

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт геофизики им. Ю.П. Булашевича  
Уральского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

ЦИДАЕВ АЛЕКСАНДР ГРИГОРЬЕВИЧ

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ  
ПРИ ПОСТРОЕНИИ ПЛОТНОСТНЫХ СТРУКТУР В ЗЕМНОЙ КОРЕ

Специальность 1.2.2 –  
Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН  
Мартышко Петр Сергеевич

Екатеринбург 2024

## Оглавление

Оглавление .....	2
Введение .....	4
Глава 1. Метод локальных поправок и его применение для решения структурной обратной задачи гравиметрии .....	28
Структурная задача гравиметрии и метод локальных поправок .....	28
Понятие структурного интеграла .....	32
Трехмерная параметризация слоистой среды .....	35
Обобщенный метод локальных поправок для решения обратной структурной задачи гравиметрии .....	38
Демонстрация на модельных примерах .....	44
Метод построения структурных срезов по градиентной плотностной модели .....	58
Глава 2. Алгоритмы комплексной интерпретации гравитационных полей, сейсмических данных и аномалий литостатического давления в земной коре .....	63
Сведение профилей в трехмерную модель и интерполяция .....	63
Выделение блоков в верхней мантии (двухмерный случай) .....	66
Сейсмоплотностная модель по профилям .....	69
Уточнение зависимости скорость-плотность с одновременным выделением блоков .....	76
Аномальное литостатическое давление в трехмерном случае .....	80
Выделение блоков в верхней мантии (трехмерный случай) .....	81
Картирование глубинных тектонических структур по аномалиям литостатического давления .....	88
Глава 3. Примеры практического применения алгоритмов на реальных данных .....	92
Моделирование строения земной коры северо-западной части Урала и Западной Сибири .....	92
Построение плотностной модели Тимано-Печорского региона .....	100
Построение плотностной модели территории Среднего Урала .....	111
Построение плотностной модели территории Северного и Приполярного Урала .....	116
Глава 4. Описание разработанного программного комплекса .....	125
Набор программ GeoTools .....	126

Программа <code>sugracid</code> для решения прямой и обратной задачи гравиметрии на суперкомпьютерах .....	135
Программа <code>Linkate</code> для построения и исполнения вычислительного графа .....	140
Программа <code>minreges</code> для уточнения зависимости скорость-плотность с одновременным расчетом плотностей мантийных блоков .....	146
Заключение .....	148
Литература .....	152

## Введение

### Степень разработанности темы

При исследовании земных недр геофизическими методами часто возникают задачи о структурных границах, разделяющих два слоя с различным значением некоторого физического параметра. В случае гравиметрии таким параметром является плотность, а, к примеру, в магнитометрии это намагниченность. Распределение параметра постоянно, т.е. плотность внутри каждого слоя в данном случае считается константой.

Впервые задачи о таком контакте были поставлены в 30-е гг. XX века. В случае гравиметрии задача впервые была сформулирована советским астрономом Б.В. Нумеровым [1], который показал, что гравитационный эффект структурной границы зависит от глубины её залегания и разницы плотностей верхнего и нижнего слоев, также называемой избыточной плотностью или скачком плотности на границе.

В дальнейшем задача для границ раздела исследовалась в работах С. Tsuboi и Т. Fushida [2], А.А. Заморева [3, 4], О.А. Шванка и Е.Н. Люстиха [5], А.К. Маловичко [6], Е.А. Мудрецово [7], Ю.В. Антонова [8, 9].

Обратной задачей гравиметрии для плотностного контакта является нахождение положения границы раздела двух сред при известном скачке плотности и заданной асимптоте. В двухмерном случае эта задача имеет характер задачи логарифмического потенциала и хорошо исследована. В частности, ей посвящены работы А.В. Цирульского [10, 11], В.Н. Страхова [12-14], А.И. Кобрунова [15], В.Б. Гласко [16, 17], В.Г. Чередниченко [18-20], В.И. Старостенко [21].

Важную роль при изучении задач логарифмического потенциала сыграл аппарат, основанный на теории функций комплексного переменного (ТФКП), созданный А.А. Заморевым [3, 22], В.К. Ивановым [23], А.В. Цирульским [11],



Г.Я. Голиздрой [24], В.Н. Страховым [25]. Он позволил перейти от исследования собственно логарифмического потенциала к исследованию комплексной напряженности внешнего аномального поля  $u(z)$ . Функция  $u(z)$  (как и её производные) представляется в виде интеграла типа Коши, теоретический аппарат для которых к тому времени уже был проработан достаточно полно.

Обратные задачи гравиметрии описываются интегральными уравнениями первого рода. Хорошо известно, что такие задачи являются некорректными: имеют неединственное решение и неустойчиво зависят от исходных данных [26]. Последнее означает, что малые изменения входных данных могут приводить к значительным отклонениям в результате. В геофизике подобные малые отклонения могут возникать на различных этапах работы с данными. В процессе съемки наблюдаемых значений потенциальных полей на данные могут влиять как шумы самих датчиков, так и эффекты от внешних источников поля, не относящихся к исследуемой территории и находящиеся за её пределами. Помимо этого происходят и ошибки при снятии показаний, вызванные человеческим фактором. В дальнейшем, на этапе подготовки данных к интерпретации, когда в них вводятся различные поправки, тоже возможно внесение искажений, которые скажутся на результате. Также накапливаются ошибки округления при ручном счете и связанные с машинной точностью ошибки при автоматизированной обработке.

В связи с этим критически важно использовать устойчивые схемы решения некорректных задач. Теоретические основы в этой области были заложены в начале 60-х годов XX века теорией квазирешений В.К. Иванова [27, 28], работами М.М. Лаврентьева [29] и теорией регуляризации А.Н. Тихонова [30, 31]. В дальнейшем в приложениях к теории интерпретации потенциальных полей этой задачей занимались А.В. Цирульский [32], В.Н. Страхов [33], А.Х. Остромогильский [34, 35], Ф.И. Никонова [36, 37], В.Г. Чередниченко [18, 19].

Конкретно для задачи о границе раздела исследования единственности и устойчивости вели В.Н. Страхов [38], В.Г. Чередниченко [20], Н.В. Федорова [39, 40]. В частности В.Н. Страховым (для конхоид Слюза) [12, 25] и в более общем случае Н.В. Федоровой и А.В. Цирульским [41] было показано, что задача является двухпараметрически – по плотности и положению асимптоты границы – неоднозначной.

С алгоритмической точки есть несколько популярных подходов к решению возникающих в геофизических задачах интегральных уравнений. Распространено использование методов нелинейной минимизации, применению которых посвящены работы Е.Г. Булаха [42-44]. В работах Л.Т. Бережной и М.А. Телепина [45, 46] используется метод преобразования спектра. Существует подход на основе монтажного метода, предложенного независимо А.В. Овчаренко [47] и В.Н. Страховым и М.И. Лапиной [48].

С увеличением доступных геофизикам вычислительных мощностей стал неизбежен переход к сугубо трехмерным постановкам задач. По мнению академика В.Н. Страхова, высказанному ещё в 2007 г., «двухмерные постановки интерпретационных задач должны быть «сданы в архив» [49]. По его классификации парадигм, выделяемых в теории интерпретации потенциальных полей, переход к трехмерным постановкам является одним из составляющих современной, третьей парадигмы. В целом, третью парадигму в интерпретации геофизических данных характеризует взрывной рост компьютеризации и размерности обрабатываемых массивов наблюдений, это отличает её от первой парадигмы ручного счета, становление которой пришлось на 1920–1940 гг., и второй, появившейся в 1960–1980 гг. парадигмы, которую определяли аналитический подход к решениям задач и ранняя компьютеризация [50]. Но при переходе к трехмерной постановке структурной задачи применение аппарата ТФКП невозможно: если в  $\mathbb{R}^2$  мы можем

отождествить пространство и комплексную плоскость, то в  $\mathbb{R}^3$  никаких аналогов подобному переходу уже не существует. Поэтому аналитические решения затруднены, а основным подходом для трехмерной инверсии гравитационного поля является применение итерационных методов. Такие исследования были начаты А.И. Кобруновым [51, 52], предложившим метод решения в линеаризованной постановке. В 1983 г. И.Л. Пруткиным [53, 54] был предложен итеративный метод локальных поправок, первоначально построенный для класса ограниченных тех.

В 1986 г. И.Л. Пруткин применил свой метод локальных поправок и для структурных границ раздела сред с постоянной плотностью [55]. Этот метод, не требующий линеаризации и разложения в ряд, восстанавливает положение плотностного контакта в ходе итерационного процесса. Суть вынесенной в название метода «локальности» заключается в том, что на каждой итерации в каждой точке границы раздела происходит уточнение её положения исходя из значения наблюдаемого поля, измеренного в только этой точке. В дальнейшем этот метод развивался и использовался его автором в работах [56-59]. В диссертации в дальнейшем под названием «метод локальных поправок» будет пониматься именно метод локальных поправок для решения обратной задачи гравиметрии для границы раздела двух сред, заполненных веществом с постоянной плотностью.

Теоретическим исследованием возможностей метода и оценкой его параметра регуляризации занимались П.С. Мартышко совместно с Д.Е. Кокшаровым [60, 61]. Ими же проводились и практические работы по интерпретации данных по Шершневской и Таманской аномалиям [62]. Также необходимо отменить широкое использование метода локальных поправок при построении комплексной модели центральной части Восточно-Европейской платформы В.Н. Глазевым и О.М. Муравиной [63, 64].

В рамках других подходов решением структурных задач гравиметрии занимались О.И. Журавлева [65, 66], получившая спектральное представление для решения нелинейной обратной задачи гравиметрии, в том числе в случае нескольких границ раздела; В.В. Васин и Е.Н. Акимова, разработавшие новые схемы инверсии при помощи линеаризованных градиентных методов [67-69]; В.Е. Мисилов [70], исследовавший возможность восстановления по наблюдаемому полю нескольких разноглубинных структурных границ одновременно.

В общемировой практике для упрощения вычислительных схем в трехмерном случае часто применяется конечно-элементный подход. Поскольку гравитационное поле является аддитивным, возможно разбить исследуемый объем на множество мелких элементов, гравитационный эффект которых вычисляется аналитически, а затем рассчитать поле как сумму полей, порождаемых элементами разбиения. Такими элементами, в силу простоты задания их координат в декартовой системе, часто выступают прямоугольные призмы (параллелепипеды). Среди методов решения обратных задач, основанных на подобном подходе, стоит отметить трехмерное обобщение монтажного метода, описанное У. Шефера и Т.В. Балк [71, 72] и исследуемое также П.И. Балком, А.С. Долгалем и Л.А. Христенко [73-75].

Основы сейсмоплотностного (сейсмогравиметрического) подхода комплексной интерпретации в рамках единой модели данных сейсмических и гравиметрических наблюдений заложены работами Г.Я. Голиздры [76], Е.Г. Булаха [77], далее развивался В.Н. Глазневым [78], А.И. Кобруновым [79], Е.Н. Мотрюк [80], А.В. Мужиковой [81], С.В. Шиловой [82].

В диссертации предложен метод комплексной интерпретации гравитационных и сейсмических данных, позволяющий в рамках выбранных представлений построить представляющие практический интерес объемные геолого-геофизические модели. Обратная задача гравиметрии для контактной поверхности является идеальным

инструментом для количественного согласования скоростных и плотностных параметров модели с заданным гравитационным полем и позволяет перейти от двухмерных разрезов к трехмерным. Основой решения обратной задачи служит описанный в работах И.Л. Пруткина и П.С. Мартышко [55, 57] метод локальных поправок. В отличие от других методов (таких как метод подбора, метод инверсии оператора прямой задачи), итерационный метод локальных поправок обладает большей алгоритмической простотой и обеспечивает лучшую сходимость решений.

Идея предложенного в диссертации способа построения начальных моделей базируется на обработке данных сейсморазведки. Наблюдаемые поля времен пересчитываются в скоростные разрезы по методике З.Р. Мишенькиной и С.В. Крылова [83, 84].

Предложенный в диссертации метод комплексной интерпретации позволяет сузить класс возможных решений и сделать алгоритм их построения устойчивым к помехам. Описанная методика использует новый подход к применению метода локальных поправок для нахождения нескольких структурных границ: из наблюдаемого поля выделяются составляющие, которые считаются полями от исследуемых границ. В отличие от метода расчета нескольких структурных границ на основе выбора весовых коэффициентов для гравитационного эффекта каждой из них, предложенного И.Л. Пруткиным, с помощью которого можно получить бесконечное семейство эквивалентных решений, предложенная методика дает (при условии сходимости итерационного процесса) единственное решение.

В зарубежной практике методы интерпретации, основанные на взгляде на земную кору как на набор структурных границ, практически отсутствуют. Однако, подобные постановки задач встречаются при исследованиях геологически важных границ земной коры: верхней – границы осадочного чехла и фундамента, и нижней – границы Мохоровичича (Мохо), разделяющей кору и мантию. Эти границы делят

верхнюю часть литосферы на три слоя с различными химическими и физическими параметрами. На континентах толщина осадочного слоя составляет в среднем 1,8 км (0,3 км для территории океанов), в то время как толщина коры составляет 35–50 км (до 70 км в высокогорных районах, 5–10 км под океанами).

Существуют различные модели границ коры, построенные, прежде всего, по сейсмическим данным. В плане методологии можно отметить работы [85-87]. Из результатов выделяется глобальная модель Crust 1.0 с разрешением  $1^\circ \times 1^\circ$  [88] и её предшественница Crust 2.0 ( $2^\circ \times 2^\circ$ ) [89]. Эти модели включают положение границы осадочного чехла и границы Мохоровичича для всей территории Земли.

Помимо сейсмической информации, определение глубины залегания границы Мохо (или толщины земной коры) может осуществляться исходя из гипотезы изостазии. Изостазия, или изостатическое равновесие – это состояние гравитационного равновесия между корой и мантией, вызванное тем, что структуры коры, как имеющие более низкую плотность, чем мантийные, плавают на поверхности мантии. Глубина «погружения» зависит от толщины коры и её плотности. Существуют три основные гипотезы о характере изостатического равновесия:

1. Эйри – Хесканена, в которой рельеф поверхности обуславливается изменением толщины земной коры;
2. Пратта – Хейфорда, объясняющей равновесие вариациями плотности,
3. Венинга Майнеса, в которой, в отличие от первых двух, считается, что земная кора не делится на блоки, а представляет собой сплошной изгибающийся под собственной массой слой.

Среди работ, посвященных исследованию взаимосвязи изостазии с гравитационным полем и тектоническими структурами, стоит отметить цикл работ под руководством М.Е. Артемьева ([90-93]). В диссертации принят подход Пратта–

Хейфорда на основании работ по Уральскому региону В.С. Дружинина и др. [94-97]. В соответствии с ними глубиной изостатической компенсации, то есть минимальной глубиной, на которой достигнуто изостатическое равновесие, принята горизонтальная плоскость на глубине  $h=80$  км. Это отличается от более распространенных представлений, в которых изостатическая компенсация происходит на границе Мохо, однако объясняет как неполную компенсацию, получаемую при построении скомпенсированных на границе «кора-мантия» моделей [98], так и значительное изменение рельефа поверхности Мохо в регионе (от 33 до 60 км), вместе с которым также отмечается существенная неоднородность плотности в верхах мантии, проявляющаяся в изменении значений скоростей от 7,9-8,1 до 8,5-8,6 км/с [99]. Таким образом, в рамках выбранных модельных представлений градиентно-плотностная земная кора плавает на поверхности блочной мантии. Мантийные блоки являются однородными по плотности, все межблочные границы строго вертикальны.

Приняв гипотезу об изостатической компенсации и имея заданную глубину, на которой компенсация происходит, мы можем перейти к изучению давления, которое оказывают вышелегающие горные породы на нижние слои (так называемое литостатическое давление). Поскольку модель скомпенсирована изостатически, то давление на глубине компенсации должно быть постоянным по всей площади. В диссертации предложен способ построения модели аномального литостатического давления, получаемого на каждом гипсометрическом уровне (глубине) расчетом отклонения давления в каждой точке плоскости от среднего значения литостатического давления на данном уровне. Такой подход позволяет оценивать изменение знака значения аномального давления по глубине и по латерали. Изменение знака вдоль вертикальной оси  $Oz$  позволяет оценивать глубины, на которых располагаются характерные плотностные особенности, связанные с

тектоническими структурами. Изменение знака в горизонтальном направлении по латерали позволяет определять контуры границ мантийных блоков.

Верхней границей мантийных блоков является поверхность Мохо. Эта граница определяется в основном по сейсмическим данным, поскольку разделяет слои с резко отличающейся плотностью, что по закону Снеллиуса вызывает изменение направления распространения сейсмических волн. В трехмерном случае её рельеф определяется посредством интерполяции профильных данных в рамках представленной единой методики построения границ плотностных слоев земной коры.

Разработанный автором алгоритм включает в себя все этапы построения трехмерных плотностных слоистых моделей по двумерным сейсмическим профилям. Линейная обратная задача гравиметрии по невязке расчетного и наблюдаемого полей позволяет найти послойное распределение аномалиеобразующих плотностей и сопоставить их с распределением скоростей сейсмических волн в слоистой среде. После чего уточняются коэффициенты линейной регрессии «плотность-скорость», используя выборки данных петрофизических исследований. Переходя к абсолютным значениям плотности, строят сейсмоплотностную «модель нулевого приближения». Поправки к положению границ слоев находятся из решения нелинейной обратной задачи гравиметрии для многослойных сред при повторной минимизации невязки расчетного и заданного на изучаемой площади гравитационного поля.

В задачах построения моделей распределения плотности исследуемой области земной коры обычно используется комплекс методов. Естественным является построение плотностных моделей на основе данных сейсмометрии и гравиметрии, поскольку скорости распространения сейсмических волн и плотность находятся в тесной корреляционной зависимости. При этом необходимо произвести переход от



значений скорости продольных волн к значениям плотности пород, который осуществляется по некоторой априорно заданной формуле. Существующие исследования [100-102] зависимости «скорость-плотность» показывают, что такая формула не носит универсального характера при подробном изучении области земной коры, а является индивидуальной для каждой площади. Более точное определение такой зависимости становится необходимым, например, при исследованиях осадочного чехла и верхней мантии в практически значимых задачах нефтегазоразведки [103]. В статье [104] описана методика определения законов изменения плотности в зависимости от скорости продольных волн на примере двумерных профилей.

Разработанные в рамках диссертации технологии использовались в выполняемых в лаборатории математической геофизики Института геофизики УрО РАН им. Ю.П. Булашевича построениях моделей глубинного строения Урала и сопредельных территорий. В разные годы работы выполнялись для различных территорий Уральского региона на планшетах различного масштаба. На рисунке 1 представлено географическое положение всех исследованных в рамках диссертации территорий. Цветом выделены территории, на результаты исследования которых имеются ссылки в тексте:

- Северо-Западный Урал и Западно-Сибирская равнина (красным),
- Средний Урал (масштаб 1:2500000, фиолетовым),
- Урал и Тимано-Печорская провинция (желтым),
- Северный и Приполярный Урал (зеленым),
- участок Среднего и Северного Урала и западной Сибири (оранжевым),
- Средний Урал (масштаб 1:1000000) (синим).

Цифрами обозначены сейсмические профили и геотраверсы: 1 – «Агат», 2 – Полярно-Уральский трансект, 3 – «Кварц», 4 – «Глобус», 5 – Верхненильдино-

Казым, 6 – «Гранит», 7 – Сыктывкарский, 8 – Северная Сосьва-Ялutorовск, 9 – «Рубин-1», 10 – Вижай-Орск, 11 – Красноленинский, 12 – «Рубин-2», 13 – Ханты-Мансийский, 14 – Красноуральский, 15 – Свердловский, 16 – Тараташский.

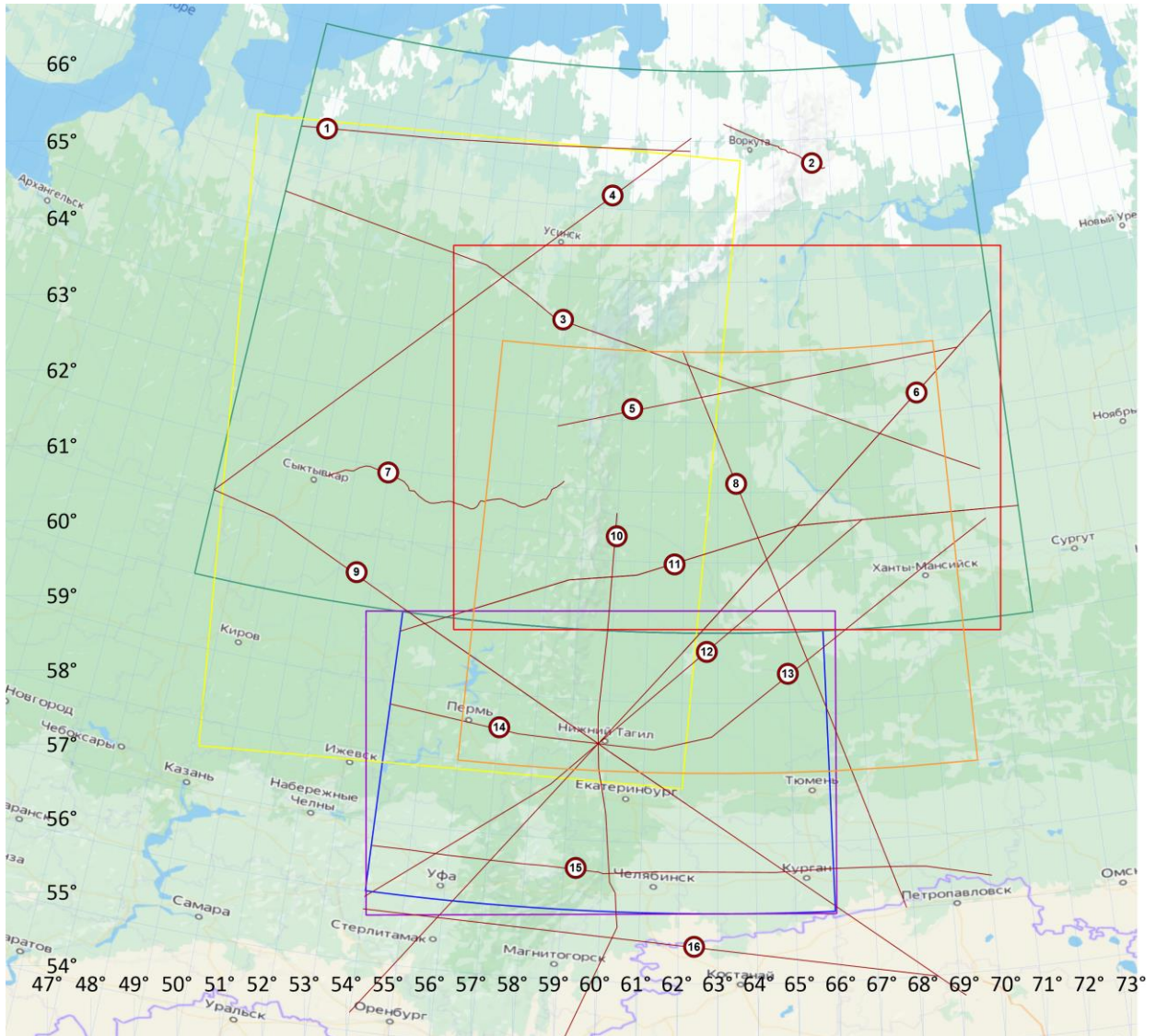


Рисунок 1. Географическое расположение территорий, исследования по которым проводились в рамках диссертации. Условные обозначения и пояснения в тексте.

### **Актуальность работы**

Разработка алгоритмов для построения трехмерных моделей земной коры на основе комплексного анализа данных, полученных различными геофизическими методами (гравитационными, сейсмическими) является актуальной задачей. Несмотря на то, что неоднородное строение земной коры, характеризующееся распределением плотностных аномалий, наиболее полно отражено именно в гравитационном поле, дополнительное использование других геофизических данных позволяет снижать степень неоднозначности в задачах интерпретации и получать более геологически содержательные решения.

В настоящее время на рынке геофизического программного обеспечения отсутствует какой-либо признанный лидер, предлагающий решения для интерпретации гравитационных данных, поэтому разработка эффективной компьютерной технологии моделирования в этой области является актуальной и перспективной.

### **Цель работы**

Целью диссертационной работы является разработка алгоритмов и программного обеспечения для методики поэтапного построения трехмерных плотностных моделей на основе гравитационных и скоростных сейсмических данных, а также создание эффективной компьютерной технологии, использующей разработанные алгоритмы. Достижение этой цели основано на методах решения прямых и обратных задач гравиметрии в двухмерной и трехмерной постановках.

### **Задачи исследования**

- Обобщить метод локальных поправок для решения обратной задачи гравиметрии в классе контактных поверхностей для устойчивого вычисления положения как глубокозалегающих, так и приповерхностных границ слоев в трехмерной слоистой модели.

- Разработать способ преобразования сейсмических разрезов в двухмерные плотностные разрезы земной коры и верхней мантии с неоднородным слоисто-блоковым строением.
- Разработать способ построения плотностной трехмерной модели начального приближения на основе набора двухмерных плотностных разрезов.
- Разработать алгоритм преобразования трехмерной модели градиентного распределения плотности в модель слоев с постоянной плотностью, требующую меньших вычислительных ресурсов для обработки.
- Для предложенных методов и алгоритмов создать программное обеспечение, позволяющее использовать весь разработанный комплекс методов в единой оболочке.

#### **Положения, выносимые на защиту**

1. Обобщенный метод локальных поправок для обратной структурной задачи гравиметрии позволяет находить решение задачи как для приповерхностных, так и глубокозалегающих границ и использовать неплоскую границу начального приближения.
2. Разработанные алгоритмы и программное обеспечение для построения плотностных разрезов по сейсмическим данным с последующим сведением их в трехмерную модель позволяют создавать геофизически содержательные модели распределения плотности в земной коре.
3. Разработанный программный комплекс позволяет находить решения прямой и обратной задач гравиметрии как на персональных компьютерах, так и на оборудованных высокопроизводительными видеокартами вычислительных кластерах.

### **Методология и методы исследования**

В диссертационной работе применяется математический аппарат численных методов оптимизации, аппарат теории некорректных задач и геофизического моделирования. При разработке программного обеспечения, реализующего описанные алгоритмы, использованы технологии распределенных вычислений (MPI), высокопроизводительных вычислений на графических ускорителях Nvidia CUDA и AMD ROCm, а также технологии векторизации вычислений на процессорах общего назначения (OpenMP).

### **Научная новизна**

Разработаны вычислительные методы и алгоритмы, на базе которых создана последовательная методика построения трехмерных плотностных моделей начального приближения на основе двумерных сейсмических данных. В отличие от принятого в практике структурно-картировочных и разведочных работ подхода, основанного на построении разломно-блоковых моделей, предложенная в диссертации методика позволяет получать градиентные модели распределения плотности. Предложен и реализован алгоритм расчета аномалий литостатического давления, выходные данные которого могут использоваться для разделения по глубине тектонических структур в земной коре и верхней мантии. Введено понятие структурного интеграла, обобщающего существующие постановки задачи о границе раздела двух сред с различной плотностью. Предложено использовать конечно-элементный подход для решения структурных задач гравиметрии. Обобщен метод локальных поправок для обратной структурной задачи гравиметрии, в результате чего стало возможным использовать его не только для глубокозалегающих, но и для приповерхностных границ, что расширяет возможности для его применения.

### **Теоретическая и практическая значимость**

Получено обобщение метода локальных поправок для решения обратной задачи гравиметрии в классе контактных поверхностей. Разработаны алгоритмы и программное обеспечение, позволяющие получать устойчивые решения такой задачи. Разработана последовательная методика построения трехмерных плотностных моделей по комплексу геофизических данных (гравитационные поля и скоростные сейсмические разрезы). Предложено использовать распределение аномального литостатического давления в качестве интегральной характеристики двух и трехмерных плотностных моделей, продемонстрирована возможность определения на основе анализа этого распределения границ мантийных блоков и тектонических структур. Предложена вычислительная схема для распараллеливания решения структурной обратной задачи гравиметрии методом локальных поправок на супервычислительных кластерах. Разработано программное обеспечение, позволяющее в частично-интерактивном режиме осуществлять построение трехмерных моделей распределения плотности на основе двумерных сейсмических данных. Методы и ПО использованы для практической интерпретации геофизических данных на сетках большой размерности, построены геологически содержательные модели земной коры Урала и сопредельных регионов.

**Достоверность** результатов исследований подтверждается согласованностью результатов проведенных численных экспериментов с применением различных методов. Построенные с применением результатов исследования модели хорошо согласуются с ранее построенными моделями земной коры исследуемых регионов и уточняют ряд особенностей их строения. Разработанное в ходе исследования программное обеспечение решения прямой и обратной задачи гравиметрии, оптимизированное для использования на распределенных вычислительных системах с графическими ускорителями, опубликовано в сети «Интернет» в виде исходных

текстов. Данное программное обеспечение может быть использовано для воспроизведения результатов исследования.

### **Апробация работы**

Основные положения работы были представлены докладами на следующих российских и международных конференциях (41 доклад):

1. Научные чтения памяти Ю.П. Булашевича (Екатеринбург: 2007, 2009, 2011, 2013, 2015 гг.);
2. Международная научно-практическая конференция "Геофизика" (школа молодых специалистов) (Санкт-Петербург: 2007, 2015 гг.);
3. Международная конференция, посвященная 50-летию Института геофизики УрО РАН (Екатеринбург: 2008 г.);
4. Международный семинар им. Д.Г. Успенского – В.Н. Страхова. Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей (Казань: 2009 г.; Москва: 2010, 2013, 2017, 2020 гг.; Пермь: 2011, 2019 гг.; Екатеринбург: 2014 г., Екатеринбург: 2023 г.);
5. Уральская молодежная научная школа по геофизике (Екатеринбург: 2010, 2016 гг.; Пермь: 2011 г.);
6. International Conference – Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects (Киев, Украина: 2012, 2015, 2019, 2021 гг.);
7. Ural Workshop on Parallel, Distributed, and Cloud Computing for Young Scientists (Ural-PDC) (Екатеринбург: 2015, 2016, 2017 гг.);
8. International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management (Альбена, Болгария: 2015, 2017, 2018 гг.);

9. International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics (Родос, Греция: 2016, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023 гг.);
10. International Workshop on Radio Electronics & Information Technologies (REIT) (Екатеринбург: 2017 г.);
11. Проблемы геодинамики и геоэкологии внутриконтинентальных орогенов (Бишкек, Киргизия: 2017 г.);
12. All-Russian Conference “Actual Problems of Applied Mathematics and Mechanics” with International Participation, Dedicated to the Memory of Academician A.F. Sidorov (Абрау-Дюрсо: 2020 г.)

Компьютерная методика построения трехмерных плотностных моделей по сейсмическим разрезам и решение обратной задачи гравиметрии в классе структурных границ использовалась при работе над следующими проектами:

- проект РАН «Создание объемной геолого-геофизической модели верхней части литосферы Уральского региона» (№ ОНЗ 09-Т-5-1018, 2009-2011 гг.),
- проект РФФИ «Новый метод определения плотностных неоднородностей верхней мантии с учетом гипотезы изостатической компенсации» (№14-05-31083 мол\_а, 2014-2015 гг.),
- проект РНФ «Построение трехмерных моделей глубинного строения приарктической части Уральского региона на основе новых методов комплексной интерпретации геофизических полей и современных компьютерных технологий сеточного моделирования» (№14-27-00059, 2014-2016 гг.),
- проект РНФ «Методы построения трехмерных моделей земной коры на основе комплексной интерпретации геофизических полей с



использованием параллельных алгоритмов (на примере Уральского региона)» (№ 20-17-00058, 2019-2022 гг.).

### **Публикации**

Количество работ, опубликованных по теме диссертации:

- публикации в рецензируемых изданиях, определенных ВАК и Аттестационным советом УрФУ – 23 (из них 11 индексируемых Web of Science, 9 индексируемых Scopus, 3 в изданиях, входящих только в список ВАК):

*Проиндексированные в Web of Science:*

1. Martyshko P.S. Ladovskii I.V., Tsidaev A.G. Construction of Regional Geophysical Models Based on the Joint Interpretation of Gravimetry and Seismic Data // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. 2010. Vol. 46, Issue 11. pp. 931-942. (Перевод статьи [105], оригинал в издании из списка ВАК).
2. Martyshko P., Byzov D., Ladovskiy I., Tsidaev A. 3D density models construction method for layered media // *International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM 2015*. 2015, Vol. #1 (2). pp. 425–432.
3. Martyshko P. S., Ladovskii I. V., Byzov D. D., Tsidaev A. G. Forward gravity problem solution optimization for the finite elements approach // *AIP Conference Proceedings*. 2017, Vol. 1863, 050008.
4. Martyshko P. S., Ladovskii I. V., Byzov D. D., Tsidaev A. G. On stable solution of 3D gravity inverse problem // *AIP Conference Proceedings // AIP Conference Proceedings*. 2017, Vol. 1863, 050007.

5. Martyshko P. S., Ladovskii I. V., Byzov D. D., Tsidaev A. G. Gravity Data Inversion with Method of Local Corrections for Finite Elements Models // Geosciences. 2018, Vol. 8, No. 10, 373.
6. Tsidaev A. Controlling the execution steps of data processing algorithm with visual workflow // AIP Conference Proceedings. 2019, Vol. 2116, No. 1, 390018.
7. Martyshko P. S., Ladovskii I. V., Byzov D. D., Tsidaev A. G. On solutions of forward and inverse problem for potential geophysical fields: Gravity inversion for Urals region // AIP Conference Proceedings. 2019, Vol. 2164, No. 1, 120010.
8. Tsidaev A. G. GPU optimized software for forward and inverse gravity problems solution for contact boundary between two layers // AIP Conference Proceedings. 2020, Vol. 2293, 140018.
9. Martyshko P. S., Ladovskii I. V., Byzov D. D., Tsidaev A. G. On a solution of forward and inverse problems of potential geophysical fields // AIP Conference Proceedings. 2020, Vol. 2312, 040002.
10. Martyshko P.S., Tsidaev A.G., Kolmogorova V.V., Ladovskii I.V., Byzov D.D. Velocity and Density Cross Sections of the Upper Part of the Lithosphere within the North Urals Segment // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2022. Vol. 58, Issue 3. pp. 306-317. (Перевод статьи [106], оригинал в издании из списка ВАК).
11. Ladovskii I.V., Martyshko P.S., Tsidaev A.G., Kolmogorova V.V., Byzov D.D. Lithosphere Density Model of the Middle Urals Segment // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2023. Vol.59, Issue 2. pp. 160-174. (Перевод статьи [107], оригинал в издании из списка ВАК).

*Проиндексированные в Scopus:*

12. Tsidaev A. CUDA Parallel Algorithms for Forward and Inverse Structural Gravity Problems // CEUR Workshop Proceedings. 2015, Vol. 1513. pp. 50–56.

13. Martyshko P. S., Ladovsky I. V., Tsydaev A. G., Byzov D. D. 3D Density Model Construction For Timan-Pechora Region // XIVth International Conference - Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects. 2015. 33007.
14. Tsidaev A. G. The parallel algorithm for the gravity structural direct problem solution on the GPU // XIVth International Conference - Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects. 2015. 33714.
15. Tsidaev A. Parallel Algorithm for Natural Neighbor Interpolation // CEUR Workshop Proceedings. 2016, Vol. 1729. pp. 78–83.
16. Tsidaev A. .NET library for seamless remote execution of supercomputing software // CEUR Workshop Proceedings. 2017, Vol. 1990. pp. 79–83.
17. Martyshko P. S., Ladovskii I. V., Byzov D. D., Tsidaev A. G. 2D and 3D Density Block Models Creation Based on Isostasy Usage // CEUR Workshop Proceedings. 2017, Vol. 1814. pp. 1–9.
18. Martyshko P., Ladovskii I., Byzov D., Tsidaev A. Density block models creation based on isostasy usage // International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management // International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM. 2017, Vol. 17(14). pp. 85–92.
19. Martyshko P., Ladovskii I., Byzov D., Tsidaev A. Density Earth's crust models creation using gravity and seismic data // International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM. 2018, Vol. 18(1.1). pp. 749–754.
20. Tsidaev A. Workflow for Transformation of Deep Seismic Sounding Cuts into Density Model // AIP Conference Proceedings. 2022, Vol. 2425, 130019.

*Входящие только в список ВАК:*

21. Мартышко П. С., Дружинин В. С., Начапкин Н. И., Ладовский И. В., Бызов Д. Д., Осипов В. Ю., Цидаев А. Г. Схематическое тектоническое районирование Уральского региона на основе разработанных алгоритмов и методики создания объемной геофизической модели верхней части литосферы // Литосфера. 2012, №4. С. 208–218.
22. Мартышко П.С., Ладовский И.В., Осипов В.Ю., Бызов Д.Д., Цидаев А.Г. Методика и новые сеточные алгоритмы построения 3D-плотностных моделей // Геофизика. 2013. № 1. С. 41–47.
23. Федорова Н. В., Колмогорова В. В., Рублев А. Л., Цидаев А. Г. Магнитная модель северо-восточной части Европы // Геофизические исследования. 2013, Т. 14. С. 25–37.
- прочие публикации – 6 (индексируемых РИНЦ), 1 коллективная монография ([108]).

### **Личный вклад автора**

Все описанные результаты получены либо при непосредственном участии автора (получение аналитических выражений, построение ряда моделей начального приближения, интерпретация результатов моделирования), либо лично автором (разработка алгоритмов, программная реализация, построение модельных примеров, применение разработанных инструментов для практической интерпретации данных). Некоторые промежуточные этапы моделирования выполнены соавторами, в этих случаях это явно оговаривается в тексте работы.

### **Структура и объем работы**

Работа состоит из введения, четырех глав и заключения.

В главе 1 вводится понятие структурного интеграла, обобщающего постановку задачи для границы раздела двух сред постоянной плотности. Структурный интеграл используется для перехода от исследования границы, имеющей плоскую асимптоту, к исследованию границы, имеющей в качестве асимптоты поверхность ненулевой кривизны. Описывается метод локальных поправок для решения обратной задачи гравиметрии в классе структурных границ. Выполнено обобщение метода локальных поправок и для приповерхностных границ выводится альтернативная, более устойчивая формула метода. Производится модификация метода локальных поправок для использования с границей, имеющей неплоскую асимптоту, выступающую начальным приближением. Приводится алгоритм построения упрощенной слоистой модели на основе имеющегося распределения плотности в объеме. Демонстрируются модельные примеры.

