

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования «Уральский федеральный  
университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»

На правах рукописи



**Третьяков Андрей Игоревич**

**АЛГОРИТМЫ И ПРОГРАММЫ РЕШЕНИЯ  
ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРИИ И  
МАГНИТОМЕТРИИ НА ГРАФИЧЕСКИХ  
ПРОЦЕССОРАХ**

Специальность 1.2.2 Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Екатеринбург 2024

Работа выполнена в отделе некорректных задач Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики и механики им. Н. Н. Краковского Уральского отделения Российской академии наук.

Научный руководитель: **Акимова Елена Николаевна**,  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Официальные оппоненты: **Терехов Андрей Валерьевич**,  
доктор физико-математических наук,  
ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный  
технический университет», профессор кафедры Вы-  
числительной техники

**Цымблер Михаил Леонидович**,  
доктор физико-математических наук, доцент,  
ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный  
университет (национальный исследовательский  
университет)» (г. Челябинск), зам. директора  
Научно-образовательного центра «Искусственный  
интеллект и квантовые технологии»

**Ягола Анатолий Григорьевич**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
ФГБОУ ВО «Московский государственный уни-  
верситет имени М. В. Ломоносова», профессор  
кафедры математики

Защита состоится 16 октября 2024 г. в 13:00 на заседании диссертационного со-  
вета УрФУ 1.2.05.22 по адресу: 620000, г. Екатеринбург, пр. Ленина, 51, зал  
диссертационных советов, к.248.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГАОУ ВО  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.  
Ельцина», <https://dissovet2.urfu.ru/mod/data/view.php?id=12&rid=6200>.

Автореферат разослан «\_\_\_» сентября 2024 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
УрФУ 1.2.05.22,  
кандидат физ.-мат. наук



Д. А. Косолюбов

## Общая характеристика работы

**Актуальность и степень разработанности темы.** Анализ гравитационных и магнитных полей с целью получения информации о структурных неоднородностях земной коры и верхней мантии представляет собой сложную проблему как с научной, так и с технической точек зрения. Геофизические данные применяются в задачах геологоразведки для поиска полезных ископаемых: руд, нефти, газа и многих других. Анализ магнитного поля используется для изучения геологических процессов, таких как сдвиги плит и формирование горных пород. С развитием вычислительной техники появляется возможность повысить качество и степень разрешения геофизических неоднородностей. В задачах, где достигнутое разрешение является достаточным, можно существенно сократить время расчетов. Разработка программных средств для эффективного использования вычислительных систем при решении данного класса проблем является актуальной задачей.

Решение геофизических задач — вычислительно трудоемкий процесс, требующий использования сложного математического аппарата, а также передовых компьютерных технологий. При решении задач требуется хранение и обработка большого объема информации. Кроме того, алгоритмы обладают высокой вычислительной сложностью: увеличение объема входных данных увеличивает время вычислений. Использование графических ускорителей при этом является перспективным подходом, так как позволяет существенно сократить время счета.

Одними из важнейших задач являются обратные задачи гравиметрии и магнитометрии, впервые сформулированные в работах Б. В. Нумерова<sup>1</sup> и Н. Р. Малкина<sup>2</sup>, о нахождении поверхностей раздела однородных сред с различными плотностями либо намагниченностями по известному гравитационному, либо магнитному полю. Исследованию структурных обратных задач посвящены работы авторов: Е. Г. Булаха, А. И. Кобрунова, В. А. Кочнева, П. С. Мартышко, В. М. Новоселицкого, И. Л. Пруткина, В. Н. Страхова, Н. В. Федоровой, А. В. Цирульского.

Задачи описываются нелинейными интегральными уравнениями первого рода и являются некорректными задачами: имеют неединственное решение, неустойчиво зависящее от входных данных.

После дискретизации и аппроксимации задачи сводятся к системам нелинейных уравнений большой размерности. Построению численных методов для корректных нелинейных задач посвящены работы Л. В. Канторовича, J. Nocedal.

---

<sup>1</sup>Нумеров Б. В. Интерпретация гравитационных наблюдений в случае одной контактной поверхности // Докл. АН СССР. — 1930. — №21. — С. 569—574.

<sup>2</sup>Малкин Н. Р. О решении обратной магнитометрической задачи для случая одной контактной поверхности (случай пластообразно залегающих масс) // Докл. АН СССР. Сер. А. — 1931. — № 9. — С. 232—235.

Идеи регуляризации для решения некорректных задач были предложены в работах А.Н. Тихонова, М.М. Лаврентьева и В.К. Иванова.

Методы решения нелинейных уравнений на основе итерационной регуляризации были построены и исследованы в работах А. Б. Бакушинского<sup>3</sup>, М. Ю. Кокурина, В. В. Васина<sup>4</sup>, А. Л. Агеева, М. Hanke, А. Neubauer, O. Scherzer, V. Kaltenbacher, S. George.

Алгоритмы решения обратных задач математической физики на основе метода локальных поправок и его модификаций, а также методы комплексной интерпретации геофизических данных разрабатывались в ИГФ УрО РАН (П. С. Мартышко<sup>5,6</sup>, И. Л. Пруткин, И. В. Ладовский, Н. В. Федорова, А. Л. Рублев, Д. Д. Бызов, А. Г. Цидаев).

Разработкой и исследованием параллельных алгоритмов на основе итеративно регуляризованных градиентных методов и методов Ньютона и Левенберга–Марквардта занимались в ИММ УрО РАН (В. В. Васин, Е. Н. Акимова<sup>7</sup>, Г. Я. Пересторонина, Л. Ю. Тимерханова, В. Е. Мисилов, А. Ф. Скурыдина).

Проблемам исследования и распараллеливания алгоритмов применительно к задачам математической физики посвящены работы В. В. Воеводина<sup>8</sup>, Д. К. Фаддеева и В. Н. Фаддеевой. Построению и исследованию параллельных алгоритмов для решения задач гравиметрии и магнитометрии посвящены работы Е. Н. Акимовой.

Важной проблемой является доступность использования программ, реализующих численные алгоритмы на многопроцессорных вычислительных системах. Одним из способов решения этой проблемы является разработка системы удаленных вычислений, позволяющей запускать программы через веб-интерфейс.

---

<sup>3</sup>Бакушинский А. Б., Гончарский А. В. Итеративные методы решения некорректных задач — Москва : Наука, 1989. — 128 с.

<sup>4</sup>Васин В. В. Основы теории некорректных задач — Новосибирск : СО РАН, 2020. — 312 с.

<sup>5</sup>Теория и методы комплексной интерпретации геофизических данных / П. С. Мартышко и другие — Екатеринбург : УрО РАН, 2016. — 94 с.

<sup>6</sup>Мартышко П. С., Ладовский И. В., Гемайдинов Д. В. О выборе параметра регуляризации в задаче аналитического продолжения гравитационных полей (разделение аномалий от разноглубинных источников) // Геология и геофизика, 2023, Т. 64, No 1, С. 112–122.

