большого количества определителей, что является вычислительно затратным. Чтобы снизить вычислительную сложность, предлагается использовать свойство равенства нулю определителя вырожденной матрицы. Применение формулы (3.42) к выражению (2.3) для вычисления первой и особенно второй производной дает множество матриц, в которых присутствуют нулевые строки или столбцы. Определитель матрицы с нулевой строкой (столбцом) равен нулю, а значит, не требует вычислений. Таким образом, пропадает необходимость расчета большого количества определителей матриц, получившихся из разложения по формуле (3.42), что снижает вычислительную сложность алгоритма.

3.3.2 Плохая обусловленность системы уравнений на шаге итерации

Особенностью описанной системы уравнений (2.71) является наличие ограничений в виде равенств (для УУР и определителя матрицы Якоби), имеющих разные размерности. В единицах СИ размерность определителя на 10^{26} больше,

чем размерность невязок УУР (применительно к 12-узловой схеме). При решении системы линейных уравнений на этапе итерационного метода нелинейного программирования она является плохо обусловленной.

В этом случае плохая обусловленность связана именно с тем фактом, что значения различаются больше, чем может быть учтено числом двойной точности с плавающей запятой. Решение системы линейных уравнений содержит существенную ошибку, что приводит к расходимости итерационной процедуры.

Чтобы решить эту проблему, все переменные были преобразованы в относительные единицы. Благодаря такому преобразованию все невязки, кроме определителя, стали иметь одинаковую размерность. Значение определителя уменьшилось с 10^{26} до 10^{-14} . Разница между определителем и невязками УУР уменьшилась с 26 до 14 порядков. При этом выросла вычислительная устойчивость метода, и итерационный метод стал лучше сходиться.

Далее была проанализирована матрица Гессе G , выполняющая роль матрицы коэффициентов в итерационном методе нелинейного программирования. Анализ показал, что существенный вклад в плохую обусловленность матрицы вносит строка (столбец), соответствующая производным от определителя матрицы Якоби по всем переменным. В системе уравнений (2.71) производным от определителя матрицы Якоби соответствуют последняя строка и столбец. Эти элементы в матрице Гессе имеют размерности, сравнимые с определителем матрицы Якоби, и отличаются от остальных элементов на 14 порядков в относительных единицах. В результате почти нулевая строка в матрице коэффициентов приводит к плохой обусловленности. Аналогичная проблема связана со столбцом, соответствующим производной по множителю Лагранжа для определителя матрицы Якоби элементов вектора первых производных. Для решения этой проблемы указанные строки и столбцы были нормированы путем умножения их на коэффициент L . Система уравнений (3.43) с коэффициентом L будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \frac{d\nabla_x OF_c}{dX} & \frac{d\nabla_x OF_c}{d\lambda^h} & \frac{d\nabla_x OF_c}{d\lambda^g} & \frac{d\nabla_x OF_c}{ds} & \frac{d\nabla_x OF_c}{d\lambda_{N+1}^h} \cdot L \\ \frac{dF(X)}{dX} & \frac{dF(X)}{d\lambda^h} & \frac{dF(X)}{d\lambda^g} & \frac{dF(X)}{ds} & \frac{dF(X)}{d\lambda_{N+1}^h} \cdot L \\ \frac{d(g(X)+s)}{dX} & \frac{d(g(X)+s)}{d\lambda^h} & \frac{d(g(X)+s)}{d\lambda^g} & \frac{d(g(X)+s)}{ds} & \frac{d(g(X)+s)_c}{d\lambda_{N+1}^h} \cdot L \\ \frac{d\nabla_s OF_c}{dX} & \frac{d\nabla_s OF_c}{d\lambda^h} & \frac{d\nabla_s OF_c}{d\lambda^g} & \frac{d\nabla_s OF_c}{ds} & \frac{d\nabla_s OF_c}{d\lambda_{N+1}^h} \cdot L \\ \frac{d(\det J(X))}{dX} \cdot L & \frac{d(\det J(X))}{d\lambda^h} \cdot L & \frac{d(\det J(X))}{d\lambda^g} \cdot L & \frac{d(\det J(X))}{ds} \cdot L & \frac{d(\det J(X))}{d\lambda_{N+1}^h} \cdot L^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^{(k+1)} - X^{(k)} \\ \lambda^{h(k+1)} - \lambda^{h(k)} \\ \lambda^{g(k+1)} - \lambda^{g(k)} \\ s^{(k+1)} - s^{(k)} \\ (\lambda_{N+1}^{h(k+1)} - \lambda_{N+1}^{h(k)}) \cdot \frac{L}{L} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nabla_x OF_c \\ F(X) \\ g(X)+s \\ \nabla_s OF_c \\ \det J(X) \cdot L \end{pmatrix}. \quad (3.43)$$

В результате матрица коэффициентов стала хорошо обусловленной. На рисунке 3.7 представлена визуализация матрицы Гессе до и после перевода в относительные единицы измерения и нормализации путем умножения на коэффициент. Яркость цветов указывает на величину численного значения элемента. Видно, что в результате матрица Гессе стала более однородной, последний столбец и строка перестали численно существенно отличаться от остальных элементов.

3.3.3 Ускорение процедуры нелинейного программирования

Помимо плохой обусловленности матрицы коэффициентов на шаге итерации, была выявлена еще одна вычислительная проблема – длительное вычисление производных от определителя матрицы Якоби по формуле (3.42). Такая вычислительная сложность при переходе от тестовых случаев к реальным схемам будет существенным ограничением для практического применения даже на современном уровне развития вычислительных технологий.

При анализе вторых производных определителя матрицы Якоби были обнаружены нулевые строки и столбцы. Как известно, определитель матрицы, у которой одна строка или столбец равны нулю, также равен нулю. При вычислении производной определителя по формуле (3.42) возникает множество производных матриц с нулевыми строками. При взятии производных по отсутствующей в строке переменной строка становится нулевой (производная константы равна нулю). Таким образом, для матриц с нулевыми строками или столбцами определитель не рассчитывается, что позволяет ускорить расчет.

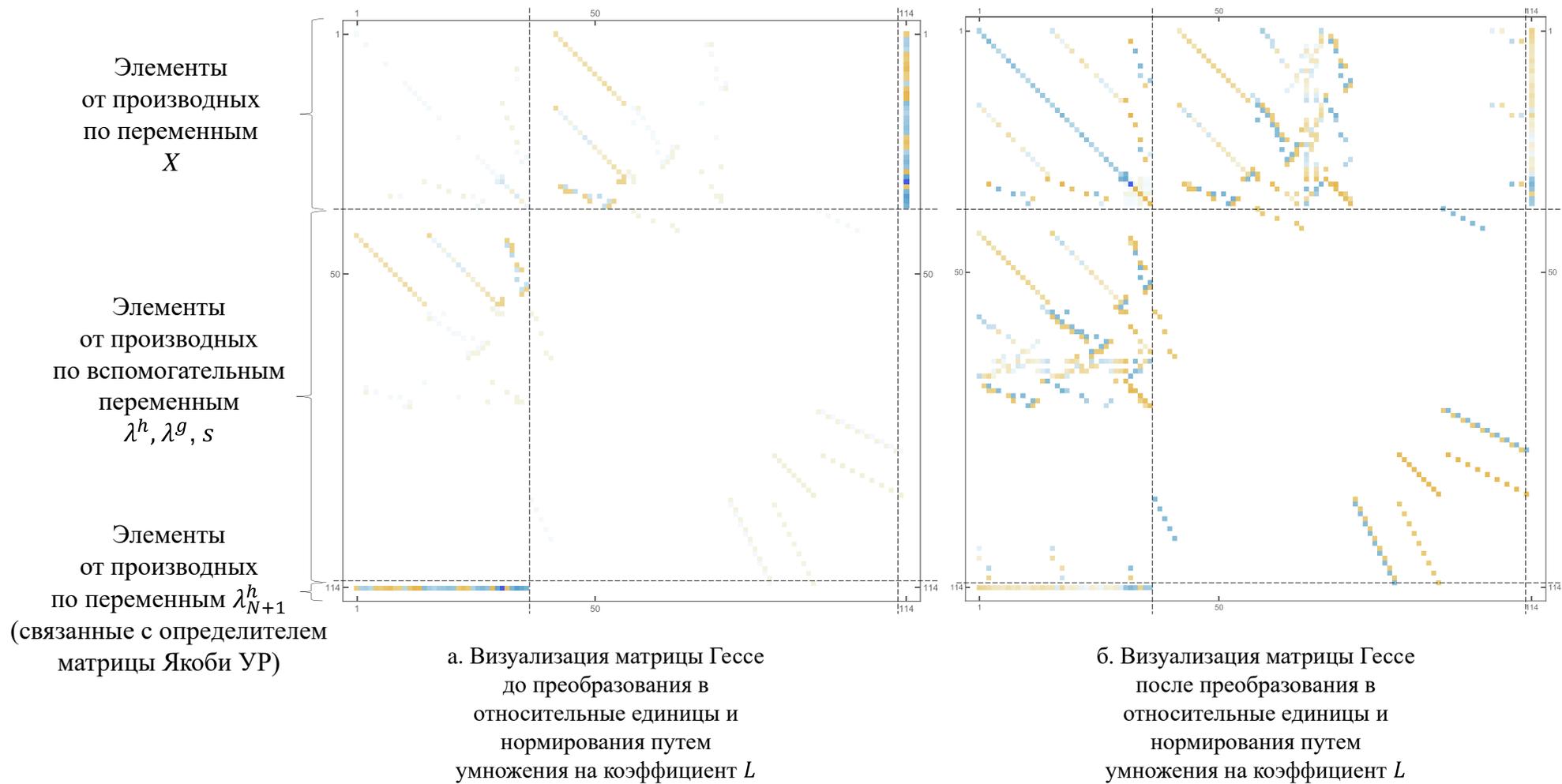


Рисунок 3.7 – Визуализация матрицы Гессе

Кроме того, использование формы записи УУР в виде потоковой модели, а не в форме узловых напряжений также позволяет ускорить расчет. Дело в том, что в уравнениях узловых напряжений в полярной системе координат присутствует синус угла напряжения, который сохраняется в векторе первых производных и матрице вторых производных после дифференцирования. Важно отметить преимущество потоковой модели по сравнению с узловыми уравнениями. Отличительной особенностью уравнений потоковой модели является отсутствие углов фазного напряжения (синусов углов фазного напряжения). Они отсутствуют как в векторе первых производных, так и в матрице вторых производных, что приводит к появлению нулевых строк. Таким образом, при выявлении нулевых строк или столбцов нет необходимости вычислять определитель таких матриц при вычислении производной определителя. Этот фактор существенно снижает вычислительную сложность алгоритма.