В главе 2 описывается технология построения трехмерных сеточных моделей начального приближения на основе двухмерных сейсмических данных. Рассматривается вопрос применения корреляционной зависимости «скорость-плотность» для преобразования скоростных разрезов в плотностные, предложен способ уточнять такую зависимость одновременно с выделением блоков в верхней мантии. Вводится понятие аномального литостатического давления, использование которого позволяет определить вертикальные границы мантийных блоков. Уточненные профили сводятся в единую трехмерную модель, после чего выполняется послойная интерполяция и получается модель трехмерного распределения плотности во всем объеме земной коры и верхней мантии исследуемой территории. Также описывается методика расчета трехмерной модели аномального литостатического давления. На ее основе предлагается метод комплексной интерпретации полученной модели и гравитационного поля,

позволяющий проследить особенности тектонических структур региона на глубинных горизонтах. Приводится пример практической интерпретации.

В главе 3 приводятся результаты двумерного и трехмерного моделирования различных участков Урала и сопредельных регионов с использованием описанных в предыдущих главах методов.

В главе 4 описывается программный комплекс, включающий в себя все разработанные алгоритмы, позволяющий применять их в рамках единой оболочки, позволяющей частично-интерактивную работу. Оболочка поддерживает удаленную работу некоторых модулей на суперкомпьютерных вычислителях. Приводится схема распараллеливания метода локальных поправок для использования на графических вычислителях, поддерживающих технологии CUDA или ROCm.

Полный объем диссертации 172 страницы, 76 рисунков, 6 таблиц. Список литературы включает 158 наименований.

### **Благодарности**

Автор диссертационной работы выражает благодарность своему научному руководителю – доктору физико-математических наук, члену-корреспонденту РАН, профессору, Мартышко Петру Сергеевичу за привлечение интереса к выбранной теме (как и к науке вообще) и всестороннюю поддержку в ходе проводимого исследования. Автор благодарит своих коллег по лаб. математической геофизики ИГФ УрО РАН: кандидата физико-математических наук Ладовского Игоря Викторовича за постановки ряда задач, общее наставничество и неоценимую поддержку; а также своих молодых коллег, кандидатов физико-математических наук Бызова Дениса Дмитриевича и Черноскутова Александра Игоревича за многочисленные полезные обсуждения рассматриваемых в диссертации вопросов.

Ряд результатов, представленных в работе, получен при поддержке Российского Научного Фонда (проекты 14-27-00059 и 20-17-00058), Российского Фонда

Фундаментальных Исследований (проект 14-05-31083) и отделения наук о Земле РАН (проект 09-Т-5-1018).

## Глава 1. Метод локальных поправок и его применение для решения структурной обратной задачи гравиметрии

### *Структурная задача гравиметрии и метод локальных поправок*

Структурная задача гравиметрии о контактной поверхности, разделяющей слои постоянной плотности, была впервые сформулирована в двухмерной постановке Б.В. Нумеровым в 1930 году [1]: рассматривалась задача о границе локальной неоднородности. Позже А.А. Заморев [4] рассмотрел постановку о криволинейной границе раздела двух бесконечно протяженных слоёв с различной плотностью. С ростом возможностей вычислительной техники появилась практическая возможность решать задачу для трехмерного случая. Суть её заключается в следующем. Пусть имеются два слоя (рисунок 2), верхний ограничен сверху плоскостью  $z = H_1$ , снизу – поверхностью  $z(x, y)$ . Нижний ограничен поверхностью  $z(x, y)$  сверху и плоскостью  $z = H_2$  снизу. Верхний слой имеет плотность  $\sigma_1$ , нижний –  $\sigma_2$ . Поверхность  $z(x, y)$  имеет горизонтальную асимптотическую плоскость  $z = H$ .

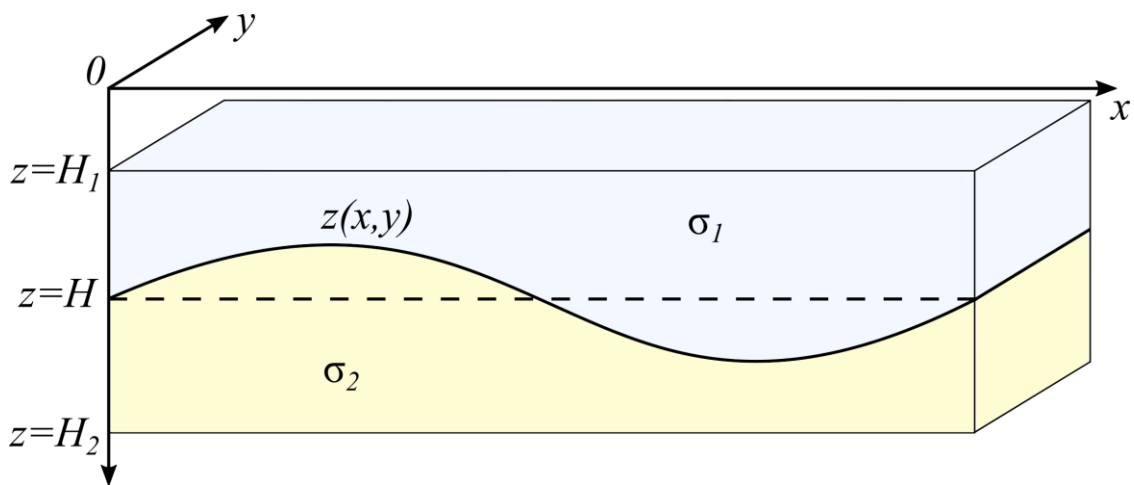


Рисунок 2. Задача о контактной поверхности в трехмерной постановке.



В этом случае гравитационное поле, порождаемое границей  $z(x, y)$ , задается формулой

$$\Delta g(x', y', 0) = \Delta \sigma \gamma \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2(x, y)}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + H^2}} \right) dx dy \quad (1)$$

Здесь  $\Delta \sigma = \sigma_2 - \sigma_1$  – скачок плотности на границе,  $\gamma$  – гравитационная постоянная.

В.Н. Страхов [14, 25, 109] предложил использовать формулу гравитационного эффекта границы (1) для расчета вклада в гравитационное поле, порождаемого пластом с неплоскими границами и постоянной плотностью.

Произведем переход от формулы для границы к формуле для пласта. Введем трехмерную декартову систему координат, в которой координатная плоскость  $xOy$  совпадает с земной поверхностью, направление оси  $z$  – вертикально вниз. Формула для вычисления поля от однородного пласта, ограниченного поверхностями  $z_1(x, y)$  и  $z_2(x, y)$ , является следствием решения прямой задачи гравиметрии для трехмерного объекта [1, 55]

$$\Delta g(x', y', 0) = -\gamma \cdot (\sigma - \sigma_F) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx dy}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}} \Big|_{z_1(x', y')}^{z_2(x', y')} \quad (2)$$

где

$\gamma$  - гравитационная постоянная,

$\Delta g(x', y', 0)$  - аномальное гравитационное поле пласта, рассчитанное на уровне земной поверхности,

$\sigma$  - постоянная плотность слоя, отсчитываемая от некоторой средней плотности  $\sigma_F$  модели.

Рассмотрим уравнение структурной границы:

$$\begin{aligned} & \Delta g(x', y', 0) = \\ = \Delta \sigma f \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} & \left( \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2(x, y)}} \right) dx dy. \end{aligned} \quad (3)$$

При известном значении поля  $\Delta g(x', y', 0)$  формулу (3) можно рассматривать как интегральное уравнение относительно скачка плотностей  $\Delta \sigma$  и глубин  $z = z(x', y')$  контактной поверхности. Если к тому же избыточная плотность известна, то мы приходим к классическому интегральному уравнению Фредгольма I-го рода от функции координат  $z = z(x', y')$ . Эффективный алгоритм решения такого уравнения, не использующий нелинейную минимизацию, был реализован в методе локальных поправок И.Л. Пруткиным ([55]). Ниже приводится описание этого метода (цитируется по [105]).

Зададим поле на земной поверхности на равномерной сетке  $(x', y') = \{x_{i_0}, y_{j_0}\}$ , и, соответственно,  $U_{i_0, j_0} = \Delta g(x_{i_0}, y_{j_0}, 0)$ . Этой же сеткой воспользуемся для приближенного вычисления интеграла в формуле (3).

Пусть  $(x, y) = \{x_i, y_j\}$  и  $z(x, y) = z(x_i, y_j) = \{z_{ij}\}$ . Дискретный аналог подынтегрального выражения представляет собой массив с 4-мя индексами:

$$K(x', y', x, y, z(x, y)) = K(x_{i_0}, y_{j_0}, x_i, y_j, z_{ij}) = K_{i_0, j_0}(z_{ij})$$

Дискретизация уравнения (3) приводит к системе  $i_0 \times j_0$  нелинейных уравнений ( $c$  - коэффициент кубатурной формулы):

$$U_{i_0, j_0} = \gamma c \Delta \sigma \cdot \sum_i \sum_j K_{i_0, j_0}(z_{ij}^n) \quad (4)$$

Итерационная схема её решения состоит в следующем. Пусть  $z_{ij}^n$  - значения сеточной функции  $z_{ij}$ , полученные на  $n$ -ом шаге;  $U_{i_0, j_0}^n$  - поле  $n$ -ого приближения. В качестве начального положения границы  $z_{ij}^0$  выступает плоскость  $z_{ij}^0 \equiv H$ .

$$U_{i_0, j_0}^n = \gamma c \Delta \sigma \cdot \sum_i \sum_j K_{i_0, j_0} (z_{ij})^n. \quad (5)$$

В основе метода локальных поправок для структурной границы лежит тот факт, что на значение поля в данной точке земной поверхности наибольшее влияние оказывает значение глубины залегания ближайшей точки контактной поверхности. В связи с чем принимается, что приращение сеточного поля на последовательных итерациях в некотором узле обеспечивается изменением сеточной функции  $z_{ij}$  в узле с теми же индексами  $i$  и  $j$ :

$$K_{i_0, j_0}(z_{ij}^n) = K_{i, j}(z_{ij}^n) \cdot \delta_{i_0, i} \cdot \delta_{j_0, j}, \quad (6)$$

где  $\delta_{i_0, i}$ ,  $\delta_{j_0, j}$  - символы Кронекера.

Для приращений поля система нелинейных уравнений (4) сводится к упрощенной итерационной формуле:

$$\gamma c \Delta \sigma \cdot (K_{ij}(z_{ij}^{n+1}) - K_{ij}(z_{ij}^n)) = U_{ij} - U_{ij}^n \quad (7)$$

В случае контактной поверхности (3) итерационная поправка  $K_{ij}$  равна разности обратных величин аппликат:

$$K_{ij} = \frac{1}{z_{ij}^n} - \frac{1}{H} \quad (8)$$

Отсюда следует основная итерационная схема метода локальных поправок: приращение обратных глубин контактной поверхности пропорционально приращению поля в эпицентральной точке:

$$\frac{1}{z_{ij}^{n+1}} - \frac{1}{z_{ij}^n} = \frac{U_{ij} - U_{ij}^n}{\gamma c \Delta \sigma} \quad (9)$$

С ростом глубины  $z_{ij}$  устойчивость сходимости итерационного процесса уменьшается: малым значениям поля на земной поверхности отвечают сколь угодно большие колебания глубокозалегающих границ. Чтобы для больших глубин

избежать «раскачки» последовательных приближений относительно искомого решения, применяют метод регуляризации. Уменьшим размах амплитуды поля в правой части (9) за счет регуляризирующего множителя, знак которого зависит от знака избыточной плотности  $\Delta\sigma$ :

$$\frac{1}{z_{ij}^{n+1}} - \frac{1}{z_{ij}^n} = (U_{ij} - U_{ij}^n) \cdot \alpha \text{Sign}(\Delta\sigma); \quad (|\alpha| \gg 1), \quad (10)$$

$$\text{Sign}(\Delta\sigma) = \{+1, 0, -1\}.$$

На практике удобней использовать более устойчивую в вычислительном отношении итерационную формулу:

$$z_{ij}^{n+1} = \frac{z_{ij}^n}{1 + \alpha \text{Sign}(\Delta\sigma) \cdot z_{ij}^n (U_{ij} - U_{ij}^n)} \quad (11)$$

Величину  $\alpha$  необходимо задавать достаточно малой, чтобы инициировать процесс подбора в нужном направлении. Шаг итераций при этом уменьшается, но увеличивается их число. Значения полей  $U_{i_0, j_0}^n$  последовательных приближений вычисляется по полной кубатурной формуле (5). Это позволяет контролировать сходимость метода локальных поправок и, в целом, повысить устойчивость и сходимость пошагового итерационного процесса.

### ***Понятие структурного интеграла***

В формуле (2) обозначим через  $S(z_2, z_1)$  (далее структурный интеграл) аномальное поле от имеющего неплоские границы пласта единичной плотности [105].

$$\begin{aligned} S(z_2, z_1) &= -\gamma \cdot (\sigma - \sigma_F) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx dy}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}} \Big|_{z_1(x', y')}^{z_2(x', y')} \\ &= -\gamma \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z_1^2}} \right) dx dy. \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда, при сохранении принятых обозначений, поле от пласта, ограниченного сверху земной поверхностью  $z_2 = 0$ , а снизу поверхностью  $z_1 = z(x', y')$  (рисунок 3а) будет вычисляться по формуле:

$$S(z, 0) = -\gamma \Delta \sigma \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \right) dx dy. \quad (13)$$

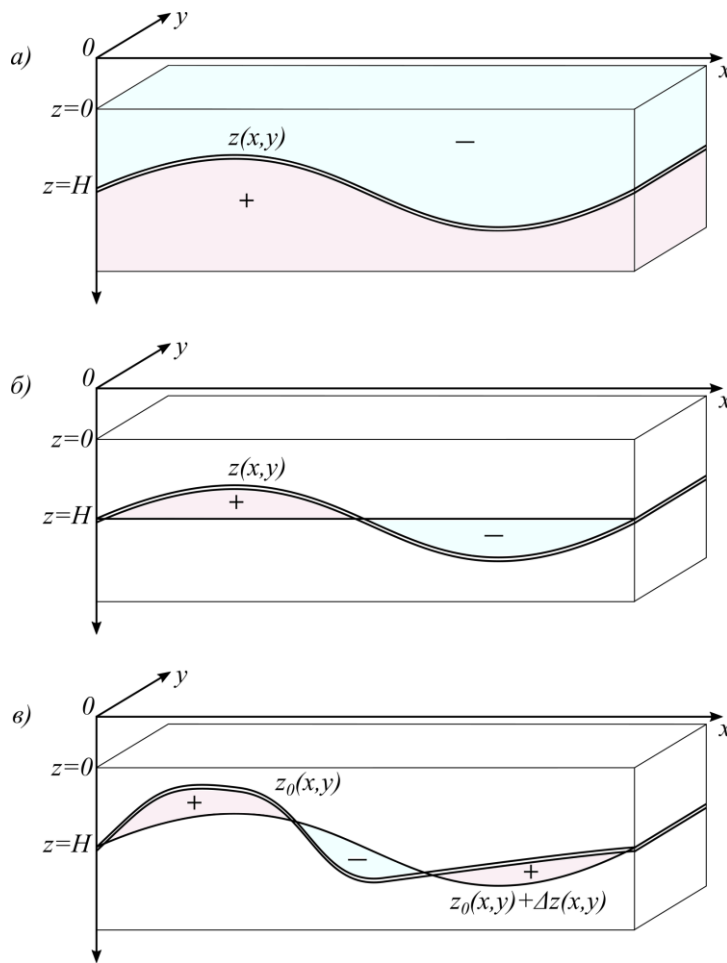


Рисунок 3. Модели пласта, соответствующие различным представлениям структурного интеграла  $S(z_2, z_1)$ , вычисленного от границы  $z_1$  (двойная линия) до границы  $z_2$  (одинарная линия): а) пласт  $S(0, z)$  от границы  $z = z(x, y)$  до земной поверхности  $z = 0$ ; б) пласт  $S(h, z)$  от границы  $z = z(x, y)$  до асимптотической

плоскости  $z = h$ ; в) пласт  $S(z_0, z_0 + \Delta z)$  от уточненной границы  $z = z_0 + \Delta z$  до её нулевого приближения  $z = z_0$ .

Интеграл (13) в смысле Римана не существует, хотя первообразная для  $S(z, 0)$ , безусловно, определена. Полагая в (13)  $z = h = const$  и  $\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$ , получаем:

$$S(h, z) = -2\pi\gamma \int_0^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + h^2}} - \frac{1}{\rho} \right) \rho d\rho = 2\pi\gamma \lim_{\rho \rightarrow \infty} (\sqrt{\rho^2 + h^2} - h - \rho) = +2\pi\gamma h. \quad (14)$$

Как первообразная функция по  $z$ , структурный интеграл (12) обладает очевидными свойствами по пределам интегрирования  $z_1$  и  $z_2$ :

$$S(z_2, z_1) = -S(z_1, z_2), \quad (15)$$

$$S(z_2, z_1) = S(z_2, 0) - S(z_1, 0).$$

Отсюда вытекают два важных следствия [105]:

*Следствие 1.* Пусть  $z_1 = z(x, y)$  – граница раздела;  $z_2 = h$  – асимптотическая плоскость этой границы (рисунок 3б). Тогда

$$S(h, z) = -\gamma \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2(x, y)}} \right) dx dy \quad (16)$$

представляет собой гравитационное поле избыточных масс единичной плотности, заключенных между поверхностью раздела сред и её асимптотической плоскостью. Причем, над плоскостью массы положительны, а под плоскостью – отрицательны (рисунок 3б). Такое представление  $S(h, z)$  аномального поля называется гравитационным эффектом плотностной границы.

*Следствие 2.* Пусть  $z_2 = z_0(x, y)$  – положение плотностной границы, принятое как начальное;  $z_1 = z_0 + \Delta z$  – уточненное положение границы (рисунок 3в).

$$S(z_0, z_0 + \Delta z) = -\gamma \Delta \sigma \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z_0^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z_0 + \Delta z)^2}} \right) dx dy. \quad (17)$$

Интеграл (17) представляет собой поле масс единичной плотности, заключенных между начальной (нулевой) и уточненной поверхностью. Знак избыточной плотности определяется знаком приращения  $\Delta z$ : над границей нулевого приближения плотность положительна, а под ней отрицательна. Такое представление аномального поля по аналогии с (16) будем называть гравитационным эффектом плотностной границы  $z = z_0 + \Delta z(x', y')$  относительно асимптоты  $z_0 = z_0(x', y')$ .

Формула (2) решения прямой задачи для пласта с неплоскими границами, с учетом представления (12), имеет вид:

$$\Delta g(x', y', 0) = (\sigma - \sigma_F) \cdot S(z_2(x', y'), z_1(x', y')). \quad (18)$$

Знак предопределяет знак единичной плотности масс, заключенных между двумя контактными поверхностями  $z_1$  и  $z_2$ . Свойства (15)–(17) структурного интеграла позволяют легко расчленить модельный разрез плотностных контактов по аномальным плотностям  $(\sigma - \sigma_F)$  слоистой среды и унифицировать различные представления распределения плотности, встречающиеся в практике гравитационного моделирования.

### *Трехмерная параметризация слоистой среды*

В практике сейсмоплотностного моделирования в расчетах используются объемные массы пластов с неплоскими границами, заполненные веществом с плотностью  $\sigma_k$ . Для сопоставления с аномалиями наблюдаемого поля в расчеты вводят отклонения истинной плотности  $\sigma_k$  от некоторого фонового значения  $\sigma_F$ . Но фоновая плотность не определяется по аномальному гравитационному полю и

является достаточно произвольным параметром плотностной модели. В частности допускается, что это может быть либо средневзвешенная плотность по слоям модели, либо другая константа (в том числе равная нулю), которая выбирается исключительно на интуитивном уровне [105]. Формула вычисления гравитационного эффекта от слоистой среды для поверхностей раздела оперирует со скачками плотностей  $\Delta\sigma = \sigma_{k+1} - \sigma_k$ , образующихся на контакте  $z_k$  подстилающих и вышележащих пород. Плотность  $\sigma_{k+1}$  каждого слоя обрамления служит как бы «плотностью вмещающей среды» для внутреннего слоя  $\sigma_k$ . И здесь не нужен такой дополнительный параметр, как «фоновая плотность». Покажем, что поле объемно распределенных масс слоистой среды непосредственно преобразуется в поле плотностных контактов. При этом вопрос о значении постоянной составляющей аномального модельного поля и выборе фоновой плотности  $\sigma_F$  решается однозначно.

Пусть слой с плотностью  $\sigma_k$ , ( $k = 1, \dots, M$ ) имеет неплоские границы: сверху поверхность  $z_{k-1}$ , снизу - поверхность  $z_k$ . Поверхность  $z_0 = 0$  принимается за плоскую земную поверхность, на уровень которой рассчитывается поле модели. Гравитационный эффект от  $M$  пластов с плотностями  $(\sigma_k - \sigma_F)$  равен:

$$\Delta g = \sum_{k=1}^M (\sigma_k - \sigma_F) \cdot S(z_k, z_{k-1}). \quad (19)$$

Обозначим  $H_k = Avr(z_k)$  среднее значение глубины  $k$ -ой поверхности в пределах исследуемого планшета. По свойству (17) структурного интеграла имеем:

$$S(z_k, z_{k-1}) = S(z_k, H_k) + S(H_k, H_{k-1}) + S(H_{k-1}, z_{k-1}). \quad (20)$$

Учитывая, что

$$S(H_k, H_{k-1}) = 2\pi\gamma(H_k - H_{k-1}) \quad (21)$$

и

$$S(H_0, z_0) = S(0, 0) = 0, \quad (22)$$



преобразуем формулу (19) для аномального поля  $M$  пластов

$$\Delta g = 2\pi\gamma \sum_{k=1}^M (\sigma_k - \sigma_F) (H_k - H_{k-1}) + \sum_{k=2}^M (\sigma_k - \sigma_F) \cdot S(H_{k-1}, z_{k-1}) - \sum_{k=1}^M (\sigma_k - \sigma_F) \cdot S(H_k, z_k). \quad (23)$$

Меняя во втором слагаемом индекс « $k$ » на « $k - 1$ », получаем решение для модели  $M$  плотностных границ.

$$\Delta g = 2\pi\gamma \sum_{k=1}^M (\sigma_k - \sigma_F) (H_k - H_{k-1}) + \sum_{k=1}^{M-1} [(\sigma_{k+1} - \sigma_k) \cdot S(H_k, z_k)] + (\sigma_F - \sigma_N) \cdot S(H_N, z_N). \quad (24)$$

Из решения в форме (24) явно выделяется постоянная и переменная составляющие аномального поля. И здесь важны три обстоятельства:

1. Постоянная составляющая аномального поля равняется сумме полей  $M$  горизонтальных пластов с мощностями  $(H_k - H_{k-1})$  и плотностями  $(\sigma_k - \sigma_F)$ , отсчитываемых от фоновой плотности. И если в качестве фоновой принять средневзвешенную плотность горизонтально-слоистой среды, то постоянная составляющая аномального поля обратится в нуль:

$$\sum_{k=1}^M (\sigma_k - \sigma_F) (H_k - H_{k-1}) = \sum_{k=1}^M \sigma_k (H_k - H_{k-1}) - \sigma_F H_M = 0, \quad (25)$$

где

$$\sigma_F = \frac{1}{H_M} \sum_{k=1}^M \sigma_k (H_k - H_{k-1}). \quad (26)$$

2. Скачок плотности на  $k$ -ой контактной поверхности  $k = 1, 2, \dots, (M - 1)$  равен разности плотностей ниже- и вышележащих слоев:  $\Delta\sigma_k = \sigma_{k+1} - \sigma_k$ . Для нижней поверхности  $z_M$  скачок плотности  $\Delta\sigma_M = \sigma_F - \sigma_M$  вычисляется по разности средневзвешенной плотности модели и плотности пород  $M$ -ого слоя. Чтобы сохранить корректность постановки задачи, в модель слоистой среды с неплоской нижней границей необходимо добавить плотность  $\sigma_{M+1}$

неограниченного массива подстилающих пород. Тогда аномальное поле от  $M$  плотностных границ будет рассчитываться по единой формуле:

$$\Delta g = \sum_{k=1}^M \Delta \sigma_k S(H_k, z_k). \quad (27)$$

3. Горизонтальный плотностной контакт  $z_k = H_k$  не вносит вклад в переменную составляющую аномального поля:  $S(H_k, z_k) = 0$ . Поэтому расчетное поле модели с нижней граничной плоскостью  $z_M = H_M$  не зависит ни от средневзвешенной плотности пластов  $\sigma_F$ , ни от плотности пород подстилающего массива  $\sigma_{m+1}$ .

Таким образом, аномальное поле (19) слоев с избыточной плотностью  $(\sigma_k - \sigma_F)$  заменяется эквивалентным ему полем (27) контактных поверхностей со скачками плотностей  $\Delta \sigma_k = \sigma_{k+1} - \sigma_k$ . Это уменьшает параметрическую неоднозначность прямой задачи гравиметрии и позволяет перейти к постановке обратной задачи, уточняющей пространственное положение границ раздела в рамках модели многослойных сред.

### ***Обобщенный метод локальных поправок для решения обратной структурной задачи гравиметрии***

В реальных задачах положение внутренних структурных границ литосферы меняется в широких пределах: от сотен метров для осадочного чехла до нескольких десятков километров для подошвы земной коры. И в обратной задаче гравиметрии (16) искомая граница  $z(x, y)$  уточненной модели может быть как приповерхностной, так и глубокозалегающей.

Для глубокозалегающих границ аппроксимация подынтегрального выражения функцией обратных расстояний вполне приемлема. В варианте метода локальных

поправок она просто сводится к обратной величине (8) аппликат  $\frac{1}{z_{ij}}$  контактной поверхности. Но если какая-либо из границ выходит на земную поверхность  $z = 0$ , то алгоритм локальных поправок в форме (11) утрачивает свое математическое и физическое содержание. Структурный интеграл  $S(z_2, z_1)$  в (12) имеет слабую особенность в точке  $(x = x', y = y', z_1 \cup z_2 = 0)$ , поэтому при расчете поля от приповерхностных границ кубатурная формула (4) не применима.

Одной из целей диссертационной работы является создание обобщенного алгоритма локальных поправок, который можно использовать в том числе и для границ, для которых невозможно применение метода в исходной формулировке. Для построения вычислительного алгоритма обобщенного метода локальных поправок предложена иная аппроксимирующая конструкция уравнения (12) с привлечением схемы конечных элементов [105].

Зададим разбиение переменных интегрирования  $(x, y)$  на прямоугольной сетке  $x_i = \xi_i, y_i = \eta_i$ , и на ячейках сетки  $(i, j)$ , как основаниях, построим элементарные параллелепипеды с единичной плотностью и высотой  $\Delta z = (z_2 - z_1)$ . Поле пласта, ограниченного поверхностями  $z_1$  и  $z_2$ , равно сумме полей от всех элементов разбиения:

$$S(z_2, z_1) = \Delta\sigma\gamma \sum_{ij} S_{ij}(z_2, z_1). \quad (28)$$

Для параллелепипеда первообразная  $S_{ij}$  вычисляется в явном виде и, с точностью до гравитационной постоянной  $\gamma$ , равна [110, 111]

$$S_{ij}(z_2, z_1) = -(\eta - y') \cdot \ln(|\xi - x'| + R) - (\xi - x') \cdot \ln(|\eta - y'| + R) + \zeta \cdot \arctg \left( \frac{(\xi - x') \cdot (\eta - y')}{\zeta \cdot R} \right) \Bigg|_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \Bigg|_{\eta_i}^{\eta_{i+1}} \Bigg|_{z_1}^{z_2}, \quad (29)$$

где  $R = \sqrt{(\xi - x')^2 + (\eta - y)^2 + \zeta^2}$ .

Дискретизация (29) с учетом разбиения (28) дает

$$\Delta\sigma\gamma \sum_{ij} S_{ij}(z_{ij}^0, z_{ij}^T) = U_{ij}. \quad (30)$$

Здесь  $z_{ij}^0$  – начальное положение границы раздела,  $z_{ij}^T$  – её уточненное положение. Идея метода локальных поправок приводит к необходимости вычисления поля в эпицентре кубатурных элементов  $\{i, j, \Delta z_{ij}\}$ . Полагая в (29)

$$x' = \frac{\xi_i + \xi_{i+1}}{2}, \quad y' = \frac{\eta_j + \eta_{j+1}}{2} \quad (31)$$

и учитывая, что само выражение (29) – это вертикальная производная гравитационного потенциала, которая для параллелепипеда явно выражается через вторые производные  $V_z = -[(\eta - y') \cdot V_{zx} + (\xi - x') \cdot V_{zy} + \zeta \cdot V_{zz}]$  (и, очевидно, над осью симметрии тела  $V_{zx} = V_{zy} = 0$ ), немедленно получаем формулу для ядра итерационной схемы локальных поправок:

$$S_{ij}(z_{ij}^0, z_{ij}^T) = K_{ij}(\Delta z_{ij}) = 4\zeta \cdot \arctg \frac{dx dy}{4\zeta R} \Big|_{z_{ij}^T}^{z_{ij}^0}; \quad (32)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{dx^2 + dy^2 + 4\zeta^2}.$$

Модифицированный итерационный алгоритм обобщенного метода локальных поправок строится следующим образом. Пусть  $\{z_{ij}^n\}$  – значения искомой функции, уточняющей положение  $z_{ij}^0$  (границы нулевого приближения) на  $n$ -ом шаге. Сеточное поле  $n$ -ого приближения  $U_{ij}^n$  считается по точной формуле (28):

$$U_{ij}^n = \gamma \Delta \sigma \sum_{i,j} S_{ij}(\Delta z_{ij}^n). \quad (33)$$

Следующее,  $n + 1$  значение приращения аппликата сеточной функции  $z_{ij}^{n+1}$  определяется лишь по эпицентральному приращению сеточного поля ( $i_0 = i, j_0 = j$ ):

$$\Delta \sigma [K_{ij}(\Delta z_{ij}^{n+1}) - K_{ij}(\Delta z_{ij}^n)] = U_{ij} - U_{ij}^n. \quad (34)$$

Или, учитывая явный вид ядра (32), получаем **обобщенную формулу для итерационного процесса метода локальных поправок**

$$4\gamma \Delta \sigma \left[ z_{ij}^{n+1} \operatorname{arctg} \frac{c}{4(zR)_{ij}^{n+1}} - z_{ij}^n \operatorname{arctg} \frac{c}{4(zR)_{ij}^n} \right] = U_{ij} - U_{ij}^n. \quad (35)$$

Площадь элементарной ячейки сеточного разбиения  $c = dx \cdot dy$  – это полный аналог коэффициента кубатурной формулы (4). Устойчивость вычислительной схемы (35) зависит от величины этого коэффициента: чем глубже искомая граница  $z_{ij}$ , тем реже требуется сетка задания поля  $U_{ij}$  и тем больше величина коэффициента  $c$ .

Полагая в (35)  $c/2z \ll 1$ , получаем первоначальный вариант метода локальных поправок для глубокозалегающих границ [55]:

$$\gamma c \Delta \sigma \left[ \frac{1}{z_{ij}^{n+1}} - \frac{1}{z_{ij}^n} \right] = U_{ij} - U_{ij}^n. \quad (36)$$

Для приповерхностных границ (для которых  $c/2z \gg 1$ ) имеем альтернативную формулу в варианте одномерной модели горизонтально-слоистых сред:

$$2\pi\gamma \Delta \sigma [z_{ij}^{n+1} - z_{ij}^n] = U_{ij} - U_{ij}^n. \quad (37)$$

Для вычислений по формуле (37) регуляризация не требуется. Её физический смысл вытекает из того факта, что поле бесконечного горизонтального пласта мощности  $H$  рассчитывается по формуле  $\Delta g(x, y) = 2\pi\gamma \Delta \sigma H$  (см. (14)). С

уменьшением глубины  $z_{ij}$  сходимость итерационного алгоритма резко возрастает, а при  $z_{ij}^{n+1} = 0$  итерационный цикл сводится к тривиальному тождеству ( $0=0$ ). Для больших глубин итерационная схема (36) нуждается в регуляризации (11). Ясен и смысл такого параметра регуляризации, зависящего от шага сетки поля:

$$\alpha \leq \alpha_0 = 1/\gamma c. \quad (38)$$

Отсюда можно получить и оценку кубатурного коэффициента сеточного разбиения:

$$c \geq \frac{1}{\alpha_0 \gamma}. \quad (39)$$

Обобщенный описанным образом метод локальных поправок для решения обратной структурной задачи гравиметрии одинаково хорошо работает как в случае больших, так и малых глубин  $z$ . Устойчивость итерационной схемы (35) и (36) контролируется величиной параметра регуляризации  $\alpha$ . Его выбор задает адаптивную сетку поля (39), построенную на элементах разбиения  $c = dx \cdot dy$ . Это дает возможность разделить гравитационные эффекты по глубине и построить целевую функцию уточняющего подбора для разноглубинных плотностных контактов.

Важным следствием перехода к решению прямой структурной задачи гравиметрии посредством метода конечных элементов является ослабление требований, накладываемых на границу раздела. В интегральной формуле (1) предполагается, что граница  $z(x, y)$  имеет бесконечную протяженность и выходит на асимптоту  $z = H$ . Очевидно, что при решении практических задач для реальных планет требование бесконечной протяженности всегда нарушается. Однако, за счет условия существования асимптоты ожидается, что на границе исследуемой площади

амплитуда поверхности  $z(x, y)$  значительно ниже, чем в центральной части планшета. Такая конфигурация границы позволяет уменьшить «краевой эффект» – скачкообразное снижение амплитуды поля при выходе точки счета за пределы исследуемой территории.

При использовании конечно-элементного подхода понятие асимптоты становится неприменимо. В качестве «асимптоты» может выступать любая горизонтальная плоскость, при этом сохраняются выводы из *Следствия 1* свойств структурного интеграла (15): скачок плотности выше такой «асимптоты» считается положительным, ниже – отрицательным. Изменение положения «асимптоты» влечет изменение значений рассчитанного поля на константу, поэтому при использовании обобщенного метода локальных поправок значение глубины «асимптоты» фиксируется и не меняется между итерациями. При решении прямой задачи в качестве глубины такой «асимптоты» удобно выбирать среднее значение залегания границы:  $H_{avg} = \overline{z(x, y)}$ .

При решении практических задач заметный вклад в получаемое решение оказывает человек – интерпретатор. Основываясь на своем опыте и представлениях, он выбирает из множества возможных решений некорректных задач те, которые лично ему кажутся более правильными. Уменьшить такую предвзятость исследования возможно путем использования дополнительных объективных данных, полученных иными геофизическими методами.

В случае метода локальных поправок для структурной задачи гравиметрии такой дополнительной объективной информацией может выступать заранее известная геометрия границы, полученная по результатам сейсмометрических исследований. Эта геометрия поступает на вход алгоритма как начальное положение границы  $z_0(x, y)$ . Таким образом, при решении прямой задачи на каждом шаге процесса используется представление (17) структурного интеграла, благодаря чему

процесс подбора запускается начиная не с плоской границы нулевого приближения, а с границы, уже содержащей априорную информацию о характере искомой поверхности.

Резюмируя сказанное, обобщенный метод локальных поправок для решения структурной обратной задачи гравиметрии имеет следующие отличия от метода в первоначальной формулировке:

1. используется граница нулевого приближения (построенная по априорным данным) вместо плоской асимптоты, что позволяет инициировать процесс подбора в требуемом направлении, благодаря чему повышается скорость сходимости;
2. используется схема конечных элементов для этапа расчета прямой задачи, что позволяет использовать метод для выходящих на поверхность границ;
3. для приповерхностных границ используется особая формула (37), не требующая регуляризации.

### *Демонстрация на модельных примерах*

Рассмотрим модельный пример. Пусть на глубине ниже уровня земной поверхности расположены два локальных объекта (выступ и впадина), которые симметрично примыкают к плоскости на глубине  $h = -10$  км (рисунок 4, снизу). Аппроксимируя эти неоднородности кусочно-линейной границей раздела  $z(x, y)$  с асимптотической плоскостью  $z = h$ , приходим к формуле (16) решения прямой задачи для плотностного контакта:

$$\Delta g(x', y', 0) = \Delta \sigma \cdot S(h, z(x', y')). \quad (40)$$

Параметры модели: разрешение 50x50 точек, шаг по сетке 1 км по обоим направлениям. Положительный скачок плотности  $\Delta \sigma = 0,1$  г/см<sup>3</sup> соответствует нормальному случаю нарастания плотности с глубиной (плотность верхнего слоя 0,3



г/см<sup>3</sup>, плотность нижнего 0,4 г/см<sup>3</sup>). Восстановление проводилось с плоской асимптоты  $z_0(x, y) = -10$  км. При  $\alpha = 0,2\alpha_0$  (см. (38)) потребовалось 19 итераций для достижения среднеквадратического отклонения  $RMS < 1$  восстановленной границы от исходной. Результат восстановления приведен на рисунке 5 (синяя кривая).

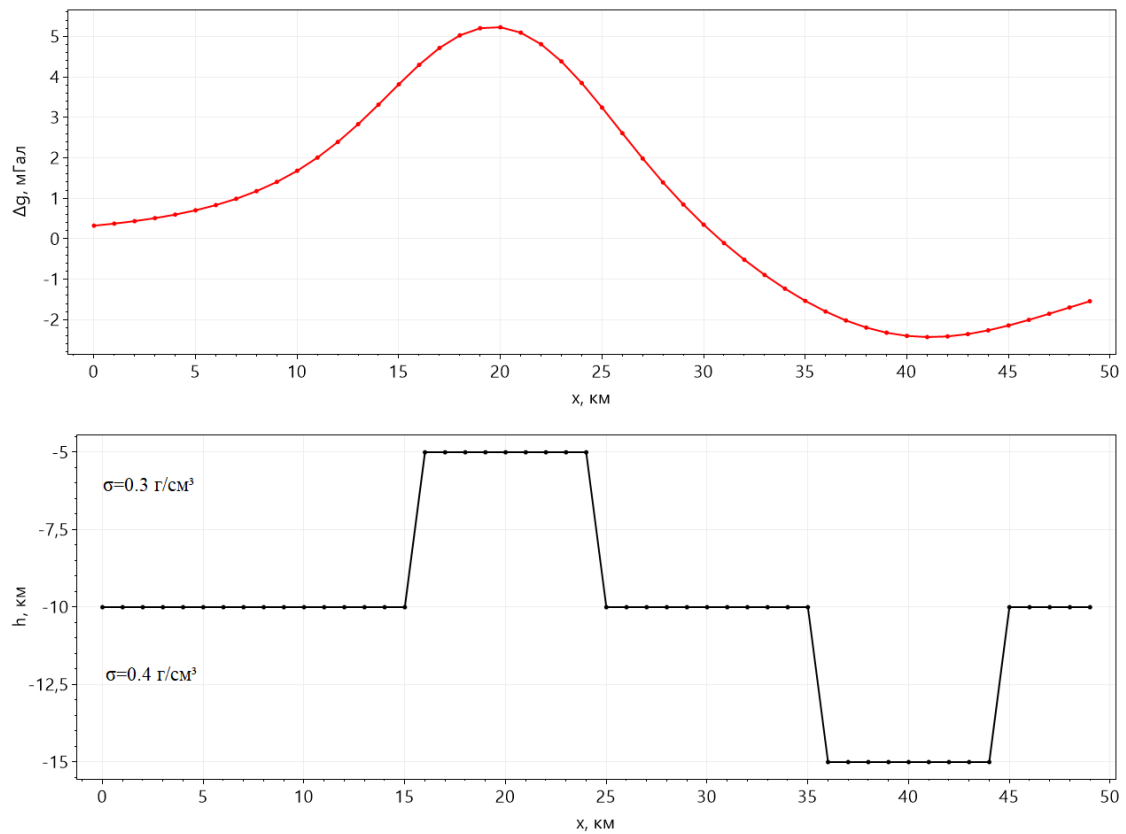


Рисунок 4. Модельный пример №1: избыточная плотность положительна. Снизу конфигурация границы, сверху – её гравитационное поле.