<sup>7</sup>Akimova E. N., Misilov V. E., Sultanov M. A. Regularized gradient algorithms for solving the nonlinear gravimetry problem for the multilayered medium // Mathematical Methods in the Applied Sciences. 2022. Vol. 45, Issue 15. P. 8760-8768.

<sup>8</sup>Воеводин В. В., Воеводин В. В. Параллельные вычисления — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2002. — 608 с.

Разработке веб-порталов посвящены работы Е. Н. Акимовой<sup>9</sup>, Д. В. Гемайдинова, Д. В. Белоусова, В. Е. Мисилова, М. В. Сахибгареевой, Е. Ю. Куклина, С. Ф. Правдина, А. Г. Цидаева.

**Целью** работы является построение быстрых и экономичных по памяти итерационных алгоритмов на основе градиентных методов решения нелинейных обратных задач гравиметрии и магнитометрии о нахождении поверхностей раздела сред, реализация алгоритмов в виде комплекса программ для графических ускорителей и разработка системы удаленных вычислений для запуска разработанных программ на многопроцессорных системах.

Для достижения поставленной цели решены следующие **задачи**:

1. Разработан новый покомпонентный градиентный метод для решения обратной задачи магнитометрии в случае произвольно направленной намагниченности. Разработаны модификации метода сопряженных градиентов для задач гравиметрии и магнитометрии для двухслойной и многослойной среды с использованием блочно-теплицевой структуры матрицы.
2. Разработаны экономичные по памяти и времени счета параллельные алгоритмы (на основе методов автора и др.), реализованные в виде комплекса программ для GPU.
3. Разработана система удаленных вычислений для запуска разработанных программ на многопроцессорных системах и встроенный в нее комплекс программ.
4. Проведены эксперименты по исследованию сходимости численных методов, эффективности и ускорения параллельных алгоритмов. Для экспериментов построены модельные примеры и примеры на основе реальных гравитационных данных.

**Методология и методы исследования.** В диссертационной работе использован математический аппарат численных методов оптимизации, теории некорректных задач и методы математического моделирования. Для реализации алгоритмов на графических процессорах используется технология параллельного программирования NVidia CUDA.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Для решения обратной задачи магнитометрии о восстановлении поверхности раздела сред, в рамках модели двухслойной среды с произвольно направленными векторами намагниченности слоев, предложен покомпонентный градиентный метод, учитывающий поправку на отклонение от вертикали вектора разности намагниченности слоев.

---

<sup>9</sup>Акимова Е. Н., Гемайдинов Д. В. Параллельные алгоритмы решения обратной задачи гравиметрии и организация удаленного взаимодействия между МВС-1000 и пользователем // Вычислительные методы и программирование. — 2008. — Т. 9. — С. 129–140.

2. На основе модифицированного метода сопряженных градиентов построены экономичные по памяти (с пространственной сложностью  $O(n)$ ) алгоритмы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии о восстановлении поверхностей раздела сред, учитывающие блочно-теплицевую структуру матриц.
3. Разработан комплекс эффективных параллельных алгоритмов и программ решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии с применением высокопроизводительных графических ускорителей, апробированный с помощью математического моделирования для квазиреальных данных с целью обоснования применимости предлагаемого подхода.
4. Разработан веб-портал для выполнения удаленных вычислений с возможностью запуска комплекса программ на многопроцессорных вычислительных системах.

**Научная новизна.** Результаты, представленные в работе, являются новыми и представляют теоретическую и практическую научную ценность.

1. Для модели двухслойной среды с произвольно направленными векторами намагниченности слоев построен новый покомпонентный градиентный метод решения структурной задачи магнитометрии о восстановлении поверхности раздела сред. Метод учитывает поправку на отклонение от вертикали вектора разности намагниченности слоев и использует экономичную схему аппроксимации интегрального оператора.
2. Построены экономичные по памяти модифицированные методы решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии, использующие блочно-теплицевую структуру матриц производных интегральных операторов, что снижает алгоритмическую и пространственную сложность методов.
3. Разработан комплекс программ для решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии на основе методов, представленных в работе. Для уменьшения времени счета и требуемого объема памяти предлагаемые алгоритмы построены на основе модифицированных градиентных методов с использованием блочно-теплицевой структуры матрицы производных.
4. Разработан веб-портал для удаленных вычислений, позволяющий запускать комплекс программ на многопроцессорных системах, добавлять новые программы и подключать новые вычислители.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Разработанные в диссертационной работе и апробированные в расчетах параллельные алгоритмы и программы могут быть эффективно использованы при численном решении на графических процессорах обратных задач теории потенциала: задач гравиметрии и магнитометрии о нахождении поверхностей раздела. Разработанные методы, алгоритмы и программы

могут быть использованы в программных пакетах для решения задач гравиметрии и магнитометрии.

**Степень достоверности полученных результатов.** Достоверность результатов диссертации установлена проведенными численными экспериментами, надежность разработанных программ проверена расчетами при решении модельных задач. Надежность разработанного веб-портала проверена с помощью нагрузочного тестирования.

**Апробация работы.** Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных конференциях и семинарах:

1. Международная научная конференция «Параллельные вычислительные технологии (Казань, 2017; Ростов-на-Дону, 2018; Калининград, 2019).
2. EAGE Geoinformatics (Киев, 2016).
3. Девятыe научные чтения Ю.П. Булашевича (Екатеринбург, 2017).
4. Международный научный семинар им. Д.Г. Успенского (Пермь, 2019).
5. Национальный Суперкомпьютерный Форум (Переславль-Залесский, 2021).

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 11 печатных изданиях, 2 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 5 — в научных изданиях, индексируемых Web of Science и Scopus, 4 — в научных изданиях, индексируемых в РИНЦ. В Роспатент и РосРИД зарегистрированы 3 программы для ЭВМ.

**Личный вклад.** Вклад автора отражен в основных положениях, выносимых на защиту и в опубликованных работах [1–7; 11–14]. В работах [1; 2; 11] автору принадлежит построение параллельных алгоритмов на основе модифицированный градиентных методов с весовыми множителями, разработка программ для графических ускорителей. В работе [7] автору принадлежит разработка алгоритмов решения задач гравиметрии и магнитометрии о восстановлении поверхностей раздела сред, построение параллельных алгоритмов на основе методов градиентного типа и разработка программ для графических процессоров с использованием технологии NVidia CUDA. В работе [4] автору принадлежит построение модифицированного варианта регуляризованного метода сопряженных градиентов для решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии. В работе [5] автору принадлежит построение модифицированного покомпонентного метода. В работах [3; 6; 13] автору принадлежит разработка программ для графических ускорителей. В работе [12] автору принадлежит построение схемы аппроксимации интегрального оператора. Автором разработан веб-портал для организации удаленных вычислений [14]. Программные компоненты комплекса программ зарегистрированы в Роспатенте [8–10].