На следующем этапе вычислительной оптимизации была проанализирована матрица коэффициентов. Вклад производных определителя матрицы Якоби по основным неизвестным переменным пренебрежимо мал по сравнению с другими производными. Поэтому его можно принять равным нулю и не вычислять. На текущем этапе исследований это обеспечивает значительное ускорение вычислительной процедуры, но для оценки справедливости этого предположения необходимы дальнейшие исследования.

Представленные выше методы решения вычислительных задач позволяют успешно инициировать вычисления для 12-узловой тестовой схемы, чего не удалось достичь с помощью исходной версии алгоритма.

3.3.4 Результаты применения разработанного алгоритма для 12-узловой схемы

Ускоренный алгоритм был применен к 12-узловой тестовой схеме (рисунок 3.8). На рисунке мощности узлов указаны в МВт, сопротивления линий указаны в Ом, проводимости на землю – в мкСм. Рассматривалось три контролируемых сечения (КС1, КС2, КС3). В качестве изменяющихся параметров используются

только загрузки всех генераторов. Таким образом, имитируется ВИР, состоящий только из узлов генерации.

В таблице 3.3 показано сравнение результатов, полученных традиционным методом последовательного утяжеления и предлагаемым алгоритмом для всех трех рассматриваемых сечений. Видно, что предлагаемый алгоритм успешно находит наименьший предельный режим в заданном сечении. При этом для сечений КС № 1 (линии 3-4 и 5-6) и КС №2 (линии 2-3 и 6-7), для которых однозначно можно получить результат методом последовательного утяжеления, найденный предельный режим совпадает для двух сравниваемых методов. Рассматривая КС №3 (линии 2-3, 7-8, 11-12), более сложном сечении, можно заметить, что полученный предельный переток даже ниже, чем при методе последовательного утяжеления. Таким образом, алгоритм способен искать наименьший предельный переток по сечению. Предельные режимы, полученные с помощью традиционного и предлагаемого методов для КС3 показаны на рисунках 3.9 и 3.10 соответственно. Таблица 3.3 – Сравнение традиционного и предлагаемого методов для 12-узловой схемы

МВт	КС1		КС2		КС3	
	Традиционный метод	Предлагаемый метод	Традиционный метод	Предлагаемый метод	Традиционный метод	Предлагаемый метод
Рг3	0	0	6182	6182	2372	4350
Рг4	5074	5074	0	0	2372	783
Рг7	0	0	0	0	2372	0
Рг11	0	0	0	0	0	1063
Рг12	0	0	0	0	0	1317
Рсеч	4297	4297	4688	4688	5606	4977

Стоит подробнее рассмотреть полученные результаты для КС3. Предлагаемый алгоритм находит такой предельный режим, в котором в том числе загружается генератор в узле №11, при этом данный генератор находится в приемной части энергосистемы. Для оценки такой загрузки генератора был

подобран ВИР, соответствующий предельному режиму, полученному с помощью предлагаемого алгоритма. Было выполнено утяжеление из исходного режима с нулевой загрузкой генераторов по полученному ВИР, но с исключением из ВИР генератора №11. Полученный режим представлен на рисунке 3.11.

Переток в рассматриваемом сечении в предельном режиме составил 5390 МВт, что больше, чем в предельном режиме, полученном с помощью предлагаемого метода (4977 МВт), т.е. загрузка генератора №11 влияет на предельный переток в сечении. В таблице 3.4 представлено сравнение полученных режимов с точки зрения распределения перетоков активной мощности по сечению КС3. Можно заметить, что в предельном режиме, полученном с помощью предлагаемого метода, ниже загрузка линии 11-12 и выше загрузка линии 2-3. Таким образом, за счет генератора №11 происходит перераспределение мощности по линиям сечения, что приводит к меньшей величине предельного перетока по сечению. Алгоритм позволил найти предельный режим, отвечающий всем заданным требованиям, при этом найденное решение является не очевидным. Это подчеркивает практическую значимость разработанного алгоритма.

Таблица 3.4 – Сравнение предельных режимов с загрузкой и без загрузки генератора №11

МВт	Предельный режим, без загрузки генератора №11		Предельный режим, полученный с помощью предлагаемого метода	
	Р по ЛЭП, МВт	Доля перетока по ЛЭП в сечении, %	Р по ЛЭП, МВт	Доля перетока по ЛЭП в сечении, %
ЛЭП 3-2	1986	36,8	1984	39,8
ЛЭП 7-8	1775	32,9	1635	32,8
ЛЭП 11-12	1629	30,2	1357	27,3
Р по КС3	5390	100,0	4977	100,0