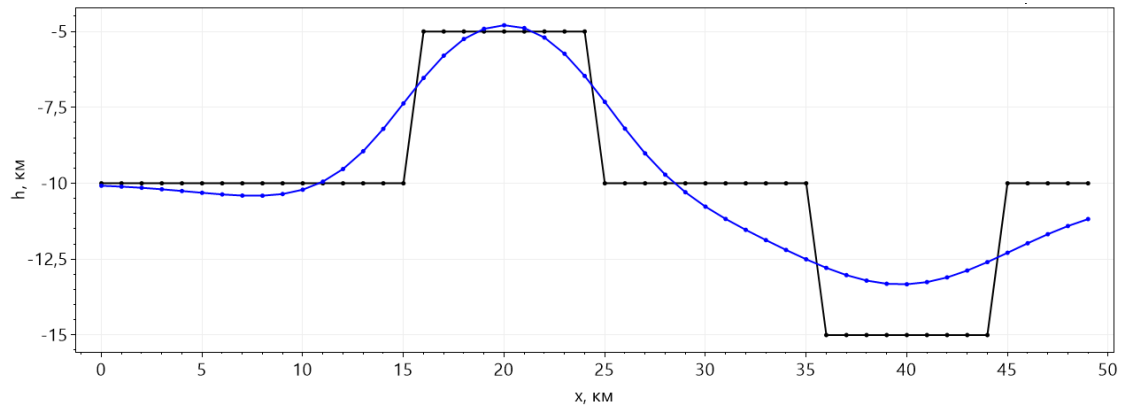


Рисунок 5. Модельный пример №1: исходная (черная линия) и восстановленная (синяя линия) границы.

Как видно, погружения границы ниже асимптотического уровня восстанавливаются методом хуже, чем поднятия выше асимптоты. Это объясняется бóльшим удалением погружений от границы земной поверхности, на которой производится расчет поля, и, соответственно, более протяженной аномалией, порожденной локальным заглублением границы.

Вариантом модельного примера №1 является случай, представленный на рисунке 6. Конфигурация границы полностью аналогична предыдущему примеру, однако за счет того, что плотность верхнего слоя выше, чем нижнего, скачок плотности отрицателен:  $\Delta\sigma = -0,1 \text{ г/см}^3$ .

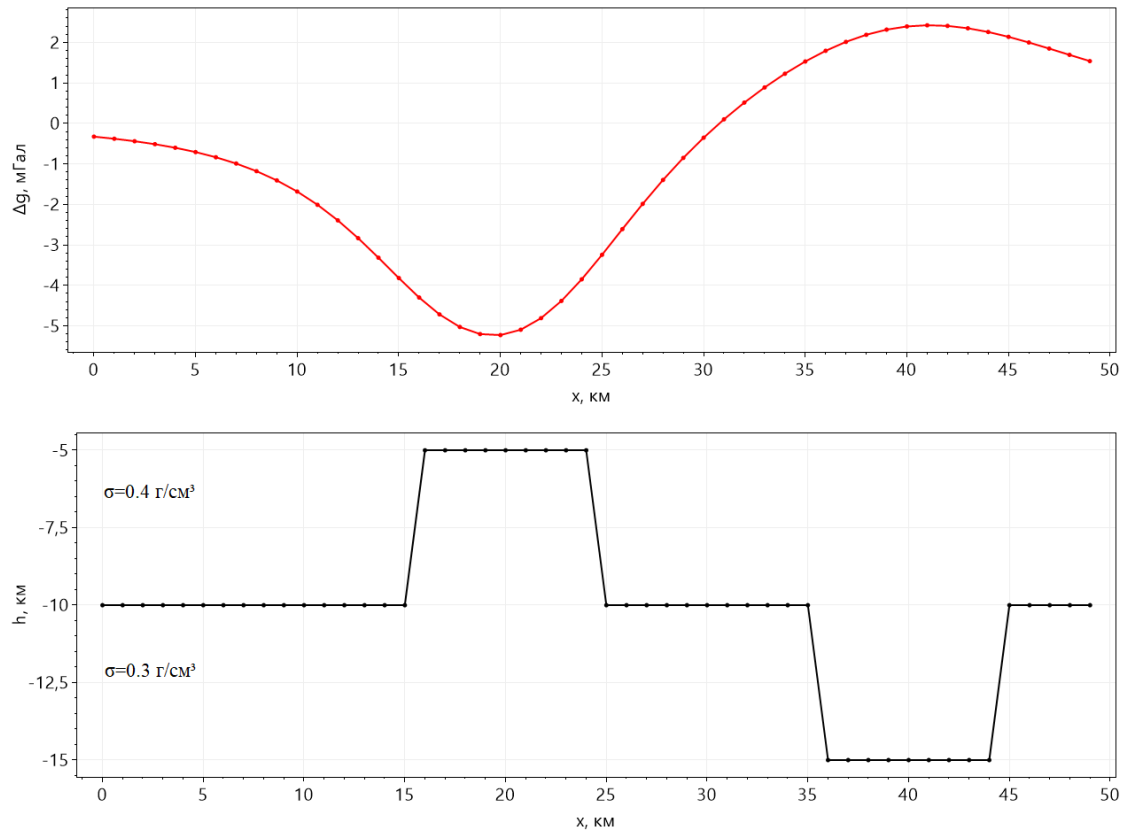


Рисунок 6. Модельный пример №1а: избыточная плотность отрицательна. Снизу конфигурация границы, сверху – её гравитационное поле.

Восстановленная граница в точности совпадает с представленной на рисунке 5 (параметры восстановления те же:  $\alpha = 0,2\alpha_0$ , 19 итераций). Этот пример показывает, что алгоритм одинаково хорошо работает как для ситуации, когда плотность нижнего слоя больше плотности верхнего, так и в ситуации, когда снизу находится менее плотный слой.

Другой модельный пример схожей конфигурации (также выступ и впадина) представлен на рисунке 7. Два трехмерных локальных объекта, расположенные ниже земной поверхности, примыкают к плоскости  $h=10$  км. На рисунках 7а и 7б представлены соответственно геометрическая конфигурация границы и рассчитанное от неё модельное гравитационное поле. Восстановленная модель

изображена на рисунке 7в. Пример также демонстрирует, что метод обладает лучшей чувствительностью по отношению к более близким к поверхности участкам границы, нежели к более глубокозалегающим.

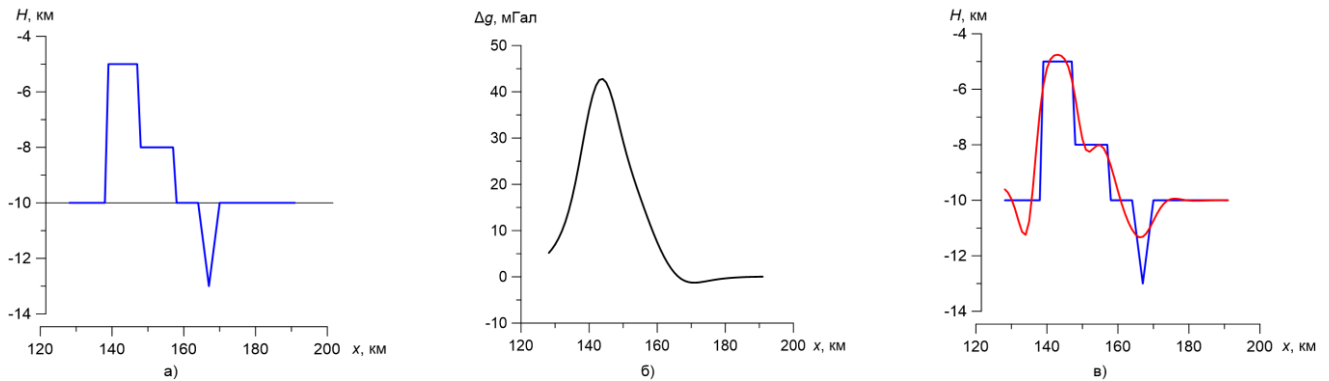


Рисунок 7. Модельный пример №2: а) исходная граница; б) модельное гравитационное поле, рассчитанное от границы; в) граница, восстановленная методом локальных поправок (красная линия), совмещённая с исходной границей (синяя линия).

Следующий модельный пример служит для демонстрации важности выбора начального приближения. Куполообразная структура примыкает к плоскости  $h=10$  км. Верхняя часть поднятия находится на уровне 1 км, но осложнена локальным погружением до 2 км (рисунок 8а). Эффект от погружения на вершине просматривается в поле, рассчитанном на уровне земной поверхности (рисунок 8б, фиолетовая кривая). Однако если решать прямую задачу на высоте 20 км, то в полученном поле данный эффект визуально уже не заметен (рисунок 8б, оранжевая кривая). В результате попытка восстановления границы с высоты 20 км приводит к неудовлетворительному решению (рисунок 8в, красная линия). Если же задать начальное приближение границы таким, что в нем будет заложена информация об известном погружении (зеленая линия на рисунке 8в), то в результате уточнения положения этой границы методом локальных поправок впадина сохраняется (рисунок 8в, синяя линия).

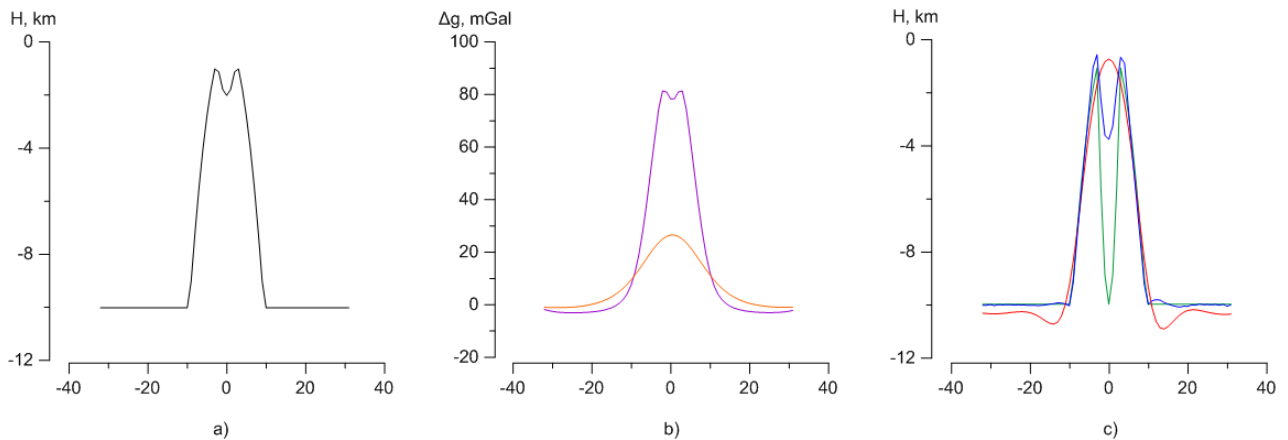


Рисунок 8. Модельный пример №3.

В этих примерах для принятых глубин величина параметра регуляризации  $\alpha$  не превышает 0,001. Численные эксперименты, выполненные по отработанным схемам для разных глубин, дают возможность переходить уже к реальной геометрии практически важных задач регионального плотностного моделирования многослойных сред.

Продемонстрируем случай, когда метод локальных поправок в классическом варианте не применим. В нижней части рисунка 9 приведен срез структурной границы, выходящей на земную поверхность. Если расчет поля производится на той же сетке, на которой задана и граница, то применение формулы (1) невозможно. Однако с использованием формул (28)-(29) это возможно (рисунок 9, верхняя часть). Использование формулы для приповерхностных аномалий (37) позволяет уже на первой итерации получить решение, визуально полностью совпадающее с исходной границей (рисунок 9, нижняя часть). Среднеквадратическое отклонение восстановленной границы от исходной составляет порядка  $6 \cdot 10^{-6}$ . Такая быстрая сходимость безо всякой регуляризации объясняется соотношением между шагом по сетке (порядка 20 км) и глубиной границы (порядка 20 м). В этом случае решающий вклад в гравитационное поле оказывает точка, расположенная непосредственно под

точкой измерения, вкладом остальных можно пренебречь. Об этом говорит и полное морфологическое подобие границы и её поля.

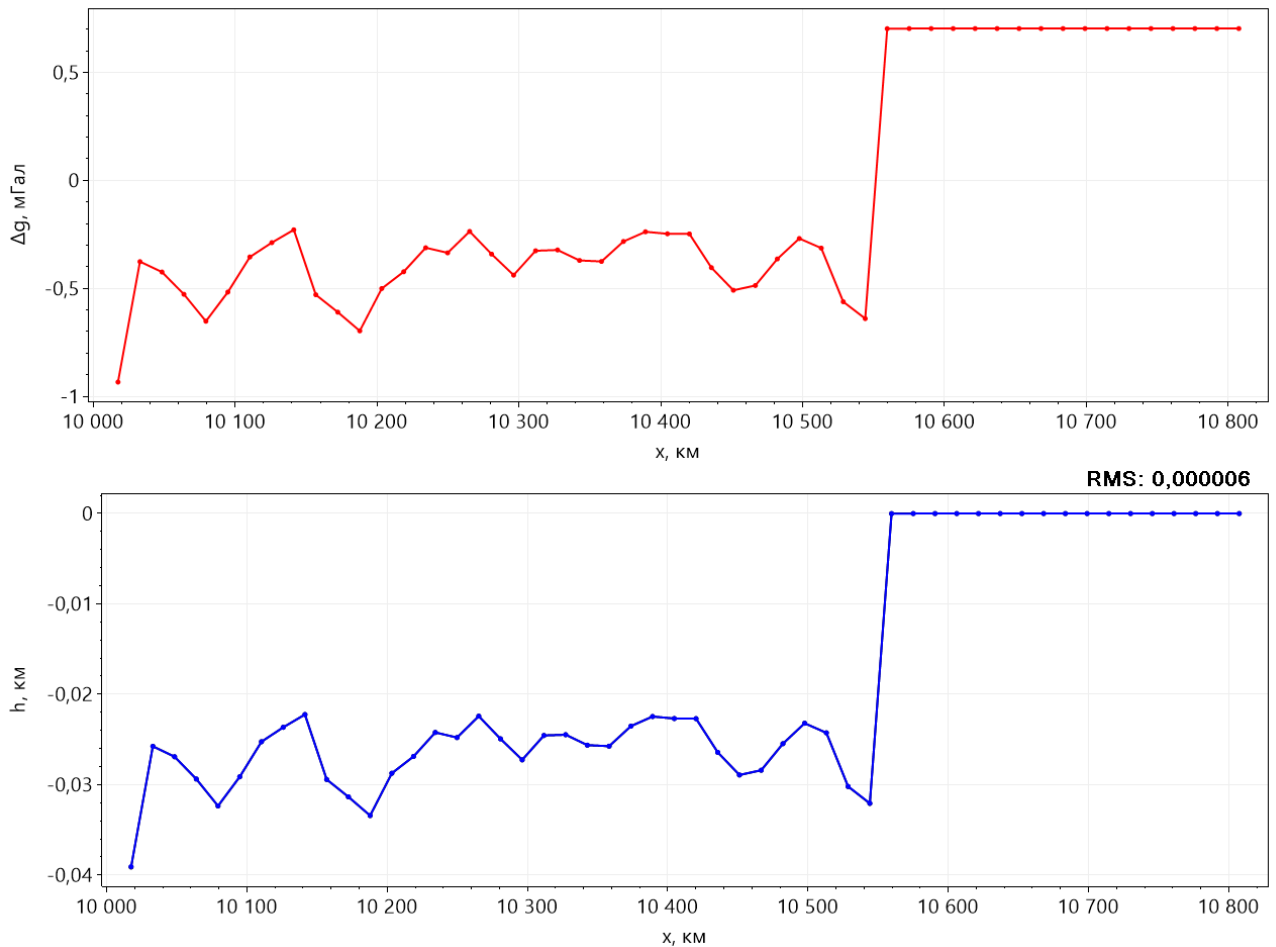


Рисунок 9. Модельный пример №4.

Следующий модельный пример демонстрирует применение метода для «изрезанных» границ. Модель построена на основе модельного примера №1, однако к границе добавлен равномерно распределенный шум, амплитуда которого составляет 5% от амплитуды границы. Несмотря на то, что визуально в гравитационном поле шум не проявляется, восстановление границы затруднилось. При тех же параметрах восстановления (начальное приближение – асимптота  $-10$  км,  $\alpha = 0,2\alpha_0$ ) потребовалось уже 27 итераций для достижения значения  $\text{RMS} <$

1 для среднеквадратичного отклонения невязки исходной и восстановленной границ. Увеличение процента шума в границе вызывает дальнейший рост числа итераций:

- для шума амплитудой 10% от амплитуды границы при сохранении прочих параметров модели восстановление до  $RMS < 1$  потребовало 88 итераций,
- при шуме амплитудой 15% от амплитуды границы спустя 1000 итераций среднеквадратическое отклонение границы составило 1,127; добиться  $RMS < 1$  не удалось.

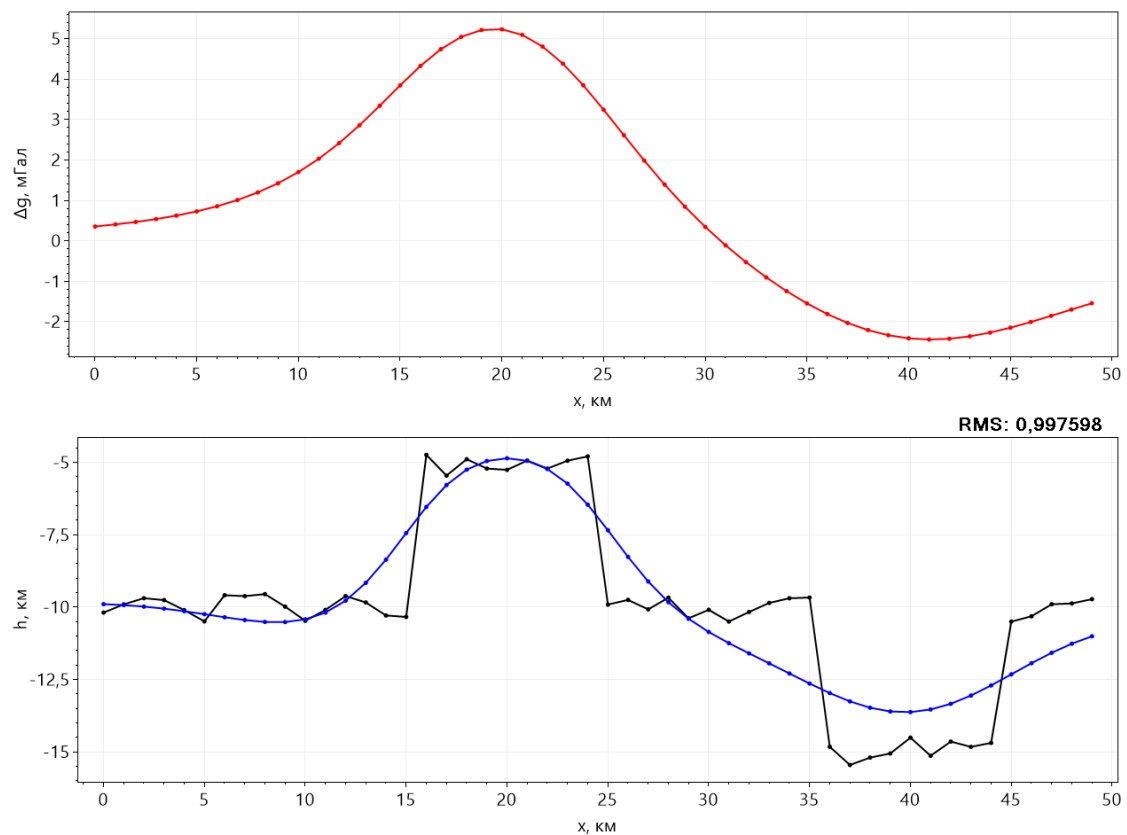


Рисунок 10. Модельный пример №5: граница, осложненная случайными изменениями геометрии (черная линия), её гравитационное поле (красная линия) и положение восстановленной границы (синяя линия).

Модельный пример №6 демонстрирует восстановление границы по полю, которое измерено с погрешностью. Для этого взята граница из модельного примера

№1 и к её гравитационному полю добавлен равномерно распределенный шум с амплитудой 3% от амплитуды самого поля (рисунок 11, вверху). После 50 итераций решения среднеквадратическое отклонение восстановленной границы от исходной составляет 0,067 (рисунок 11, внизу).

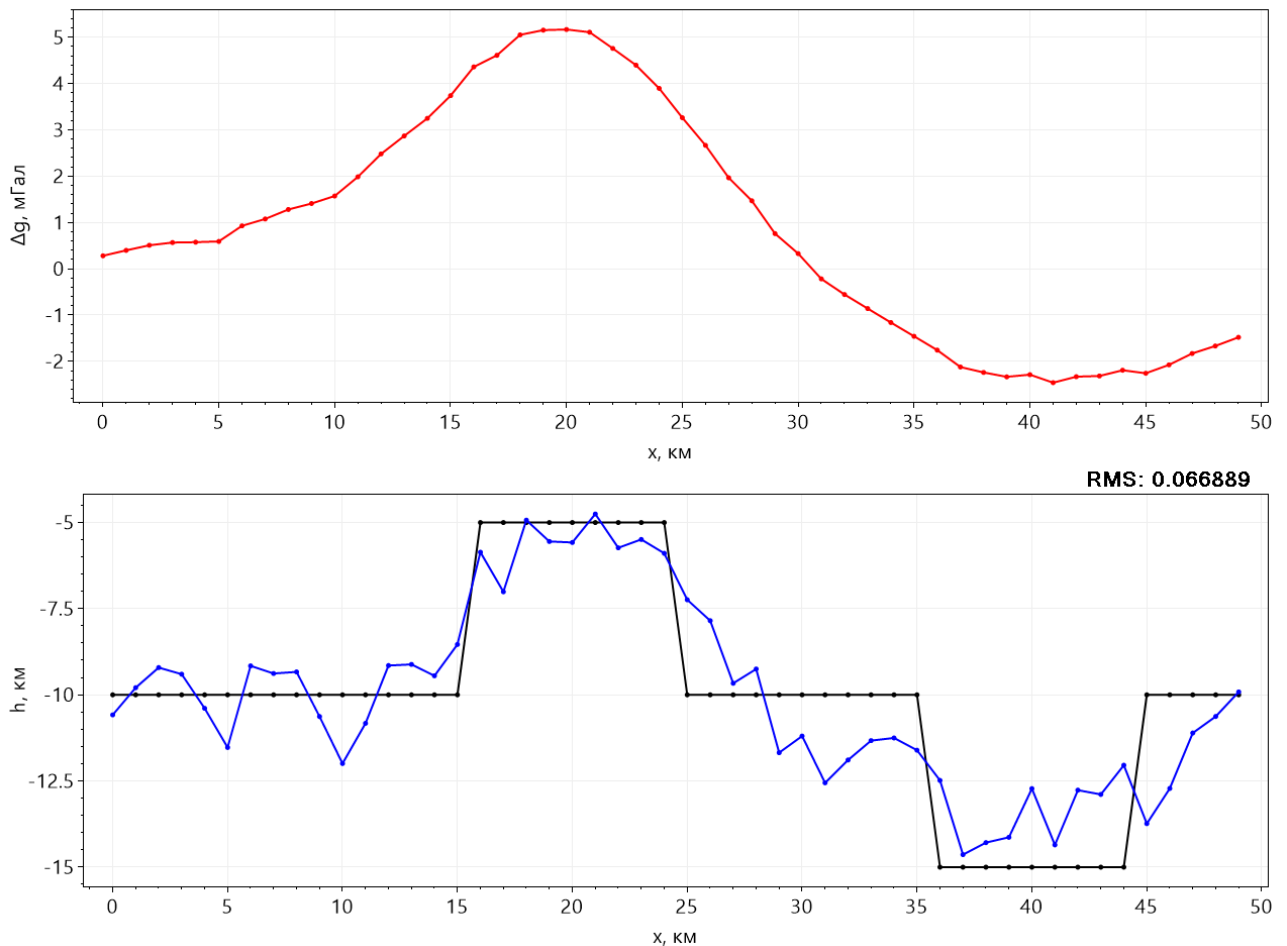


Рисунок 11. Модельный пример №6: граница, аналогичная границе из примера №1 (черная линия), к гравитационному полю которой (красная линия) добавлен шум 3%. Синим показано положение восстановленной границы.

Теперь проведем аналогичный эксперимент, но в качестве границы нулевого приближения будем использовать не асимптоту, а исходное положение модельной границы. Если бы поле не было модифицировано, такой итерационный процесс сошелся бы уже на первой же итерации. Однако, внесенная «погрешность»



измерения» провоцирует полноценную работу алгоритма. Спустя 50 итераций среднеквадратическое отклонение восстановленной границы от исходной составило 0,065 (рисунок 12), то есть несколько уменьшилось по сравнению с восстановлением с асимптоты.

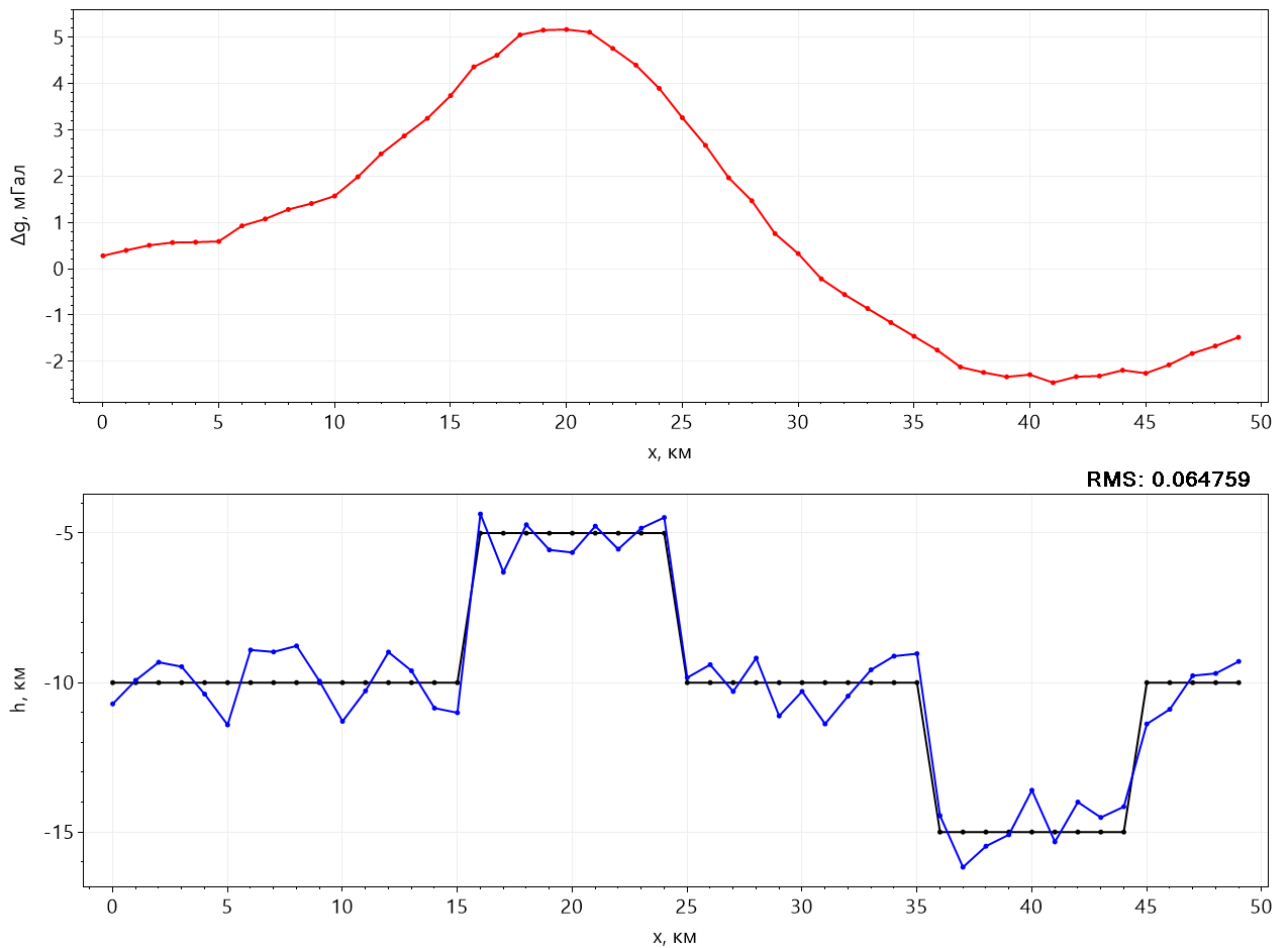


Рисунок 12. Вариация модельного примера №6 при использовании исходной границы в качестве приближения на первой итерации.

Модельный пример №7 демонстрирует влияние выбора начального приближения границы на скорость и точность сходимости метода. Рассмотрим «квази-реальную» модель границы (рисунок 13).

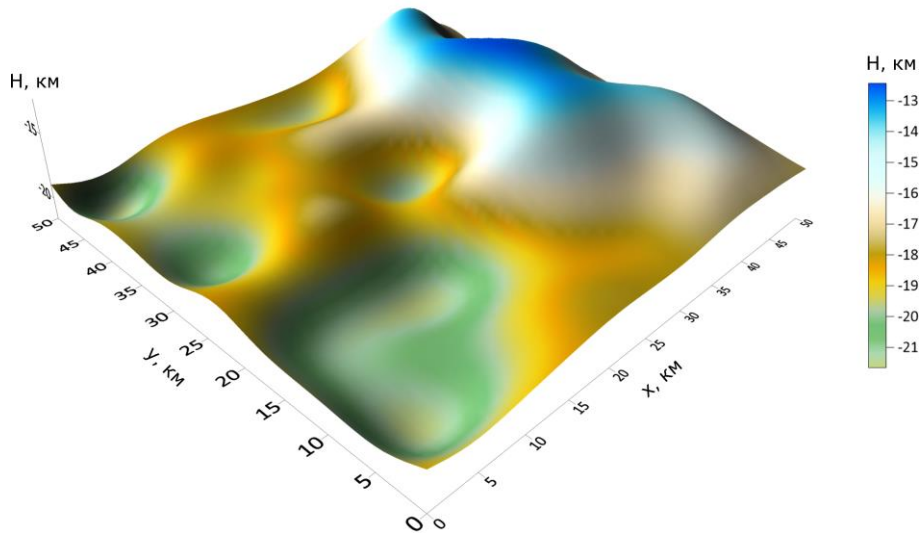


Рисунок 13. Модельный пример №7: граница, имеющая морфологию, подобную реальным границам земной коры.

По рассчитанному полю проведем последовательно несколько экспериментов по восстановлению положения границы. Параметры восстановления не меняются между экспериментами: глубина «асимптоты»  $H = -18,13$  км,  $\alpha = 0,2\alpha_0$ ,  $\Delta\sigma = 0,1$  г/см<sup>3</sup>, число итераций – 50.

Первый эксперимент – восстановление с плоской «асимптоты». На рисунке 14 приводятся трехмерное изображение полученной границы (а) и срез (плоскость  $y=25$ ) наблюдаемого поля (красным), реального положения границы (черным) и восстановленной границы (синим). Среднеквадратическое отклонение восстановленной границы от исходной составило 1,13. На трехмерной модели восстановленной границы визуально заметно, что восстановились только крупномасштабные аномалии.

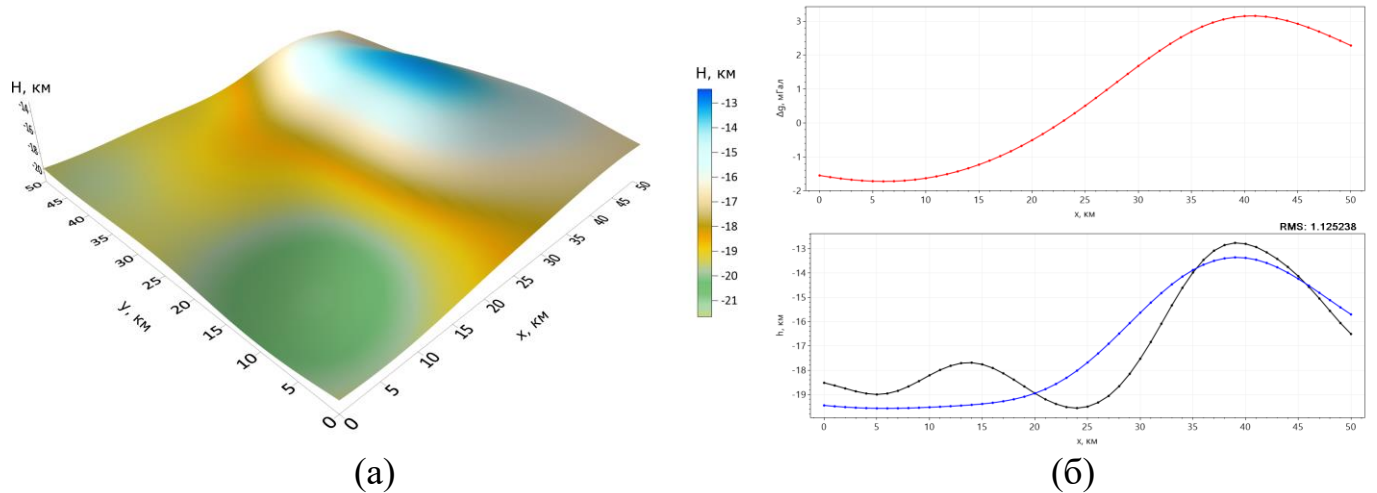


Рисунок 14. Модельный пример №7: результат восстановления с плоской границы.

Для второго эксперимента построим поверхность начального приближения, тем самым промоделировав использование в процессе восстановления априорных данных о геометрии поверхности. Пусть имеются три профиля (рисунок 15а), вдоль которых собрана информация о глубине залегания границы (в реальности такое возможно, к примеру, сейсмометрическими методами). В эксперименте используются точные значения глубины реальной границы. Проинтерполируем эти значения на всю исследуемую площадь методом ближайшего соседа (рисунок 15б).

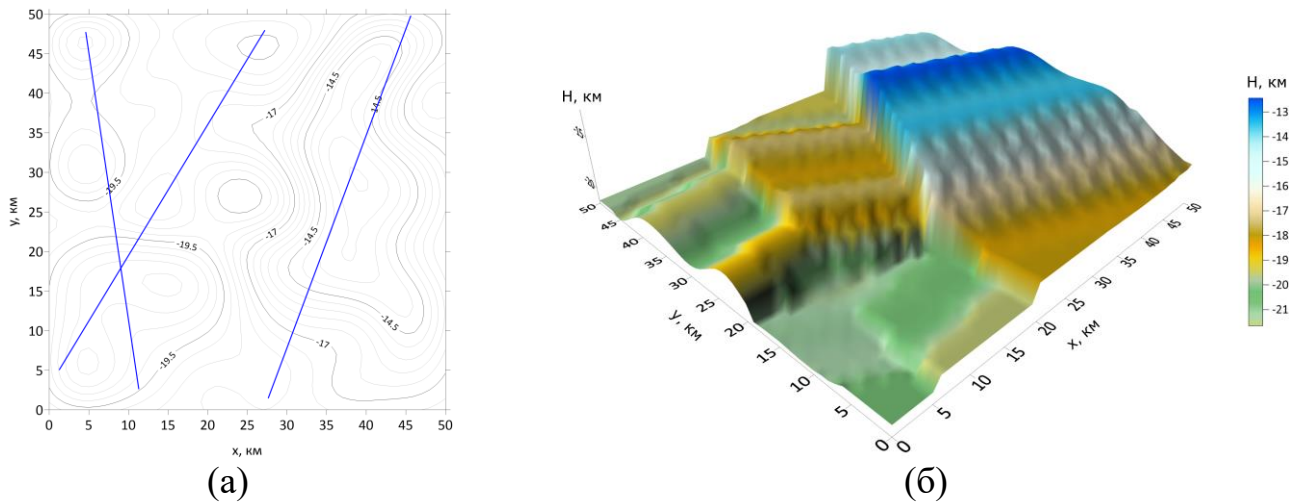


Рисунок 15. Модельный пример №7: положение трех профилей на карте рельефа поверхности (а) и модельная граница, полученная интерполяцией значений с них (б).

Теперь используем интерполированную границу в качестве начального приближения в методе локальных поправок. На рисунке 16 представлен результат, полученный после 50 итераций. Среднеквадратическое отклонение восстановленной границы от исходной снизилось до 0,61 (уменьшилось на 46% по сравнению с первым экспериментом).