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и приложения. Полный объём диссертации составляет 122 страниц, включая 42 рисунка и 7 таблиц. Список литературы содержит 97 наименований.

**Благодарности.** Автор выражает искреннюю признательность своему научному руководителю — доктору физико-математических наук, профессору, ведущему научному сотруднику ИММ УрО РАН Елене Николаевне Акимовой.

Автор выражает благодарность за полезные замечания и обсуждения доктору физико-математических наук, члену-корреспонденту РАН, главному научному сотруднику ИММ УрО РАН Владимиру Васильевичу Васину.

Автор выражает благодарность за полезные замечания доктору физико-математических наук, члену-корреспонденту РАН, заведующему лабораторией математической геофизики ИГФ УрО РАН Петру Сергеевичу Мартышко.

Автор выражает благодарность за полезные замечания и обсуждения кандидату физико-математических наук, научному сотруднику ИММ УрО РАН Владимиру Евгеньевичу Мисилову.

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

**Первая глава** посвящена постановкам обратных структурных задач гравиметрии и магнитометрии о восстановлении поверхностей раздела сред по гравитационным либо магнитным данным. Показано, что рассматриваемые в диссертационной работе задачи сводятся к решению нелинейных уравнений. Построена схема аппроксимации интегрального оператора прямой задачи нахождения магнитного поля для поверхности раздела сред в случае произвольно направленных векторов намагниченности слоев, увеличивающая точность аппроксимации интегрального оператора по сравнению с квадратурными формулами.

В разделе 1.1 приводится постановка структурной обратной задачи гравиметрии о восстановлении одной поверхности раздела.

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из двух слоев постоянной плотности, разделенных искомой поверхностью. Плоскость  $xOy$  совпадает с поверхностью Земли, ось  $Oz$  направлена вниз.

Пусть поверхность раздела задается уравнением  $z = \zeta(x, y)$ , скачок плотности на ней равен  $\Delta\sigma$ , поверхность имеют горизонтальную асимптотическую плоскость  $z = h$ , т.е.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty} |\zeta(x, y) - h| = 0.$$

В предположении, что гравитационная аномалия создана отклонением исходной поверхности от горизонтальной плоскости  $z = h$ , в декартовой системе координат функция, описывающая искомую поверхность, удовлетворяет двумерному нелинейному интегральному уравнению первого рода<sup>1</sup>

$$f\Delta\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + \zeta^2(x, y)}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2}} \right] dx dy = \Delta g(x', y', 0), \quad (1)$$

где  $f$  — гравитационная постоянная,  $\Delta\sigma$  — скачок плотности на границе,  $\zeta(x, y)$  — искомая поверхность,  $\Delta g(x', y', 0)$  — аномальное гравитационное поле, измеренное на поверхности.

После дискретизации уравнения (1) на сетке  $n = M \times N$  с шагами  $\Delta x, \Delta y$ , где задана правая часть  $\Delta g(x', y', 0)$ , имеем систему  $n$  нелинейных уравнений  $A(z) = F$ , где  $F$  — вектор правой части размерности  $n$ ;  $z$  — вектор решения.

В разделе 1.2 приводится постановка структурной обратной задачи магнитометрии о восстановлении одной поверхности раздела.

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из двух слоев постоянной вертикально направленной намагниченности, разделенных искомой поверхностью. Плоскость  $xOy$  совпадает с поверхностью Земли, ось  $Oz$  направлена вниз.

Пусть поверхность раздела задается уравнением  $z = \zeta(x, y)$ , поверхность имеет горизонтальную асимптотическую плоскость  $z = h$ , т.е.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty} |\zeta(x, y) - h| = 0.$$

Функция, описывающая искомую поверхность раздела, удовлетворяет двумерному интегральному уравнению первого рода<sup>2</sup>

$$\frac{\Delta J}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\zeta(x, y)}{\left( (x-x')^2 + (y-y')^2 + \zeta^2(x, y) \right)^{3/2}} - \frac{h}{\left( (x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2 \right)^{3/2}} \right] dx dy = \Delta Z(x', y', 0), \quad (2)$$

где  $\Delta J$  — скачок вертикальной компоненты вектора намагниченности,  $z = \zeta(x, y)$  — искомая поверхность,  $\Delta Z(x', y', 0)$  — аномальное магнитное поле (вертикальная составляющая напряженности магнитного поля).

После дискретизации уравнения (2) на сетке  $n = M \times N$  с шагами  $\Delta x, \Delta y$ , где задана правая часть  $\Delta Z(x', y', 0)$ , имеем систему  $n$  нелинейных уравнений  $B(z) = F$ , где  $F$  — вектор правой части размерности  $n$ ;  $z$  — вектор решения.

В разделе 1.3 приводится постановка структурной обратной задачи гравиметрии о нахождении нескольких поверхностей раздела.

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из нескольких слоев постоянной плотности, разделенных искомыми поверхностями  $S_l, l = 1, \dots, L$ , где  $L$  — априорно известное число границ раздела. Плоскость  $xOy$  совпадает с поверхностью Земли, ось  $Oz$  направлена вниз.

Пусть поверхности раздела задаются уравнениями  $z_l = \zeta_l(x, y)$ , скачки плотности на них равны  $\Delta\sigma_l$ , поверхности имеют горизонтальные асимптотические плоскости  $z_l = h_l$ , т.е.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty} |\zeta_l(x, y) - h_l| = 0.$$

Поле от суперпозиции границ с точностью до постоянного слагаемого равно<sup>10</sup>

$$f \sum_{l=1}^L \Delta\sigma_l \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + \zeta_l^2(x, y)}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h_l^2}} \right] dx dy = \Delta g(x', y', 0), \quad (3)$$

где  $f$  — гравитационная постоянная,  $\Delta\sigma_l$  — скачки плотности на границах,  $z = \zeta_l(x, y)$  — искомые поверхности,  $\Delta g(x', y', 0)$  — аномальное гравитационное поле, заданное на поверхности.

Предполагается, что решение существует. Для исключения неединственности используется априорная информация: начальное приближение (достаточно близкое к решению); известные плотности слоев (разности плотностей); глубины асимптотических плоскостей. Весовые множители выбираются из разделенных полей. Нелинейное интегральное уравнение первого рода неустойчиво, поэтому используется регуляризация.

После дискретизации уравнения (3) на сетке  $n = M \times N$  с шагами  $\Delta x, \Delta y$ , где задана правая часть  $\Delta g(x', y', 0)$ , имеем систему  $n$  нелинейных уравнений  $A(z) = F$ , где  $F = (F_1, F_2, \dots, F_L)^T$  — вектор правой

<sup>10</sup>Мартышко П.С., Ладовский И.В., Цидаев А.Г. Построение региональных геофизических моделей на основе комплексной интерпретации гравитационных и сейсмических данных // Физика Земли. 2010. № 11. С. 23-35.