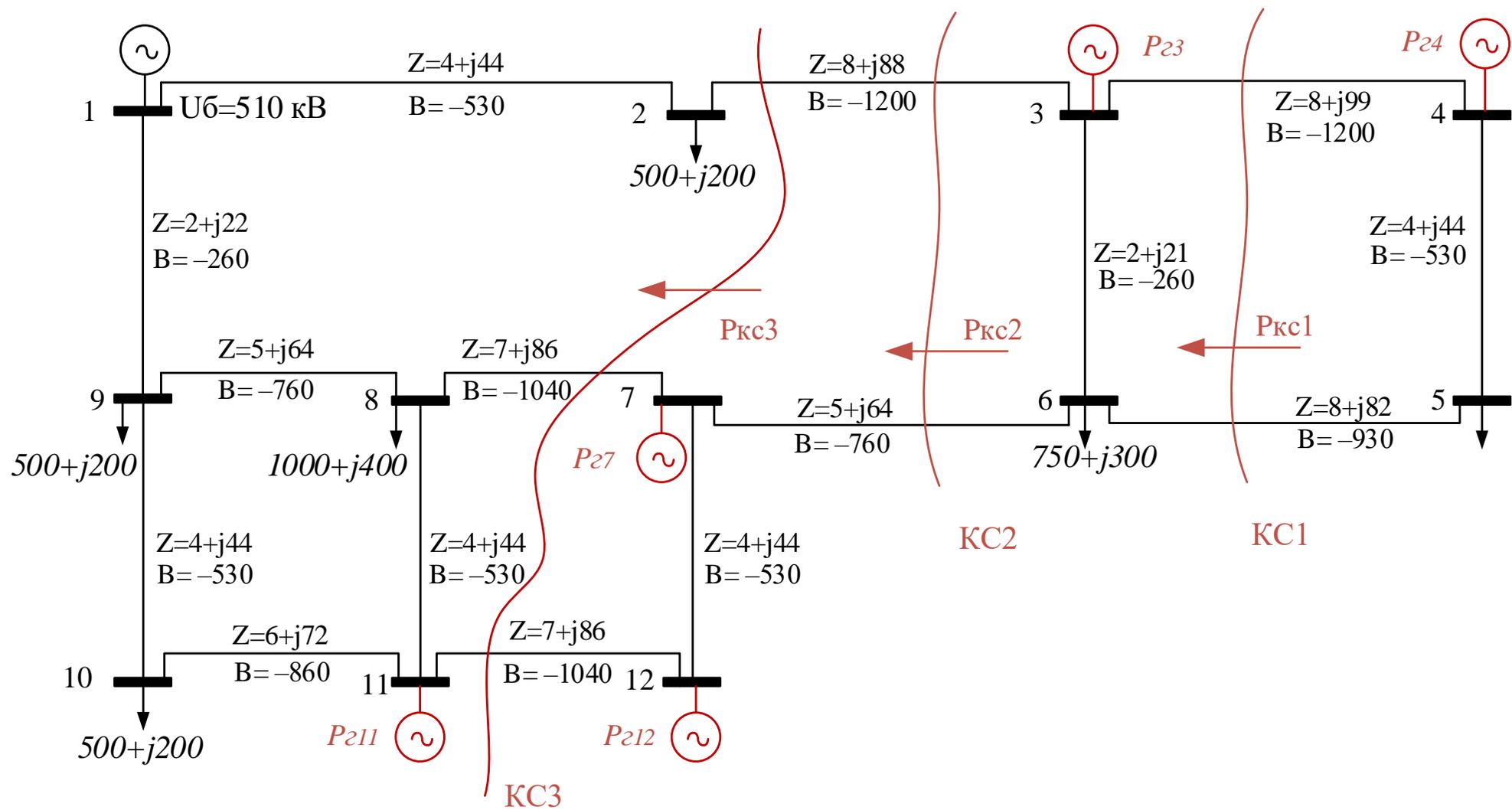


Рисунок 3.8 – 12-узловая тестовая схема

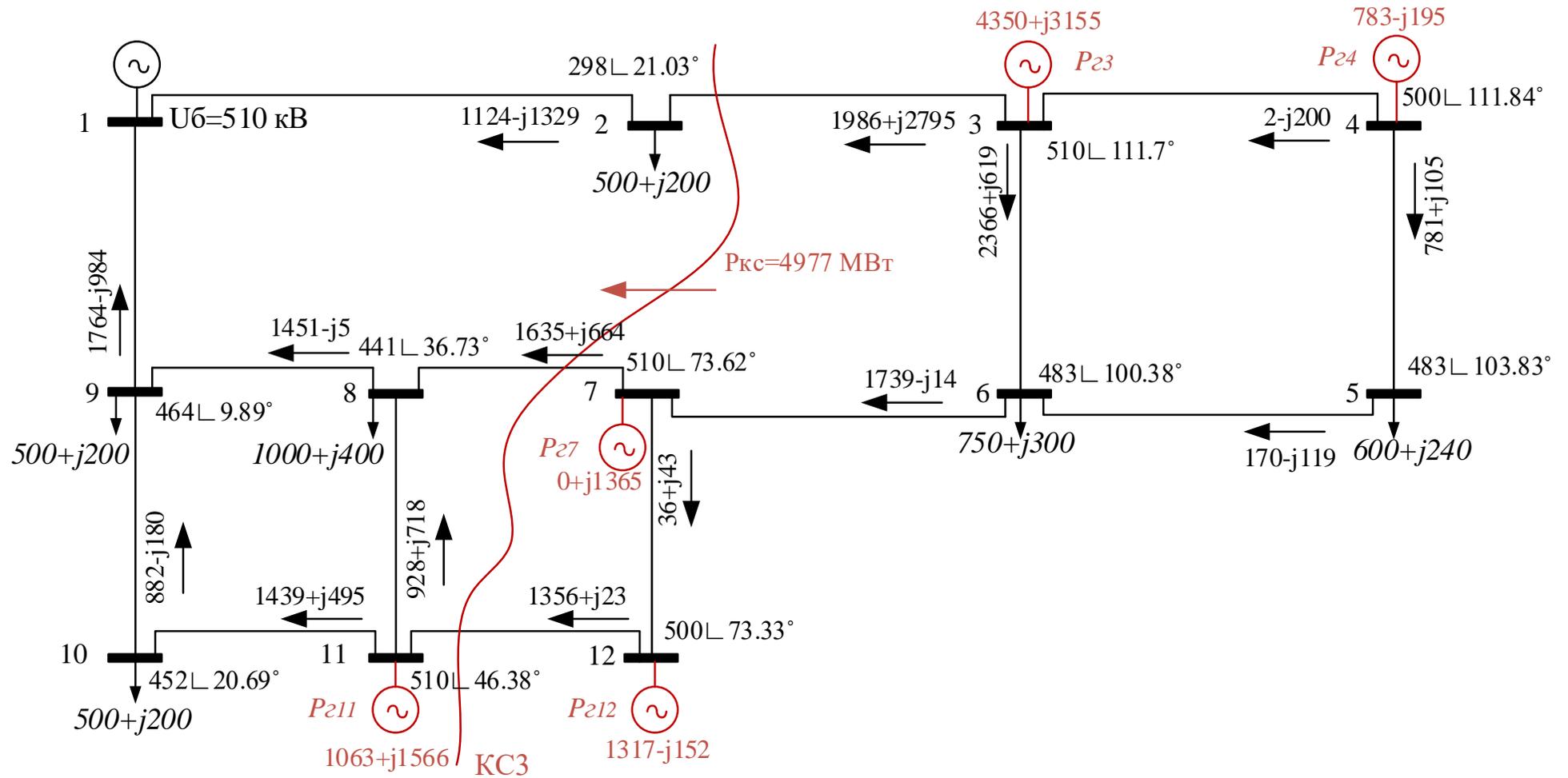


Рисунок 3.10 – Предельный режим, полученный для КСЗ предлагаемым методом

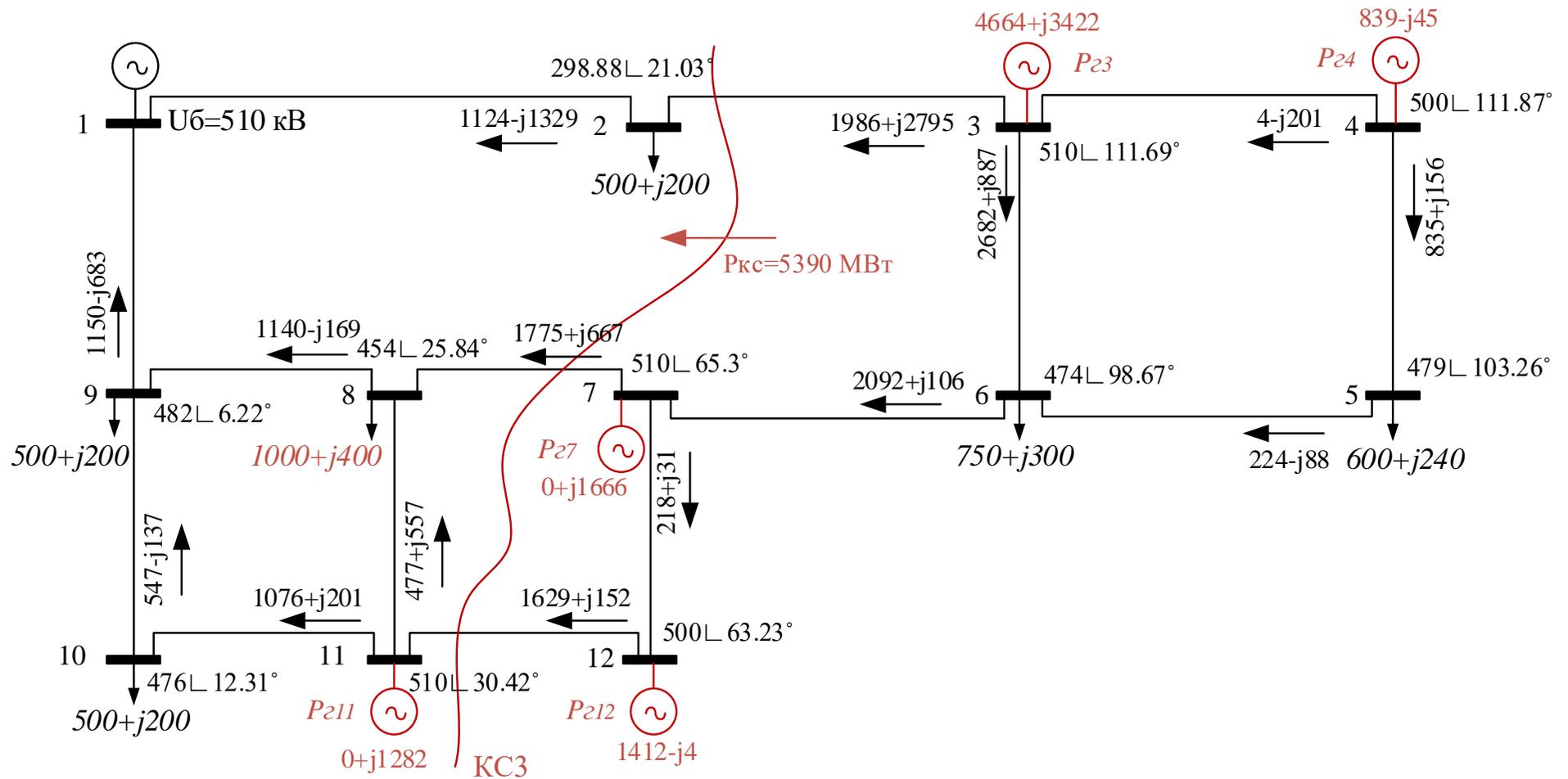


Рисунок 3.11 – Предельный режим, полученный без загрузки генератора №11

Алгоритм был протестирован для различных начальных условий и показал стабильные результаты сходимости к точке решения. Алгоритм сходится за 10-12 итераций в зависимости от заданной точности и критерия останова итерационного процесса. Для демонстрации вычислительных характеристик предложенного метода представлен ряд графиков, визуализирующих итерационный процесс для двух вариантов начальных условий.

В первом варианте в качестве начального приближения мощности всех генераторов в сети заданы равными 1000 МВт. На рисунке 3.12 представлен график изменения перетока активной мощности в утяжеляемом сечении в ходе итерационного процесса. Как видно из рисунка первые пять итераций наблюдается рост перетока по сечению до значения 5364 МВт, что связано с утяжелением режима до предельного, когда определитель матрицы Якоби равен нулю. Начиная с шестой итерации происходит снижение перетока по сечению, и на 12 итерации переток по сечению составил 4977 МВт.