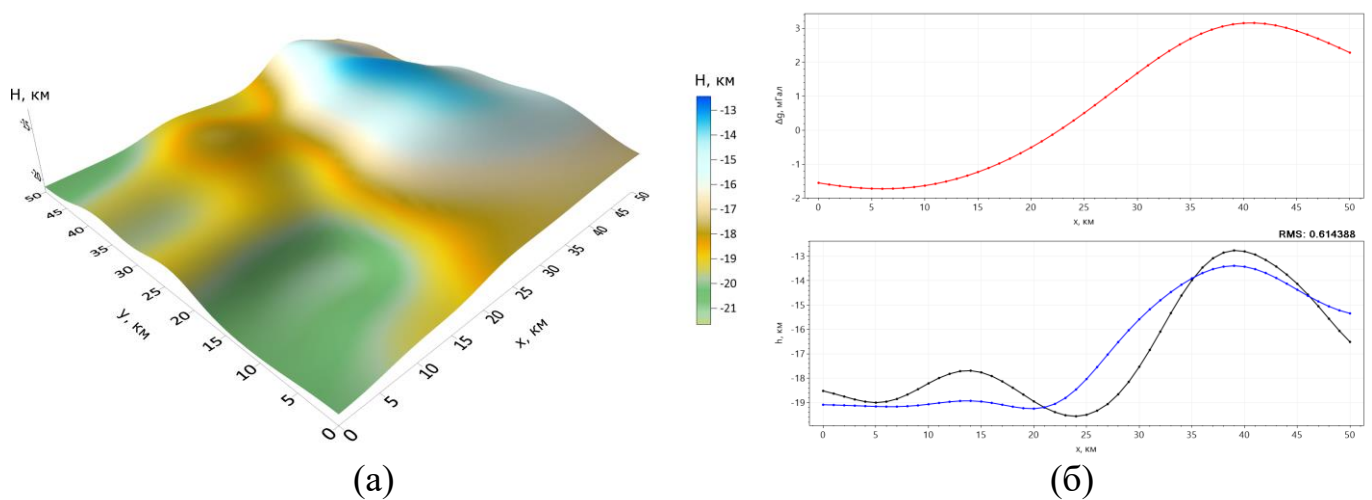


Рисунок 16. Модельный пример №7: результат восстановления с границы, полученной интерполяцией (случай трех профилей).

Визуально восстановленная поверхность на рисунке 16а хоть и имеет заметно большую детальность, чем поверхность на рисунке 14а, погружение в центре планшета имеет недостаточную глубину. Это связано с продемонстрированной в модельном примере №1 меньшей чувствительностью метода к погружениям, чем к поднятиям. Однако, использование априорной информации позволяет уменьшить влияние этого фактора.

Чтобы продемонстрировать это, проведем третий эксперимент. Добавим в модель четвертый профиль, расположенный так, чтобы захватывать указанное погружение, и повторим процедуру интерполяции (рисунок 17).

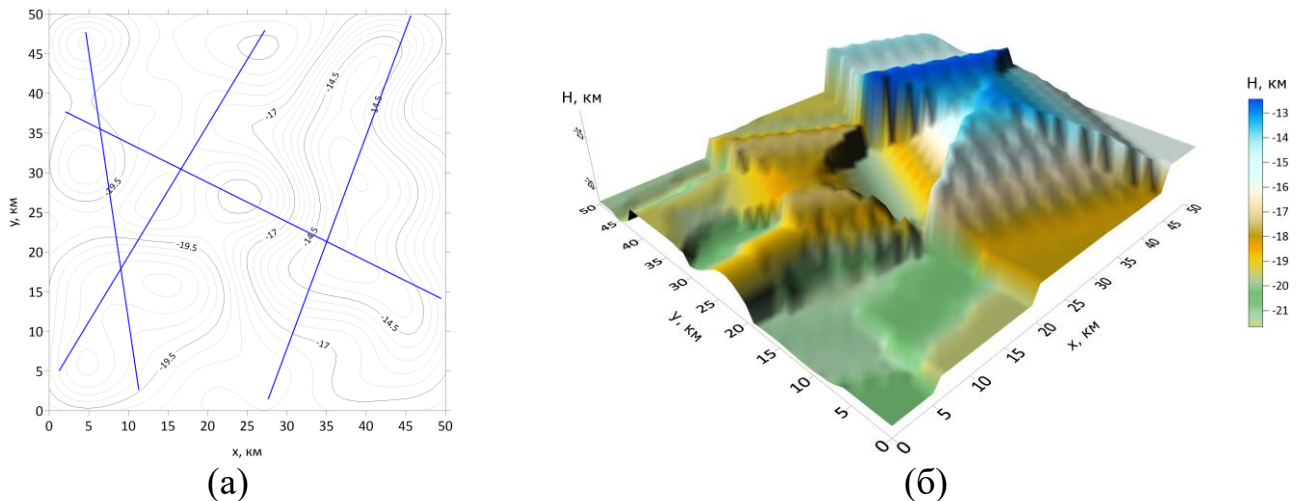


Рисунок 17. Модельный пример №7: положение четырех профилей на карте рельефа поверхности (а) и модельная граница, полученная интерполяцией значений с них (б).

Используем новое положение начальной границы в процедуре восстановления методом локальных поправок. Спустя 50 итераций среднеквадратическое отклонение восстановленной границы от исходной составило 0,48 (рисунок 18). Таким образом, по сравнению с предыдущим экспериментом невязка уменьшилась на 21%.

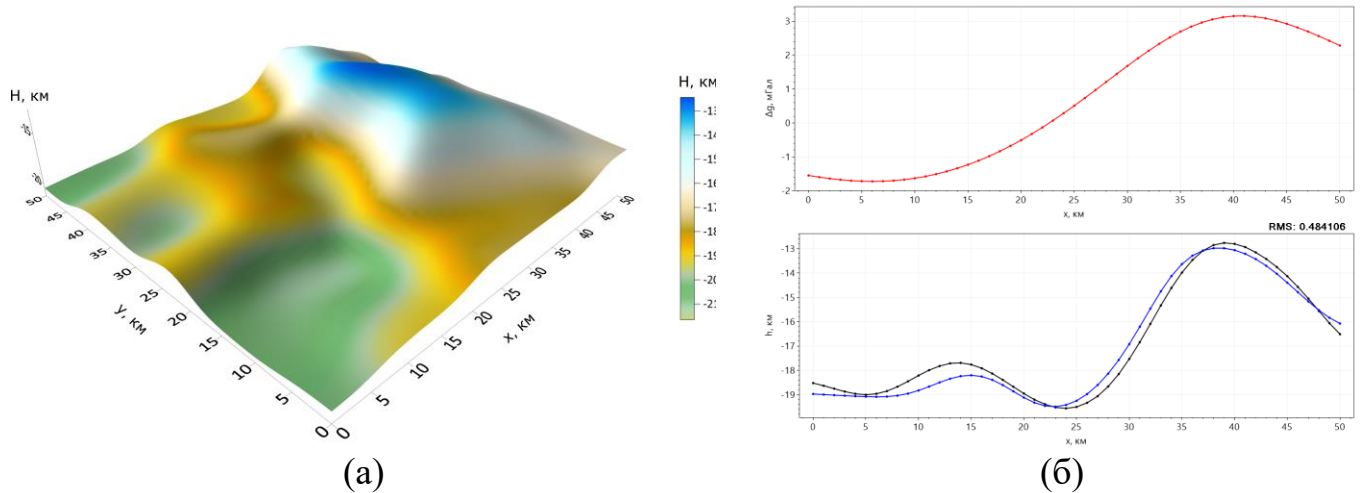


Рисунок 18. Модельный пример №7: результат восстановления с границы, полученной интерполяцией (случай четырех профилей).

Этот модельный пример продемонстрировал, что использование в качестве начального приближения в методе локальных поправок для структурных границ априорных данных о геометрии восстанавливаемой границы позволяет как увеличить скорость сходимости метода, так и повысить точность восстановления.

### ***Метод построения структурных срезов по градиентной плотностной модели***

Градиентная плотностная модель является первым приближением к реальному строению земной коры. При решении задач тектонического районирования возникает необходимость перейти от континуального трехмерного распределения плотности сеточной модели к некоторому содержательному набору геологических структурных границ, разделяющих слои и блоки с постоянной плотностью. Эта необходимость может быть вызвана несколькими причинами. В числе основных назовём а) желание упростить вычислительные схемы, поскольку такой переход позволяет в ряде случаев существенно уменьшить объём обрабатываемых данных; б) использование каких-либо априорных данных, позволяющих сделать вывод о том, что распределение плотности в исследуемом фрагменте земной коры может быть с

достаточной точностью приближено моделью с кусочно-однородным распределением плотности. В любом случае, необходимо каким-то образом выбирать как положение изоплотностных границ, так и значения плотностей для выше- и нижележащего слоя. К примеру, такая проблема возникла при исследовании глубинного строения Тимано-Печорской плиты. Градиентное распределение плотности представлено на рисунке 19а.

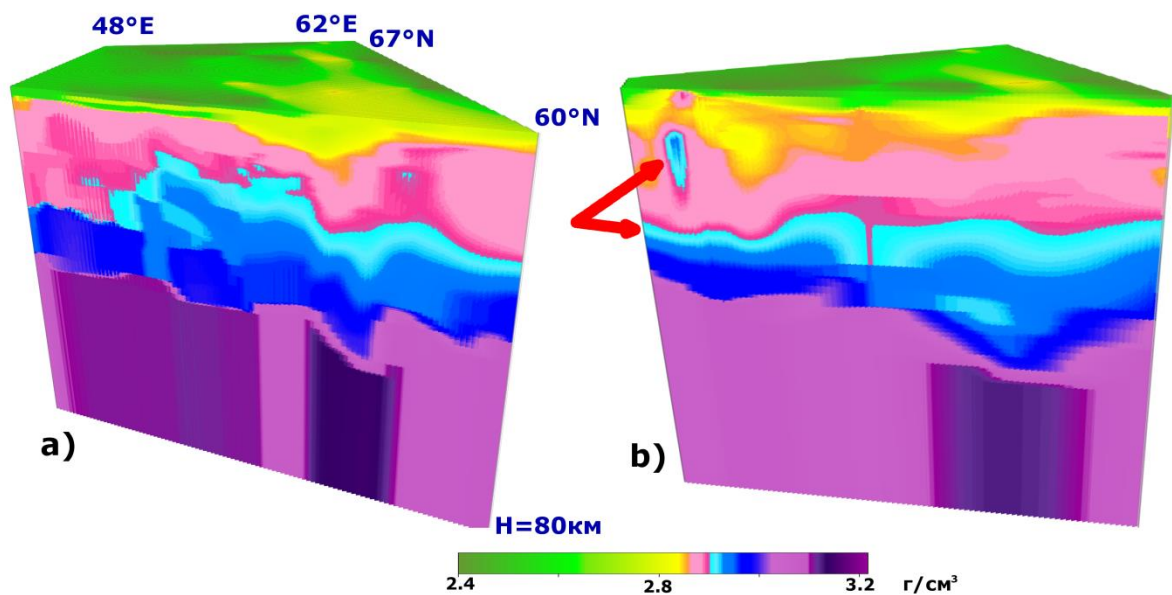


Рисунок 19. Градиентная трехмерная плотностная модель (а), её срез с демонстрацией возникающей проблемы (б).

Исходная модель представляет собой трехмерный массив значений плотности элементарных ячеек  $\sigma(x, y, z)$ .

Алгоритм выбора положения границ следующий :

1. Выбираем из каких-либо соображений значение плотности  $\sigma_{иск}$ , для которого строим границу  $z(x, y)$ .
2. Выбираем первую точку  $(x, y)$  на этой поверхности.
3. Получаем массив пар: «глубина  $z$  – плотность  $\sigma$ » для этой точки.
4. Рассчитываем три значения глубины  $z$ :
  - a. Минимальная из глубин, на которой плотность  $\sigma$  равна искомой плотности  $\sigma_{иск}$ ,
  - b. Максимальная из таких глубин,
  - c. Среднее арифметическое значений a) и b).



и в зависимости от наших представлений об исследуемом регионе выбираем одно из них. Выбор схемы а), б) либо с) происходит только на первой итерации и задаётся однократно на весь процесс.

5. Полученное  $z$  запоминаем и считаем глубиной залегания структурной границы в точке  $(x, y)$ .
6. Если обработаны не все точки  $(x, y)$ , то выбираем очередную и возвращаемся на шаг 3).

При малой дискретизации массива по глубине, на шаге 3 алгоритма требуется использовать линейную интерполяцию. Выбор схемы на 4 шаге очень важен, поскольку может значительно влиять на результат. Для глубинных границ (и для границы Мохоровичича в частности) стоит схему б), а для остальных (приповерхностных и среднеглубинных) границ использовать схему а). Выбор схемы с) рекомендуется делать только при наличии на то веских оснований, поскольку в этом случае реальное значение плотности на выбранной глубине может значительно отличаться от искомого. На рисунке 19б представлена ситуация, при которой выбор схемы значительно повлияет на результат. Видно, что имеется изолированное тело с плотностями, близкими к  $2,9 \text{ г/см}^3$  (голубой цвет), расположенное значительно выше слоя с преобладающими плотностями  $2,9\text{--}2,95 \text{ г/см}^3$ , положение верхней границы которого мы желали бы обнаружить.

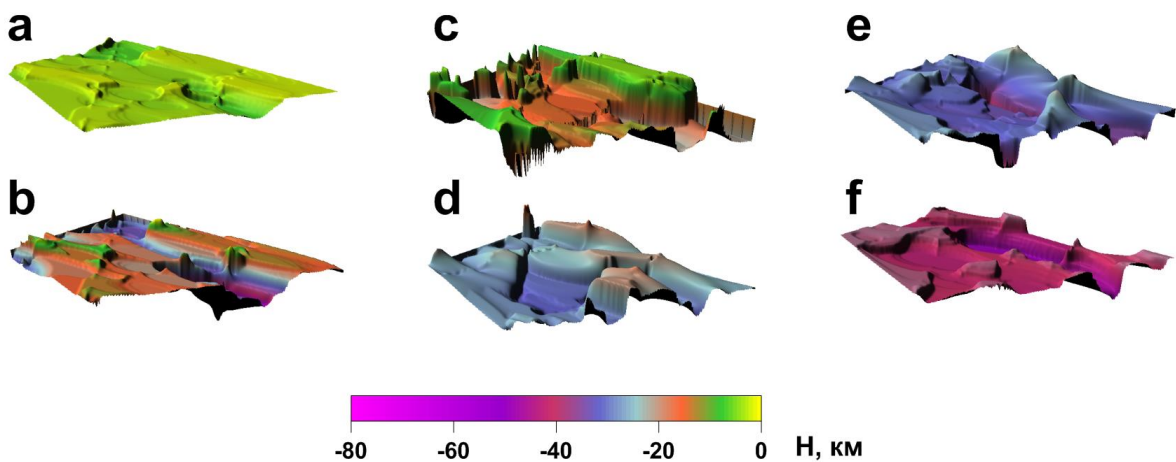


Рисунок 20. Рельеф выделенных границ для плотностей: а)  $2,76$ , б)  $2,8$ , с)  $2,88$ , д)  $2,92$ , е)  $2,96$ , ф)  $3,22 \text{ г/см}^3$ .

Однако стоит отметить, что целью такого выделения границ не является получение окончательного, тем более геологически содержательного решения.



Построенные границы будут использоваться как границы нулевого приближения при решении обратных задач гравиметрии. Например, как показано ранее, при решении структурной обратной задачи гравиметрии методом локальных поправок использование некоторого осмысленно выбранного начального положения границы вместо привычной для этого метода асимптоты даёт значительное повышение устойчивости итерационного процесса.

В нашем случае по сейсмическим разрезам были определены 6 отражающих горизонтов, соответствующих пластовым скоростям 5,8, 6,0, 6,4, 6,6, 6,8, 7,7 км/с. По известным корреляционным зависимостям [112] были определены соответствующие им граничные плотности 2,76, 2,8, 2,88, 2,92, 2,96, 3,22 г/см<sup>3</sup>. На рисунке 20 представлен рельеф выделенных границ.

После нахождения границ слоёв, необходимо определить и приписать им некоторую плотность. Для каждого слоя она определяется простым усреднением плотностей всех элементов начальной модели, расположенных между выделенными границами. Результирующая трехмерная слоистая модель представлена на рисунке 21.

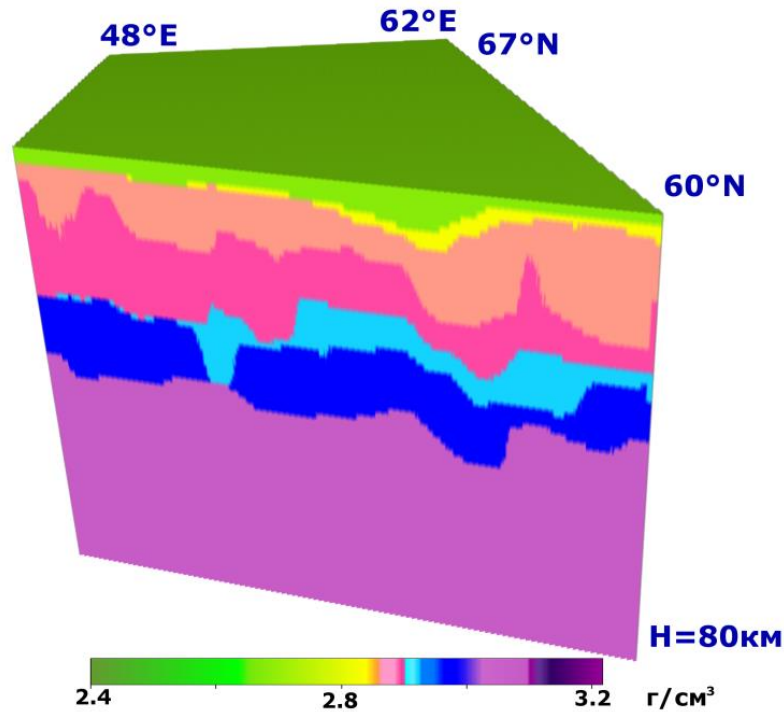


Рисунок 21. Результирующая слоистая модель.

Подобный алгоритм может использовать и при необходимости выделения границ не по одному изопараметру, а по диапазону. В этом случае производится выборка интервальных значений данных в диапазоне  $(\sigma_{min} \div \sigma_{max})$  с последующей пересортировкой извлеченного массива по глубине:

$$z(x, y, V) = \underset{(z)}{inf} [(\sigma(x, y)); \sigma_{min} \leq \sigma(x, y) < \sigma_{max}], z > 0 \quad (41)$$

В зависимости от выбранного метода выделения вместо *inf* может использоваться *sup* или их среднее арифметическое.

## **Глава 2. Алгоритмы комплексной интерпретации гравитационных полей, сейсмических данных и аномалий литостатического давления в земной коре**

В этой главе рассматриваются методы интерпретации гравитационного поля с учетом как априорной информации (сейсмических разрезов), так и трансформант модельного распределения плотности (аномалий литостатического давления). Описывается разработанная методика построения трехмерных плотностных моделей на основе сейсмических разрезов. Приводятся алгоритмы выделения однородных по плотности блоков в верхней мантии как в двухмерном, так и в трехмерном случаях. Также показано, что в трехмерном случае изучение распределения литостатического давления по глубине позволяет определить глубину расположения тектонических структур региона.

В главе цитируются авторские работы [108, 113-118], приводятся практические примеры, опубликованные в авторских работах [119-122].

### ***Сведение профилей в трехмерную модель и интерполяция***

Первым шагом на пути к построению трехмерной плотностной модели является обработка двухмерной сейсмической информации. Исходными данными моделирования являются двухмерные скоростные массивы в координатах «Расстояние вдоль профиля»—«Глубина». Для дальнейшей работы необходимо установить корреляцию между скоростями и соответствующим им плотностями пород. Для каждого региона такая зависимость своя, но имеет обычно кусочно-линейный характер вида

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= a_1 \cdot V + b_1, & \text{при } V \in [V_1, V_2) \\ \sigma_2 &= a_2 \cdot V + b_2, & \text{при } V \in [V_2, V_3) \\ & \dots \\ \sigma_n &= a_n \cdot V + b_n, & \text{при } V \in [V_{n-1}, V_n],\end{aligned}$$

где  $a_k$  и  $b_k$  - коэффициенты преобразования для данного региона,  $V_1 < V_2 < \dots < V_n$  - значения скоростей, при переходе через которые зависимость меняет свой характер.

Следующим шагом является сведение всех имеющихся профилей в единую трехмерную модель. В результате получаем картину, подобную представленной на рисунке 22.

Далее выполняется интерполяция распределения плотности в межпрофильном пространстве для построения нулевого приближения трехмерной модели. Для упрощения алгоритмов и увеличения скорости выполнения автором предложено выполнять послойную интерполяцию, т.е. такую, при которой осуществляется проход по всем глубинам  $z$  и интерполяция слоя  $z = const$ . Подобный подход позволяет не только сохранить в трехмерной модели значения плотности вдоль исходных профилей, но и ограничивает потенциальную возможность алгоритма создать в межпрофильном пространстве аномалии, противоречащие базовым геологическим представлениям.

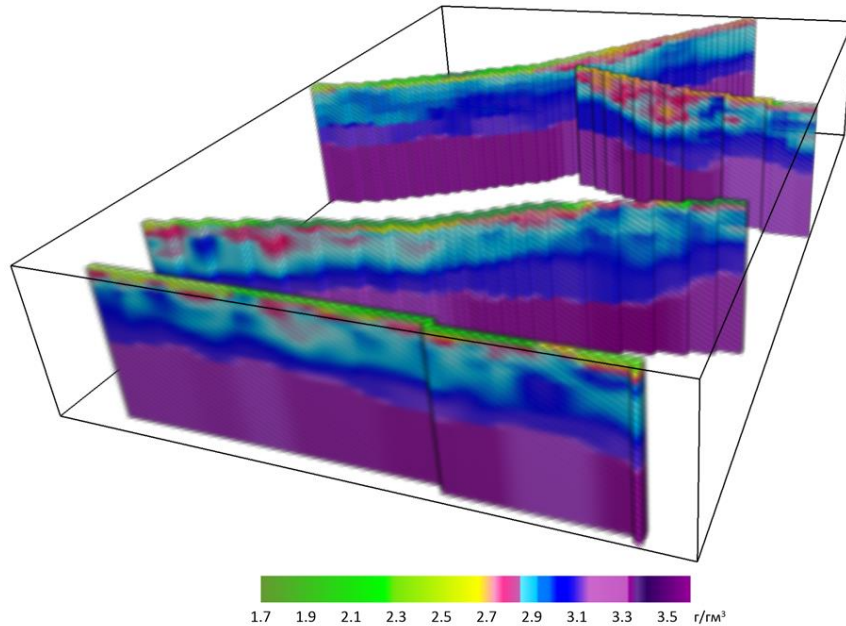


Рисунок 22. Пример плотностных разрезов, сведенных в единую трехмерную модель.

Пусть имеется  $n$  точек  $\{p_1, \dots, p_n\} \subset \mathbb{R}^2$ , в которых плотности заданы явно и равны  $\{\sigma_1, \dots, \sigma_n\}$ . Необходимо найти такое непрерывное в  $\mathbb{R}^2$  распределение плотности  $\sigma(p)$ , что  $\forall i = \overline{1..n}, \sigma(p_i) = \sigma_i$

Предложено применить следующие широко известные методы интерполяции:

1. Метод обратных расстояний. Основная формула метода:

$$\sigma(p) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{d(p, p_i)}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r(p, p_i)}}$$

где  $d(x, y)$  - функция расстояния между точками  $x$  и  $y$ .

Данный метод является самым простым среди используемых и имеет вычислительную сложность  $O(n)$ , поэтому может использоваться в случаях, когда более ресурсоемкие методы неприменимы. Также использование метода

оправдано при восстановлении пространственного положения небольших по протяженности неоднородностей.

2. Триангуляция Делоне с линейной интерполяцией. Метод состоит из двух этапов. На первом осуществляется разбиение области на треугольники методом Делоне. Далее внутри каждого треугольника производится линейная интерполяция. Этот метод позволяет получить начальную модель, имеющую ярко выраженное блочное строение.
3. Метод естественного соседа (natural neighbor method). Этот метод позволяет заполнить пространство между краями планшета и профилями [123]. Используется как дополнительный этап в случаях, когда выбранный метод интерполяции заполняет пространство только между профилями, оставляя внешнюю область пустой (к примеру, метод 2).

Результатом интерполяции является трехмерный плотностной «куб», представляющий нулевое приближение распределения плотности по исследуемому объему земной коры. Используется наименование «куб» (далее также «сеточный куб» или «цифровой куб») как устоявшееся в геофизической практике, хотя с точки зрения геометрии интерполированная модель может представлять собой произвольный параллелепипед, параметры которого обуславливаются геометрическими характеристиками включенных в модель разрезов.

### ***Выделение блоков в верхней мантии (двухмерный случай)***

Исходные предположения о плотности верхней мантии выдвигаются на основе данных об изменении граничных скоростей сейсмических волн на границе М и какой-либо априорной зависимости между скоростью и плотностью [108]. В моделях, построенных с использованием однородной мантии, расхождение между наблюдаемым и вычисленным полем велико (см., к примеру, рисунок 24 ниже).

Поэтому логично воспользоваться гипотезой изостазии и скорректировать распределение мантийной (и только мантийной) плотности. Если предположение окажется верным, то скоростные и дополняющие их плотностные параметры мантийных блоков будут взаимоувязаны [124].

Аномалии литостатического давления пропорциональны избыточной плотности, поэтому сейсмоплотностной разрез для модели с однородной мантией легко перестроить в литостатический. На каждой глубине  $h$  рассчитывается отклонение  $\Delta P(x, h)$  литостатического давления  $P(x, h)$  от его среднего (гидростатического) значения на том же уровне по формулам:

$$\Delta P(x, h) = P(x, h) - \bar{P}(h) = g_a \int_h^0 \Delta \sigma(x, z) dz, \quad (42)$$

где  $P(x, h) = g_a \int_h^0 \sigma(x, z) dz$ .

Гидростатическое давление, зависящее только от глубины, выражается через усредненные параметры плотностной модели:

$$\bar{P}(h) = \frac{1}{L} \int_0^L P(x, h) dx = \frac{g_a}{L} \int_h^0 \int_0^L \sigma(x, z) dx dz = g_a \int_h^0 \bar{\sigma}(z) dz, \quad (43)$$

где  $\bar{\sigma}(z) = \frac{1}{L} \int_0^L \sigma(x, z) dx$ ,  $\Delta \sigma(x, z) = \sigma(x, z) - \bar{\sigma}(z)$ .

В формулах (42) и (43) приняты следующие обозначения:  $g_a = 9,80665 \text{ м/с}^2$  – среднее значение ускорения свободного падения;  $\sigma(x, z)$  – значение плотности в соответствующей точке профиля;  $L$  – длина профиля,  $\bar{\sigma}(z)$  – среднее значение плотности модели на соответствующей глубине;  $\Delta \sigma(x, y)$  – отклонение плотности от ее среднего значения на глубине.

Поправки, введенные в рамках предположения о частичной изостатической компенсации, позволяют перераспределить плотность в мантии таким образом, чтобы значение избыточного давления на предполагаемом уровне стало близко к

нулю. Более жесткие ограничения заданы на глубине полной компенсации: на обрамляющем нижнем горизонте модельного разреза  $h_i = 80$  км латеральных изменений давления быть не может

$$\Delta P(x, h_i) = 0. \quad (44)$$

Для достижения этого строится график функции распределения аномального литостатического давления на глубине  $h_i$ . Каждый протяженный участок, на котором сохраняется знак этой функции, предлагается отождествлять с одним мантийным блоком. Таким образом, вертикальные границы блоков оказываются в точках, где значение аномального литостатического давления равно нулю.

Условие (44) накладывается в рамках представлений об изостатически скомпенсированной земной коре и верхней мантии. Но, разумеется, поскольку существует несколько моделей изостазии, не все исследователи могут разделять такие взгляды. Дискуссионным является и вопрос о глубине уровня, на котором наблюдается изостатическая компенсация. Поэтому автор считает необходимым отметить, что несмотря на то, что демонстрация методики выделения мантийных блоков в следующем параграфе производится именно для получения изостатически скомпенсированной на уровне 80 км модели, сама технология применима и в других случаях. Выделение границ мантийных блоков требует лишь расчета распределения аномального литостатического давления (42) на некотором глубинном уровне. Вертикальные границы блоков определяются по нулям функции этого распределения. Таким образом, условие изостатической компенсации может возникнуть лишь на следующем этапе, когда подбирается плотность выделенных блоков. Однако, подбор значений плотности возможен и в рамках иных представлений – к примеру, в параграфе «Уточнение зависимости скорость-плотность с одновременным выделением блоков» (ниже, в текущей главе) условия изостатической скомпенсированности не накладывается.



### Сейсмоплотностная модель по профилям

Описанная методика последовательного построения плотностных моделей мантийных блоков на основе двумерных скоростных разрезов была применена на практике для исследования участка Северного и Приполярного Урала [108]. Далее приводится подробное описание методики, которая параллельно демонстрируется на примере одного из разрезов (фрагмент геотраверса «Кварц» от 48° до 72° в.д. длиной более 1200 км) исследованной территории.

Исходными данными выступает построенное по фондовым материалам специальное двумерное поле времен по первым вступлениям продольных волн, по которому способом двумерной сейсмической томографии рассчитана модель скоростного разреза земной коры в координатах  $(x, z)$  [125]. Верхняя граница разреза  $z = 0$  км выходит на уровень земной поверхности; нижняя отождествляется с границей Мохоровичича  $M(x, z)$ . Положение границы  $M$  определено по скоростным уровням (7,75–8,25) км/с и затем откорректировано по результатам интерпретации имеющихся данных по отраженным, обменным и преломленным волнам [125] (рисунок 23).

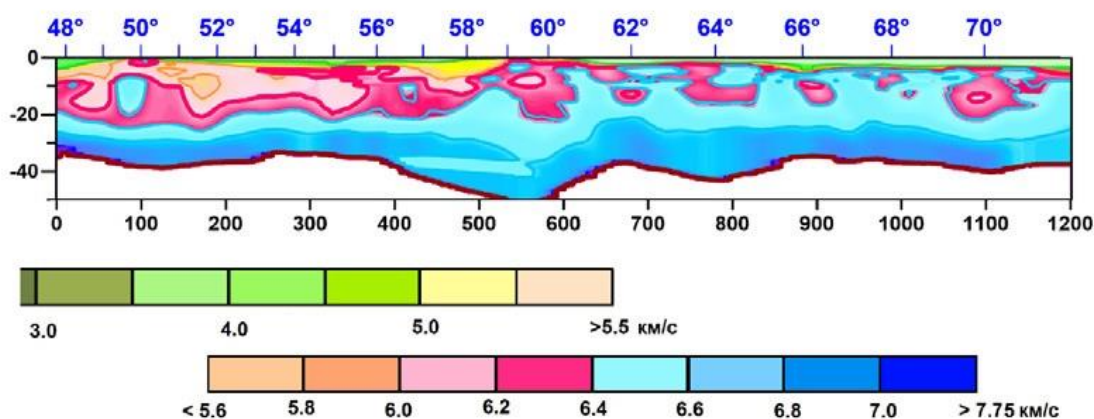


Рисунок 23. Скоростной разрез по профилю Кварц с нанесенными градусными отметками меридианов. Расстояние вдоль профиля и по вертикали указано в километрах.

Начальное распределение плотности по разрезу строится на основе кусочно-линейной корреляционной зависимости «плотность–скорость», полученной для территории Тимано-Печорской плиты:

$$\sigma(V) = \begin{cases} 0,113 \cdot V + 2,034, & 2,35 \leq V < 5 \\ 0,2 \cdot V + 1,6, & 5 \leq V < 7,75 \end{cases} \quad (45)$$

Как правило, расчетное поле консолидированной земной коры соответствует наблюдаемым аномалиям Буге (расхождение порядка 20 мГал) и повторяет морфологию распределения средней коровой скорости вдоль профиля [126]. Ниже границы М и до глубины 80 км модель дополняется постоянной плотностью  $\sigma = 3,3$  г/см<sup>3</sup>. Эти принудительно введенные глубинные массы увеличивают расхождение наблюдаемого и вычисленного полей, максимальная невязка которых в этом случае будет составлять более 50 мГал (рисунок 24).

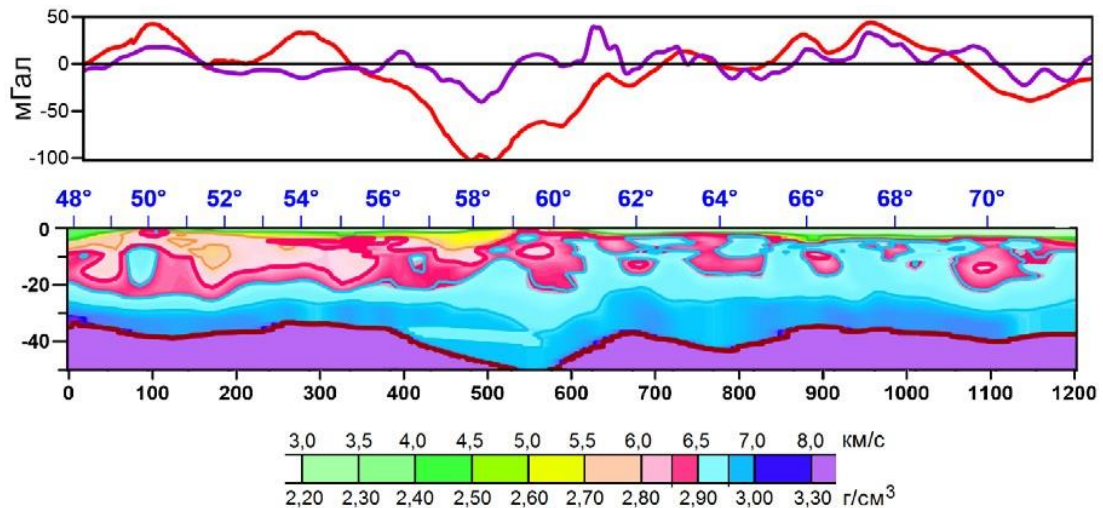


Рисунок 24. Плотностная модель с однородной мантией по профилю Кварц и графики аномалий гравитационных полей: наблюдаемого (фиолетовым) и модельного (красным). Цветовая гамма разреза и значения «плотность–скорость» для земной коры соответствуют кусочно-линейной зависимости (45).

По плотностному массиву  $\sigma(x, z)$  вычисляются значения средних плотностей  $\sigma_0(z)$  для каждого горизонтального уровня. Найденные средние значения

используются для вычисления распределения избыточных плотностей  $\Delta\sigma = \sigma(x, z) - \sigma_0(z)$ . По массиву избыточных плотностей рассчитываются аномалии гравитационного поля на уровне земной поверхности и аномалии масс вертикальных столбов до глубины  $z$ . Последние пересчитываются в аномалии литостатического давления (рисунок 25).

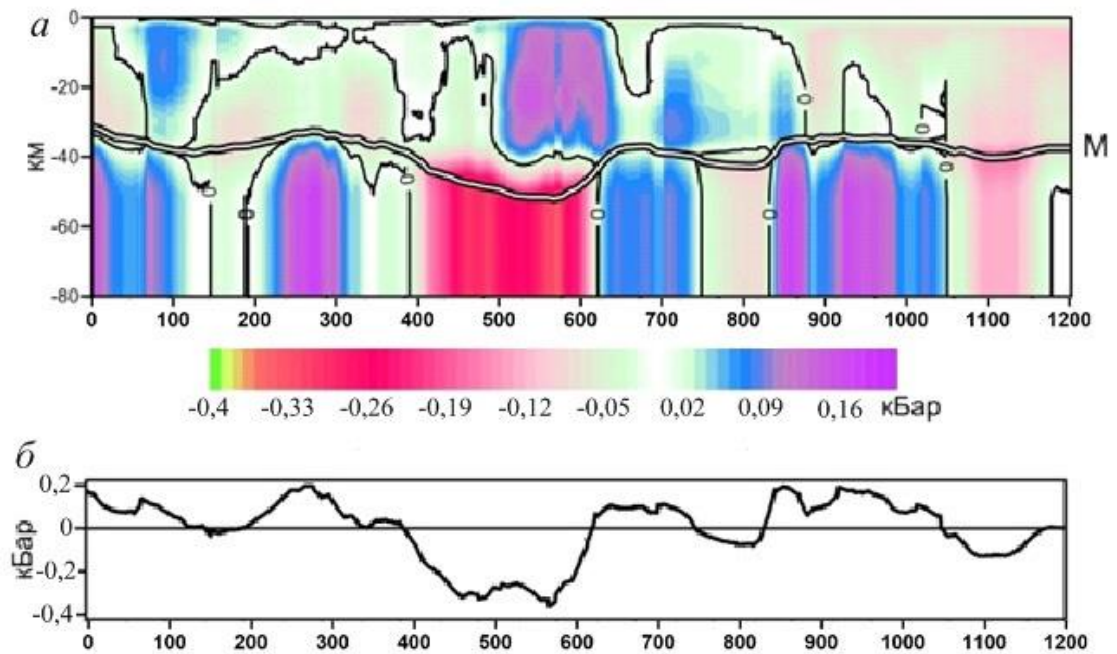


Рисунок 25. Модель литостатического разреза по профилю Кварц с однородной мантией (двойной черно-белой линией показана граница М): а – распределение по разрезу аномалий литостатического давления  $\Delta P$  (в изолиниях); б – график латеральной изменчивости  $\Delta P$  на предполагаемом уровне изостатической компенсации 80 км.

Далее выполняется изостатическое уравнивание модели для того, чтобы получить близкое к постоянному давление на уровне  $h_i = 80$  км. Для этого производится расчет компенсирующей добавки к значениям плотности в верхней мантии [108]. В дальнейшем эта поправка к плотности будет использоваться для определения (задания) параметров мантийных блоков.

Для построения плотностной модели с коррекцией мантийной плотности была введена функция-компенсатор  $\rho(x)$ , которая показывает, какое значение плотности нужно добавить (или вычесть) в слое между границей  $M$  и уровнем  $h_i$  чтобы на глубине  $h_i$  выполнялось условие (44). Пусть  $\Delta P_{hom}$  и  $\Delta \sigma_{hom}$  – отклонения литостатического давления и плотности от их средних значений на глубине для модели с однородной мантией, тогда при изменении плотности в мантии на  $\rho(x)$  аномальное литостатическое давление на глубине  $h_i$  в модели с компенсацией будет равно:

$$\Delta P(x, h_i) = \Delta P_{hom}(x, h_i) - g_a(h_m(x) - h_i)\rho(x),$$

где  $z = h_m(x)$  - уравнение границы  $M$ .