части размерности  $n$ ;  $z = (z_{1,1}, z_{1,2}, \dots, z_{1,n}, z_{2,1}, \dots, z_{2,n}, \dots, z_{L,1}, \dots, z_{L,n})^T$  — вектор решения, составленный из векторов для каждой границы размерности  $L \cdot n = L \cdot M \cdot N$ .

В разделе 1.4 приводится постановка структурной обратной задачи магнитометрии о нахождении нескольких поверхностей раздела.

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из нескольких слоев постоянной вертикально направленной намагниченности  $J_l = J_l^z, l = 1, \dots, L + 1$ , разделенных искомыми поверхностями  $S_l, l = 1, \dots, L$ , где  $L$  — априорно известное число границ раздела. Плоскость  $xOy$  совпадает с поверхностью Земли, ось  $Oz$  направлена вниз.

Пусть поверхности раздела задаются уравнениями  $z_l = \zeta_l(x, y)$ , поверхности имеют горизонтальные асимптотические плоскости  $z_l = h_l$ , т.е.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty} |\zeta_l(x, y) - h_l| = 0.$$

Поле от суперпозиции границ равно<sup>5</sup>

$$\sum_{l=1}^L \frac{\Delta J_l}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\zeta_l(x, y)}{\left( (x - x')^2 + (y - y')^2 + \zeta_l^2(x, y) \right)^{3/2}} - \frac{h}{\left( (x - x')^2 + (y - y')^2 + h_l^2 \right)^{3/2}} \right] dx dy = \Delta Z(x', y', 0), \quad (4)$$

где  $\Delta J_l = J_{l+1} - J_l$  — скачки вертикальных компонент векторов намагниченности слоев,  $\zeta_l(x, y)$  — искомые поверхности,  $\Delta Z$  — аномальное магнитное поле от нескольких поверхностей (вертикальная составляющая напряженности магнитного поля).

В разделе 1.5 приводится постановка структурной обратной задачи магнитометрии для случая произвольно направленной намагниченности. Разное направление остаточной намагниченности говорит о разном возрасте пород в слоях.

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из двух слоев постоянной произвольно направленной намагниченности  $J_1, J_2$  (различными по модулю и по направлению), разделенных искомой поверхностью. Пусть поверхность раздела задается уравнением  $z = \zeta(x, y)$ ,  $\Delta J = J_2 - J_1 = (\Delta J_x, \Delta J_y, \Delta J_z)^T$  — разность векторов намагниченности слоев, поверхность имеет горизонтальную асимптотическую плоскость  $\zeta = h$ , т.е.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty} |\zeta(x, y) - h| = 0.$$

Поле от поверхности раздела равно<sup>11</sup>

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\Delta J_x (x - x') + \Delta J_y (y - y') - \Delta J_z h}{\left( (x - x')^2 + (y - y')^2 + h^2 \right)^{3/2}} - \frac{\Delta J_x (x - x') + \Delta J_y (y - y') - \Delta J_z \zeta (x, y)}{\left( (x - x')^2 + (y - y')^2 + \zeta^2 (x, y) \right)^{3/2}} \right] dx dy = \Delta Z(x', y', 0), \quad (5)$$

где  $\Delta J = J_2 - J_1 = (\Delta J_x, \Delta J_y, \Delta J_z)^T$  — разность векторов намагниченности слоев,  $\Delta Z(x', y', 0)$  — аномальное магнитное поле, измеренное на поверхности.

После дискретизации уравнения (5) на сетке  $n = M \times N$  с шагами  $\Delta x, \Delta y$ , где задана правая часть  $\Delta Z(x', y', 0)$ , имеем систему  $n$  нелинейных уравнений  $B(z) = F$ , где  $F$  — вектор правой части размерности  $n$ ;  $z$  — вектор решения.

Раздел 1.6 посвящен построению схемы аппроксимации интегрального оператора задачи нахождения поля второй производной ньютоновского потенциала для контактной поверхности в случае произвольно направленных векторов намагниченности слоев. Данная схема увеличивает точность аппроксимации интегрального оператора в уравнении (5) по сравнению с квадратурными формулами.

В отличие от подхода получения интегрального уравнения с последующей дискретизацией, предлагается подход на основе идеи конечных объемов. Такой подход для задачи гравиметрии был предложен в работе<sup>10</sup>. Дискретизация проводится в процессе получения уравнения. Для каждой ячейки сетки с индексами  $(i, j)$  строится элементарный параллелепипед высотой  $|\Delta h|$ ,  $\Delta h = \zeta(x_i, y_j) - h$ , имеющий намагниченность  $J = (J_x, J_y, J_z) = \text{sign } \Delta h \cdot \Delta J$ . Поле от криволинейной поверхности будет равным сумме полей от всех элементов разбиения:

$$\Delta Z(x', y', z') \approx \sum_{ij} \Delta Z_{ij}(x', y', z').$$

Найдем выражение для поля прямоугольного параллелепипеда со сторонами, параллельными координатным осям. Для этого воспользуемся теоремой Пуассона<sup>12</sup>

$$U(x', y', z') = -\frac{1}{4\pi} \left\langle J, \text{grad } V(x', y', z') \right\rangle,$$

<sup>11</sup>Misilov V. E. On solving the structural inverse magnetic problem of finding a contact surface in the case of arbitrary directed magnetization // EAGE Geoinformatics 2016: 15th International Conference on Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects. 2016.

<sup>12</sup>Яновский Б. М. Земной магнетизм. Л: Изд-во ЛГУ, 1978.

где  $V(x', y', z')$  — гравитационный потенциал, создаваемый однородным параллелепипедом в точке  $(x', y', z')$ . Вертикальная компонента напряженности магнитного поля (производная потенциала  $U$  по  $z$ ) имеет вид:

$$Z(x', y', z') = \frac{\partial U(x', y', z')}{\partial z} = -\frac{1}{4\pi} (J_x V_{xz} + J_y V_{yz} + J_z V_{zz}).$$

Выражения для вторых производных  $V_{xz}$  и  $V_{yz}$  потенциала приводятся в работе<sup>13</sup>

$$V_{xz} = \left\| \left\| \left( \eta - y' \right) + \sqrt{(\xi - x')^2 + (\eta - y')^2 + (\zeta - z')^2} \right\|_{\xi_1}^{\xi_2} \right\|_{\eta_1}^{\eta_2} \Big|_{\zeta_1}^{\zeta_2},$$

$$V_{yz} = \left\| \left\| \left( \xi - x' \right) + \sqrt{(\xi - x')^2 + (\eta - y')^2 + (\zeta - z')^2} \right\|_{\xi_1}^{\xi_2} \right\|_{\eta_1}^{\eta_2} \Big|_{\zeta_1}^{\zeta_2}.$$

Подробный вывод для  $V_{zz}$  приведен автором в тексте диссертации:

$$V_{zz} = \left\| \left\| \arctg \left( \frac{(\xi - x')(\eta - y')}{(\zeta - z') \sqrt{(\xi - x')^2 + (\eta - y')^2 + (\zeta - z')^2}} \right) \right\|_{\xi_1}^{\xi_2} \right\|_{\eta_1}^{\eta_2} \Big|_{\zeta_1}^{\zeta_2}. \quad (6)$$

Для элементарного параллелепипеда в ячейке сетки  $(i, j)$  пределы будут следующими:  $\xi_1 = x_i$ ,  $\xi_2 = x_{i+1}$ ;  $\eta_1 = y_j$ ,  $\eta_2 = y_{j+1}$ ;  $\zeta_1 = \zeta(x_i, y_j)$ ,  $\zeta_2 = h$ .