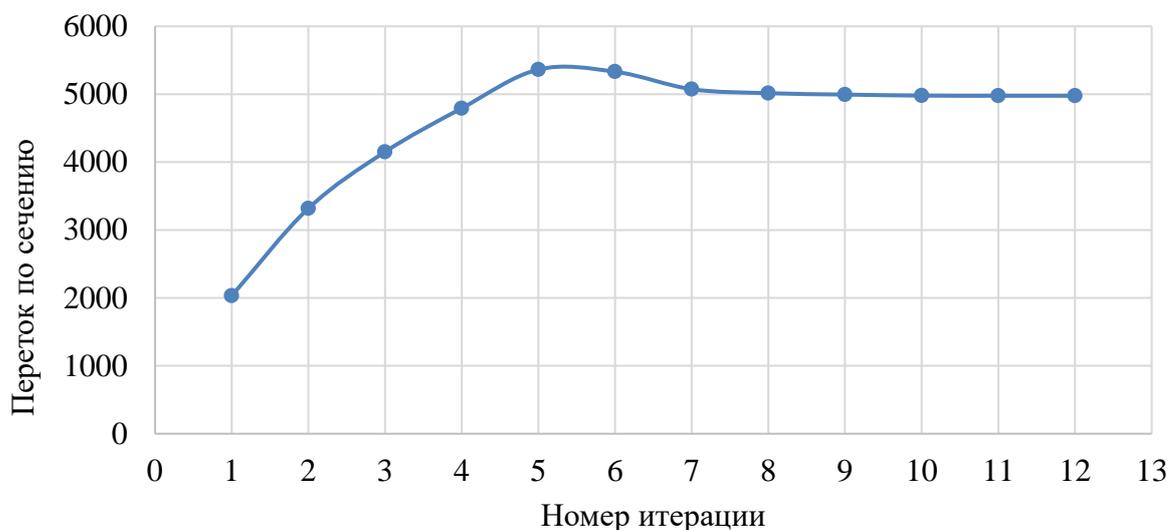


Рисунок 3.12 – Изменение перетока активной мощности по сечению в ходе итерационного процесса минимизации при исходной мощности всех генераторов 1000 МВт

Помимо целевой функции интерес представляет обусловленность линейной системы уравнений (3.43) на шаге метода нелинейного программирования. Число обусловленности рассчитано как отношение наименьшего к наибольшему собственному числу матрицы коэффициентов. График представлен на рисунке 3.13

(ось ординат выполнена в логарифмическом масштабе). Как можно видеть, в ходе итерационного процесса обусловленность увеличивается по мере приближения к точке предельного режима, что свидетельствует о стабильности итерационной процедуры вблизи предельного режима.

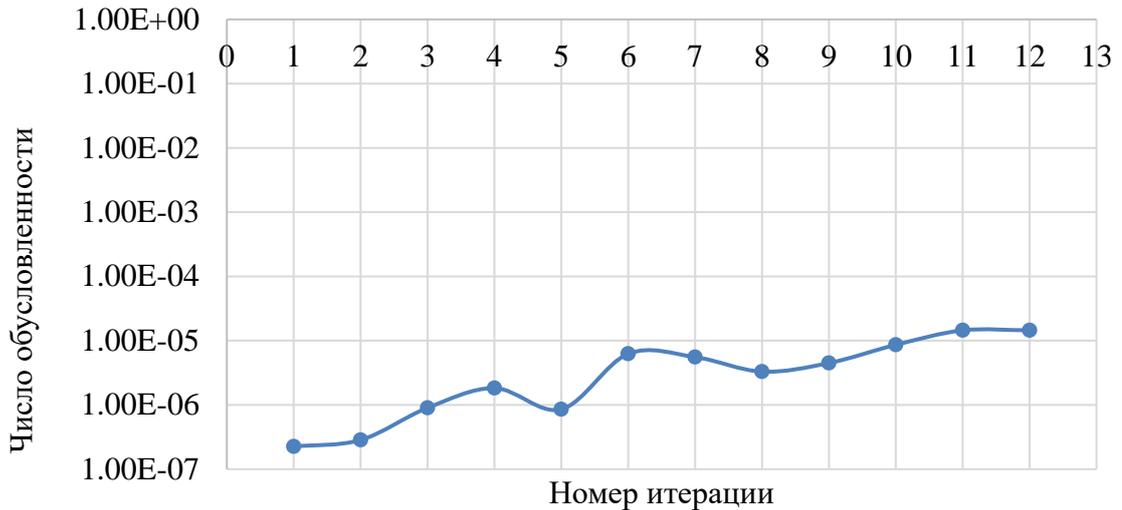


Рисунок 3.13 – Изменение числа обусловленности в ходе итерационного процесса оптимизации при исходной мощности всех генераторов 1000 МВт

Изменение мощностей генераторов в узлах сети представлено на рисунке 3.14.

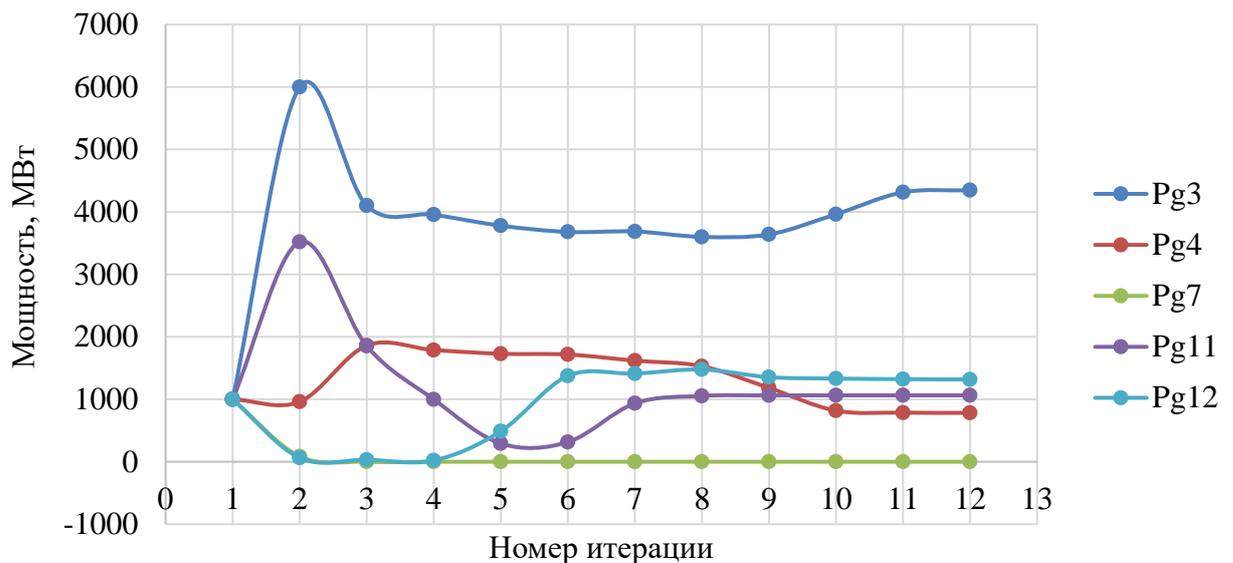


Рисунок 3.14 – Изменение мощностей генераторов в ходе итерационного процесса оптимизации при исходной мощности всех генераторов 1000 МВт

Во втором варианте в качестве начального приближения мощности всех генераторов в сети заданы равными 2000 МВт. В целом характер графиков повторяет первый вариант. Особенностью второго варианта начальных условий является то, что исходный режим (когда все генераторы загружены по 2000 МВт) не существует (исходный режим не может быть рассчитан с заданной точностью). Несмотря на этот факт, алгоритм демонстрирует стабильную сходимость в точку решения. Графики, иллюстрирующие итерационный процесс, представлены на рисунках 3.15–3.17.

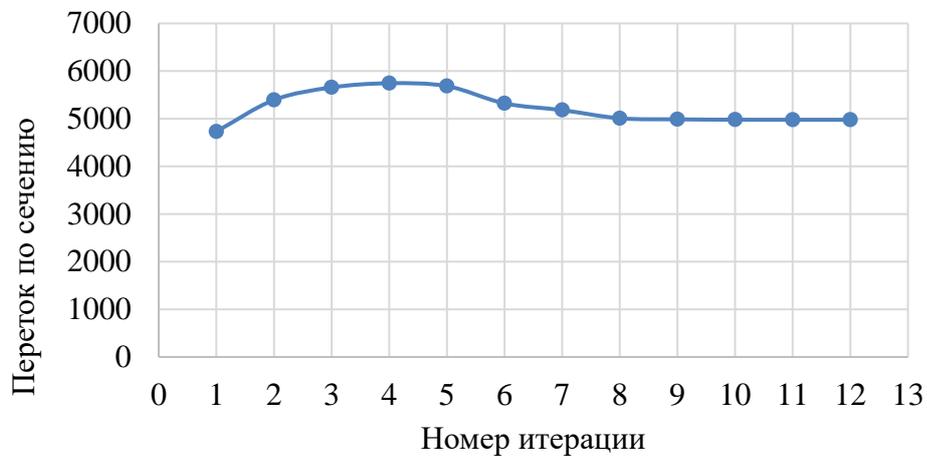


Рисунок 3.15 – Изменение перетока активной мощности по сечению в ходе итерационного процесса в ходе итерационного процесса оптимизации при исходной мощности всех генераторов 2000 МВт

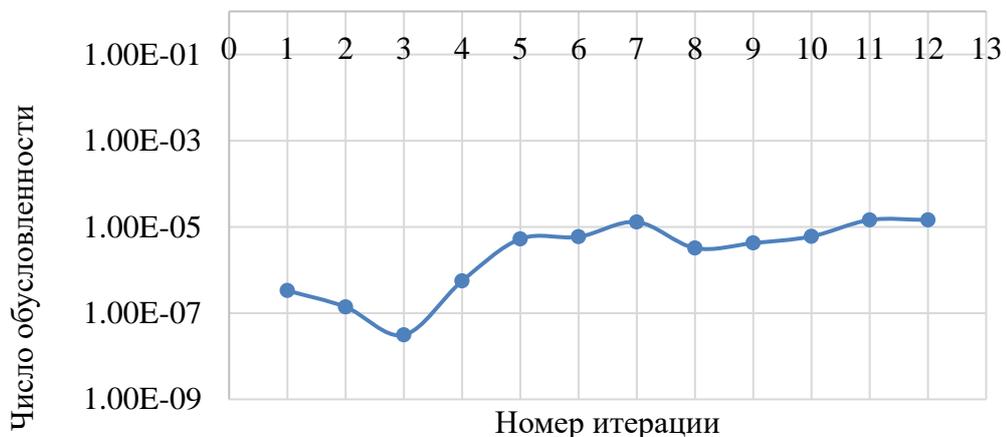


Рисунок 3.16 – Изменение числа обусловленности в ходе итерационного процесса оптимизации при исходной мощности всех генераторов 2000 МВт