Из условия (45):

$$\rho(x) = \frac{\Delta P_{hom}(x, h_i)}{g_a(h_m(x) - h_i)} = \frac{1}{h_m(x) - h_i} \int_{h_i}^0 \Delta \sigma_{hom}(x, y) dy.$$

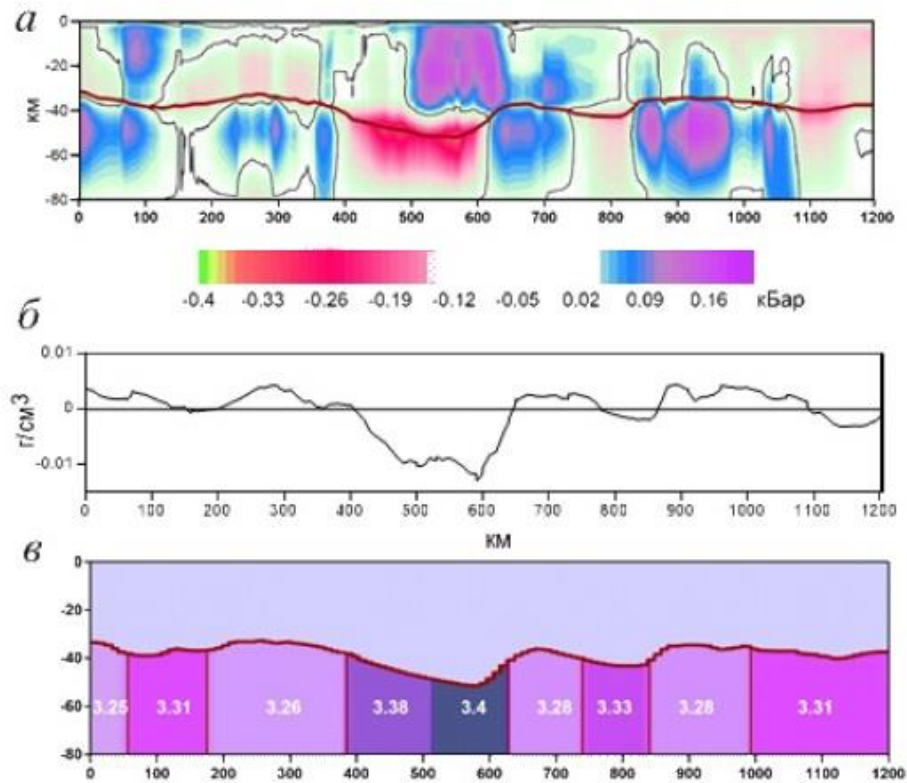


Рисунок 26. Литостатический и плотностной разрез с подобранными мантийными блоками: а – в изолиниях изостатических аномалий литостатического давления  $\Delta P = P - P_{\text{ср}}$ ; б – график функции-компенсатора  $\rho(x)$ ; в – блочная модель (вариации давления  $\Delta P$  на глубине 80 км – в пределах 80 бар).

На рисунке 26б построен график латеральной изменчивости компенсирующих добавок к постоянной плотности ниже границы М. Как видно, получившееся распределение плотности весьма неоднородно и никак не соотносится с геофизическими моделями глубинного строения верхней мантии. Чтобы устранить это несоответствие, ограничение (44) было несколько ослаблено: ниже границы М модель была разбита на несколько блоков с вертикальными границами. Координаты разбиения выбирались по нулям функции латеральной изменчивости компенсирующих добавок с тем расчетом, чтобы получившиеся блоки не имели

слишком малую протяженность вдоль профиля. Некоторые блоки дополнительно разбиты также по экстремумам функции. Внутри блоков было проведено усреднение плотности, и таким образом была построена модель верхней мантии (рисунок 26в). Для данного профиля контуры мантийных блоков хорошо коррелируют с граничными скоростями головных волн по кровле мантии [108].

При постоянной плотности в блоках верхней мантии нарушается условие (44) полной изостатической компенсации. Однако, на подошве полученного частично скомпенсированного слоя земной коры и верхней мантии ( $h = 80$  км) вариации литостатического давления  $\Delta P$  не превышают 80 бар.

Корректность расчётов изостатической компенсации в мантии подтверждается результатами гравитационного моделирования. По сравнению с моделью однородной мантии (рисунок 24), плотностной разрез, дополненный мантийными блоками (рисунок 26в) лучше согласуется с аномалиями гравитационного поля. Отклонение расчетного поля от наблюдаемого уменьшилось до 20 мГал (почти в два раза).

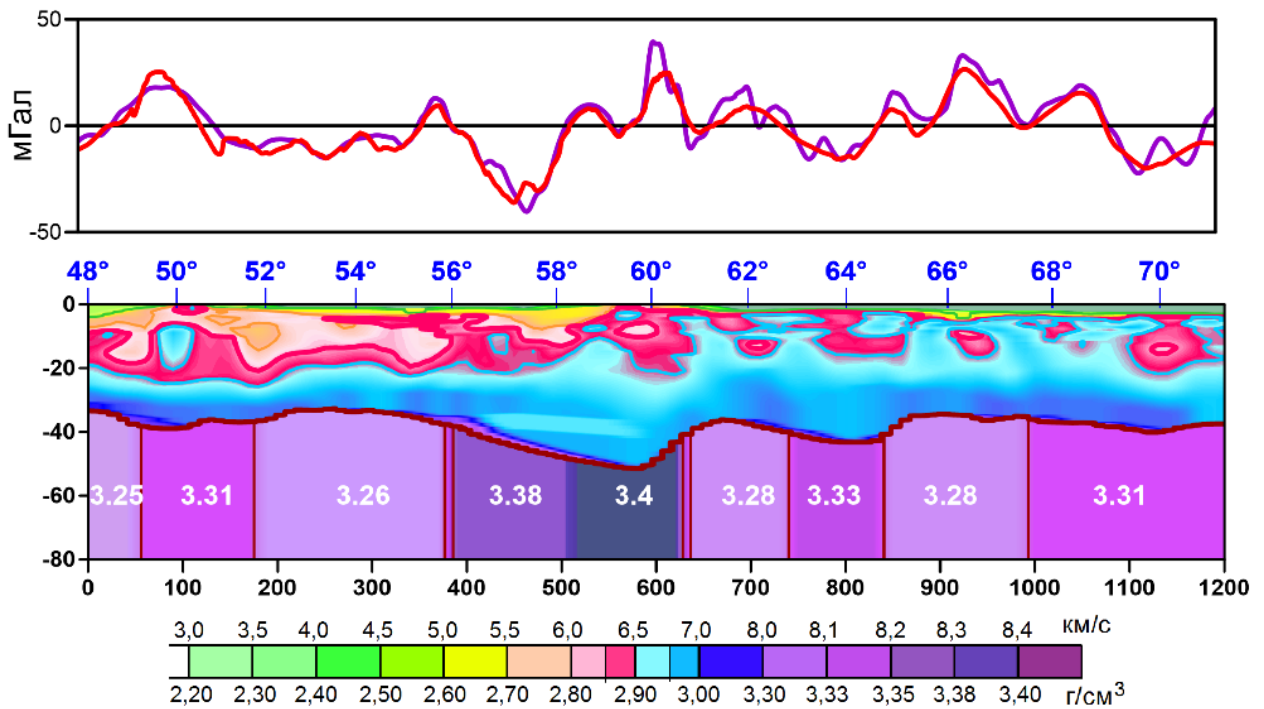


Рисунок 27. Результирующая плотностная модель по профилю Кварц (внизу) и её гравитационное поле (вверху, красным), сопоставленное с модельным полем (фиолетовым).

Результирующая слоисто-блоковая сейсмоплотностная модель по профилю Кварц показана на рисунке 27. Невязка в гравитационных аномалиях Буге рассчитывается на уровне земной поверхности; невязка в отклонениях литостатического давления от среднего – на глубинном уровне изостатической компенсации.

Таким образом, разработанная методика для двумерного гравитационного моделирования предоставляет возможность учесть основные структурные характеристики сейсмической модели разреза. Она учитывает различные априорные данные (структурные границы, начальное распределение плотности, ограничения) и обеспечивает хорошее соответствие между наблюдаемыми и модельными гравитационными полями. Введение в модель блочной структуры ниже заданной глубины позволяет уменьшить аномалии литостатического давления. Эта методика

была применена и для построения сейсмоплотностных моделей вдоль других профилей (см. главу 3).

***Уточнение зависимости скорость-плотность  
с одновременным выделением блоков***

Выше описана технология построения плотностных разрезов, при которой сперва может производиться уточнение зависимости между скоростью и плотностью на основе анализа наблюдаемого поля, а затем осуществляется определение границ мантийных блоков и подбор для них значений плотности. Автором предложен способ одновременного уточнения и корреляционной зависимости «скорость-плотность», и плотностей в выделенных мантийных блоках [106, 107].

Рассмотрим глубинный сейсмический разрез  $V(x, z)$ . Известно положение разделяющей кору и мантию границы Мохоровичича  $M(x)$ , которое определено по скоростным данным или по прочей априорной информации. Предположим, что мантия разделена на блоки набором вертикальных границ. Пусть задано наблюдаемое вдоль исследуемого профиля гравитационное поле  $g(x)$ .

Первым шагом алгоритма является определение количества мантийных блоков и их положение. Каждый блок считаем ограниченным сверху границей  $M(x)$ , снизу – уровнем изостатической компенсации для исследуемого региона, справа и слева – вертикальными границами. Используя заранее известную корреляционную формулу для изучаемого (или схожего) региона получим некоторый плотностной разрез. После этого пересчитаем распределение значений плотности в распределение литостатических нагрузок по методике (42). Проанализировав получившееся распределение избыточного литостатического давления на уровне предполагаемой изостатической компенсации для региона, установим положение вертикальных



границ блоков в точках, где избыточное давление отсутствует (равно нулю). Пусть выделено  $K$  блоков, которым припишем значения плотности  $\sigma_{B_1}, \sigma_{B_2}, \dots, \sigma_{B_K}$ .

Далее следует этап минимизации. Оптимизируемый функционал имеет следующий вид:

$$\|F(x, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N, \sigma_{B_1}, \sigma_{B_2}, \dots, \sigma_{B_K}) - g(x)\| \rightarrow \min. \quad (46)$$

Здесь  $F(x, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N, \sigma_{B_1}, \sigma_{B_2}, \dots, \sigma_{B_K})$  - рассчитанное поле модели в точке  $x$ . Переменные  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$  - это подбираемые значения плотности, соответствующие фиксированным значениям скорости  $V_1, \dots, V_N$ . Они связаны с коэффициентами линейной регрессии  $A_n$  и  $B_n$  посредством следующей системы уравнений:

$$\sigma(V) = \begin{cases} A_1V + B_1; & V_1 \leq V < V_2 \\ A_2V + B_2; & V_2 \leq V < V_3. \\ \dots & \dots \\ A_{N-1}V + B_{N-1}; & V_{N-1} \leq V < V_N \end{cases} \quad (47)$$

Таким образом, имея предварительно выбранные граничные значения скорости  $V_1, \dots, V_N$  и рассчитанные в процессе минимизации (46) соответствующие им значения плотности  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$ , можно получить корреляционную формулу зависимости между скоростью и плотностью для исследуемого региона.

Для расчета зависимости была написана программа на языке Python. Минимизация выполнялась при помощи метода Нельдера-Мида, реализованного в библиотеке `scipy`. При этом прямая задача (расчет поля для заданного набора плотностных параметров) выполнялась отдельной программой на языке C#. Особенностью метода Нельдера-Мида является его приспособленность к минимизации произвольных функций, включая недифференцируемые. Поэтому вызов решения прямой задачи оформлен как запуск отдельной программы, принимающей коэффициенты регрессионной зависимости и плотности блоков через аргументы командной строки.

Продemonстрируем описанный алгоритм на примере. Рассмотрим проходящий в Западной Сибири Ханты-Мансийский профиль длиной 490 км. На рисунке 28 приводится скоростной разрез вдоль этого профиля. Начальная зависимость «скорость-плотность» для коры взята из [100], для мантии из [127]:

$$\sigma(V) = \begin{cases} 0.11V + 2.15; & V < 5 \text{ км/с} \\ 0.21V + 1.56; & 5 \leq V < 7.75 \text{ км/с} \\ 0.15V + 2.2; & V \geq 7.75 \text{ км/с} \end{cases} \quad (47)$$

По этим формулам скоростной разрез пересчитывается в градиентную плотностную модель (рисунок 29).

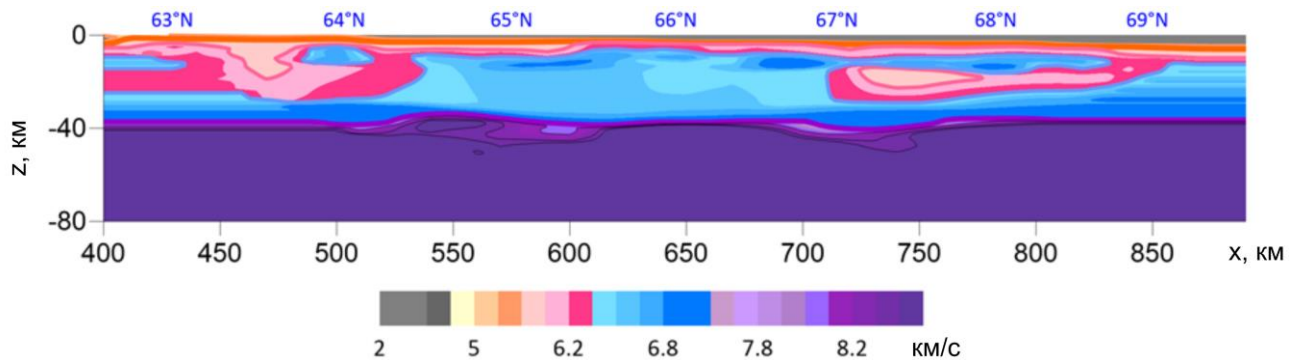


Рисунок 28. Исходный скоростной разрез по Ханты-Мансийскому профилю.

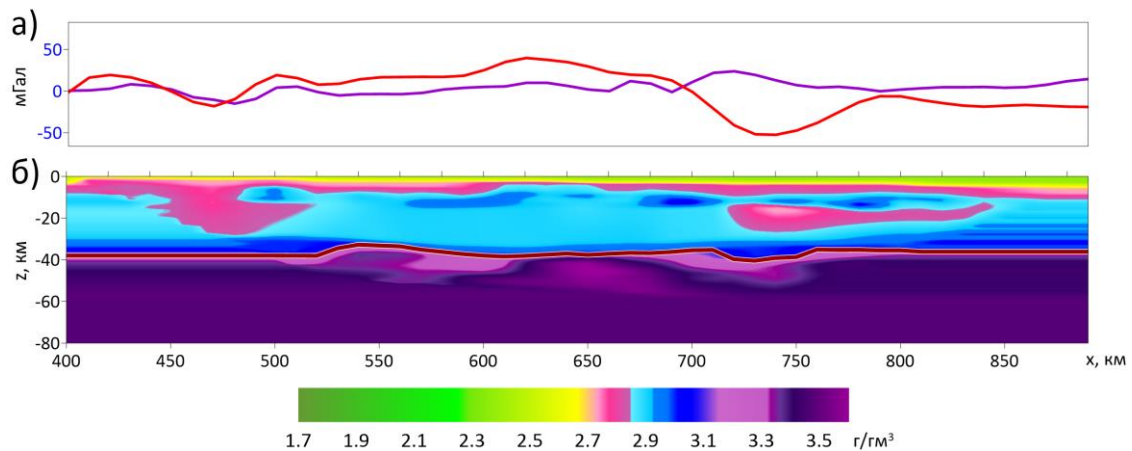


Рисунок 29. Плотностной разрез по Ханты-Мансийскому профилю, полученный пересчетом по зависимостям (б) и его гравитационное поле (а, красная линия), сопоставленное с наблюдаемым гравитационным полем (а, фиолетовая линия).

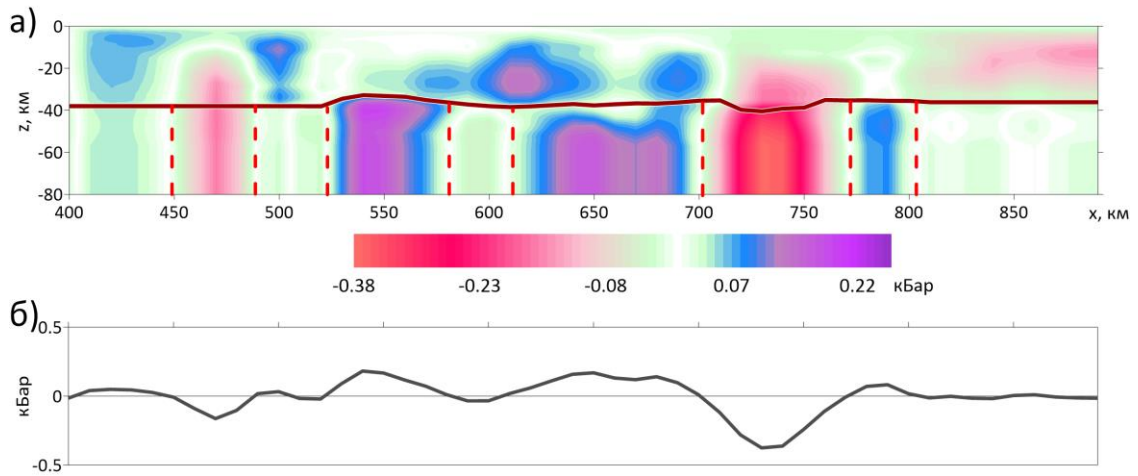


Рисунок 30. Распределение литостатического давления для плотностного разреза по Ханты-Мансийскому профилю (а) и распределение литостатического давления на глубине 80 км (б).

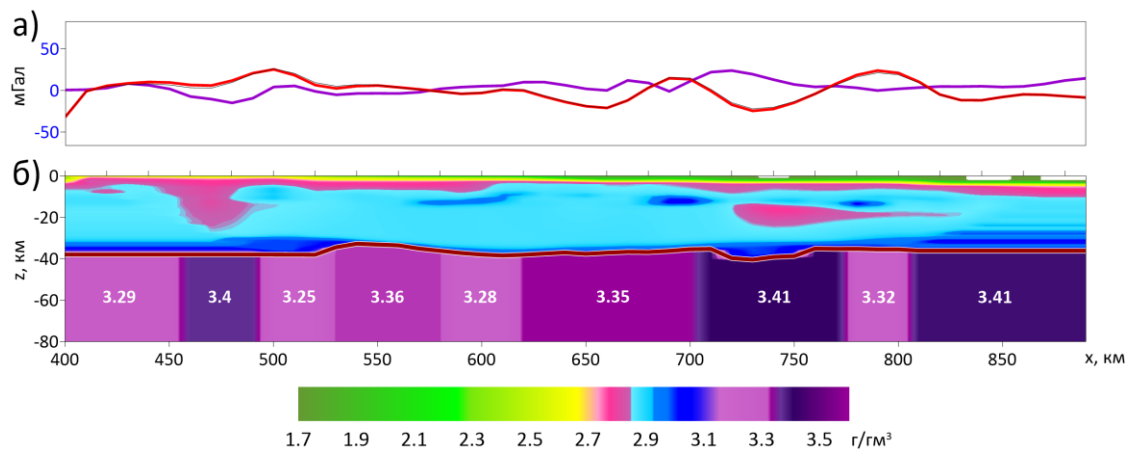


Рисунок 31. Результирующий разрез по Ханты-Мансийскому профилю (б) и его гравитационное поле (а, красная линия), сопоставленное с наблюдаемым гравитационным полем (а, фиолетовая линия).

Таблица 1. Результирующая зависимость между скоростью и плотностью по профилям территории Среднего Урала.

Профиль	$RMS_{од}$	$RMS_{6,л}$	Формула
Вижай-Нижняя Тура-Орск	70	15	$\begin{cases} 0,198V + 1,580, & 2,35 \leq V \leq 5 \\ 0,235V + 1,394, & 5 \leq V \leq 7,7 \end{cases}$
Красноуральский	32,96	17,64	$\begin{cases} 0,19V + 1,63, & 2,35 \leq V \leq 5 \\ 0,22V + 1,478, & 5 \leq V \leq 7,7 \end{cases}$
Ханты-Мансийский	36,74	17,85	$\begin{cases} 0,12V + 2,05, & 2,35 \leq V \leq 5 \\ 0,2V + 1,6, & 5 \leq V \leq 7,7 \end{cases}$
Красноленинский	44,5	16,65	$\begin{cases} 0,19V + 1,62, & 2,35 \leq V \leq 5 \\ 0,235V + 1,394, & 5 \leq V \leq 7,7 \end{cases}$
С.Сосьва-Ялуторовск	25,81	10,7	$\begin{cases} 0,19V + 1,62, & 2,35 \leq V \leq 5 \\ 0,25V + 1,32, & 5 \leq V \leq 7,7 \end{cases}$

После проделанных шагов мы получаем качественную схожесть между гравитационным полем вдоль профилей и наблюдаемым полем. На данном этапе этого достаточно, в дальнейшем все плотностные разрезы сводятся в единую трехмерную модель при помощи заполнения межпрофильного пространства интерполированными значениями плотности.

### *Аномальное литостатическое давление в трехмерном случае*

По аналогии с методикой (42)-(43) для двухмерного случая, описанной ранее, по трехмерному распределению плотности в объеме строятся трехмерные модели аномального литостатического давления, рассчитывающегося как отклонение  $\Delta P(x, y, h)$  литостатического давления  $P(x, y, h)$  от его среднего значения  $\bar{P}(h)$  на каждой глубине  $h$  [119]:

$$\Delta P(x, y, h) = P(x, y, h) - \bar{P}(h) = g_a \int_h^0 \Delta \sigma(x, y, z) dz, \quad (48)$$

$$P(x, y, h) = g_a \int_h^0 \Delta \sigma(x, y, z) dz, \quad (49)$$

$$\bar{P}(h) = \frac{1}{\|S\|} \int_S P(x, y, h) dS = \frac{g_a}{\|S\|} \int_S \int_h^0 \sigma(x, y, z) dz dS = g_a \int_h^0 \bar{\sigma}(z) dz, \quad (50)$$

где  $g_a = 9,80665 \text{ м/с}^2$  – среднее значение ускорения свободного падения,  $\sigma(x, y, z)$  – значение плотности в соответствующей точке 3D модели,  $S$  – проекция исследуемой трехмерной области на земную поверхность,  $\|S\|$  – её норма (площадь),  $\bar{\sigma}(z) = \frac{1}{\|S\|} \int_S \sigma(x, y, z) dS$  – среднее значение плотности модели на соответствующей глубине,  $\Delta \sigma(x, y, z) = \sigma(x, y, z) - \bar{\sigma}(z)$  – отклонение плотности от её среднего значения на глубине.

Анализ распределения аномального литостатического давления на глубине можно проводить по двум направлениями. Во-первых, можно (аналогично двумерному случаю) выделяя мантийные блоки компенсировать аномальное давление (либо уменьшать невязку наблюдаемого и модельного поля). Во-вторых, можно проводить анализ распределения избыточного давления на различных глубинах и сопоставить его с картами тектонических структур региона. Далее рассмотрим эти подходы подробнее.

### ***Выделение блоков в верхней мантии (трехмерный случай)***

В рамках проекта РФФИ № 14-05-31083 при участии автора была предложена методика разбиения мантии на блоки с вертикальными границами [118, 119]. В качестве дополнительного граничного условия для построения блоков в верхней

мантии использовалось условие изостатической уравновешенности модели на глубине  $h_{iso} = 80$  км. На уровне изостатической компенсации латеральных изменений давления быть уже не может, т.е. в уравновешенной модели

$$\Delta P(x, y, h_{iso}) = 0. \quad (51)$$

Для построения такой модели была введена функция-компенсатор  $\rho(x, y)$ , которая показывает, какое значение плотности нужно вычесть из распределения плотности в мантии (т.е. из слоя между границей М и уровнем  $h_{iso}$ ), чтобы на глубине  $h_{iso}$  выполнялось условие (51). Пусть  $\Delta P_{hom}$  и  $\Delta \sigma_{hom}$  – соответственно отклонения литостатического давления и плотности от их средних значений на глубине для модели с однородной мантией. Тогда аномальное литостатическое давление на глубине  $h_{iso}$  в новой модели станет равно

$$\Delta P(x, y, h_{iso}) = \Delta P_{hom}(x, y, h_{iso}) - g_a(h_M(x, y) - h_{iso})\rho(x, y), \quad (52)$$

где  $h_M(x, y)$  – положение границы Мохоровичича (М). Из условия (51):

$$\rho(x, y) = \frac{\Delta P_{hom}(x, y, h_{iso})}{g_a(h_M(x, y) - h_{iso})} = \frac{1}{h_M(x, y) - h_{iso}} \int_{h_M}^0 \Delta \sigma_{hom}(x, y, h_{iso}) dz. \quad (53)$$

Эта методика была применена для уточнения трехмерной плотностной модели строения Тимано-Печорской плиты в пределах планшета с координатами 48-64° в.д., 60-67° с.ш. (рисунок 1, желтым) с однородной верхней мантией. Также в качестве исходной информации использовались карта аномалий гравитационного поля в редукции Буге и положение границы Мохоровичича для заданной области. На рисунке 32 представлено исходное распределение плотности. Для наглядности выполнен вертикальный срез вблизи профиля Красноленинский (его настоящее положение см. на рисунке 1, профиль №11).

На рисунке 33а представлено наблюдаемое гравитационное поле. Для сопоставления приведено гравитационное поле модели. Между полями наблюдается заметное расхождение, средняя невязка составляет 18,5 мГал.

При помощи описанной методики плотностная модель пересчитана в объемное распределение аномалий литостатического давления. На рисунке 34 приведена карта аномального литостатического давления на нижнем уровне модели (80 км).

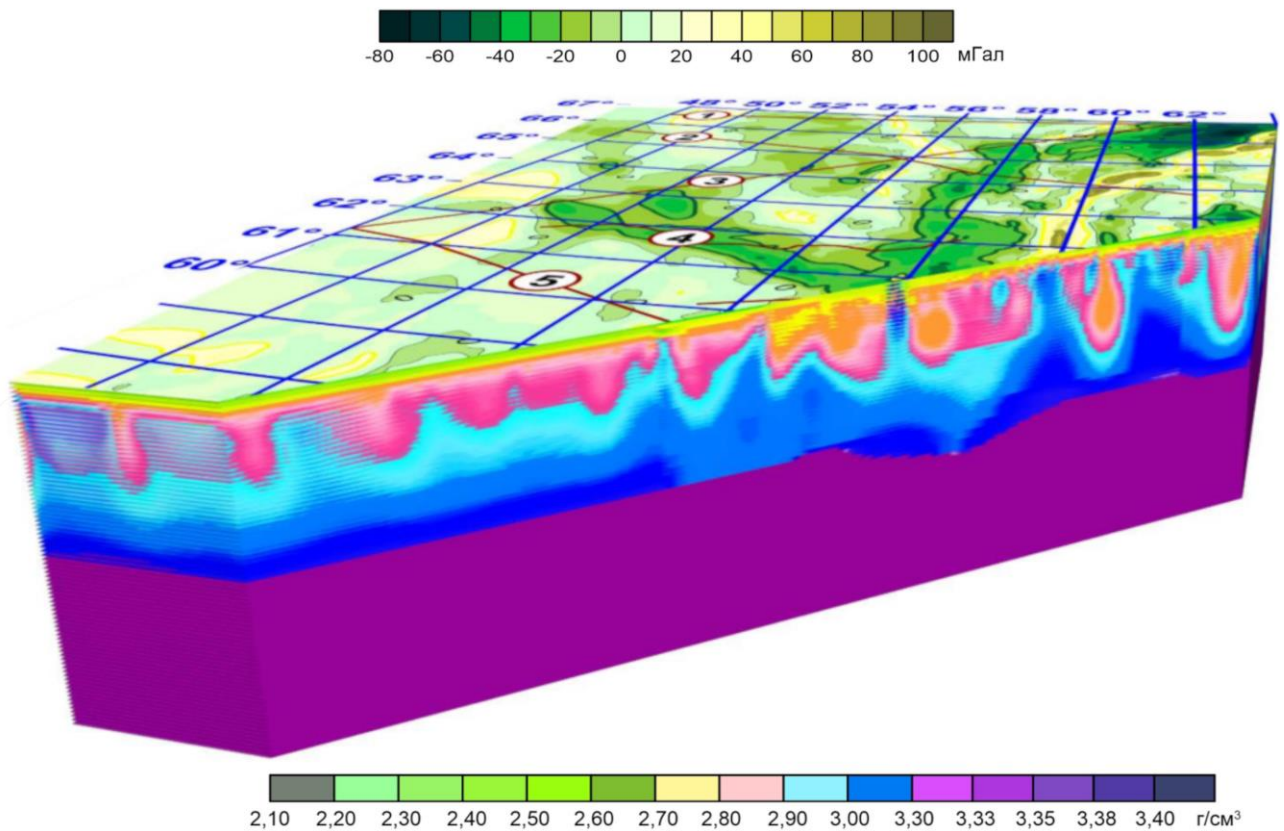


Рисунок 32. Исходная модель распределения плотности для Тимано-Печорской плиты. Наложена карта аномалий гравитационного поля в редукции Буге с нанесенными контурами сейсмических профилей.



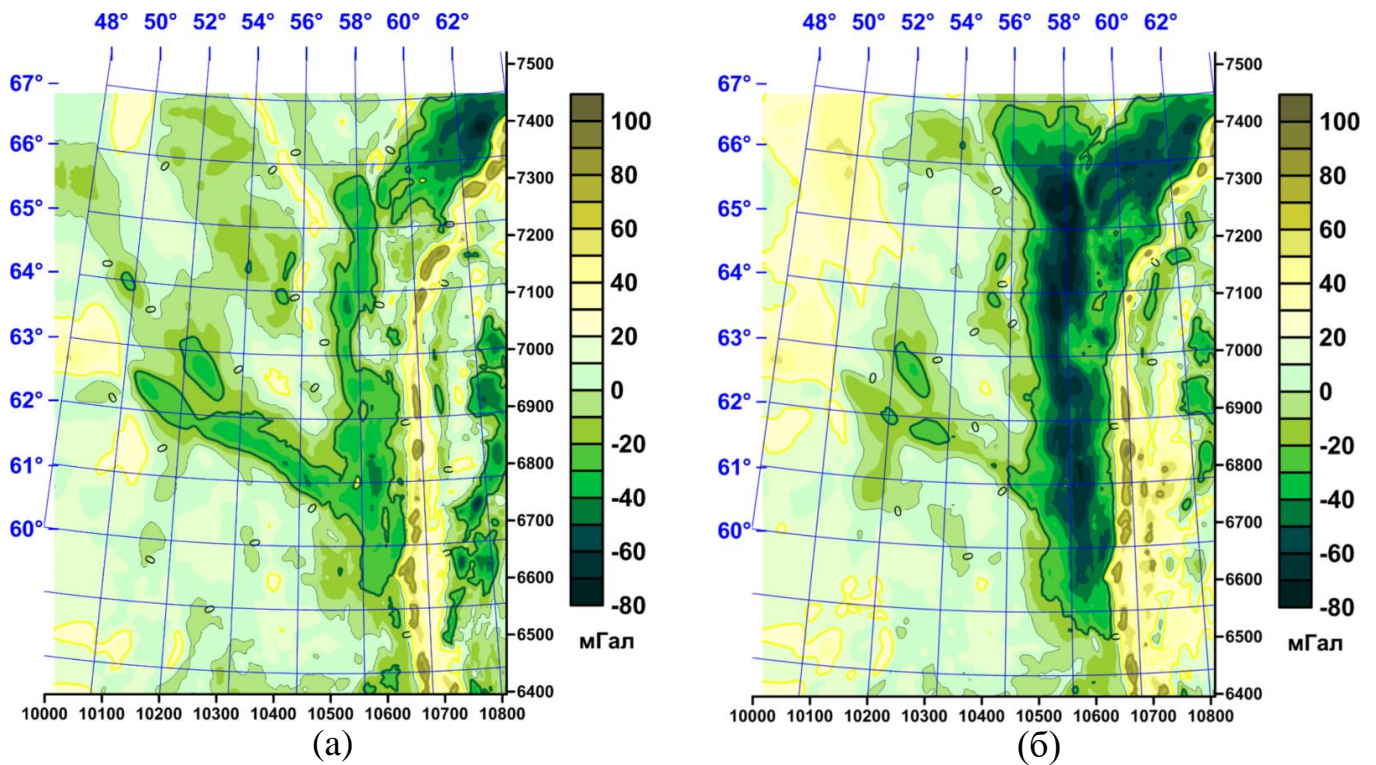


Рисунок 33. Аномалии наблюдаемого гравитационного поля (а) и гравитационное поле модели (б).

Границы блоков в мантии выделяются по изолиниям нуля на карте аномалий литостатического давления на нижней границе модели. Конкретное значение компенсирующей добавки плотности, которую необходимо распределить в объеме ниже границы Мохоровичича, определяется по формуле (53). Результирующее распределение корректирующей добавки плотности представлено на рисунке 35а. Поскольку определяются границы вертикальных блоков, для каждого значения  $(x,y)$  корректирующая добавка распределяется равномерно по всем слоям указанного «столба», расположенным ниже границы М. Итоговое распределение приведено на примере горизонтального среза на глубине 80 км (рисунок 35б).

Поле модели представлено на рисунке 36, среднее значение невязки с наблюдаемым полем уменьшилось до 10,8 мГал. Результирующая трехмерная



модель с построенной по описанной методике блочной мантией приведена на рисунке 37.

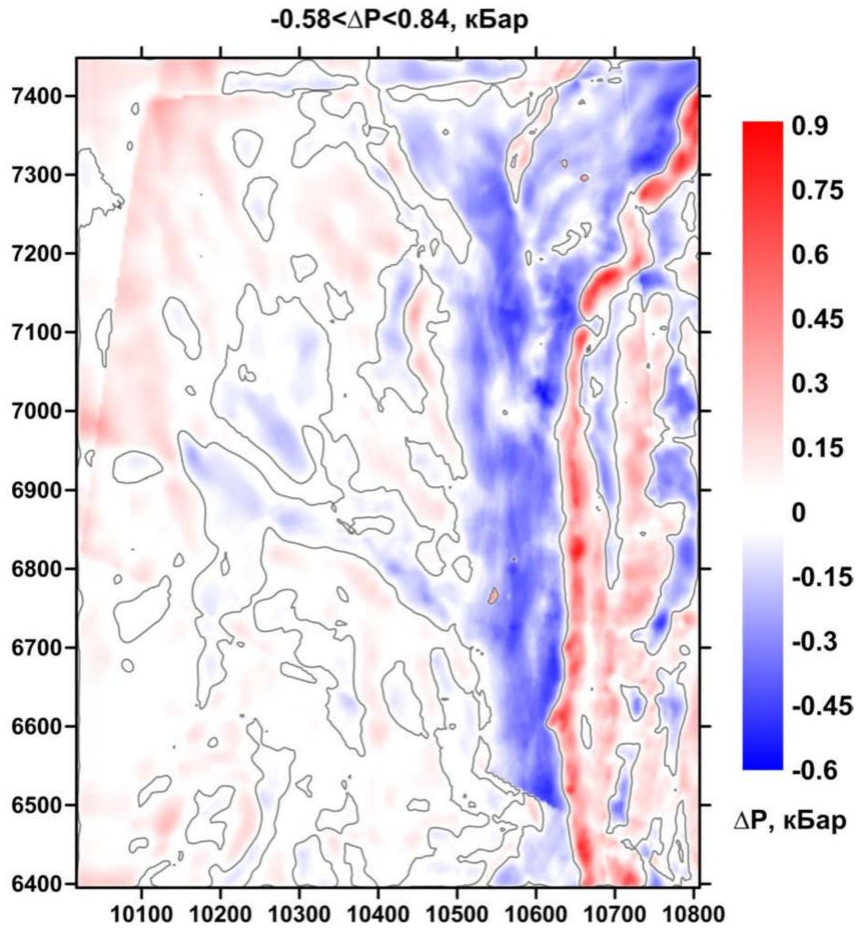


Рисунок 34. Распределение аномального литостатического давления  $\Delta P$  на глубине 80 км в модели с однородной мантией.

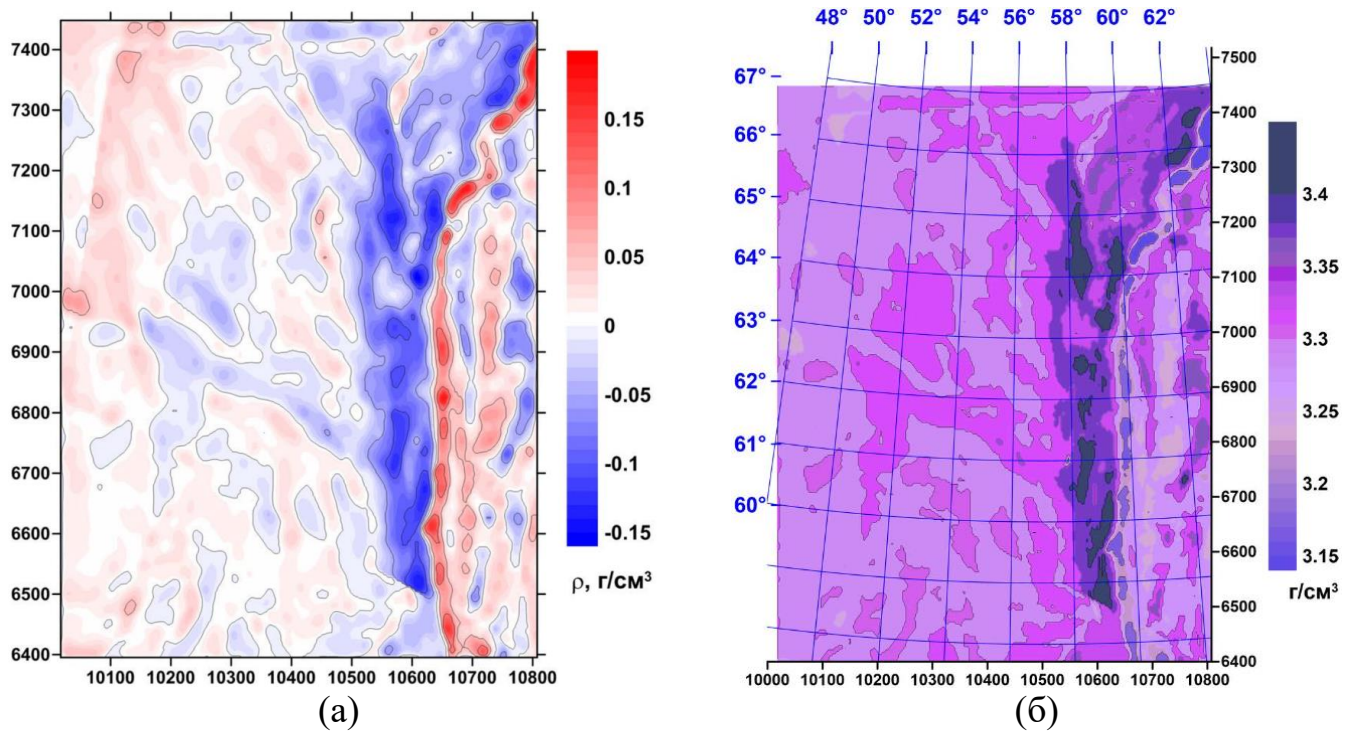


Рисунок 35. Компенсирующая добавка  $\rho(x,y)$  к распределению плотности в мантии (а) и срез итоговой мантии на глубине 80 км (б).