Оценка погрешности по правилу Рунге показала, что предложенная схема аппроксимации дает меньшую погрешность (в 2 раза) по сравнению с аппроксимацией интеграла по квадратурным формулам.

**Вторая глава** посвящена построению экономичных по памяти и времени счета алгоритмов решения задач, поставленных в первой главе. Разработан новый покомпонентный метод для решения обратной задачи магнитометрии в случае произвольно направленного вектора намагниченности для одной границы раздела сред. Разработаны экономичные модифицированные алгоритмы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии на основе метода сопряженных градиентов с использованием блочно-теплицевой структуры матрицы производных интегрального оператора.

Раздел 2.1 посвящен построению нового экономичного покомпонентного метода для решения обратной задачи магнитометрии для произвольно

<sup>13</sup>Шванк О. А., Люстих Е. Н. Интерпретация гравитационных наблюдений. Л. : Гостоптехиздат, 1947. — 400 с.

направленной намагниченности. В работе<sup>14</sup> для задачи гравиметрии предложен метод локальных поправок. Идея основана на том, что компонента решения оказывает наибольшее влияние на компоненту правой части (поля), соответствующую точке на поверхности над собой. В работе<sup>15</sup> получен покомпонентный метод в случае вертикально направленной намагниченности (рис. 1, а).

Модификация покомпонентного метода для случая произвольного направленной намагниченности основана на смещении индексов компоненты решения и компоненты правой части в зависимости от угла отклонения от вертикали вектора намагниченности слоев (рис. 1, б). Предполагается, что искомая поверхность расположена достаточно глубоко и влияние глубины залегания границы сравнимо с влиянием наклона намагниченности.

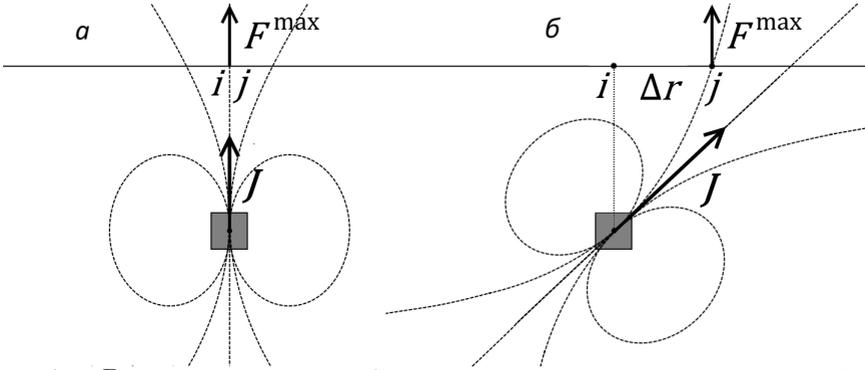


Рис. 1 — Расположение точки  $j$ , соответствующей компоненте правой части, на которую оказывает максимальное влияние компонента решения, соответствующая точке  $i$

Модифицированный покомпонентный метод имеет вид:

$$z_i^{k+1} = z_i^k - \psi \frac{A_j(z^k) - F_j}{\|\nabla A_j(z^k)\|^2} \left( \frac{\partial A_j(z^k)}{\partial z_i} \right),$$

$$j = i + M \left[ \frac{(-3\Delta J_z + \text{sign}(\Delta J_z) \sqrt{8\Delta J_y^2 + 9\Delta J_z^2})h}{4\Delta J_y \Delta y} \right] + \quad (7)$$

$$+ \left[ \frac{(-3\Delta J_x + \text{sign}(\Delta J_x) \sqrt{8\Delta J_x^2 + 9\Delta J_z^2})h}{4\Delta J_x \Delta x} \right],$$

<sup>14</sup>Мартышко П. С., Пруткин И. Л. Технология разделения источников гравитационного поля по глубине // Геофизический журнал. 2003.

<sup>15</sup>Akimova E. N., Misilov V. E. A fast componentwise gradient method for solving structural inverse gravity problem // International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM. 2015. Vol. 3. Iss. 1. P. 775-781.

где  $\Delta x$  и  $\Delta y$  — шаг сетки,  $h$  — глубина залегания асимптотической плоскости,  $z_i$  —  $i$ -й компонент приближенного решения,  $i = 1, \dots, n$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\psi > 0$  — демпфирующий множитель,  $[\cdot]$  — операция округления до ближайшего целого вниз.

**Замечание.** Покомпонентный метод является более экономичным по числу действий по сравнению с градиентными методами, но более чувствительным к возмущенным данным.

В разделе 2.2 описывается построение модифицированного метода сопряженных градиентов.

В работе<sup>16</sup> исследуется модифицированный метод наискорейшего спуска. Матрица производных интегрального оператора вычисляется один раз в начальной точке и не пересчитывается в дальнейшем процессе.

Построенный модифицированный метод сопряженных градиентов имеет вид

$$\begin{aligned} z^{k+1} &= z^k - \psi \frac{\langle p^k, S_\alpha^0(z^k) \rangle}{\|A'(z^0)p^k\|^2 + \alpha \|p^k\|^2} p^k, \\ p^k &= S_\alpha^0(z^k) + \beta^k p^{k-1}, \quad k > 0, \\ p^0 &= S_\alpha^0(z^0), \\ \beta^k &= \max \left\{ \frac{\langle S_\alpha^0(z^k), (S_\alpha^0(z^k) - S_\alpha^0(z^{k-1})) \rangle}{\|S_\alpha^0(z^{k-1})\|^2}, 0 \right\}. \end{aligned}$$

В соответствие с работой<sup>16</sup>, обозначим градиент регуляризованной невязки

$$S_\alpha^0(z) = A'(z^0)^\top (A(z) - F) + \alpha(z - z^0),$$

где  $z^0$  — начальное приближение,  $z^k$  — приближенное решение на  $k$ -ой итерации,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\alpha \geq 0$  — параметр регуляризации,  $\psi > 0$  — демпфирующий множитель. В качестве начального приближения можно взять асимптотическую плоскость.