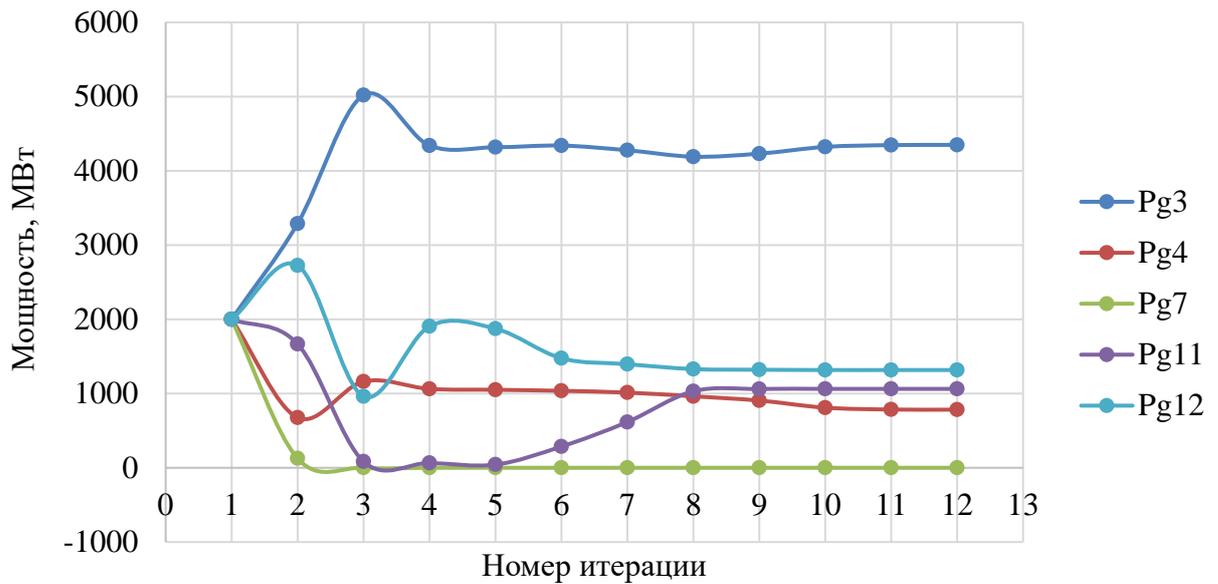


Рисунок 3.17 – Изменение мощностей генераторов в ходе итерационного процесса оптимизации при исходной мощности всех генераторов 2000 МВт

В рамках проведённого исследования был разработан прототип программы, реализующий описанный алгоритм и демонстрирующий корректность теоретических положений. Для использования предложенного алгоритма на реальных электрических схемах необходима промышленная программная реализация. Это должно улучшить вычислительные характеристики относительно того, что было показано в проведённых расчётных экспериментах.

3.4 Выводы по главе 3

1. В главе 3 представлены вычислительные характеристики предлагаемого метода поиска предельного режима в заданном контролируемом сечении. Было показано применение метода для 3-х узловой, 4-х узловой и 12-узловой тестовых схем.
2. Для 3-х узловой схемы, состоящей из двух генераторов и шин бесконечной мощности, подробно описана математическая постановка задачи в общем виде. Показано, что даже для небольшой тестовой схемы определитель матрицы Якоби уравнений, описывающих установившийся режим, представленный в аналитическом виде, выглядит громоздким. Предлагаемый алгоритм применен для двух сечений. Представлена геометрическая интерпретация решаемой задачи нелинейного программирования. С ее помощью показано, что алгоритм работоспособен и находит верное значение наименьшего предельного перетока в заданном сечении при заданных ограничениях.
3. Для 4-х узловой схемы был выполнен расчет наименьшего предельного перетока в заданном сечении с помощью предлагаемого алгоритма, а также с помощью традиционного метода последовательного утяжеления режима. Показано, что оба метода дают одинаковый результат.
4. Для 12-узловой тестовой схемы определитель матрицы Якоби уравнений установившихся режимов становится в аналитическом виде настолько большим, что вычислить его невозможно. Учитывая, что в предлагаемом алгоритме используется не сам определитель, а его производные, образующиеся в ходе решения задачи нелинейного программирования, предлагается применить формулу взятия производной определителя, с помощью разложения матрицы на подматрицы. Использование данной формулы позволяет не брать производную от определителя, а сперва вычислять производные у элементов матриц, полученных в результате

разложения, а уже потом подставлять в них численные значения и вычислять определитель. Данный способ позволяет успешно интегрировать ограничение на определитель матрицы Якоби уравнений режима в процедуру нелинейного программирования. При этом такое разложение дает большое количество матриц, у которых необходимо вычислять определитель, что является вычислительно трудозатратным. Однако, многие из таких матриц имеют нулевые строки или столбцы, что позволяет не рассчитывать для них определитель, т.к. он равен нулю. Отказ от вычисления определителей таких вырожденных матриц позволяет значительно ускорить расчет.

5. Для 12-узловой схемы было выявлено, что система уравнений, составляемая на шаге метода нелинейного программирования плохо обусловлена. В связи с этим расчет был переведен в относительные единицы, что позволило добиться одинаковой размерности элементов матрицы Гессе, связанных с невязками уравнений режима. Кроме того, обнаружено, что наибольшее отличие в порядках в матрице Гессе наблюдается у последней строки и последнего столбца, которые соответствуют взятию производных определителя матрицы Якоби уравнений, описывающих режим, по всем переменным. Для устранения разной размерности была выполнена нормализация матрицы Гессе путем умножения последних строки и столбца на соответствующий коэффициент. Это позволило улучшить обусловленность системы уравнений, составляемой на шаге нелинейного программирования. В результате применения вышеизложенных способов по улучшению вычислительных свойств алгоритма удалось запустить предлагаемый метод для 12-узловой схемы.
6. Было рассмотрено три контролируемых сечения. Для двух простых сечений результат получился такой же, как и при применении традиционного метода последовательного утяжеления режима. Для

третьего, более сложного сечения, наименьший предельный переток получился немного меньше перетока, полученного с помощью традиционного метода последовательного утяжеления режима, что говорит о работоспособности метода.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Рассмотрены основные методы поиска предельных режимов электрических сетей: метод на основе уравнений предельного режима, метод на основе нелинейного программирования и метод утяжеления. Отмечены недостатки рассмотренных методов с точки зрения существующей практики диспетчеризации перетоков в контролируемых сечениях. Методы поиска предельных режимов на основе уравнений предельных режимов и на основе нелинейного программирования не привязываются к контролируемым сечениям энергосистемы, поэтому не могут быть использованы в настоящее время в оперативно-диспетчерском управлении. При использовании традиционного метода последовательного утяжеления режима предельный переток сильно зависит от выбранной траектории утяжеления. Выбор траектории утяжеления осуществляется методом перебора различных комбинаций и экспертной оценки. Траекторий утяжеления существует множество и перебор различных вариантов является трудозатратной процедурой, зависящей от квалификации технолога, выполняющего расчёт. Дополнительную сложность составляет расчет предельных режимов для ремонтных схем, в которых искомая траектория утяжеления может отличаться от выбранной для нормальной схемы.
2. Предложен метод поиска предельного режима с наименьшим перетоком активной мощности в заданном сечении с использованием уравнений потоковой модели на основе нелинейного программирования. Новый подход позволяет находить предельные режимы в контролируемых сечениях без задания траектории утяжеления режима.
3. Представлен подход прямого использования критерия предельного режима, а именно равенство нулю определителя матрицы Якоби уравнений установившегося режима. В качестве уравнений, описывающих установившийся режим, использованы уравнения потоковой модели, которые

обеспечивают лучшие вычислительные характеристики по сравнению с классическими уравнениями узловых напряжений.

4. Для использования в процедуре нелинейного программирования критерия равенства нулю определителя матрицы Якоби предложено использовать формулу производной от определителя. Для реальных электрических схем большой размерности получение определителя в форме многочлена практически невозможно. Формула производной от определителя позволяет исключить получение выражение определителя в явном виде. Это позволяет непосредственно использовать критерий равенства нулю определителя в численном методе нелинейного программирования.
5. Разработаны методы повышения вычислительной устойчивости и быстродействия разработанной процедуры нелинейного программирования: расчёт производится в относительных единицах, и при решении системы линейных уравнений, составляемой на шаге процедуры минимизации, нормируются элементы, связанные с вкладом от определителя матрицы Якоби уравнений режима.
6. Разработанный метод позволяет значительно сократить время, требующееся на поиск траектории утяжеления (избежать трудозатратной процедуры перебора различных ВИР), а также может быть применен для автоматического поиска МДП (АДП) в системе мониторинга запасов устойчивости.