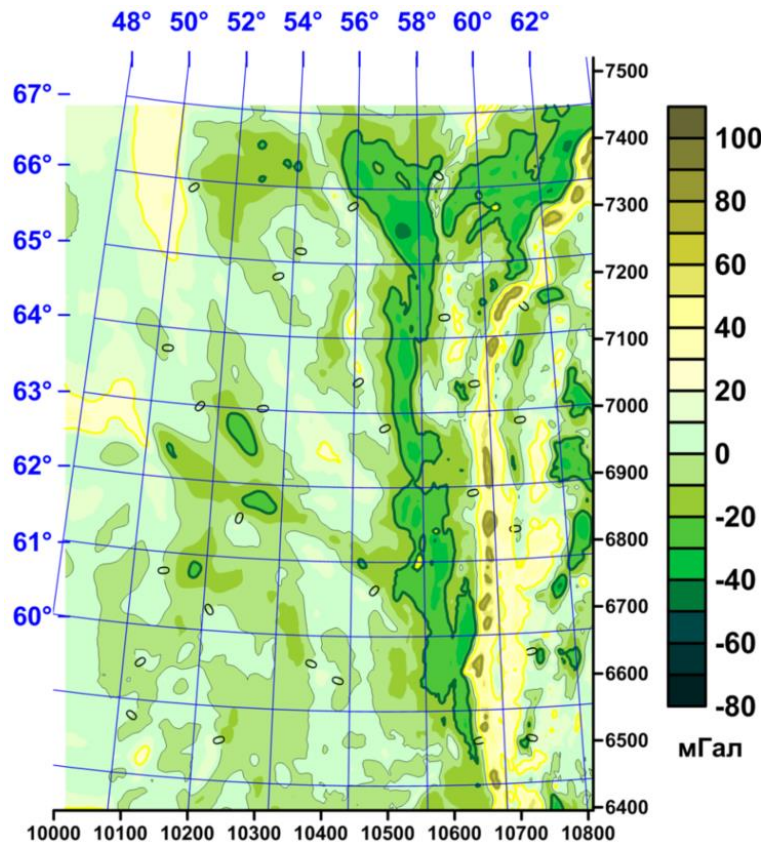


Рисунок 36. Поле итоговой плотностной модели.

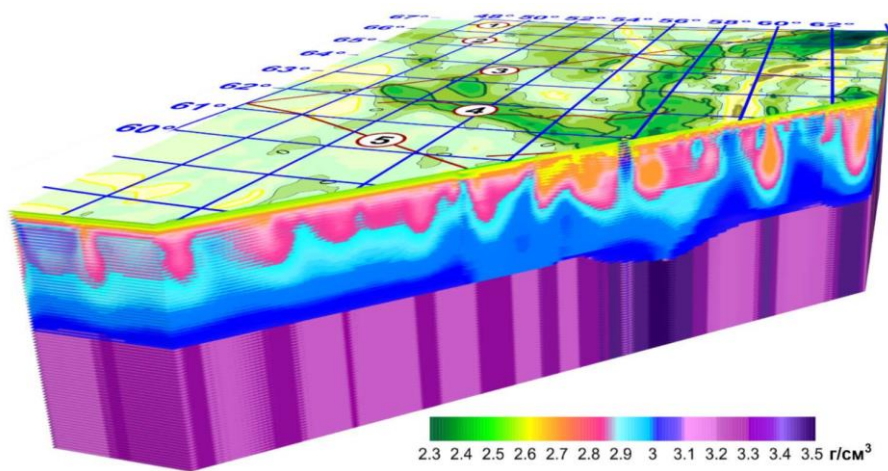


Рисунок 37. Результирующая модель распределения плотности для Тимано-Печорской плиты. Проекция и обозначения соответствуют рисунку 32.

***Картирование глубинных тектонических структур по аномалиям  
литостатического давления***

Другая важная задача, возможное решение которой было предложено с использованием описанного аппарата исследования литостатического давления – это глубинное картирование тектонических структур [128]. Исторически карты тектонического районирования строятся по гравитационному полю. Однако, аномалии гравитационного поля содержат лишь суммарную информацию о плотностных неоднородностях сразу по всей толще нижележащих слоев литосферы. Поэтому попытка установить соответствие между схемами структурного районирования по потенциальным полям и распределением плотности на некотором глубинном горизонте чаще всего оканчиваются неудачей. Тектонические схемы не просматриваются и в послойной модели распределения плотности.

При непосредственном участии автора было предложено [120, 121] анализировать для этой цели интегральную характеристику плотностной модели – трехмерное распределение литостатического давления. Параметром оценки блочной структуры послужили литостатические аномалии, под которыми понимается разность между литостатическим и гидростатическим давлением (52). Литостатические аномалии пропорциональны избыточной плотности, так что трехмерная плотностная модель легко перестраивается в трехмерную модель аномалий литостатического давления (рисунок 38), сохраняя характер изменения по глубине средних значений плотности и гидростатического давления.



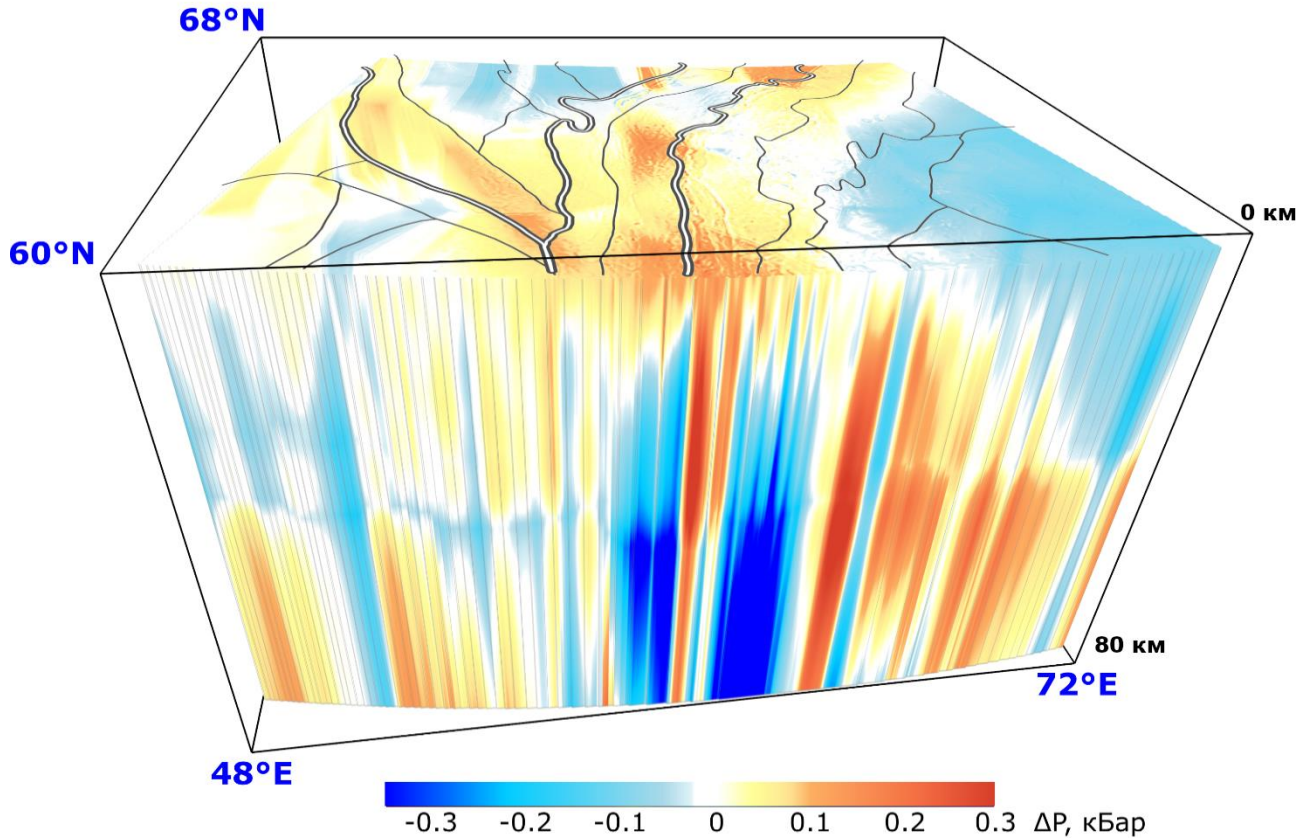
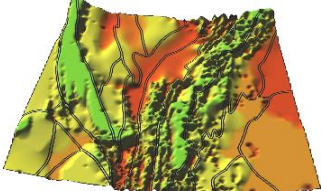
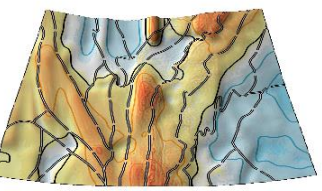
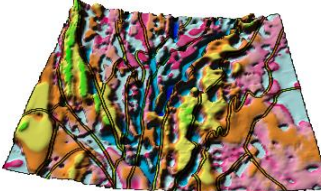
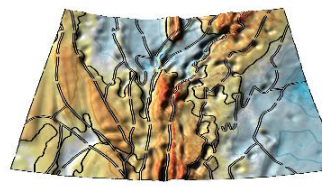
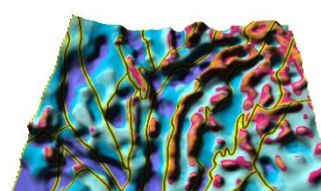
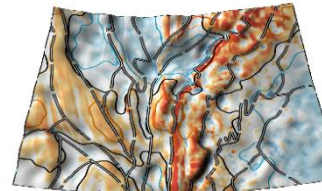


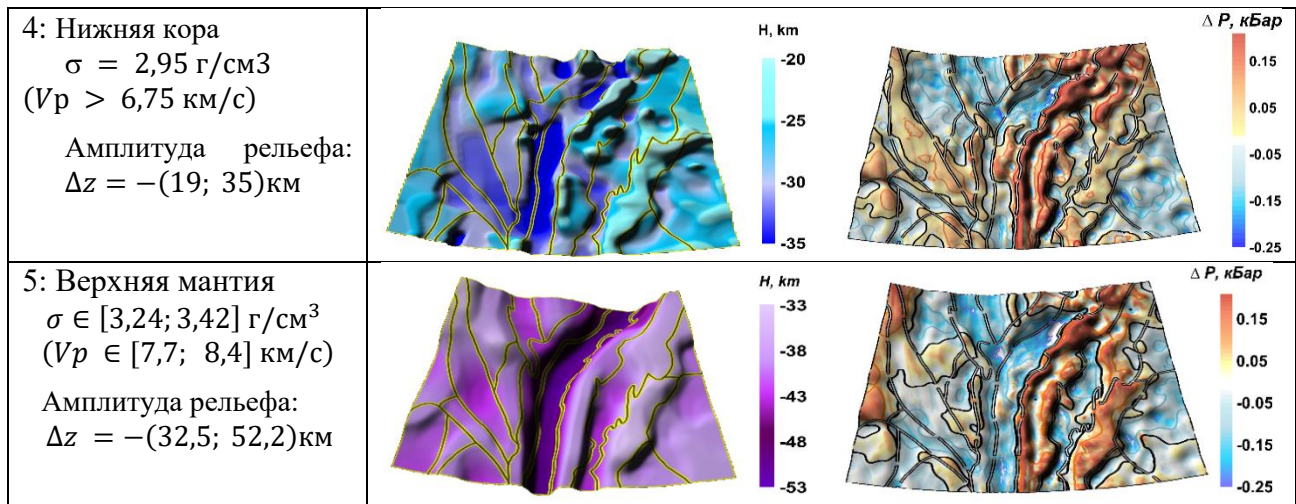
Рисунок 38. Трехмерная модель аномалий литостатического давления для приарктической части Урала.

Сопоставление трехмерной модели распределения литостатических нагрузок по глубине и модели для подобранного трехмерного распределения плотности в верхней части литосферы позволило выделить крупные глубинные неоднородности в земной коре. Распределение литостатических нагрузок на горизонтальных срезах неплохо соответствует схематической карте тектонического районирования, построенной по потенциальным полям. Предлагаемая методика и полученные «блочные схемы» распределения литостатических нагрузок по глубине использованы для разделения сеточной плотностной модели на разнопорядковые структурные элементы глубинного тектонического районирования.

На рисунках в Таблице 2 показаны структурные плотностные границы и примерно соответствующие им по глубине срезы по литостатической модели (глубины 5, 10, 20 и 40 км). Границы блочных структур совпадают с глубинными разломами по краевым прогибам коллизионных структур: восточной границе Тиманского кряжа, Печоро-Колвинской зоне (Саатлинский разлом), Предуральского прогиба, западного борта Тагильского прогиба (Главный уральский разлом) и зоны сочленения Восточно-Уральского поднятия и Восточно-Уральского прогиба. Субмеридиональные линейные зоны разломов уверенно трассируются по линиям наибольших горизонтальных градиентов региональной составляющей гравитационного поля, для субширотных и диагональных разломов такой зависимости установить не удалось [121].

Таблица 2. Сопоставление плотностных границ с литостатическими срезами.

Название границы и её параметры	Поверхность границы	Соответствующий литостатический срез
1: Фундамент $\sigma \in [2,7; 2,9] \text{ г/см}^3$ : $(V_p \in [5,6; 6,6] \text{ км/с})$ Амплитуда рельефа: $\Delta z = -(1,2; 6,4) \text{ км}$		
2: Верхняя кора $\sigma = 2,8 \text{ г/см}^3$ $(V_p > 6,0 \text{ км/с})$ Амплитуда рельефа: $\Delta z = -(1,6; 15,7) \text{ км}$		
3: Средняя кора $(\sigma = 2,88 \text{ г/см}^3)$ $(V_p > 6,4 \text{ км/с})$ Амплитуда рельефа: $\Delta z = -(4,2; 30,8) \text{ км}$		



Таким образом, математическое сопровождение глубинных геокартировочных работ неоднородной геологической среды и описанный в настоящей главе подход к созданию комплексной объемной геолого-геофизической модели глубинного строения земной коры и верхней мантии позволяют делать обоснованные выводы о вещественном составе, условиях образования и тектонического развития геологических структур.

### **Глава 3. Примеры практического применения алгоритмов на реальных данных**

В этой главе описывается применение разработанных методов и алгоритмов на практике. Построение моделей является сложным многоэтапным процессом, и не все из шагов построения выполнены лично автором или при участии автора. Однако, эти результаты являются исходными данными для следующих шагов процесса моделирования, поэтому исключить их полностью невозможно. Для таких этапов опускается детальное описание, а их непосредственные исполнители указаны либо ссылкой на их публикации, либо – в случае, если автор диссертации также является соавтором соответствующей научной статьи – явно.

#### ***Моделирование строения земной коры северо-западной части Урала и Западной Сибири***

Описанные в этом параграфе результаты частично цитируются по [105]. Географическое положение изучаемого планшета представлено на рисунке 1 красным цветом. По сейсмическим данным по ряду профилей глубинного сейсмического зондирования (ГСЗ) северо-западной части Урала и Западной Сибири построена осредненная скоростная модель верхней части земной коры [129]. На этих разрезах выделены пять однородных субгоризонтальных слоев, отвечающих усредненным значениям пластовых скоростей  $V_p$  в диапазоне 2,5 — 8,0 км/с. По кусочно-линейной корреляционной зависимости, принятой для кристаллических пород Урала [100], им соответствуют пластовые плотности  $\sigma$  в диапазоне 2,2 — 3,24 г/см<sup>3</sup>. Стоит отметить, что скоростные модели, построенные по сейсмическим



профилям, принципиально являются двумерными. Их сведение на один планшет возможно с использованием интерполяции значений скорости между профилями, однако это дает лишь качественное представление о трехмерной сейсмоплотностной модели. Для уточнения положения плотностных границ в пространстве между профилями был применен описанный ранее обобщенный метод локальных поправок. В качестве границ нулевого приближения использовались интерполированные на всю площадь значения глубин залегания границ выделенных слоев. Интерполяция осуществлялась методом «кригинг» (пакет Surfer, этап выполнен В.В. Колмогоровой). Наблюдаемое поле в редукции Буге снято с листа Р40 карты проекции Гаусса-Крюгера миллионного масштаба (рисунок 39).

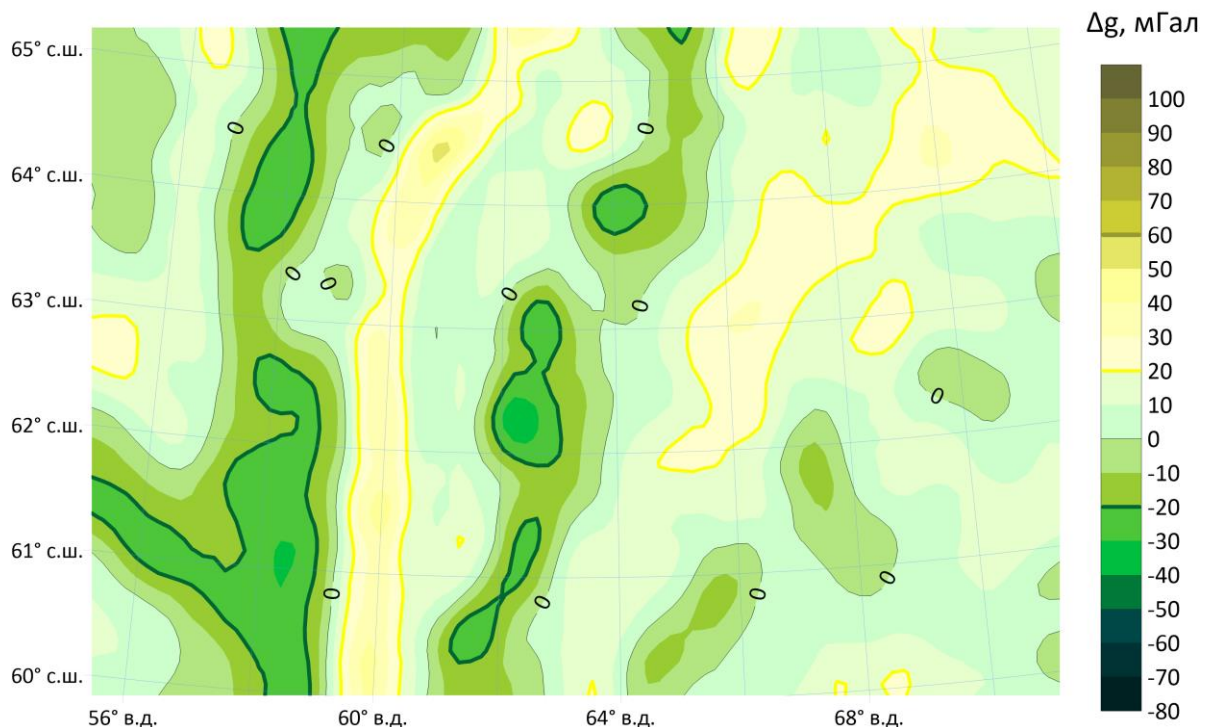
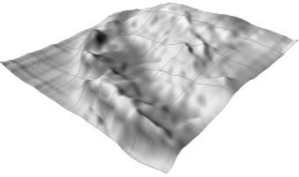
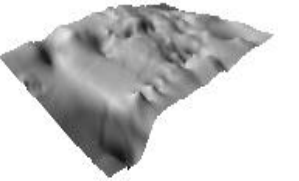
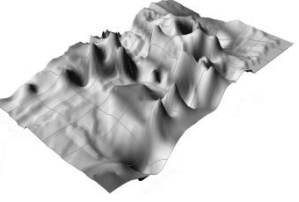
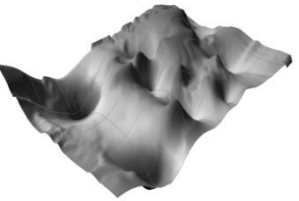



Рисунок 39. Карта гравитационного поля для территории северо-западной части Урала и Западной Сибири.

В таблице 3 показано полученное по результатам интерполяции условное деление коры региона на сейсмо-геологические этажи. Данная сейсмоплотностная модель принята как плотностная модель нулевого приближения.

Таблица 3. Исходная сейсмо-плотностная модель (модель нулевого приближения).

№	Название границы	Изображение границы	Средняя глубина $H_k$ , км	$\sigma_{k-1}$ , $\Delta\sigma$ , $\sigma_{k+1}$ , Г/см <sup>3</sup>
1	Граница чехла $V=(2,5-4,2)$ км/с (горизонт А)		1,4	2,36 0,28 2,64
2	Граница $V=6$ км/с (поверхность $K_0$ )		4,3	2,64 0,18 2,82
3	Граница $V=6,5$ км/с (поверхность $K_2$ )		17,5	2,82 0,13 2,95
4	Граница $V=8$ км/с: (поверхность $K_M$ )		40	2,95 0,28 3,23

5	Границы Мохо		48	3,23
	$V > 8,25$ км/с			0,10
	(поверхность М)			3,33

Для каждого слоя выделена соответствующая ему составляющая гравитационного поля. Для выделения использован метод разделения полей при помощи пересчетов [57]. По описанию авторов указанной статьи, этот метод позволяет оставить практически неизменным гравитационный эффект источников, расположенных между заданными глубинами, снизив вклад более глубоких источников на порядок. Метод применяется последовательно ко всем границам, начиная с верхней. На каждом шаге выделенные компоненты вычитаются из наблюдаемого поля, и, таким образом, при переходе к глубинным слоям входные данные уже не содержат информации о выше расположенных слоях. В качестве параметров пересчета выступают минимальная и максимальная глубина залегания границ.

Глубинная граница М (граница Мохоровичича) является нижней границей разреза и разделяет слои с плотностями  $\sigma_M = 3,23$  г/см<sup>3</sup> и  $\sigma_{M+1} = 3,33$  г/см<sup>3</sup>. Компонента разделенного наблюдаемого поля, отнесенная к ней, представлена на рисунке 40, положение границы М нулевого приближения изображено на рисунке 41а.

Восстановление положения границ осуществляется обобщенным методом локальных поправок для обратной структурной задачи гравиметрии. Процесс начинается с нижней границы. Это удобно тем, что невыбранная невязка модельного и наблюдаемого поля, преимущественно являющаяся высокочастотной, на

дальнейших шагах может быть использована для подбора верхних слоев. На рисунке 41б представлен рельеф восстановленной границы М.

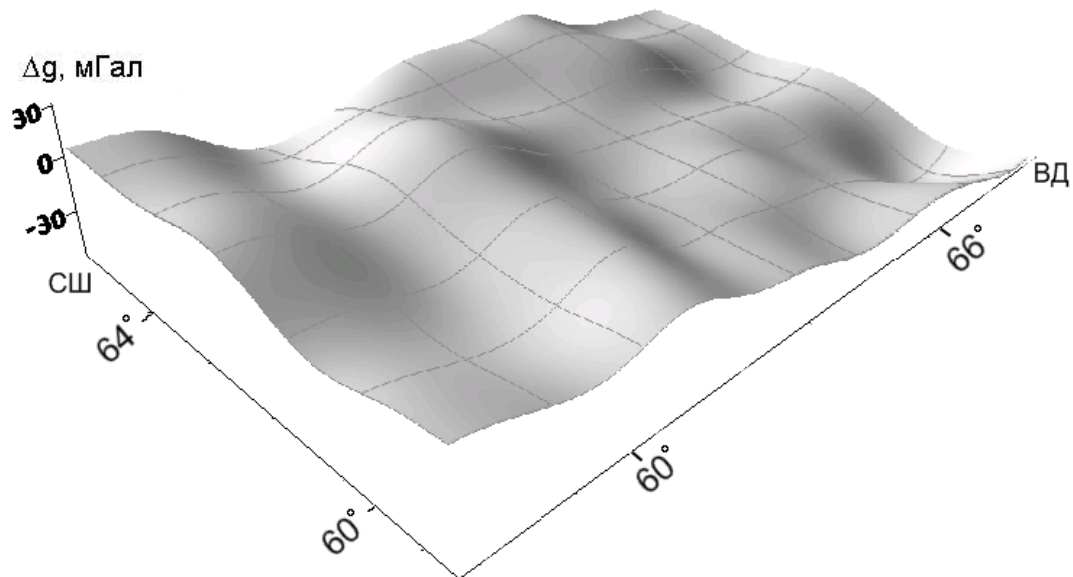


Рисунок 40. Невязка поля от глубинной границы М в исходной и восстановленной модели.

Вычитая из наблюдаемого поля гравитационные эффекты слоев, расположенных ниже кровли кристаллической коры  $K_0$  (см. таблицу 3), и выполняя для полученного остаточного поля описанную выше процедуру, получаем гравитационный эффект, соотнесенный с границей  $K_0$  (рисунок 42). Далее, при помощи метода локальных поправок восстанавливаем положение этой границы. Результат представлен на рисунке 43.

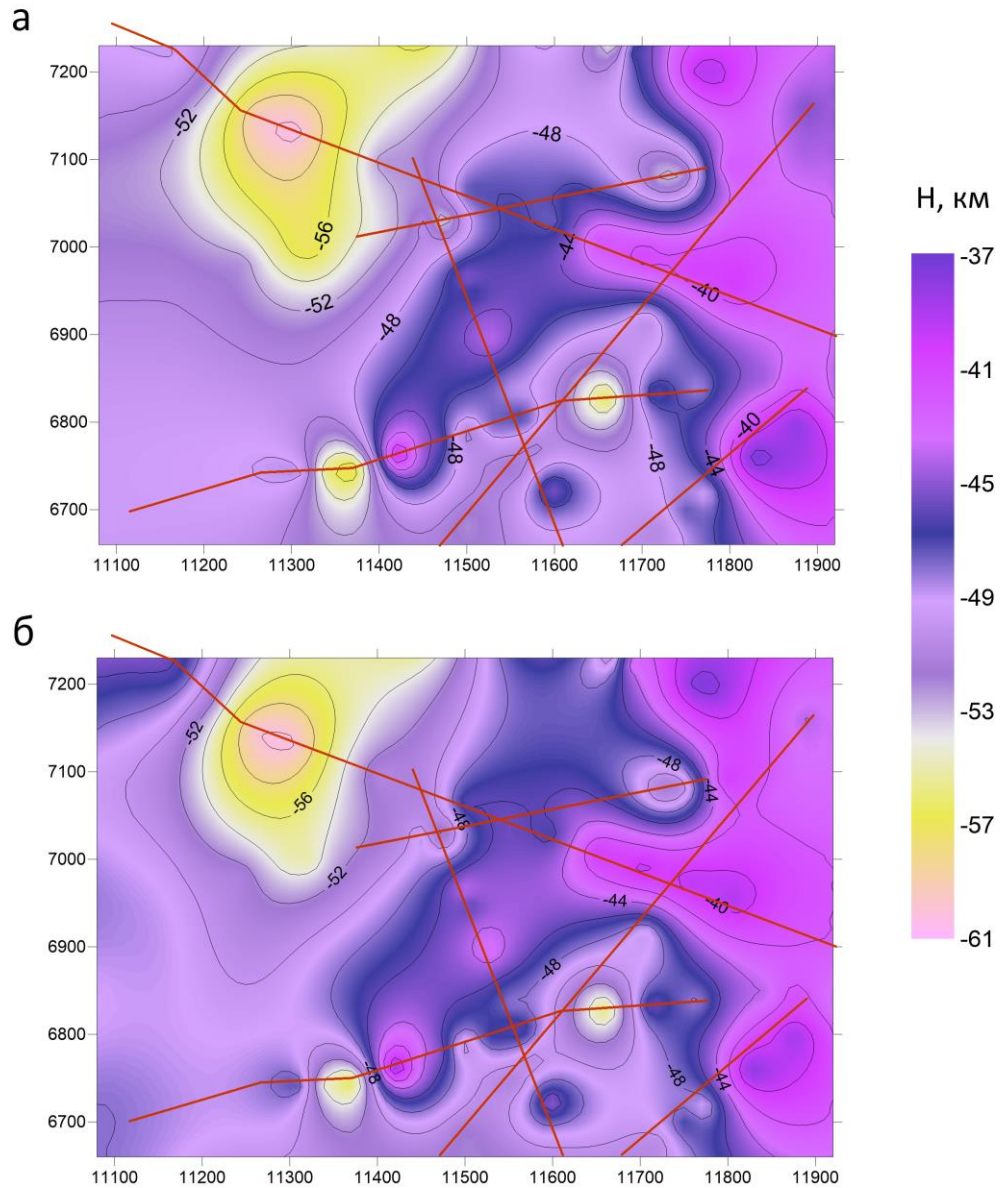


Рисунок 41. Подошва кристаллической коры М: а) – модель «нулевого уровня», б) – восстановленная методом локальных поправок. Красным нанесено положение сейсмических профилей.

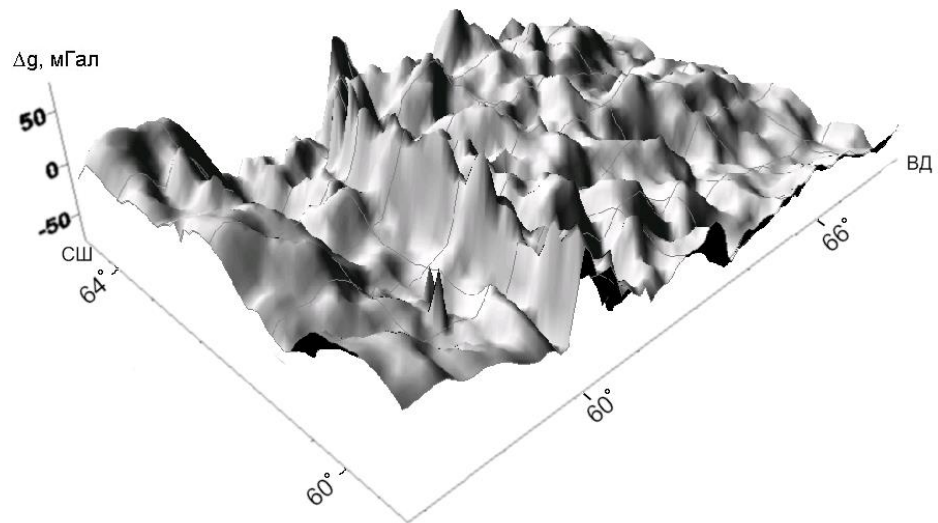


Рисунок 42. Невязка поля от верхней границы кристаллической коры  $K_0$  в исходной и восстановленной модели.



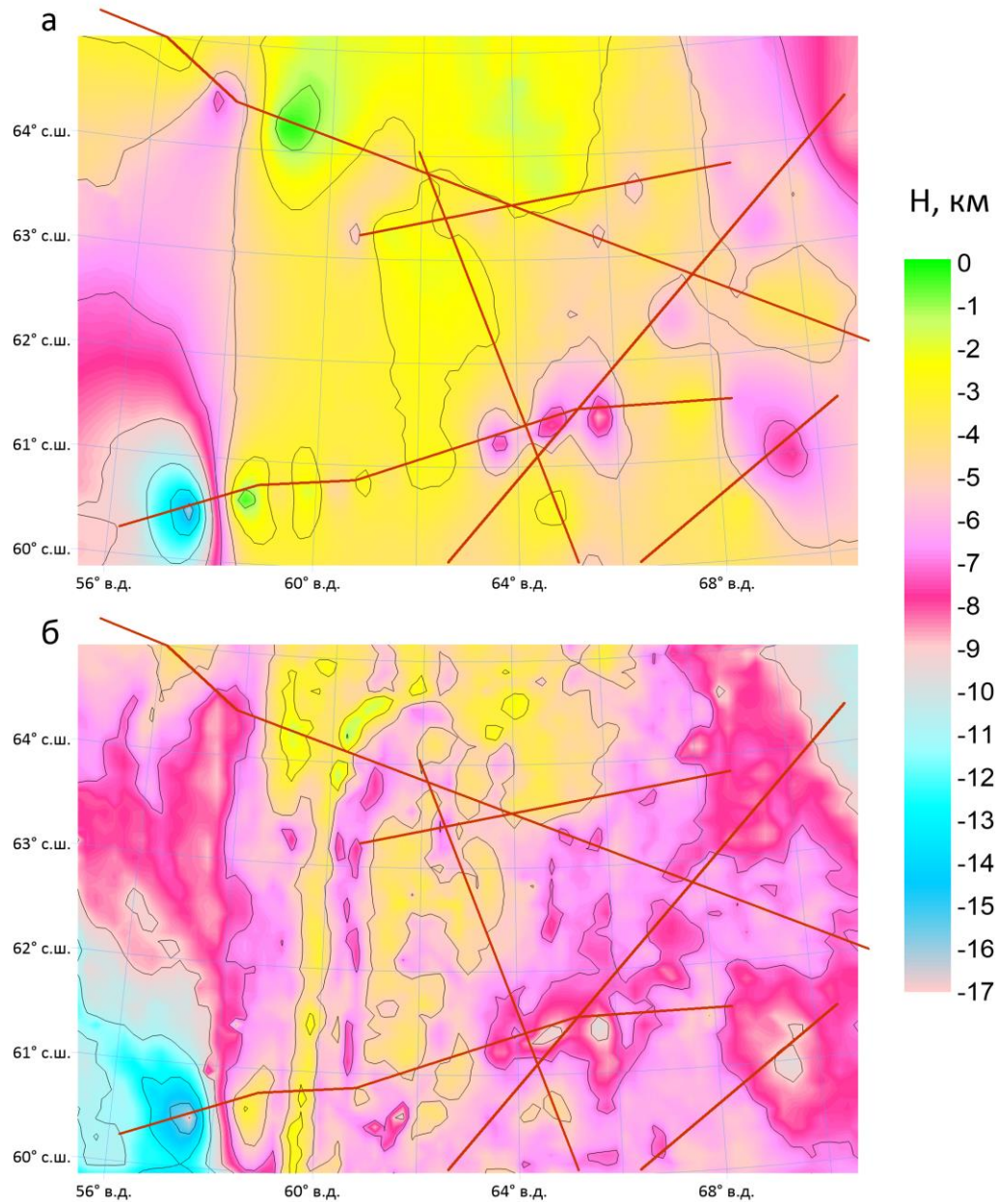


Рисунок 43. Кровля кристаллической коры  $K_0$ : а) – модель «нулевого уровня», б) – восстановленная методом локальных поправок. Красным нанесено положение сейсмических профилей.

### Построение плотностной модели Тимано-Печорского региона

Описанные в этом параграфе результаты частично цитируются по [108, 130]. Плотностная модель литосферы Тимано-Печорского региона опирается на пространственный каркас двумерных скоростных разрезов, покрывающих планшет с координатами  $59^{\circ} - 68^{\circ}$  с.ш., и  $48^{\circ} - 64^{\circ}$  в.д. [131] (рисунок 1, желтым). Исходными данными являлись 6 сейсмических профилей (профиль, построенный по методу обменных волн землетрясений (МОВЗ) и 5 участков профилей ГСЗ) и гравитационное поле региона в редукции Буге (М 1:1000000, рисунок 44) [124, 125, 132, 133].

При расчетах использовалась модель неоднородного пласта с неплоскими границами. Нижняя граница модели – предполагаемая граница Мохоровичича М (см. рисунок 45). При этом на данном этапе не требуется вводить неизвестную, как правило, плотность ниже границы М.

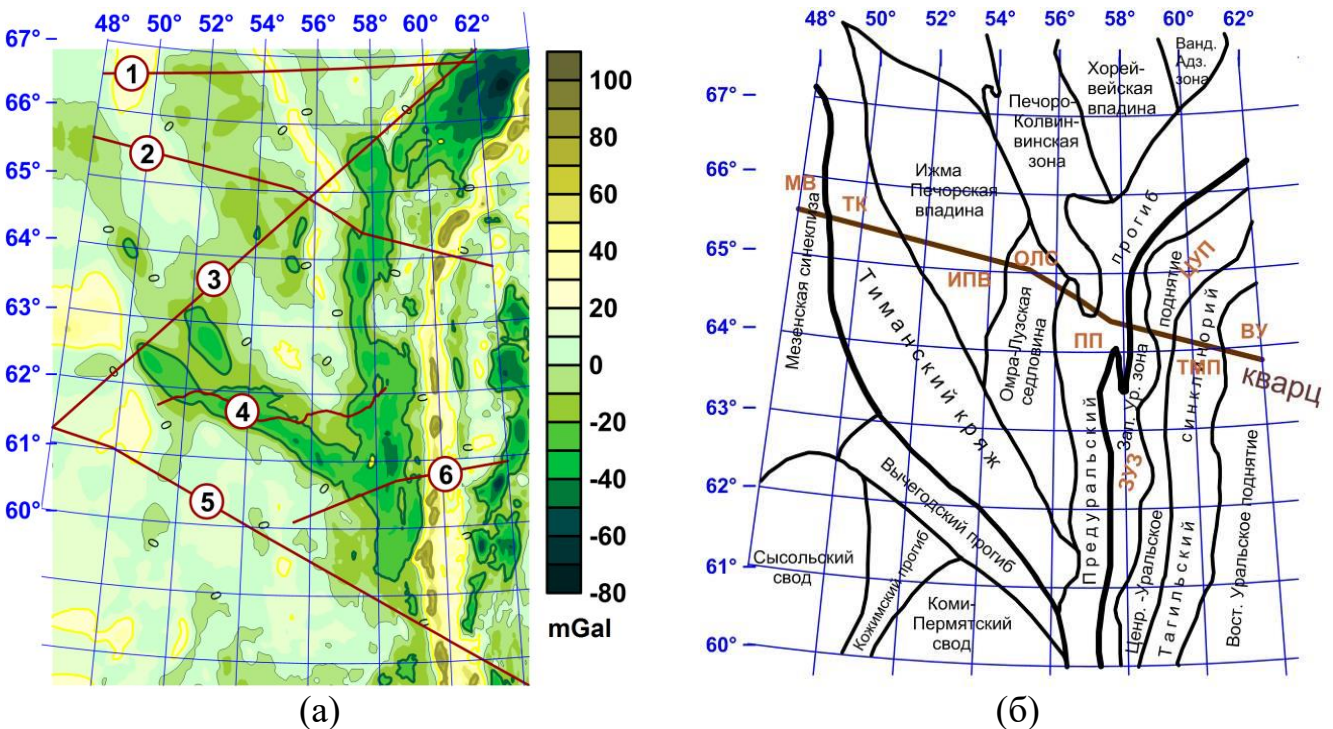


Рисунок 44. (а) Карта гравитационного поля и положение профилей для территории Тимано-Печорской провинции. Цифрами отмечены профили: 1) Агат-2,



2) Кварц, 3) Глобус, 4) Сыктывкарский, 5) Рубин-1, 6) Красноленинский; (б) схема структурного районирования ТПП с нанесенным фрагментом геотраверса Кварц [108].