В разделе 2.3 описывается построение гибридного метода сопряженных градиентов. Идея гибридного метода заключается в том, чтобы пересчитывать матрицу производных один раз за несколько итераций:

---

<sup>16</sup>Васин В.В. Модифицированный метод наискорейшего спуска для нелинейных нерегулярных операторных уравнений // ДАН. 2015. Т. 462. № 3. С. 264-267.

$$A'(z^k) = \begin{cases} A'(z^0), 0 \leq k < j, \\ A'(z^j), j \leq k < 2j, \\ A'(z^{2j}), 2j \leq k < 3j, \\ \dots \end{cases} \quad (8)$$

Данный алгоритм является компромиссным по вычислительным затратам между методом сопряженных градиентов (с пересчетом матрицы на каждой итерации) и модифицированным методом сопряженных градиентов (с вычислением матрицы один раз).

В разделе 2.4 предлагается модифицированный метод сопряженных градиентов с весовыми множителями для многослойной среды. В работе<sup>17</sup> построен метод сопряженных градиентов с весовыми множителями для многослойной среды. Предлагаемая автором модификация заключается в том, что производная интегрального оператора вычисляется один раз в фиксированной точке. Весовые множители  $\gamma_i$  выбираются для каждой компоненты  $z_i$  из соответствующей компоненты  $f_i$ :

$$(f_1, f_2, \dots, f_n, f_{n+1}, \dots, f_{L \cdot n})^\top \rightarrow (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n, \gamma_{n+1}, \dots, \gamma_{L \cdot n})^\top.$$

Выделенные поля  $F_l = (f_{(l-1)n+1}, f_{(l-1)n+2}, \dots, f_{(l-1)n+n})$  от поверхностей  $l = 1, \dots, L$  находятся по методике повысотных трансформаций П. С. Мартышко и И. Л. Пруткина<sup>14</sup>.

В качестве начального приближения можно взять асимптотические плоскости.

Модифицированный метод сопряженных градиентов с весовыми множителями (ММСГВМ) для многослойной среды имеет вид:

$$\begin{aligned} z^{k+1} &= z^k - \psi \frac{\langle p^k, S_0(z^k) \rangle}{\|A'(z^0)p^k\|^2} p^k, \\ p^k &= v^k + \beta^k p^{k-1}, \quad k > 0, \\ p^0 &= v^0, \quad v^k = \Lambda S_0(z^k), \\ \beta^k &= \max \left\{ \frac{\langle v^k, (v^k - v^{k-1}) \rangle}{\|v^{k-1}\|^2}, 0 \right\}, \\ S_0(z) &= A'(z^0)^\top (A(z) - F), \end{aligned}$$

где  $z^0$  — начальное приближение,  $z^k$  — приближенное решение на  $k$ -ой итерации,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\psi > 0$  — демпфирующий множитель,  $\Lambda$  — диагональная матрица, состоящая из весовых множителей  $\gamma$ .

<sup>17</sup>Мартышко П., Акимова Е., Мисилев В. О решении структурной обратной задачи гравиметрии модифицированными методами градиентного типа // Физика Земли. 2016. № 5. С. 82–86.

В разделе 2.5 приводятся методы других авторов, реализованные автором в виде параллельных программ, встроенных в систему удаленных вычислений, используемые в диссертационной работе для решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии: регуляризованный метод сопряженных градиентов и модифицированные альфа-процессы.

В разделе 2.6 описываются оптимизации по памяти для модифицированных методов. Заметим, что при использовании модифицированных градиентных методов, основанных на вычислении матрицы производных в фиксированной точке, при выборе начального приближения  $z^0 = \text{const}$  матрица является теплицево-блочно-теплицевой (ТБТ).

**Утверждение 1.** При смещении пары индексов блока  $(i, u)$  или пары индексов элементов внутри блока  $(j, v)$  на одну и ту же величину значения элементов не меняются.

Другими словами, значения элементов, для которых  $(i - u) = \text{const}$  или  $(j - v) = \text{const}$ , совпадают. На диагоналях, параллельных главной, стоят одинаковые блоки, а внутри каждого блока каждая диагональ состоит из одинаковых элементов (рис. 2), т.е. матрица является теплицево-блочно-теплицевой.

Ранее ТБТ-структура матрицы использовалась в работе<sup>18</sup> при решении линейной задачи гравиметрии о нахождении переменной плотности в слое.

Для использования ТБТ матрицы достаточно хранить только уникальные элементы.

**Утверждение 2.** Пространственная сложность алгоритмов, использующих ТБТ-матрицу, составляет  $O(n)$ , где  $n = M \times N$ .

Алгоритмы с полной матрицей имеют сложность  $O(n^2)$ .

Вместо вычисления и хранения полной матрицы размерности  $MN \times MN$  достаточно хранить только  $(2M - 1)(2N - 1)$  уникальных элементов. Для расчетной сетки  $512 \times 512$  и формата с двойной точностью матрица коэффициентов займёт 512 ГБ. Отметим, что элементы матрицы производной интегрального оператора вычисляются «на лету» в момент выполнения векторно-матричных операций. При использовании модифицированных методов хранение теплицево-блочно-теплицевой матрицы для той же сетки требует менее 8 МБ. Использование требуемой памяти уменьшается в 65536 раз.

**Третья глава** посвящена разработке комплекса параллельных программ решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии на графических ускорителях и тестированию комплекса на построенных модельных примерах с использованием реальных гравитационных полей. Разработан веб-портал для удаленных вычислений,

---

<sup>18</sup>Akimova E. N., Misilov V. E. Efficient numerical algorithm for solving the gravimetry problem of finding a lateral density in a layer: Parallel implementation // Mathematical Methods in the Applied Sciences. – 2020. – Vol. 43, Issue 13

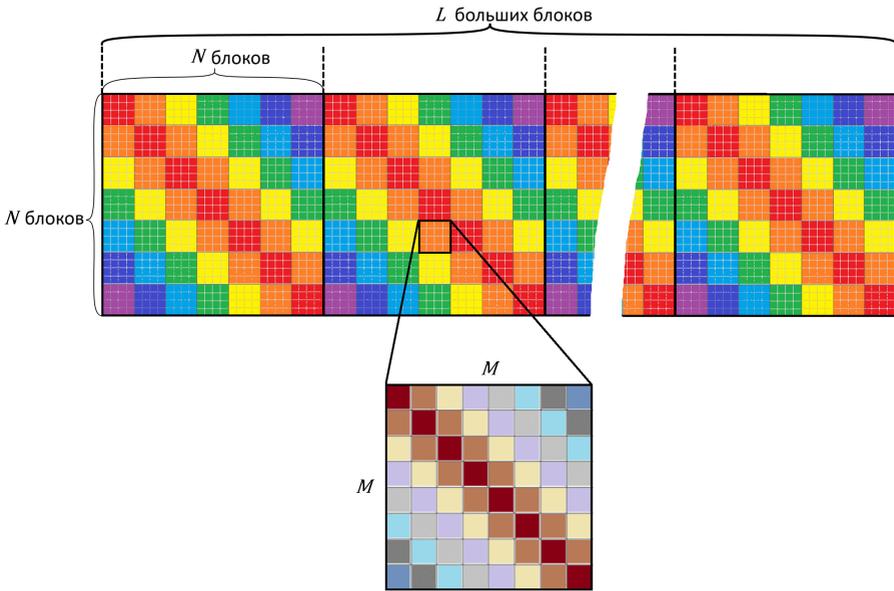


Рис. 2 — Структура матрицы производных интегрального оператора для случая многослойной среды

позволяющий запускать комплекс программ на многопроцессорных системах. Комплекс программ интегрирован в веб-портал.