Перспективы развития данной работы связаны с дальнейшими улучшениями вычислительных свойств алгоритма в части снижения зависимости результата работы от начальных условий, а также с программной реализацией предложенного метода для возможности расчёта предельных режимов на схемах большой размерности и решением задач, возникающих при увеличении числа уравнений и неизвестных. Для схем большой размерности требуются дополнительные исследования, направленные на ускорение алгоритма (уменьшение вычислительной сложности одной итерации), на улучшение

сходимости к решению при различных начальных условиях и на снижение числа итераций в ходе процедуры минимизации. Промышленная программная реализация предложенного алгоритма, с одной стороны, позволит уменьшить трудозатраты технологов на расчёты предельных режимов, с другой стороны, может быть использована в системе мониторинга запаса статической устойчивости для расчета максимально (аварийно) допустимых перетоков активной мощности в контролируемых сечениях.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- АДП – аварийно допустимый переток;
- ВИР – вектор измерения режима;
- КС – контролируемое сечение;
- МДП – максимально допустимый переток;
- ПМ – потоковая модель;
- ТМН – точка минимального напряжения;
- УУН – уравнения узловых напряжений;
- УР – установившийся режим;
- УУР – уравнения установившегося режима;
- ЦФ – целевая функция;
- ЭЭС – электроэнергетическая система;
- ЭЦК – электрический центр качаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Приказ Минэнерго России от 03.08.2018 N 630 (ред. от 20.12.2022) "Об утверждении требований к обеспечению надежности электроэнергетических систем, надежности и безопасности объектов электроэнергетики и энергопринимающих установок „Методические указания по устойчивости энергосистем“.
- [2] СТО 59012820.27.010.004-2020 от 09.07.2020 «Правила определения максимально допустимых и аварийно допустимых перетоков активной мощности в контролируемых сечениях, а также допустимых перетоков активной мощности в контролируемых сечениях при работе в вынужденном режиме».
- [3] А. В. Крюков, «Методы определения предельных режимов и оценка запасов устойчивости сложных энергосистем для целей оперативного управления», с. 40, 1997.
- [4] Аюев Б.И., Давыдов В.В., и Ерохин П.М., «Оптимизационные вычислительные модели предельных режимов электрических систем для заданного направления утяжеления», *Электричество*.- 2010.- №12., сс. 2–7.
- [5] F. Milano, *Power System Modelling and Scripting*, vol. 0. в *Power Systems*, vol. 0. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010. doi: 10.1007/978-3-642-13669-6.
- [6] V. Ajjarapu и C. Christy, «The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, no. 1, pp. 416–423, Feb. 1992, doi: 10.1109/59.141737.
- [7] H.-D. Chiang, A. J. Flueck, K. S. Shah, и N. Balu, «CPFLOW: a practical tool for tracing power system steady-state stationary behavior due to load and generation variations», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, no. 2, pp. 623–634, May 1995, doi: 10.1109/59.387897.
- [8] A. C. Z. de Souza, C. A. Canizares, и V. H. Quintana, «New techniques to speed up voltage collapse computations using tangent vectors», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 3, pp. 1380–1387, Aug. 1997, doi: 10.1109/59.630485.
- [9] G. C. Ejebe, J. Tong, J. G. Waight, J. G. Frame, X. Wang, и W. F. Tinney, «Available transfer capability calculations», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 4, pp. 1521–1527, Nov. 1998, doi: 10.1109/59.736300.
- [10] Ke Chen, A. Hussein, M. E. Bradley, и Haibin Wan, «A performance-index guided continuation method for fast computation of saddle-node bifurcation in

- [11] Byongjun Lee, Hwachang Song, Sae-Hyuk Kwon, Gilsoo Jang, Jun-Hwan Kim, и V. Ajjarapu, «A study on determination of interface flow limits in the KEPCO system using modified continuation power flow (MCPF)», *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, no. 3, pp. 557–564, Aug. 2002, doi: 10.1109/TPWRS.2002.800874.
- [12] X.-P. Zhang, P. Ju, и E. Handschin, «Continuation Three-Phase Power Flow: A Tool for Voltage Stability Analysis of Unbalanced Three-Phase Power Systems», *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 3, pp. 1320–1329, Aug. 2005, doi: 10.1109/TPWRS.2005.851950.
- [13] S.-H. Li и H.-D. Chiang, «Continuation Power Flow With Nonlinear Power Injection Variations: A Piecewise Linear Approximation», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, no. 4, pp. 1637–1643, Nov. 2008, doi: 10.1109/TPWRS.2008.2002294.
- [14] H. Li, H.-D. Chiang, H. Yoshida, Y. Fukuyama, и Y. Nakanishi, «The generation of ZIP-V curves for tracing power system steady state stationary behavior due to load and generation variations», в *1999 IEEE Power Engineering Society Summer Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.99CH36364)*, July. 1999, pp. 647–651 vol.2. doi: 10.1109/PSS.1999.787393.
- [15] A. Trias, «The Holomorphic Embedding Load Flow method», в *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, July. 2012, pp. 1–8. doi: 10.1109/PESGM.2012.6344759.
- [16] S. Li, D. Tylavsky, D. Shi, и Z. Wang, «Implications of Stahl’s theorems to holomorphic embedding part I: Theoretical convergence», *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, vol. 7, no. 4, pp. 761–772, July. 2021, doi: 10.17775/CSEEJPES.2020.01910.
- [17] S. D. Rao, D. J. Tylavsky, и Y. Feng, «Estimating the saddle-node bifurcation point of static power systems using the holomorphic embedding method», *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 84, pp. 1–12, Jan. 2017, doi: 10.1016/j.ijepes.2016.04.045.
- [18] C. Liu, B. Wang, F. Hu, K. Sun, и C. L. Bak, «Online Voltage Stability Assessment for Load Areas Based on the Holomorphic Embedding Method», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 4, pp. 3720–3734, July. 2018, doi: 10.1109/TPWRS.2017.2771384.
- [19] C. Gómez-Quiles и A. Gómez-Expósito, «Fast Determination of Saddle-Node Bifurcations via Parabolic Approximations in the Infeasible Region», *IEEE*

- [20] K. Liu, L. Lin, K. Tang, и S. Dong, «Fast Calculation of Saddle-Node Bifurcation Point in Islanded Microgrid Based on Levenberg-Marquardt Algorithm», в *2021 IEEE 4th International Electrical and Energy Conference (CIEEC)*, May 2021, pp. 1–6. doi: 10.1109/CIEEC50170.2021.9510839.
- [21] Y. Zhou, J. Zhang, и W. Gao, «Fast Calculation Method for Continuous Power Flow of Microgrid Based on Levenberg-Marquardt Algorithm», *IEEE Access*, vol. 11, pp. 49578–49586, 2023, doi: 10.1109/ACCESS.2023.3249781.
- [22] Е. Н. ГРЯЗИНА и Д. Ю. БАЛУЕВ, «ИССЛЕДОВАНИЕ ДОПУСТИМЫХ И ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ», *Автоматика и телемеханика*, т. 85, сс. 112–128, Май 2024, doi: 10.31857/S0005231024050047.
- [23] M. Ali, E. Gryazina, и K. Turitsyn, «Fast Calculation of the Transfer Capability Margins», June. 2019, pp. 1–6. doi: 10.1109/PTC.2019.8810842.
- [24] M. Ali, E. Gryazina, A. Dymarsky, и P. Vorobev, «Calculating voltage feasibility boundaries for power system security assessment», *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 146, pp. 108739, Mar. 2023, doi: 10.1016/j.ijepes.2022.108739.
- [25] D. Baluev, M. Ali, и E. Gryazina, «State of the art approach for comprehensive power system security assessment—Real case study», *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 155, pp. 109594, Jan. 2024, doi: 10.1016/j.ijepes.2023.109594.
- [26] C. Gómez-Quiles, A. Gómez-Expósito, и W. Vargas, «Computation of Maximum Loading Points via the Factored Load Flow», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 5, pp. 4128–4134, Sep. 2016, doi: 10.1109/TPWRS.2015.2505185.
- [27] A. Gómez-Expósito и C. Gómez-Quiles, «Factorized Load Flow», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 4607–4614, Nov. 2013, doi: 10.1109/TPWRS.2013.2265298.
- [28] A. Gomez-Exposito, C. Gomez-Quiles, и W. Vargas, «Factored solution of infeasible load flow cases», *Proceedings - 2014 Power Systems Computation Conference, PSCC 2014*, Feb. 2015, doi: 10.1109/PSCC.2014.7038385.

- [29] A. Gomez-Exposito, «Factored solution of nonlinear equation systems», *Proceedings of the Royal Society*, vol. 470, Sep. 2014, doi: 10.1098/rspa.2014.0236.
- [30] A. Adel Mohamed и B. Venkatesh, «Line-Wise Power Flow and Voltage Collapse», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 4, pp. 3768–3778, July. 2018, doi: 10.1109/TPWRS.2017.2787752.
- [31] A. A. Mohamed и B. Venkatesh, «Line-Wise Optimal Power Flow Using Successive Linear Optimization Technique», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 3, pp. 2083–2092, May 2019, doi: 10.1109/TPWRS.2018.2881254.
- [32] A. Aldik и B. Venkatesh, «Reactive power planning using convex line-wise power balance equations for radial distribution systems», *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 14, no. 12, pp. 2399–2406, 2020, doi: 10.1049/iet-gtd.2019.1841.
- [33] A. A. Mohamed и B. Venkatesh, «Voltage stability constrained line-wise optimal power flow», *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 13, no. 8, pp. 1332–1338, 2019, doi: 10.1049/iet-gtd.2018.5452.
- [34] M. Mittelstaedt, S. Bauer, и A. Schnettler, «An Iterative Method for Determining the Most Probable Bifurcation in Large Scale Power Systems», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 4, сс. 2966–2973, July. 2017, doi: 10.1109/TPWRS.2016.2622742.
- [35] M. Mittelstaedt, H. Barrios, и A. Schnettler, «Identification of critical states regarding voltage stability by using a Continuation Power Flow combined contingency analysis», в *2015 IEEE Eindhoven PowerTech*, June. 2015, pp. 1–5. doi: 10.1109/PTC.2015.7232649.
- [36] Конторович А.М., Крюков А.В., *Предельные режимы энергосистем*. М.: Вост.-Сиб. технол. ин-т, 1985.
- [37] Крюков А.В., *Предельные режимы электроэнергетических систем*. Иркутск: Иркутский государственный университет путей сообщения, 2012.
- [38] М. К. Сальникова (Алтухова), «Рациональный выбор начальных приближений при решении уравнений предельных режимов электроэнергетических систем», *Известия Нтц Единой Энергетической Системы*, вып. 2 (89), сс. 52–59, 2023.