Для перехода к плотностным моделям используется уточненная зависимость «скорость-плотность», полученная по решению обратной задачи гравиметрии по скоростным разрезам [134]:

$$\sigma = 0,2V_p + 1,6. \quad (54)$$

Результат таких вычислений – градиентное распределение плотности по слоям земной коры [135]. Как правило, расчетное поле консолидированной коры соответствует наблюдаемым аномалиям Буге и повторяет морфологию распределения средней коровой скорости вдоль исследуемых профилей. Далее плотностные модели разрезов земной коры ниже границы М дополняются мантийными плотностями до глубины 80 км. Эти принудительно введенные глубинные массы увеличивают расхождение полей. Для полученной модели выполняется расчет распределения масс вертикальных столбов и массив литостатического давления. На нижнем горизонте модели вычисляется аномальное литостатическое давление, которое дает возможность наметить контуры мантийных блоков. Плотность в блоках подбиралась в процессе решения линейной обратной задачи гравиметрии с учетом дополнительного условия изостатической компенсации на глубинном гипсометрическом уровне 80 км [136] (рисунок 46).

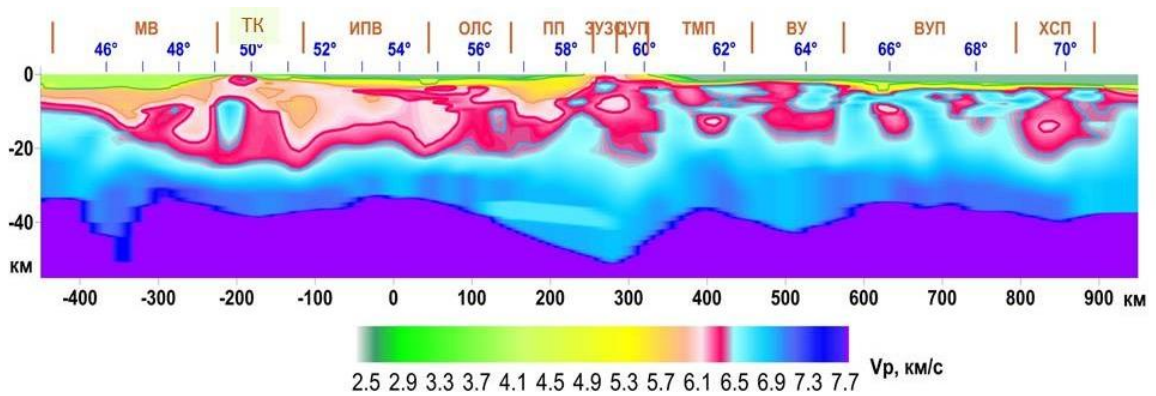


Рисунок 45. Скоростной разрез по профилю Кварц [108].

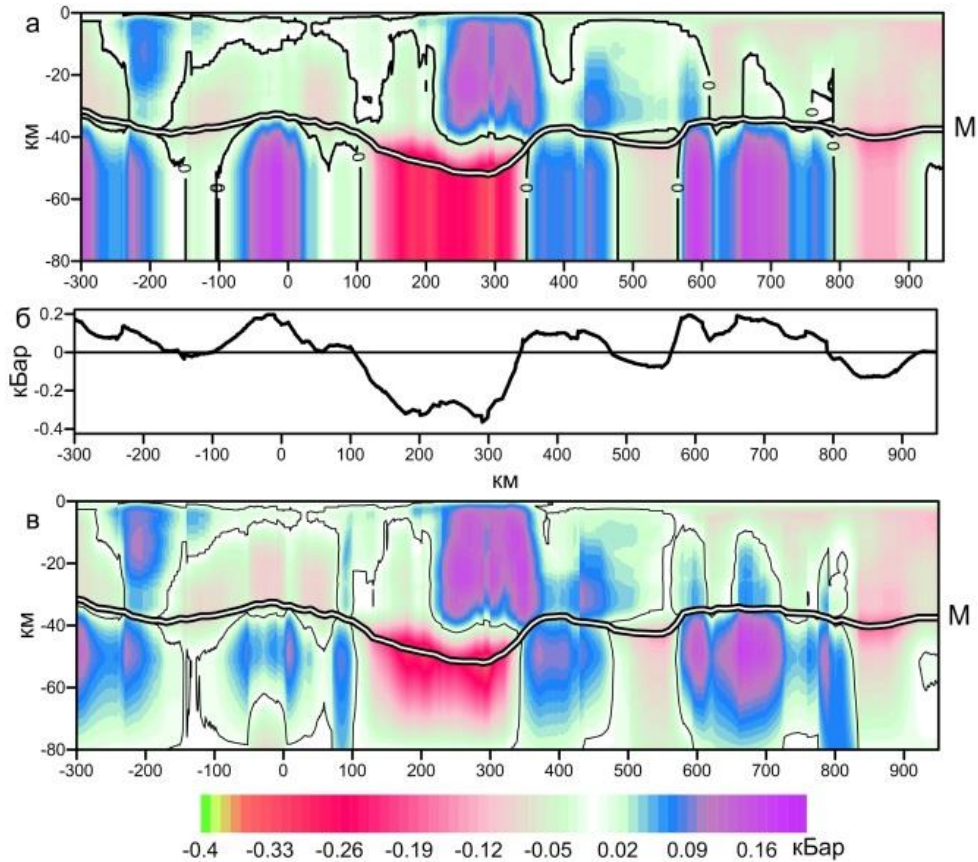


Рисунок 46. Распределение аномалий литостатических нагрузок вдоль профиля Кварц: а) модель с однородной мантией ( $\sigma_M = 3,3 \text{ г/см}^3$ ); б) литостатические аномалии на горизонтальном срезе 80 км; в) модель с блочной мантией, построенная при условии изостатической уравновешенности масс на глубине 80 км.

Вычисленное поле модели, построенной с учетом блочной мантии, достаточно хорошо приближает наблюдаемое гравитационное поле (рисунок 47).

Далее была построена трехмерная градиентная модель коры и верхней мантии исследуемого региона. Для этого все подобранные профили были сведены на единый планшет в пределах координат наблюдаемого поля и пересчитаны в трехмерный массив значений плотности, в котором пространство между профилями остается незаполненным (рисунок 48, левая модель). После чего выполняется интерполяция двумерных плотностей в межпрофильное пространство. Таким образом учитывается взаимное расположение разрезов в пространстве и происходит переход от двумерного массива координат вдоль профильных сечений (с учетом их кривизны) к трехмерному координатному массиву объемной модели (рисунок 48, правая модель).

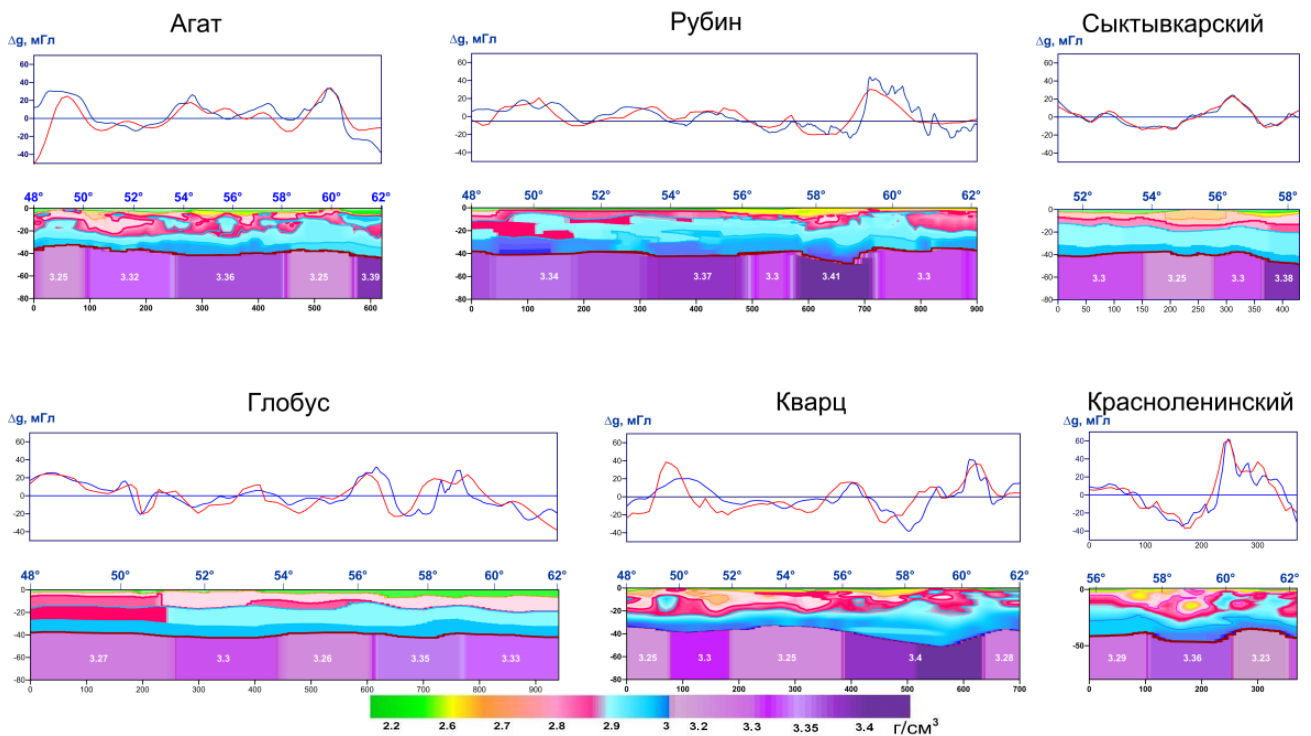


Рисунок 47. Подобранные 2D плотностные модели строения земной коры и верхней мантии до глубины 80 км. Расчетное гравитационное поле моделей  $\Delta g$

(красная кривая) сопоставлено с наблюдаемыми аномалиями Буге на уровне земной поверхности (синяя кривая).

Несмотря на малую невязку полей вдоль профилей, в трехмерном случае расчетное поле интерполированной модели слабо удовлетворяет наблюдаемому (рисунок 49). Для решения прямой задачи и построения уточненной модели применялся метод локальных поправок для линейной постановки обратной задачи гравиметрии, разработанный Д.Д. Бызовым, им же выполнялся расчет поля градиентной модели [137-139]. Результат представлен на рисунке 50.

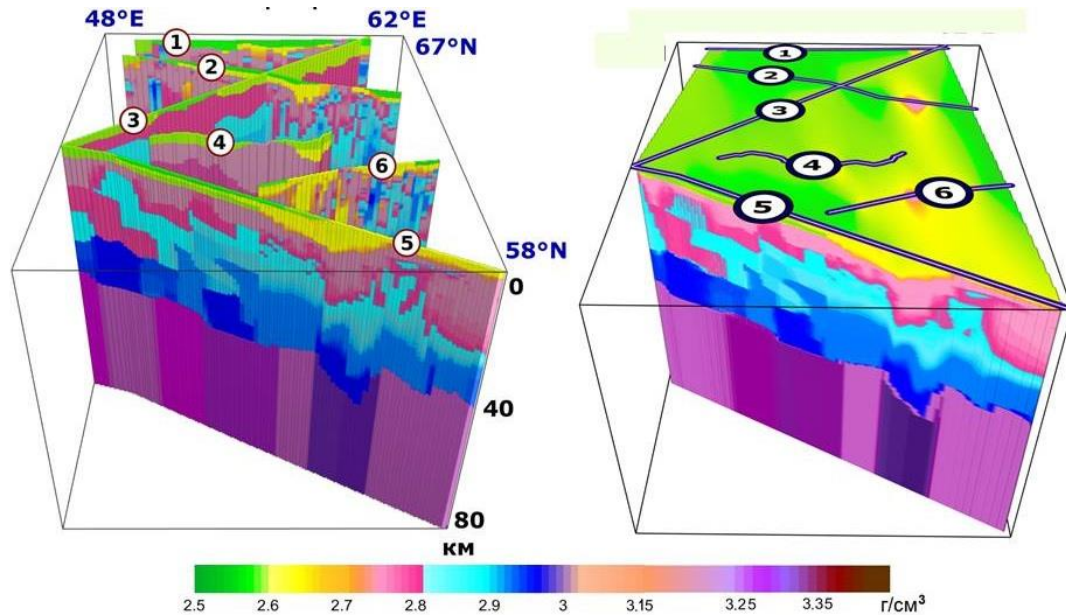


Рисунок 48. Пространственное положение плотностных разрезов на цифровом планшете карты аномалий гравитационного поля и 3D плотностная модель интерполированных значений плотности. Обозначение профилей см. на рисунке 46.

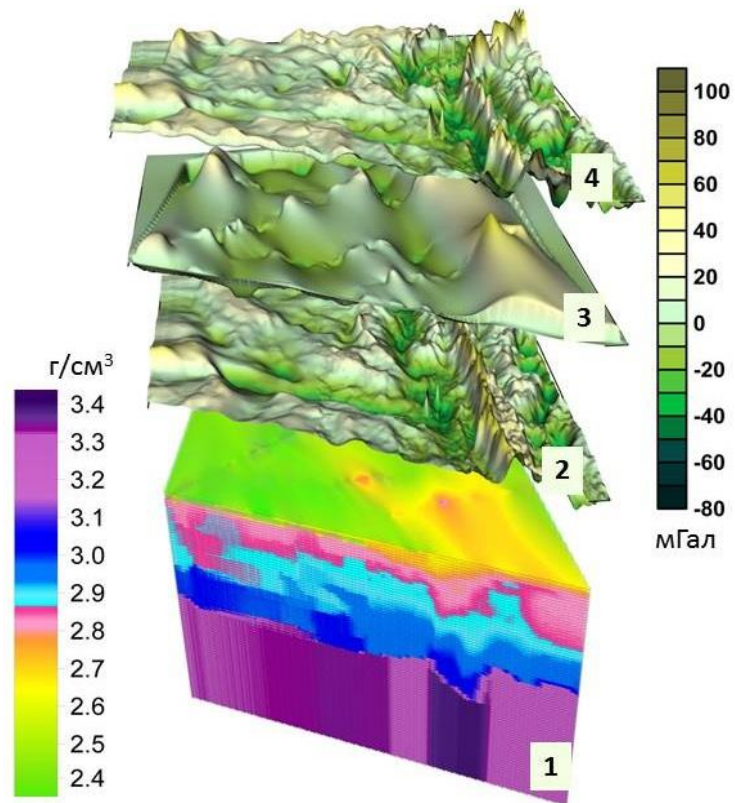


Рисунок 49. Прямая задача гравиметрии: 1) начальная 3D плотностная модель нулевого приближения; 2) наблюдаемое гравитационное поле; 3) расчетное гравитационное поле начальной модели; 4) разностное поле.



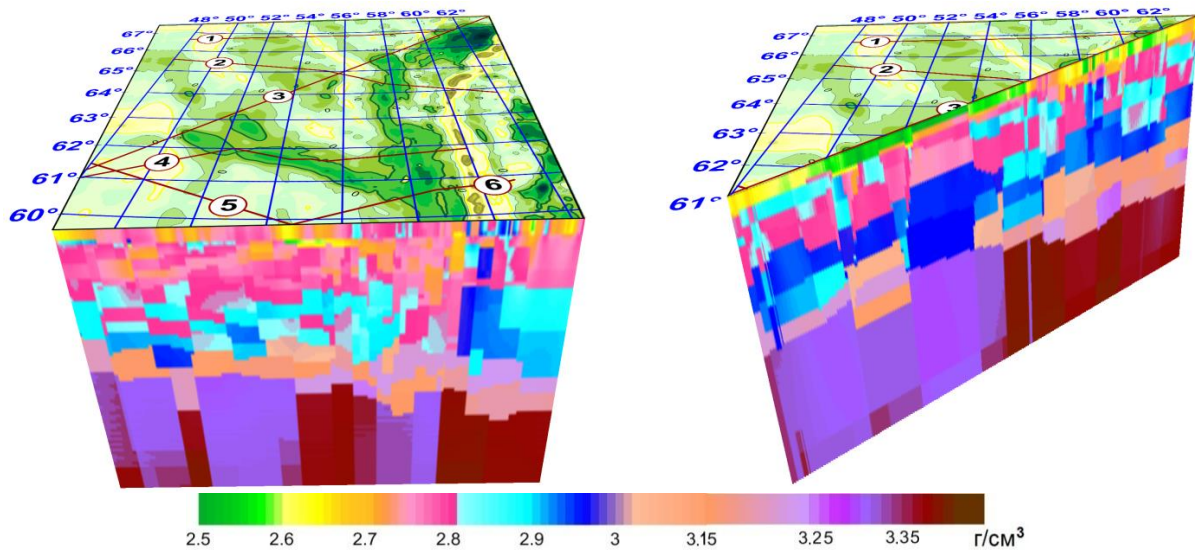


Рисунок 50. Трехмерная плотностная модель, подобранная по наблюдаемому гравитационному полю. Также приведен северо-западный фрагмент модели в сечении по профилю Глобус.

Для задач тектонического районирования необходимо представление результата в виде структурных карт-схем изменения плотности в заданном интервале глубин. По описанной в главе 2 методике было проведено выделение изоплотностных блоков различной глубины заложения (рисунок 51).

Более сложная ситуация возникает тогда, когда рельеф искомой структурной поверхности описывается переменным набором параметров. Так рельеф подошвы чехла соответствует извлекаемому диапазону скоростей (5,6–6,4) км/с; рельеф границы М – диапазону (7,7–8,4) км/с. Скоростные значения пересчитываются в плотностные по (54). Далее для каждой границы указанный метод построения структурных срезов был применен дважды – для левой и правой границ диапазона плотности, после чего выполнено наложение полученных гридов и построена поверхность, огибающая заключенный между ними пласт (огибающая сверху для границы чехла и снизу – для М). На рисунке 52 приведены результирующие

границ, совмещенные с геологической картой структурного районирования (см. рисунок 446).

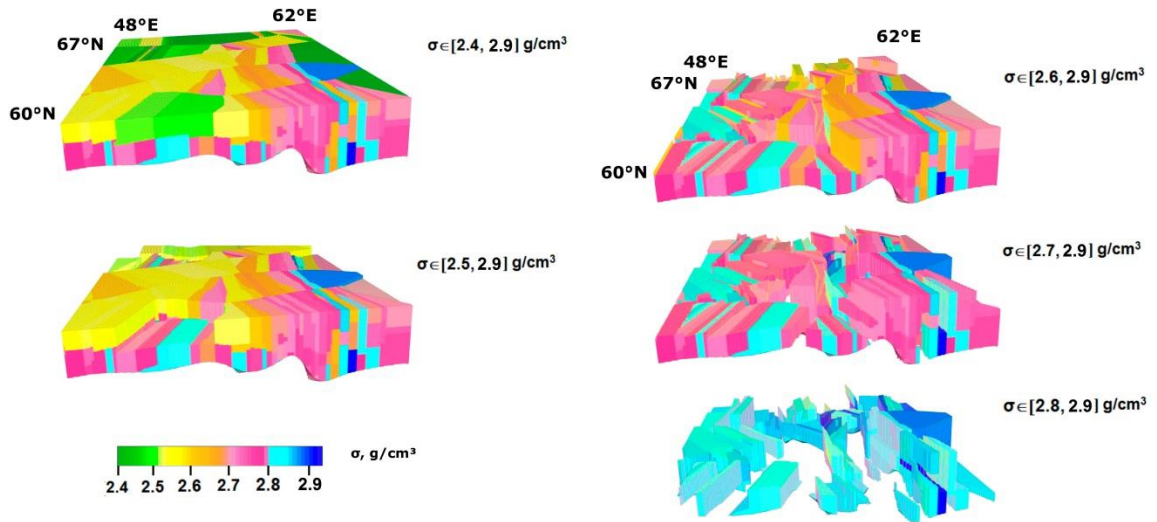


Рисунок 51. Структурные схемы плотностных блоков земной коры до поверхности древнего кристаллического фундамента  $K_{01}$ .

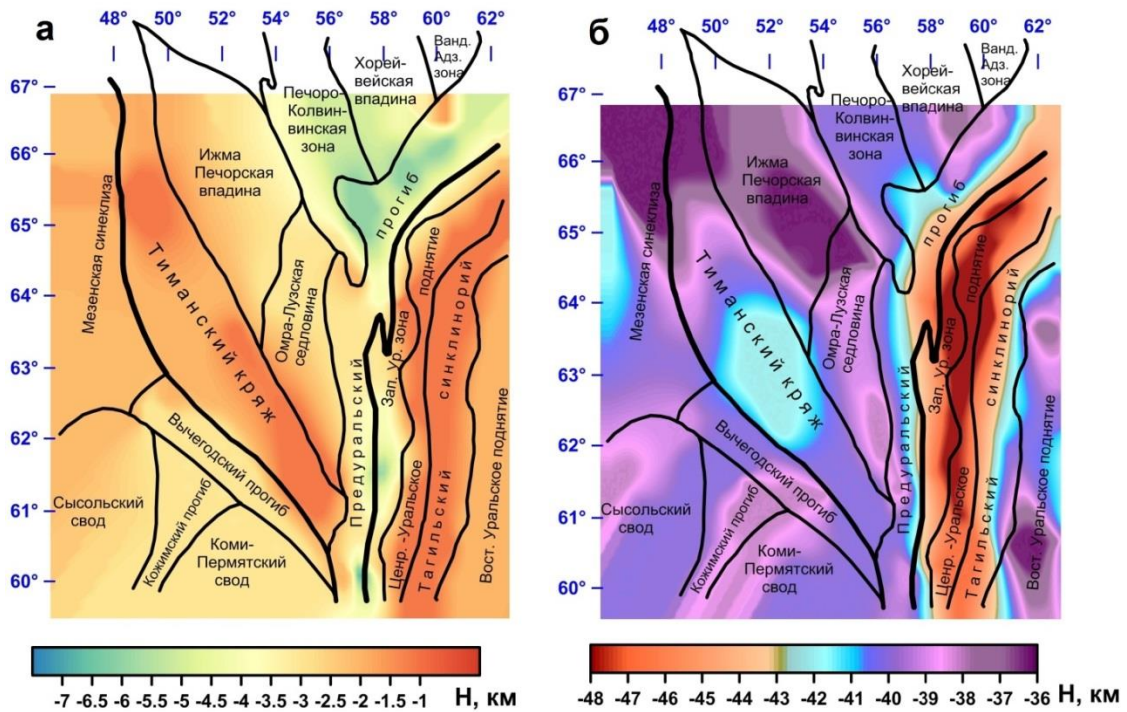


Рисунок 52. Структурные карты подошвы осадочного чехла (а) и кровли верхней мантии (б), совмещенные со схемой геологического районирования Тимано-Печорской плиты.

На рисунке 53 представлена 3D плотностная модель в виде трех сейсмоструктурных этажей, разделенных поверхностями фундамента и Мохо. Справа даны вычисленные поля соответствующих слоев. Расчеты выполнены в рамках модели неоднородного пласта с неплоскими границами. В качестве плотности относимости принята средняя плотность в горизонтальных слоях [137].



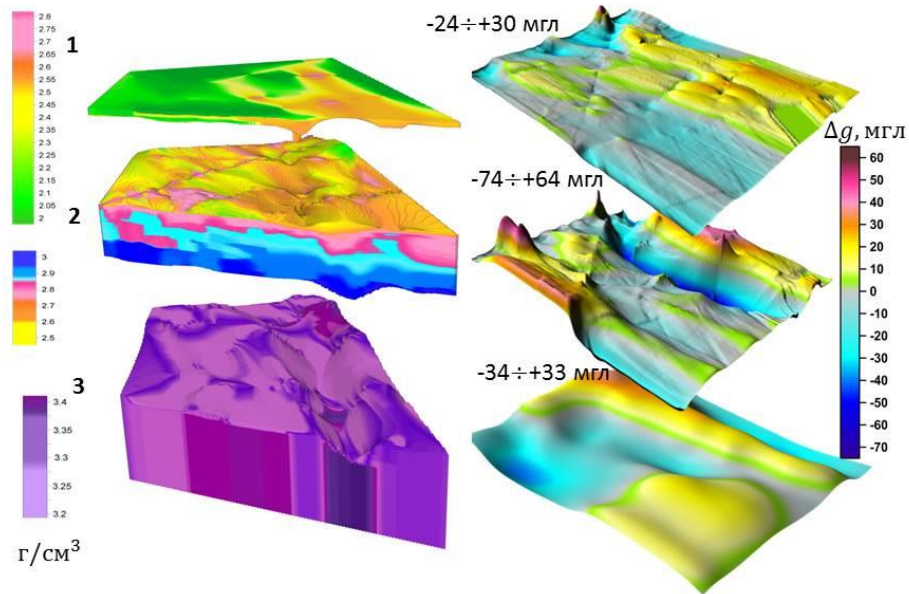


Рисунок 53. 3D модели осадочного чехла (1), консолидированной земной коры (2) и верхней мантии (3) и соответствующие им гравитационные аномалии, вычисленные относительно плотности «нормальной модели».

Горизонтальные границы изоплотных блоков, представленных на рисунке 51, в дальнейшем уточнялись при помощи метода локальных поправок [128]. В качестве начального приближения выбиралась поверхность постоянного параметра плотности, извлеченная из результирующей 3D-модели также по алгоритму, представленному в параграфе «Метод построения структурных срезов по градиентной плотностной модели» главы 1. Далее по параметрам разделяемых слоев определялся скачок плотности. Параметр  $\alpha$  был выбран избыточно малым ( $\alpha = 0,0001$ ), в связи с чем потребовалось большое количество итераций алгоритма. В качестве наблюдаемого поля для границ взято наблюдаемое поле, пересчитанное по технологии [57] на высоты, соответствующие глубинам залегания соответствующих поверхностей раздела (этап выполнен Д. В. Гемайдиновым). Исходные данные и результат восстановления для двух границ приведен на рисунках 54 и 55.

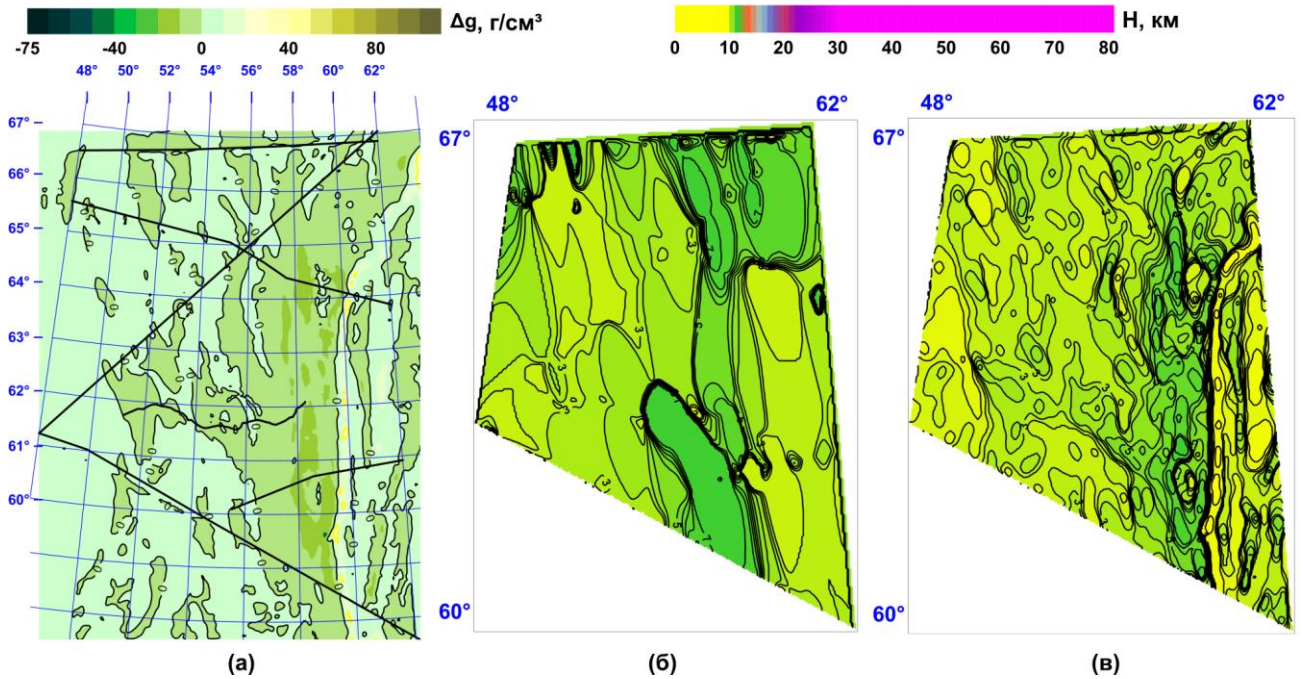


Рисунок 54. Изоплотностная граница  $2.8 \text{ г/см}^3$ : поле (а), исходное положение (б), восстановленное положение (в).

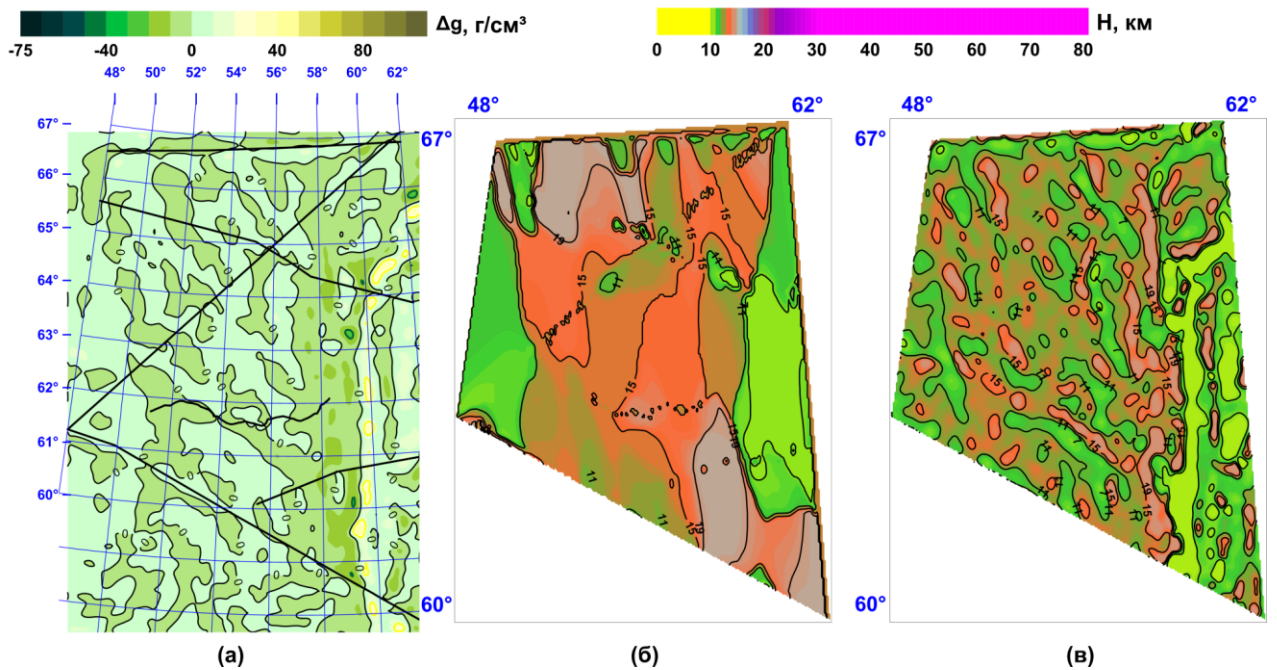


Рисунок 55. Изоплотностная граница  $2.88 \text{ г/см}^3$ : поле (а), исходное положение (б), восстановленное положение (в).

### *Построение плотностной модели территории Среднего Урала*

Описанные в этом параграфе результаты частично цитируются по [117]. На рисунке 56 приведен фрагмент карты аномалий гравитационного поля в редукции Буге для исследуемой территории с координатами  $54^{\circ} - 61^{\circ}$  с.ш. и  $54^{\circ} - 66^{\circ}$  в.д. (положение территории на географической карте обозначено на рисунке 1 фиолетовым цветом).

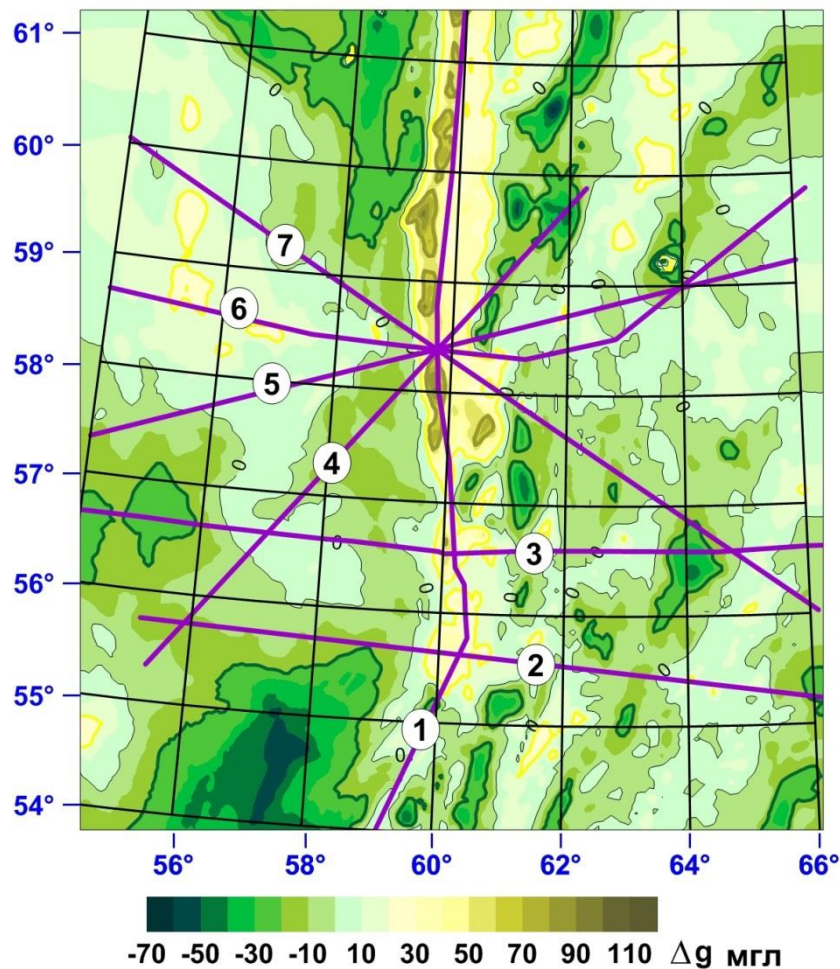


Рисунок 56. Схема расположения профилей ГСЗ, МОВЗ, совмещенная с картой аномального гравитационного поля  $\Delta g$  в координатах  $54-61^{\circ}$  с.ш. и  $54-66^{\circ}$  в.д. Обозначения профилей: 1) Вижай – Нижняя Тура – Орск, 2) Тараташский, 3) Свердловский, 4) Рубин-2, 5) Уральский МОВЗ, 6) Красноуральский + Ханты-Мансийский, 7) Рубин-1.

Исходные данные представлены профильными разрезами по опорным профилям ГСЗ, глубинного МОВ–ОГТ и фрагментам протяженных геотраверсов, с регистрацией продольных и поперечных волн, в том числе и обменных волн удаленных землетрясений [140-142].

Скоростные и соответствующие им плотностные разрезы заданы в двух форматах: либо дискреты градиентной скоростной модели [112, 114], либо слоисто-блоковая плотностная конфигурация [129, 143]. Коэффициенты зависимости «скорость - плотность» уточнялись в процессе решения линейной обратной задачи гравиметрии по всем имеющимся скоростным профилям заданного региона [126, 144]. К зависимости, характеризующей породы консолидированной земной коры, добавлена аналогичная зависимость для пород осадочного чехла. Сводная корреляционная кусочно-линейная зависимость «плотность - скорость», полученная для района исследований, выглядит следующим образом [112]:

$$\sigma(V) = \begin{cases} V - 0,05; & V < 2,35 \\ 0,113V + 2,034; & 2,35 \leq V < 5 \\ 0,2V + 1,6; & 5 \leq V < 8 \end{cases} \quad (55)$$

Прямая задача гравиметрии от двумерных плотностных моделей рассчитывалась по специально разработанной программе «V- $\sigma$  CALC» [145]. По каждому скоростному интервалу строилась часть плотностного массива, после чего вычислялся гравитационный эффект объединенной модели. Для выравнивания расчетного поля за пределами профиля модель продолжается двумя бесконечными полупластами с плотностями левого и правого краев двумерного разреза. На рисунке 57б показан усеченный вариант градиентного плотностного разреза по Свердловскому профилю ГСЗ, построенный по массиву значений скорости до глубины 30 км. Здесь же сопоставлено расчетное гравитационное поле усеченной плотностной модели с наблюдаемыми аномалиями Буге (рисунок 57а). Морфологическое сходство двух кривых вполне приемлемо на качественном уровне

интерпретации и свидетельствует о слабом гравитационном влиянии глубинных масс.

Также часть исходных данных представлена в виде разломно-блоковой модели, построенной по методике сейсмогеокартирования земной коры [146]. Для сравнения, на рисунке 57в пример такой модели приведен для того же Свердловского профиля. Данные с таких профилей преобразовывались в сеточные модели при помощи методики, описанной в [147] (этап выполнен Д. Д. Бызовым). Далее выполнялось сведение всех полученных обоими способами плотностных разрезов на единый планшет (рисунок 58).