В разделе 3.1 приводится обзор технологий, используемых в комплексе программ. В том числе, OpenMP, MPI, CUDA.

Раздел 3.2 посвящен построению параллельных алгоритмов для графических процессоров. На основе вышеописанных и ранее разработанных методов для решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии разработаны алгоритмы для графических ускорителей, входящие в состав комплекса программ. Алгоритмы встроены в систему удаленных вычислений (рис. 3).

На рис. 3 программы автора, реализующие методы автора на GPU, обозначены зеленым цветом; программы автора, реализующие другие методы на GPU обозначены желтым цветом; программы соавторов публикаций на OpenMP обозначены белым цветом.

Алгоритмы реализованы с использованием технологии CUDA и библиотеки CUBLAS. Использовался вычислительный модуль с восемью видеоускорителями NVIDIA Tesla. Элементы матрицы производной оператора вычисляются «на лету» в момент обращения к ним.

При разработке комплекса программ использовался реализованный автором оригинальный способ автоматической настройки параметров выполнения ядерных функций: найдены оптимальные параметры для

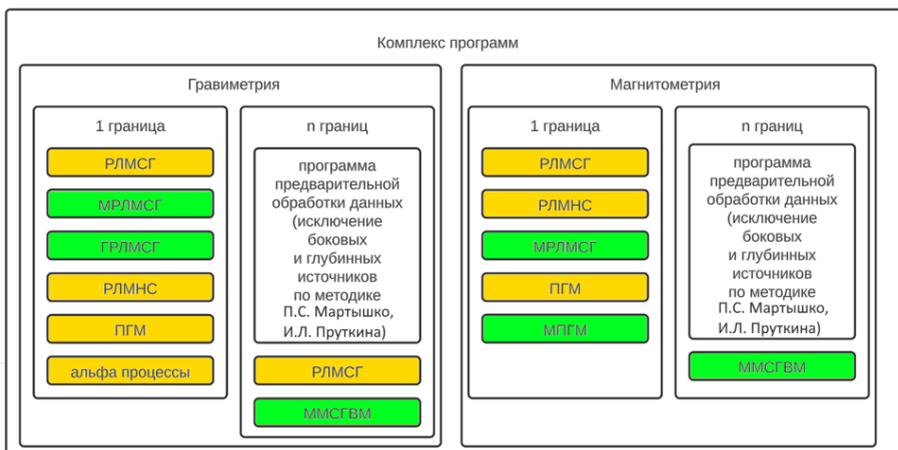


Рис. 3 — Структура комплекса программ

эталонного размера сетки, а для других размеров параметры пропорционально пересчитываются.

В разделе 3.3 приводится описание универсального веб-портала: схема БД, схема взаимодействия с пользователем, основные функциональные возможности (рис. 4). Предлагаемый веб-портал является универсальным решением для запуска задач на удаленных кластерах. При подключении удаленного кластера не требуется производить установку дополнительного ПО на самом кластере, также нет необходимости в привилегированной учетной записи. Общение с кластером ведется через ssh-туннель. Пользователю, для работы с сервисом, требуется действующая учетная запись. Взаимодействие с центром обработки данных (ЦОД) берет на себя портал, пользователям нет необходимости в прямом подключении к кластеру.



Рис. 4 — Структура веб-портала

Входные данные и результаты работы хранятся непосредственно на кластере — это позволяет уменьшить требования к вычислительным ресурсам и объему хранилища. В базе данных хранятся учетные данные

пользователей, авторизационная информация и список задач. Система управления базой данных (СУБД) может быть установлена вместе с основным веб-приложением на одних и тех же серверах, т.к. объем хранимых данных невелик. При необходимости СУБД может быть вынесена на отдельные серверы.

Портал может масштабироваться при росте количества пользователей и задач за счет реплицирования основного приложения и шардирования БД по пользователям. За счет реплицирования также повышается надежность и отказоустойчивость.

В разделе 3.4 приведено описание нагрузочного тестирования веб-портала. В рамках диссертационной работы использовался расширяемый инструмент нагрузочного тестирования Яндекс.Танк. Запуск нагрузочного тестирования после каждого изменения позволяет следить за производительностью сервиса, вовремя реагировать на отклонения результатов теста и сопоставлять их с реальными изменениями в коде.

Раздел 3.5 описывает численные эксперименты для решения модельных задач с помощью разработанных методов и параллельных программ. Проведенные численные эксперименты показывают, что методы и алгоритмы, с точки зрения времени счета и требуемых вычислительных ресурсов, являются эффективными и экономичными.

**Эксперимент 1.** Восстановление одной поверхности раздела по зашумленным гравитационным данным. Целью эксперимента является сравнение итерационных методов РЛМНС, РЛМСГ, МРЛМНС, МРЛМСГ, ГРЛМСГ решения обратной задачи гравиметрии для одной границы по времени счета с помощью разработанного комплекса программ, встроенных в универсальный веб-портал. **Вывод.** Применение модифицированных методов незначительно увеличивает число итераций для достижения сравнимой точности, но за счет экономии вычислений на каждой итерации сокращает общее время счета до 2 раз. Экономия памяти при использовании ТБТ матрицы составила 65 тысяч раз.

**Эксперимент 2.** Восстановление одной поверхности раздела по магнитным данным для случая произвольно направленного вектора намагниченности. Целью эксперимента является сравнение методов РЛМСГ, ПГМ, МПГМ решения обратной задачи магнитометрии для случая произвольно направленного вектора намагниченности по времени счета. **Вывод.** Модифицированный покомпонентный метод обладает преимуществом по сравнению с ПГМ и РЛМСГ. Метод позволяет решать задачу магнитометрии при углах отклонения вектора намагниченности до  $80^\circ$ . Применение модифицированного покомпонентного метода сокращает общее время вычислений в 2-3 раза по сравнению с РЛМСГ.

**Эксперимент 3.** Восстановление трех поверхностей раздела по гравитационным данным с использованием реального гравитационного

поля<sup>19</sup>. Глубины и скачки плотности являются модельными. Целью эксперимента является сравнение методов ЛМСГВМ и ММСГВМ решения обратной задачи гравиметрии для нескольких границ по времени счета с помощью разработанного веб-портала. **Вывод.** Параллельные программы показали высокую эффективность до 90%. Время счета уменьшилось с 15 часов на одном процессоре до 45 секунд на 8 графических ускорителях. Модифицированный метод с ТБТ матрицей работает в 2 раза быстрее, чем метод без модификации.