- [39] Ю. Н. Булатов, А. В. Крюков, К. В. Суслов, и А. В. Черепанов, «Оперативное определение запасов статической устойчивости в системах электроснабжения с установками распределенной генерации», *Вестник Иркутского Государственного Технического Университета*, т. 25, вып. 1 (156), сс. 31–43, 2021, doi: 10.21285/1814-3520-2021-1-31-43.
- [40] Ю. Н. Булатов, А. В. Крюков, и А. В. Черепанов, «Математические модели для определения предельных режимов в электрических сетях с установками распределенной генерации», *Научный Вестник Новосибирского Государственного Технического Университета*, вып. 4 (80), сс. 17–36, 2020, doi: 10.17212/1814-1196-2020-4-17-36.
- [41] Y. Bulatov, A. Kryukov, V. Senko, K. Suslov, и D. Sidorov, «A Stochastic Model for Determining Static Stability Margins in Electric Power Systems», *Computation*, vol. 10, pp. 67, Apr. 2022, doi: 10.3390/computation10050067.
- [42] C. A. Canizares, F. L. Alvarado, C. L. DeMarco, I. Dobson, и W. F. Long, «Point of collapse methods applied to AC/DC power systems», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, no. 2, pp. 673–683, May 1992, doi: 10.1109/59.141773.
- [43] C. A. Canizares и F. L. Alvarado, «Point of collapse and continuation methods for large AC/DC systems», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 1, pp. 1–8, Feb. 1993, doi: 10.1109/59.221241.
- [44] I. Dobson и L. Lu, «New methods for computing a closest saddle node bifurcation and worst case load power margin for voltage collapse», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 905–913, Aug. 1993, doi: 10.1109/59.260912.
- [45] I. Dobson и L. Lu, «Computing an optimum direction in control space to avoid stable node bifurcation and voltage collapse in electric power systems», *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 10, pp. 1616–1620, Oct. 1992, doi: 10.1109/9.256397.
- [46] Y. V. Makarov, D. J. Hill, и Z.-Y. Dong, «Computation of bifurcation boundaries for power systems: a new /spl Delta/-plane method», *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, no. 4, pp. 536–544, Apr. 2000, doi: 10.1109/81.841855.
- [47] B. I. Ayuev, V. V. Davydov, и P. M. Erokhin, «Fast and Reliable Method of Searching Power System Marginal States», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 6, pp. 4525–4533, Nov. 2016, doi: 10.1109/TPWRS.2016.2538299.

- [48] B. I. Ayuev, V. V. Davydov, и P. M. Erokhin, «Models of Closest Marginal States of Power Systems in p-Norms», *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 33, no. 2, pp. 1195–1208, Mar. 2018, doi: 10.1109/TPWRS.2017.2719125.
- [49] B. Ayuev, V. Davydov, и P. Erokhin, «Nonlinear-Programming-Based Model of Power System Marginal States: Theoretical Substantiation», May 2015.
- [50] C. A. Canizares, «On bifurcations, voltage collapse and load modeling», *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 1, pp. 512–522, Feb. 1995, doi: 10.1109/59.373978.
- [51] C. A. Canizares, «Calculating optimal system parameters to maximize the distance to saddle-node bifurcations», *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 45, no. 3, pp. 225–237, Mar. 1998, doi: 10.1109/81.662696.
- [52] R. J. Avalos, C. A. Canizares, F. Milano, и A. J. Conejo, «Equivalency of Continuation and Optimization Methods to Determine Saddle-Node and Limit-Induced Bifurcations in Power Systems», *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 56, no. 1, pp. 210–223, Jan. 2009, doi: 10.1109/TCSI.2008.925941.
- [53] P. Chusovitin, A. Pazderin, G. Shabalin, V. Tashchilin, и P. Bannykh, «Voltage stability analysis using Newton method», в *2015 IEEE Eindhoven PowerTech*, Eindhoven, Netherlands: IEEE, June. 2015, pp. 1–7. doi: 10.1109/PTC.2015.7232823.
- [54] G. Shabalin, A. Pazderin, P. Bannykh, и E. Balakh, «Voltage stability analysis using quadratic objective function taking into account equality constraints», в *2016 IEEE International Conference on the Science of Electrical Engineering (ICSEE)*, Nov. 2016, pp. 1–5. doi: 10.1109/ICSEE.2016.7806166.
- [55] G. Shabalin, P. Bannykh, P. Chusovitin, A. Pazderin, и E. Balakh, «Voltage stability analysis using quadratic objective function taking into account inequality constraints», в *2017 9th International Conference on Information Technology and Electrical Engineering (ICITEE)*, Oct. 2017, pp. 1–6. doi: 10.1109/ICITEED.2017.8250443.
- [56] S. Yuferev и A. V. Pazderin, «Combined Newton’s Method for Power Flow Calculation», Apr. 2013, doi: 10.2316/P.2013.800-055.
- [57] Yuferev Sergey, «Accounting the Second Derivatives in the Power Flow Calculation», *Advanced Materials Research*, vol. 960–961, pp. 1013–1016, 2014, doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.960-961.1013.

- [58] A. V. Pazderin и S. Yuferev, «Pulling the operating point back onto the feasibility boundary», Apr. 2009, pp. 1–5. doi: 10.1109/SUPERGEN.2009.5347931.
- [59] А. С. Александров, А. Ф. Михайленко, В. Г. Неуймин, и Е. И. Сацук, «Использование технологии динамического ВИР для определения предельных режимов», *Известия Нтц Единой Энергетической Системы*, вып. 2 (81), сс. 70–76, 2019.
- [60] А. С. Александров, Д. С. Лоцман, А. Ф. Михайленко, В. Г. Неуймин, и Е. И. Сацук, «Особенности реализации технологии динамического ВИР для определения предельных режимов», *Известия Нтц Единой Энергетической Системы*, вып. 2 (83), сс. 34–41, 2020.
- [61] D. Wu, F.-E. Wolter, B. Wang, и L. Xie, «Searching for the shortest path to voltage instability boundary: From Euclidean space to algebraic manifold», May 2021.
- [62] R. Wang и R. H. Lasseter, «Re-dispatching generation to increase power system security margin and support low voltage bus», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 2, pp. 496–501, May 2000, doi: 10.1109/59.867131.
- [63] A. Sode-Yome, N. Mithulananthan, и K. Y. Lee, «A maximum loading margin method for static voltage stability in power systems», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 2, pp. 799–808, май 2006, doi: 10.1109/TPWRS.2006.873125.
- [64] Бацева Н.Л. и Сухоруков В.А., «Алгоритм поиска адаптивной траектории утяжеления для энергосистем большой размерности», *Вестник Иркутского государственного технического университета*, т. 24, вып. 152, сс. 582–595, 2020, doi: 10.21285/1814-3520-2020-3-582-595.
- [65] Н. Л. Бацева (Павлова) и В. А. Сухоруков, «Определение допустимых перетоков мощности на основе адаптивной траектории утяжеления», *Вестник Московского Энергетического Института*, вып. 6, сс. 20–30, 2021, doi: 10.24160/1993-6982-2021-6-20-30.
- [66] Белов Е. И., «Применение сингулярного анализа матрицы Якоби для повышения эффективности управления режимами работы электроэнергетических систем», ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», 2020.

- [67] Ю. В. Шаров, «0 развитии методов анализа статической устойчивости электроэнергетических систем», *Электричество*, вып. 1, фев. 2017, doi: 10.24160/0013-5380-2017-1-12-18.
- [68] В. Kh. Kirshtein и G. L. Litvinov, «Analyzing stable regimes of electrical power systems and tropical geometry of power balance equations over complex multifields», *Autom Remote Control*, vol. 75, no. 10, pp. 1802–1813, Oct. 2014, doi: 10.1134/S0005117914100075.
- [69] М. И. Данилов и И. Г. Романенко, «Об Определении Границы Области, Предшествующей Предельным Установившимся Режимам Электроэнергетических Систем, Методом Анализа Тропической Геометрии Уравнений Балансов Мощности», *Автоматика И Телемеханика*, вып. 1, сс. 95–109, 2024, doi: 10.31857/S0005231024010061.
- [70] М. I. Danilov и I. G. Romanenko, «On the Determination of the Region Border Prior to the Limit Steady Modes of Electric Power Systems by the Analysis Method of the Tropical Geometry of the Power Balance Equations», *Autom. Remote Control*, vol. 85, no. 1, pp. 68–78, June. 2024, doi: 10.1134/S0005117924010028.
- [71] C. Zheng, V. Malbasa, и M. Kezunovic, «Regression tree for stability margin prediction using synchrophasor measurements», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 2, pp. 1978–1987, May 2013, doi: 10.1109/TPWRS.2012.2220988.
- [72] Y. Fan, S. Liu, L. Qin, H. Li, и H. Qiu, «A Novel Online Estimation Scheme for Static Voltage Stability Margin Based on Relationships Exploration in a Large Data Set», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 3, pp. 1380–1393, May 2015, doi: 10.1109/TPWRS.2014.2349531.
- [73] I. R. Pordanjani, Y. Wang, и W. Xu, «Identification of Critical Components for Voltage Stability Assessment Using Channel Components Transform», *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 4, no. 2, pp. 1122–1132, June. 2013, doi: 10.1109/TSG.2013.2242498.
- [74] W. Xu, I. Pordanjani, Y. Wang, и E. Vaahedi, «A Network Decoupling Transform for Phasor Data Based Voltage Stability Analysis and Monitoring», *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 3, pp. 261–270, Mar. 2012, doi: 10.1109/TSG.2011.2163175.