В **заклучении** приведены основные результаты работы.

Для решения структурной обратной задачи магнитометрии о нахождении поверхности раздела сред для случая произвольно направленных векторов намагниченности слоев разработан новый покомпонентный градиентный численный метод, учитывающий свойства математической модели. Введена поправка на отклонение от вертикали вектора разности намагниченности слоев и используется схема аппроксимации интегрального оператора, более экономичная по сравнению с квадратурными формулами.

Для решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии о восстановлении поверхностей раздела сред разработаны экономичные по памяти модифицированные методы градиентного типа, использующие блочно-теплицевую структуру матриц производных конечномерных аппроксимаций интегральных операторов. В результате получено снижение пространственной сложности с  $O(n^2)$  до  $O(n)$ .

Разработан комплекс параллельных алгоритмов и программ для решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии о восстановлении поверхностей раздела сред на графических ускорителях на основе описанных в работе методов. Комплекс программ протестирован на построенных модельных задачах, с использованием гравитационного поля.

Разработан веб-портал для удаленных вычислений, позволяющий запускать комплекс программ на многопроцессорных системах, добавлять новые программы и подключать новые вычислители. Нагрузочное тестирование показало возможность портала быстро обслуживать большое количество пользователей и заданий одновременно.

**Рекомендации и дальнейшие перспективы разработки темы.**

В дальнейшем предполагается численное решение обратных задач гравиметрии и магнитометрии о нахождении поверхностей раздела с реальными данными на графических процессорах с помощью разработанных параллельных алгоритмов и программ. Веб-портал предполагается использовать для решения задач математической физики на многопроцессорных системах.

---

<sup>19</sup>Bonvalot S., Balmino G., Briais A., M. Kuhn, Peyrefitte A., Vales N., Biancale R., Gabalda G., Reinquin F., Sarraillh M. World Gravity Map. Commission for the Geological Map of the World, Eds. BGI-CGMW-CNES-IRD, Paris, 2012.

## Публикации автора по теме диссертации:

### В рецензируемых научных журналах и изданиях, определенных ВАК РФ и Аттестационным советом УрФУ

1. Градиентные методы решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии на суперкомпьютере «Уран» / Е. Н. Акимова [и др.] // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии (электронный научный журнал). — 2015. — Т. 16, № 1. — С. 155—164. — (0.625 п.л. / 0.156 п.л.)
2. *Akimova E. N., Misilov V. E., Tretyakov A. I.* Regularized methods for solving nonlinear inverse gravity problem // 15th EAGE International Conference on Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects. — 2016. — P. 1—5. — (Scopus) (0.3125 п.л. / 0.125 п.л.)
3. On solving the inverse structural magnetic problem for large grids on GPUs / E. N. Akimova [et al.] // AIP Conference Proceedings. — 2017. — Vol. 1863. — 050010 (Scopus, WoS) (0.3125 п.л. / 0.125 п.л.)
4. *Akimova E. N., Misilov V. E., Tretyakov A. I.* Optimized algorithms for solving structural inverse gravimetry and magnetometry problems on GPUs // Communications in Computer and Information Science. — 2017. — Vol. 753. — P. 144—155. — (Scopus) (0.6875 п.л. / 0.275 п.л.)
5. *Akimova E. N., Misilov V. E., Tretyakov A. I.* Modified Componentwise Gradient Method for Solving Structural Magnetic Inverse Problem // Communications in Computer and Information Science. — 2018. — Vol. 910. — P. 162—173. — (Scopus) (0.6875 п.л. / 0.275 п.л.)
6. *Akimova E. N., Misilov V. E., Tretyakov A. I.* Using Multicore and Graphics Processors to Solve the Structural Inverse Gravimetry Problem in a Two-Layer Medium by Means of  $\alpha$ -Processes // Communications in Computer and Information Science. — 2019. — Vol. 1063. — P. 285—296. — (Scopus) (0.6875 п.л. / 0.275 п.л.)
7. *Акимова Е. Н., Мисилов В. Е., Третьяков А. И.* Экономичные алгоритмы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии на графических процессорах // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии (электронный научный журнал). — 2023. — Т. 24. — С. 368—385. — (1.06 п.л. / 0.53 п.л.)

## Зарегистрированные программы для ЭВМ

8. *Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Grav\_1Surface\_regCG\_CUDA* / Е. Н. Акимова, В. Е. Мисилов, А. И. Третьяков ; Ф. государственное бюджетное учреждение науки Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук. — № 2020663100 ; заявл. 05.10.2020 ; опубл. 22.10.2020, 2020661482 (Рос. Федерация).
9. *Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. MagJz\_1Surface\_regCG\_CUDA* / Е. Н. Акимова, В. Е. Мисилов, А. И. Третьяков ; Ф. государственное бюджетное учреждение науки Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук. — № 2020662619 ; заявл. 05.10.2020 ; опубл. 16.10.2020, 2020661563 (Рос. Федерация).
10. *Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Web-Portal\_Paral\_Prog* / Е. Н. Акимова, Д. Гемайдинов, А. И. Третьяков ; Ф. государственное бюджетное учреждение науки Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук. — № 2023683778 ; заявл. 10.11.2023 ; опубл. 14.11.2023, 2023684234 (Рос. Федерация).

## Другие публикации

11. Градиентные методы решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии на суперкомпьютере «Уран» / Е. Н. Акимова [и др.] // Труды международной конференции «Параллельные вычислительные технологии (ПАВТ'2015)». — 2015. — С. 8—18. — (0.625 п.л. / 0.156 п.л.)
12. *Акимова Е. Н., Мисилов В. Е., Третьяков А. И.* О решении прямой задачи нахождения второй производной ньютоновского потенциала // Девятые научные чтения Ю.П. Булашевича. Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей. — 2017. — С. 18—22. — (0.3125 п.л. / 0.125 п.л.)
13. *Акимова Е. Н., Третьяков А. И.* Решение нелинейных обратных задач гравиметрии и магнитометрии с использованием графических ускорителей // Сборник научных трудов 46-й сессии Международного научного семинара им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей». — 2019. — С. 16—21. — (0.3125 п.л. / 0.1875 п.л.)

14. *Третьяков А. И.* Разработка комплекса параллельных программ решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии для сеток большой размерности // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. — 2022. — Т. 11, № 1. — С. 57–78. — (1.375 п.л. / 1.375 п.л.)

*Третьяков Андрей Игоревич*

Алгоритмы и программы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии на графических процессорах

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать \_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_. Заказ № \_\_\_\_\_

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография \_\_\_\_\_