- [75] Y. Wang *и др.*, «Voltage Stability Monitoring Based on the Concept of Coupled Single-Port Circuit», *IEEE Transactions on Power Systems - IEEE TRANS POWER SYST*, vol. 26, pp. 2154–2163, Nov. 2011, doi: 10.1109/TPWRS.2011.2154366.
- [76] J.-H. Liu и C.-C. Chu, «Wide-Area Measurement-Based Voltage Stability Indicators by Modified Coupled Single-Port Models», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 2, pp. 756–764, Mar. 2014, doi: 10.1109/TPWRS.2013.2284475.
- [77] H.-Y. Su и C.-W. Liu, «Estimating the Voltage Stability Margin Using PMU Measurements», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 4, pp. 3221–3229, July. 2016, doi: 10.1109/TPWRS.2015.2477426.
- [78] D. Q. Zhou, U. D. Annakkage, и A. D. Rajapakse, «Online Monitoring of Voltage Stability Margin Using an Artificial Neural Network», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, no. 3, pp. 1566–1574, Aug. 2010, doi: 10.1109/TPWRS.2009.2038059.
- [79] W. Nakawiro и I. Erlich, «Online voltage stability monitoring using Artificial Neural Network», в *2008 Third International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies*, Apr. 2008, pp. 941–947. doi: 10.1109/DRPT.2008.4523542.
- [80] D. Chen и R. R. Mohler, «Neural-network-based load modeling and its use in voltage stability analysis», *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 11, no. 4, pp. 460–470, July. 2003, doi: 10.1109/TCST.2003.813400.
- [81] C. Subramani, A. A. Jimoh, S. H. Kiran, и S. S. Dash, «Artificial neural network based voltage stability analysis in power system», в *2016 International Conference on Circuit, Power and Computing Technologies (ICCPCT)*, Mar. 2016, pp. 1–4. doi: 10.1109/ICCPCT.2016.7530255.
- [82] N. P. Tanpaniya и V. B. Pandya, «A Comparative Study on Static Voltage Stability Analysis of Power System using Feed Forward Neural Network and Radial Basis Function Neural Network with Reduced Set of Inputs», в *2021 2nd International Conference for Emerging Technology (INCET)*, May 2021, pp. 1–7. doi: 10.1109/INCET51464.2021.9456149.
- [83] A. Chandra, A. K. Pradhan, и A. K. Sinha, «A comparative study of voltage stability indices used for power system operation», в *2016 21st Century Energy Needs - Materials, Systems and Applications (ICTFCEN)*, Nov. 2016, pp. 1–4. doi: 10.1109/ICTFCEN.2016.8052703.

- [84] A. Prasad, A. Manmohan, S. P. Karthikeyan, и D. P. Kothari, «Assessment on various node voltage stability indices — A review», в *2017 International Conference On Smart Technologies For Smart Nation (SmartTechCon)*, Aug. 2017, pp. 395–400. doi: 10.1109/SmartTechCon.2017.8358403.
- [85] P. S. Nirbhavane, L. Corson, S. M. H. Rizvi, и A. K. Srivastava, «TPCPF: Three-Phase Continuation Power Flow Tool for Voltage Stability Assessment of Distribution Networks With Distributed Energy Resources», *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 57, no. 5, pp. 5425–5436, Sep. 2021, doi: 10.1109/TIA.2021.3088384.
- [86] H. Sheng и H.-D. Chiang, «CDFLOW: A Practical Tool for Tracing Stationary Behaviors of General Distribution Networks», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 3, pp. 1365–1371, May 2014, doi: 10.1109/TPWRS.2013.2289917.
- [87] Z. Zeng, X. Li, J. Zhou, и Y. Zhang, «Investigation of Wind Farm on Power System Voltage Stability Based on Bifurcation Theory», в *2009 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference*, Mar. 2009, pp. 1–4. doi: 10.1109/APPEEC.2009.4918450.
- [88] H. Li, K. ren, S. Li, и H. Dong, «Bifurcation Theory Based Voltage Stability Analysis of Power System Integrated with Large Scale Front-end Speed Regulated Wind Generators», в *2019 IEEE PES Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*, Dec. 2019, pp. 1–6. doi: 10.1109/APPEEC45492.2019.8994707.
- [89] Y. Ma, H. Wen, X. Zhou, J. Li, и H. Yang, «Calculation and study of two-dimensional parameter local bifurcation boundary in wind power system stability model based on continuation method», в *2009 World Non-Grid-Connected Wind Power and Energy Conference*, Sep. 2009, pp. 1–4. doi: 10.1109/WNWEC.2009.5335808.
- [90] W. Li, W. Zhang, и Y. Xie, «Static Voltage Stability Assessment Considering The Impact of Active Distribution Networks», в *2023 International Conference on Power Energy Systems and Applications (ICoPESA)*, Feb. 2023, pp. 295–299. doi: 10.1109/ICoPESA56898.2023.10140569.
- [91] A. Bedawy, M. M. Aly, M. Abdel-Akher, и H. El-Kishky, «Bifurcation analysis of static unbalanced power networks with distributed generation», в *2012 IEEE International Conference on Power and Energy (PECon)*, Dec. 2012, pp. 476–481. doi: 10.1109/PECon.2012.6450260.

- [92] С. А. Ерошенко, А. О. Егоров, В. О. Самойленко, и А. И. Хальясмаа, *Расчеты допустимых перетоков мощности в энергосистемах : учебное пособие*. Издательство Уральского университета, 2017.
- [93] Курмак В.В. и Наровлянский В.Г., «Точки минимального напряжения как характерные особенности слабых участков электрической сети», *Вестник Ивановского государственного энергетического университета*, вып. 2, сс. 48–53, 2011.
- [94] Дубонос В.Р., Курмак В.В., и Наровлянский В.Г., «Точка минимального напряжения на длинных линиях и её использование для выявления слабой связи энергосистемы», *Электрические станции*, вып. 10(987), сс. 31–35, 2013.
- [95] В. В. Курмак, «Совершенствование методов выявления и мониторинга опасных сечений электроэнергетической системы», кандидат технических наук, Иваново, 2012.
- [96] Гаврилова А.Е., Банных П.Ю., и Паздерин А.В., «Применение критерия опасного сечения в алгоритме поиска предельного режима в заданном сечении», в *Электроэнергетика глазами молодежи*, Красноярск, 2023, сс. 40–43.
- [97] Давыдов В.В., «Исследование и разработка моделей расчета предельных режимов электрических систем».
- [98] Давыдов В.В., Неуймин В.Г., Сактоев В.Е., «Определение критических сечений энергосистем в предельных режимах», *Известия РАН. Энергетика.*-, вып. 1, сс. 74–80, 1992.
- [99] Свами М., Тхуласираман К. / Графы, сети и алгоритмы
- [100] Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М., и Неуймин В.Г., *Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах*. Флинта, 2008.
- [101] Банных П.Ю., Паздерин А.В., «Развитие потоковой модели установившихся режимов электрических сетей в трехфазном и однолинейном представлении».
- [102] P. Bannykh, S. Lozhkin, N. Mukhlynin, A. Pazderin, и O. Malozemova, «Distribution Grid Power Flow Algorithm Based On Power-Energy Flow Model», в *2018 IEEE 59-ая научная конференция по электроэнергетике Рижского технического университета, RTUCON 2018*, Nov. 2018, pp. 1–6. doi: 10.1109/RTUCON.2018.8659860.

- [103] Н. Д. Мухлынин, «Управление распределительными сетями с использованием потоковой модели установившегося режима», кандидат наук, Екатеринбург, 2018.
- [104] Идельчик В.И., *Расчёты установившихся режимов электрических систем*. Москва: Энергия, 1977.
- [105] V. A. Venikov, V. A. Stroeve, V. I. Idelchick, и V. I. Tarasov, «Estimation of electrical power system steady-state stability in load flow calculations», *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 94, no. 3, pp. 1034–1041, May 1975, doi: 10.1109/T-PAS.1975.31937.
- [106] Д. М. Максименко, «Оценивание состояния энергосистем и ввод режима в допустимую область оптимизационным методом внутренней точки : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук : 05.14.02». 2017 г.
- [107] П. М. Ерохин, В. Г. Неуймин, Н. Г. Шубин, и Д. М. Максименко, «Использование оптимизационных методов внутренней точки для оценивания состояния энергосистем», *Известия Нтц Единой Энергетической Системы*, вып. 1 (66), сс. 39–45, 2012.