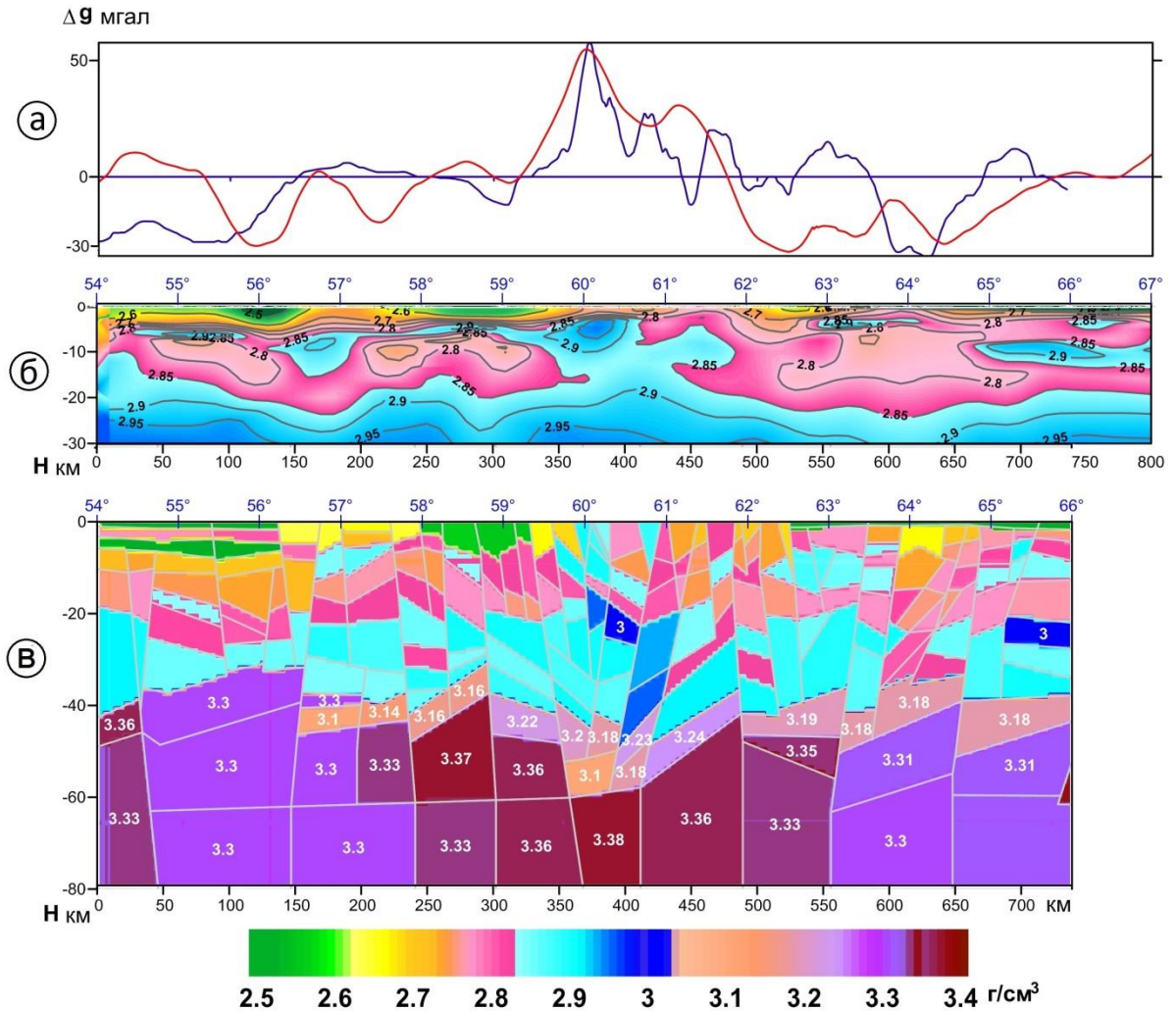


Рисунок 57. Двумерные плотностные модели начального приближения строения земной коры и верхней мантии по Свердловскому профилю ГСЗ: б) градиентный плотностной разрез до глубины 30 км (по В. В. Колмогоровой), в) слоисто-блоковая плотностная модель до глубины 80 км (по В. С. Дружинину). Сверху (а) приведены поля аномалий  $\Delta g$ : наблюдаемое (синим цветом) и расчетное от градиентной плотностной модели до 30 км (красным).

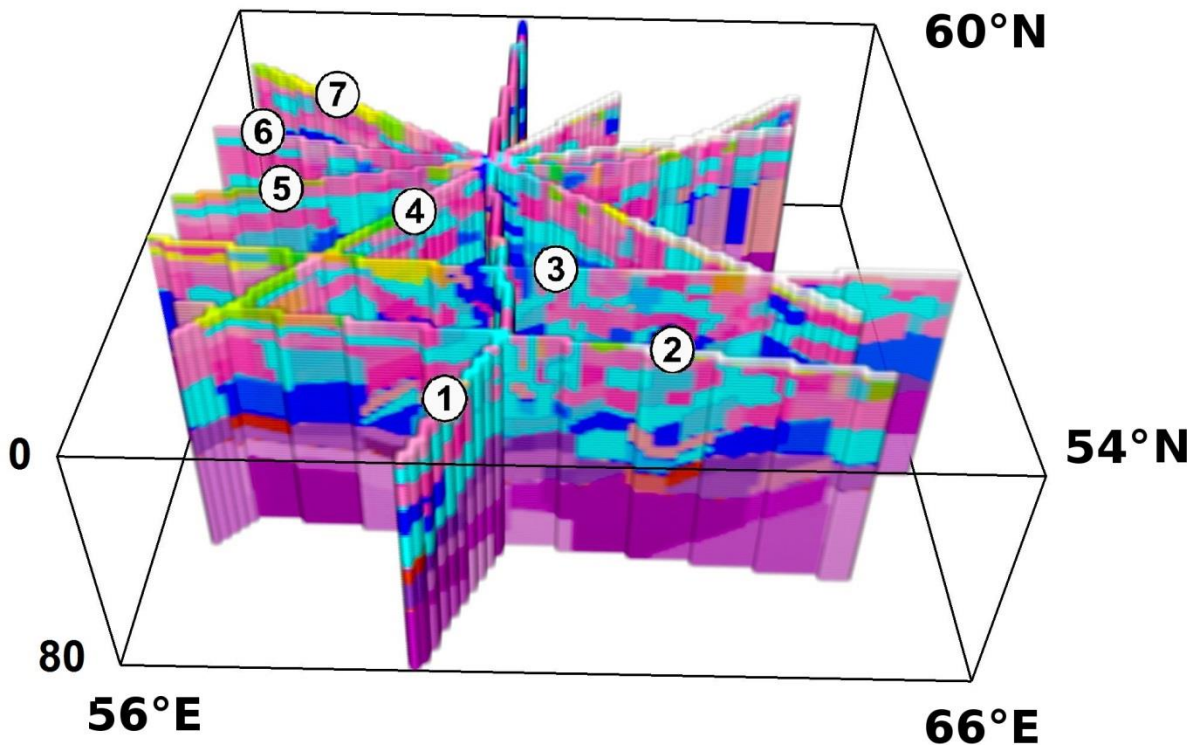


Рисунок 58. Пространственное положение плотностных разрезов на координатном цифровом планшете исследуемой территории. Обозначение профилей на рисунке 56.

После интерполяции происходит процесс заполнения ячеек «сеточного куба» интерполированными значениями плотности по алгоритму программы «PLANSHET» [145]. Интерполяция выполняется по отдельным горизонтальным слоям, в качестве интерполяционной схемы был выбран метод триангуляции с линейной интерполяцией (пакет Surfer). Мощности слоев определяются шагом дискретизации по оси глубин, количество слоев – на единицу меньше количества дискретов разбиения. Результатом работы программы интерполяции является набор сеточных «грид-файлов», содержащих горизонтальные слои трехмерного массива  $\sigma(x, y, z)$  (рисунок 59).

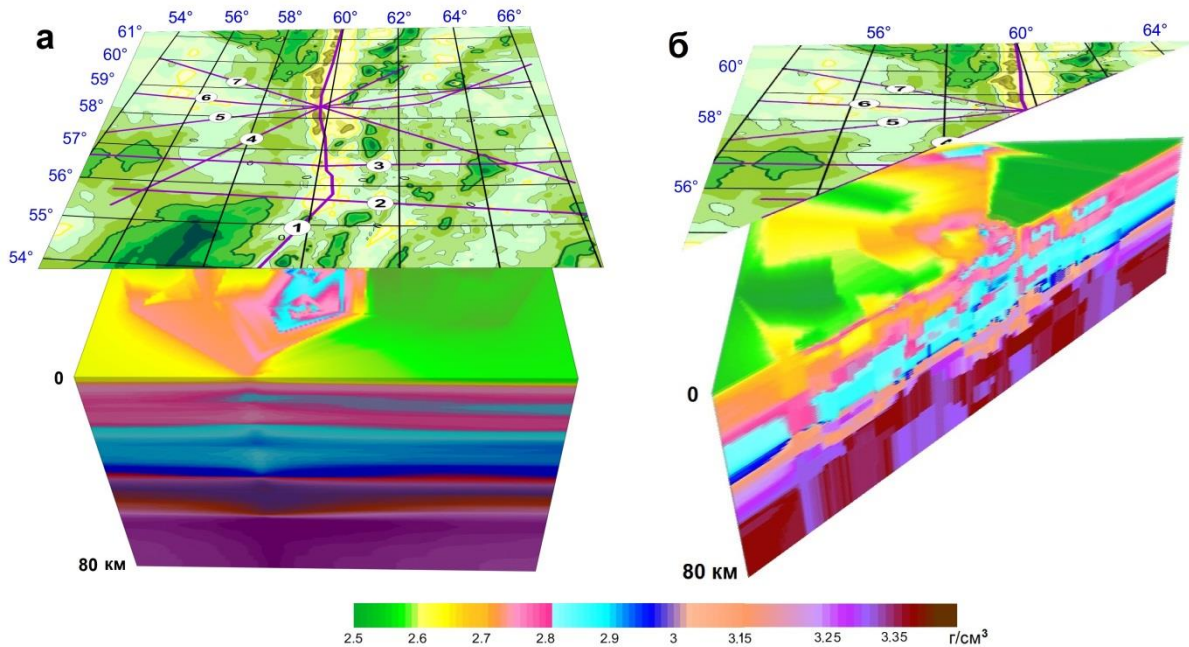


Рисунок 59. Плотностная 3D модель начального приближения, полученная интерполяцией плотностей двумерных разрезов в межпрофильное пространство (а); вертикальное сечение 3D плотностной модели по профилю Рубин-2 (б); сверху размещена карта наблюдаемых аномалий поля  $\Delta g$ .

### *Построение плотностной модели территории Северного и Приполярного Урала*

Описанные в этом параграфе результаты частично цитируются по [108]. В качестве исходной информации были использованы материалы сейсмических исследований, выполненных Центром региональных геофизических исследований «Геон» и Баженовской геофизической экспедицией (БГЭ ПГО Уралгеология). Территория исследования, площадь которой около полутора миллионов квадратных километров, находится в пределах географических координат  $60^{\circ}$ – $68^{\circ}$  с.ш.,  $48^{\circ}$ – $72^{\circ}$  в.д. и охватывает приарктическую часть сочленения важнейших геологических провинций России: северо-восточную окраину Восточно-Европейской платформы, Тимано-Печорскую плиту, северную часть Уральской складчатой системы и северо-западный сектор Западной Сибири. Геологическая изученность и современные



представления о развитии Урала учитывались в рамках структурных схем тектонического районирования Урала и прилегающих к нему платформ. На рисунке 60а приведен фрагмент карты аномалий гравитационного поля в редукции Буге, в сопоставлении с тектонической схемой районирования Урала по границам структур 1-го порядка [108]. Оконтуренными номерами обозначены геотраверсы и профили ГСЗ, МОВЗ: Агат-2 (1), Глобус (2), Кварц (3); Верхненильдино–Казым (4), Рубин-1 (5), Сыктывкарский МОВЗ (6), Северная Сосьва–Ялutorовск (7), Красноленинский (8), Гранит–Рубин-2 (9), Полярно-Уральский трансект (10). Тектоническая схема: 1 – обобщенные границы надпорядковых структур (а), границы структур первого (и второго) порядка (б); 2 – Восточно-Европейская платформа (ВЕП) в составе: Мезенской синеклизы (МС), Вычегодского прогиба (ВПР), Сысольского свода (СС), Кожимского прогиба (КПР), Коми-Пермяцкого свода (КПС); Тимано-Печорская плита (ТПП) в составе (3–4): 3 – Тиманское поднятие (ТП); 4 – Печорская синеклиза (ПС) в составе: Ижма-Печорской впадины (ИПВ), Печоро-Колвинской зоны (ПКЗ), Хорейверского бассейна (ХВБ), Омра-Лузской седловины (ОЛС); Уральская складчатая система (УСС) в составе (5–6): 5 – Предуральский краевой прогиб (ППР); 6 – Уральское поднятие (УП); Западно-Сибирская плита (ЗСП) в составе (7–11): 7 – Приуральское погружение (ПП); 8 – Восточно-Уральское поднятие (ВУП); 9 – Восточно-Уральский прогиб (ВУПР); 10 – Зауральское поднятие (ЗУП); 11 – Хантымансийское срединное поднятие (ХСП); 12 – Надымский блок [124].

В пределах этой территории на протяжении XX века выполнялся значительный объём сейсмических работ с использованием комбинированной системы наблюдений ГСЗ, МОВЗ и регистрацией преломленных, отраженных и обменных головных волн [108] (см. рисунок 60а, б). Значительно осреднённый характер исходной информации задает допустимый масштаб сейсмических построений и

контролирует значимость геометрических размеров и упругих параметров слоисто-блоковой конфигурации для модели земной коры [124].

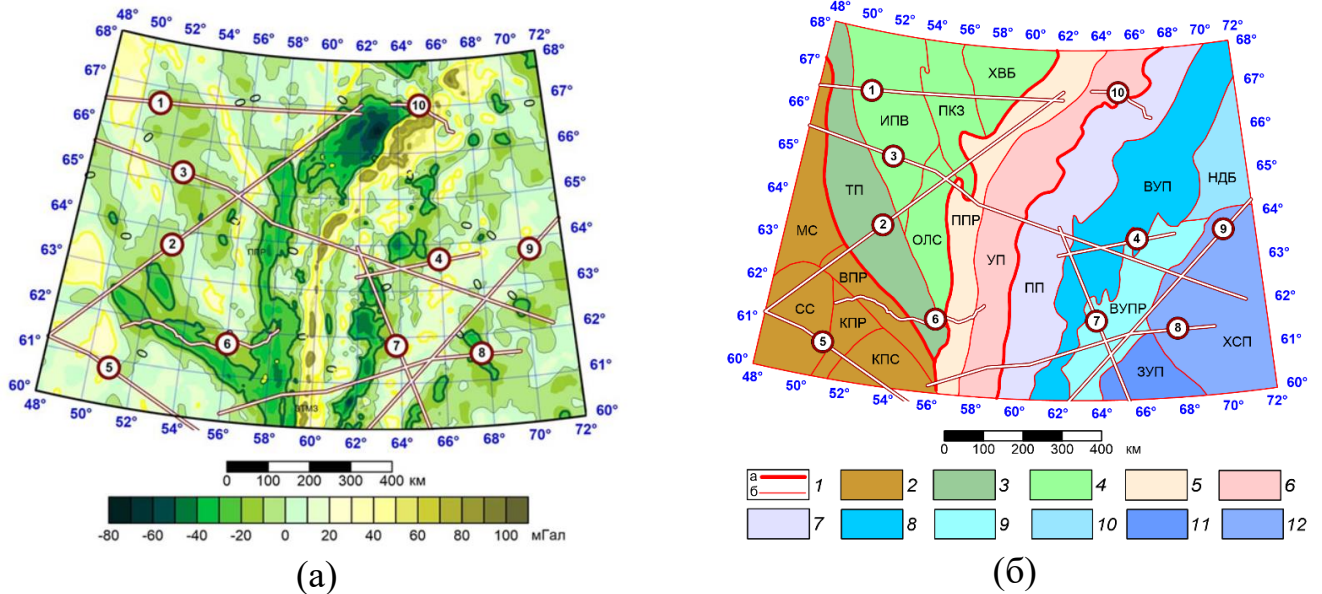


Рисунок 60. Карта аномалий гравитационного поля (а) и положение профилей ГСЗ-МОВЗ на тектонической схеме Урала и его платформенного обрамления (б) [124].

В целях получения более полной информации о распределении скоростных параметров в земной коре В. В. Колмогоровой была выполнена переобработка материалов ГСЗ по способу двумерной сейсмической томографии [117, 124]. Данный способ подразумевает построение по отдельным годографам дифференциальных зондирований непрерывного двумерного поля времен, этим обеспечивается непрерывное заполнение ячеек грид-файлов значениями скорости. Учитывались данные по профилям, отработанных с использованием комбинированной системы наблюдений ГСЗ и МОВЗ с регистрацией отраженных, головных, преломленных и обменных волн. Все скоростные разрезы дополнены границей Мохо, положение которой определено по скоростным уровням (7,75–8,25) км/с, затем откорректировано по результатам интерпретации имеющихся данных по

отраженным, обменным и преломленным волнам (также выполнено В. В. Колмогоровой).

Было выполнено выделение мантийных блоков. Поправки, введенные в рамках предположения об изостатической компенсации, позволили перераспределить плотность в мантии таким образом, чтобы значение избыточного давления на заданной глубине стало близко к нулю. Результирующие плотностные разрезы с блочной мантией изображены на рисунках 62 и 63, там же приводится наблюдаемое поле вдоль каждого из профилей, сопоставленной с полем модельного разреза.

Полученные разрезы сведены на один планшет при помощи послойной интерполяции. Использован метод Natural Neighbor пакета Surfer для интерполяции пространства между профилями с дальнейшим заполнением до краев планшета при помощи метода Nearest Neighbor (также Surfer). Шаг интерполяции по глубине совпадает с шагом по сетке исходных разрезов – 100 м. На рисунке 61а приведено взаимное расположение профилей, на рисунке 61б начальная модель интерполированной плотности.

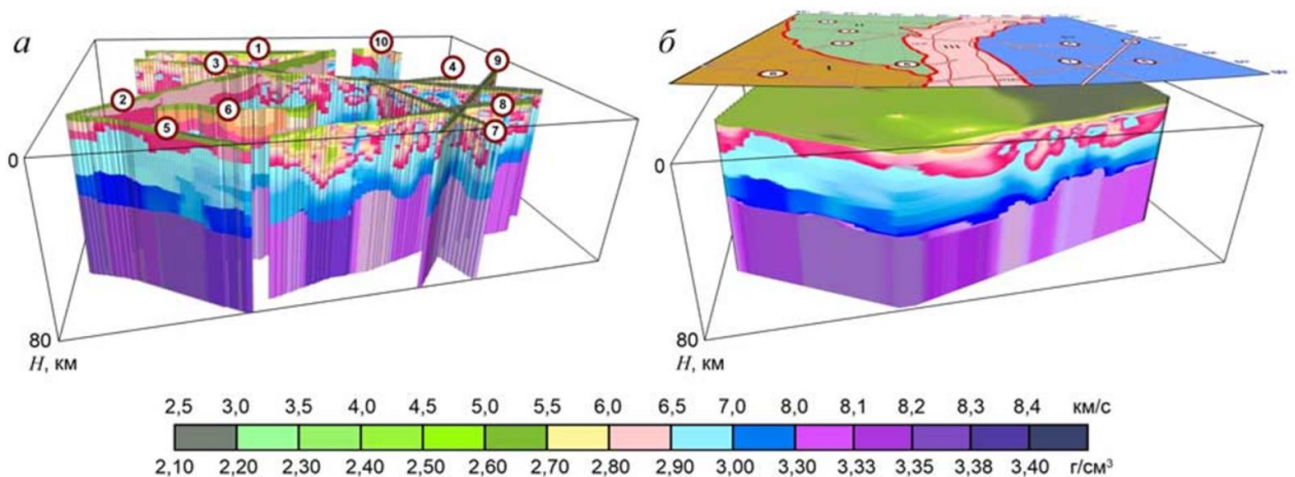


Рисунок 61. Пространственное положение скоростных разрезов (а) и 3D начальная модель интерполированных значений плотности (б). Привязка начальной модели к координатам площади выполнено по карте гравитационного поля. Обозначение профилей см. на рисунке 60.

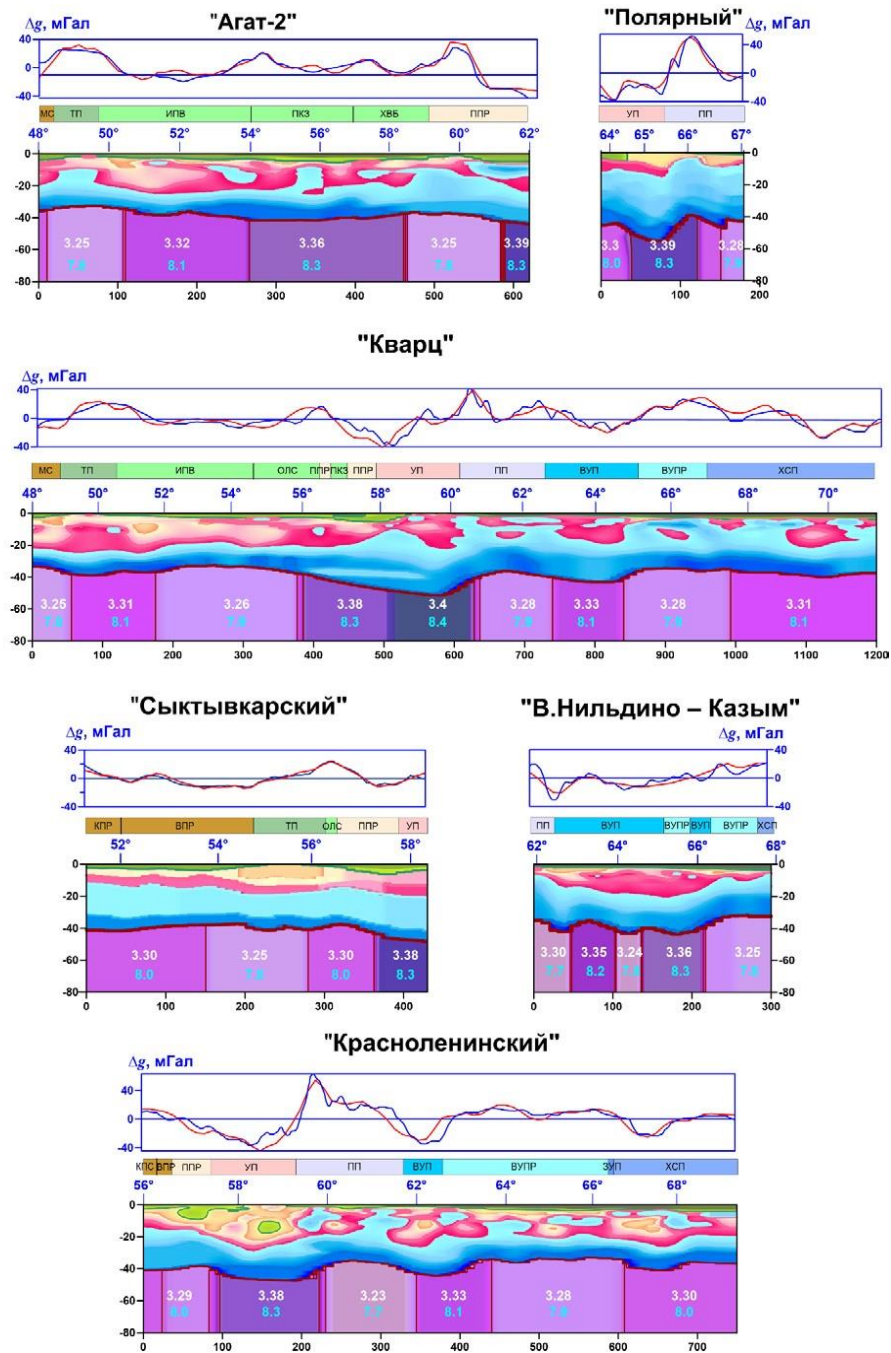


Рисунок 62. Сейсмоплотностные разрезы по профилям ГСЗ, МОБЗ до глубины регионального уровня изостатической компенсации. Над разрезами показаны тектонические структуры, вынесенные на профили.

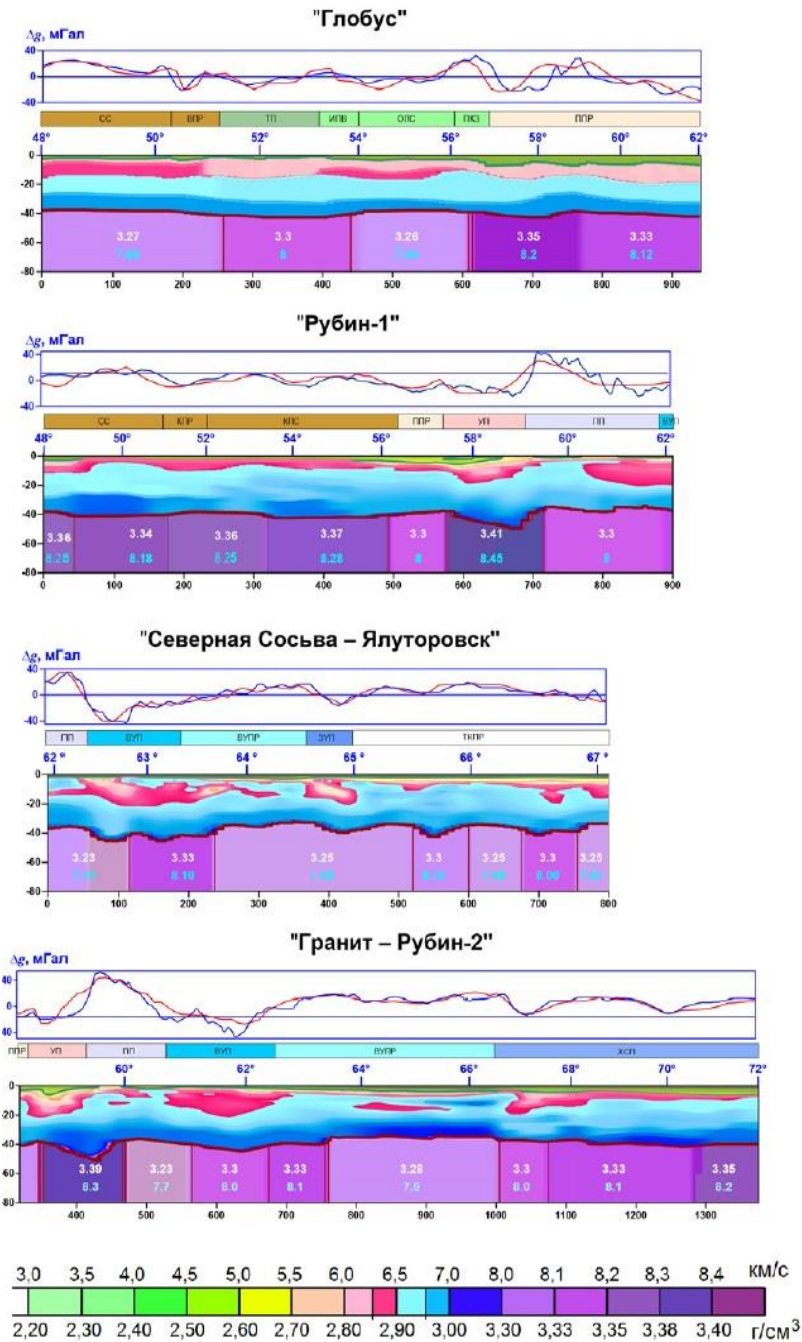


Рисунок 63. Сейсмоплотностные разрезы по профилям ГСЗ, МОВЗ до глубины регионального уровня изостатической компенсации (продолжение). Над разрезами показаны тектонические структуры, вынесенные на профили.

После разделения поля на компоненты (этап выполнен Д.В. Гемайдиновым) и решения линейной обратной задачи для уточнения распределения плотности по



наблюденному полю (выполнено Д.Д. Бызовым [148]), получена результирующая модель распределения плотностных неоднородностей в верхней части литосферы региона (рисунок 64).

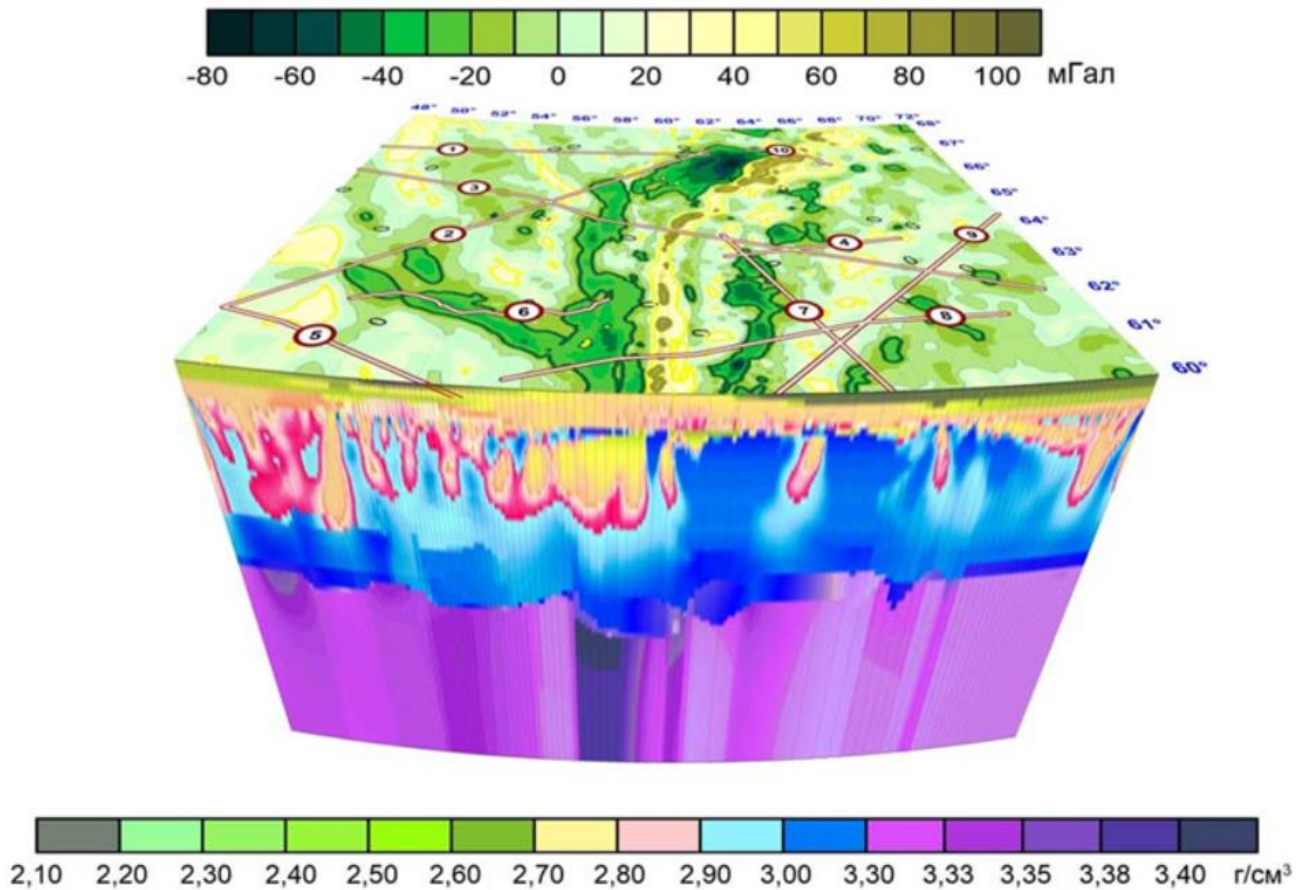


Рисунок 64. Трехмерная плотностная модель литосферы, построенная по отфильтрованным аномалиям повысотных трансформант. Модельное поле (приведено в виде наложенной карты) тождественно наблюдаемому.

На следующем этапе уточнялось положение основных сейсмогеологических горизонтов. По характерному скачку сейсмических и плотностных параметров вычислены и построены карты рельефа двух основных структурных границ: консолидированного фундамента и кровли верхней мантии (поверхности Мохоровичича). Положение кровли консолидированного фундамента определялось перепадом скоростных уровней (5,6÷6,8) км/с; положение кровли мантии – уровнями

(7,75÷8,45) км/с. Расчет производился по алгоритму (41), плотностные значения получены из скоростных по формуле корреляционной зависимости для региона [108]. На рисунке 65 представлены схематические структурные карты изогипс рельефа кровли консолидированного фундамента (*а*) и кровли верхней мантии (*б*), построенные по интервальным скоростям.

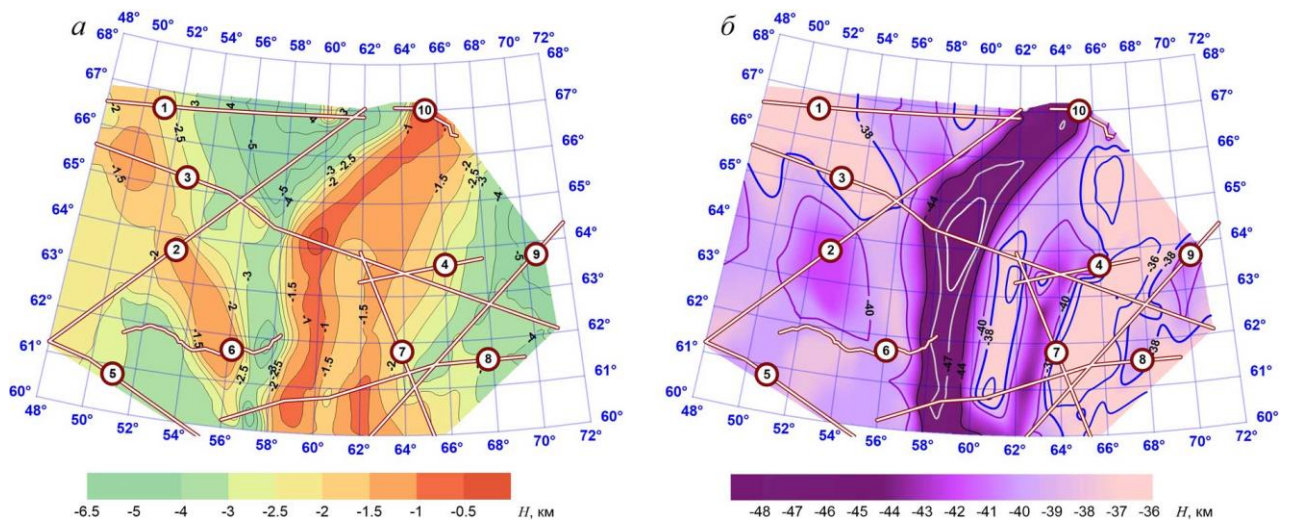


Рисунок 65. Схемы рельефа основных поверхностей раздела литосферы, построенные по скоростным данным и уточненные по результатам гравитационного моделирования: изогипсы поверхности консолидированного фундамента (*а*); изогипсы кровли верхней мантии (*б*).

Полученные решения вполне сопоставимы со схемами структурно-тектонического районирования (рисунок 60б). Подобие картографических схем тектоники с изогипсами рельефа, прежде всего, наблюдается по кровле консолидированного фундамента (рисунок 65а). Это связано с тем, что контуры структурно-формационных зон, выделенные по потенциальным полям, и количественная гравитационная модель верхней части земной коры имеют общую методологическую основу – трехмерное распределение плотности в приповерхностных горизонтах. Обобщенные элементы тектонических схем и,

прежде всего, границы «надпорядковых» структур, прослеживаются и в формах рельефа границы Мохо (рисунок 65б). Это прямое следствие принятой в исследовании гипотезы региональной изостатической компенсации для вычисления плотности мантийных блоков.



#### Глава 4. Описание разработанного программного комплекса

Все представленные в диссертации алгоритмы были реализованы программно. Часть из них написана на языке C# под платформу .NET, часть – на языке Python, требующие особого быстродействия части реализованы на C++ с использованием распараллеливания на графических сопроцессорах (технологии Nvidia CUDA и AMD ROCm). Основным принципом построения комплекса широкое использование стандартизированных форматов данных. Выбраны форматы программы Surfer производства Golden Software из-за их распространенности и удобства дальнейшей визуализации результатов средствами самого Surfer.

Структурно комплекс состоит из следующих частей:

- библиотека NGeoLib, реализованная под платформу .NET и содержащая поддержку основных типов данных – грид (.grd), ломаная линия, полигон (.bln), форматов раскраски (.clr, .lvl);
- основанный на NGeoLib набор программ GeoTools (реализован под .NET) в составе:
  - программа для построения плотностного разреза по скоростному используя известную корреляционную зависимость скорость-плотность (“V-sigma-corr”),
  - программа для решения прямой двумерной задачи гравиметрии (“V-sigma-calc”),
  - программа для расчета аномального литостатического давления (“Litos”),
  - программа для интерполяции плотности в пространстве между профилями различными методами (“Interpolate2d3d”),

- программа для решения прямой и обратной структурной трехмерной задачи гравиметрии (“UltimateGeoTool”),
- программа для трехмерной визуализации выбранного участка интерполированных данных,
- программа для выделения трехмерных изоплотностных границ по интерполированному массиву;
- программа `cigracid`, позволяющая решать прямую и обратную задачу гравиметрии в классе структурных границ на суперкомпьютерах (C++, CUDA/ROCm, MPI, опубликована на [github.com/atsidaev/cigracid](https://github.com/atsidaev/cigracid));
- программа `Linkate`, позволяющая конструировать вычислительный граф на основе функций библиотеки `NGeoLib`, программ `GeoTools` и запускаемой удаленно через SSH (Secure Shell) программы `cigracid`;
- программа `minreges` (Python) для уточнения зависимости скорость-плотность с одновременным расчетом плотностей мантийных блоков.

### ***Набор программ GeoTools***

Программы из набора `GeoTools` служат для выполнения широкого спектра расчетов при переходе от двумерных входных данных к трехмерным моделям интерполированной плотности. Ниже рассматриваются (частично цитируются по авторской публикации [149]) этапы этого процесса и конкретные задачи, для решения которых используются отдельные программы из набора. Исходными данными является набор `Surfer Grid`-файлов скоростных сейсмических разрезов, и набор соответствующих `Surfer Vln`-файлов, задающих положение каждого конкретного профиля на исследуемой площади.

На первом шаге необходимо получить из двумерного массива скоростей соответствующий массив плотностей. Для этого применяется программа “V-sigma-

corr”. Преобразование выполняется для каждого указанного интервала по заданной корреляционной формуле (рисунок 66). В качестве формулы для преобразования используется любая аналитическая кусочная функция  $f(x)$ , заданная в текстовом виде. Поэтому программа может использоваться не только для преобразования вида  $\sigma = f(V)$ , но и для любых преобразований гридов, при которых результирующее значение в ячейке вычисляется на основе исходного значения в ней же.

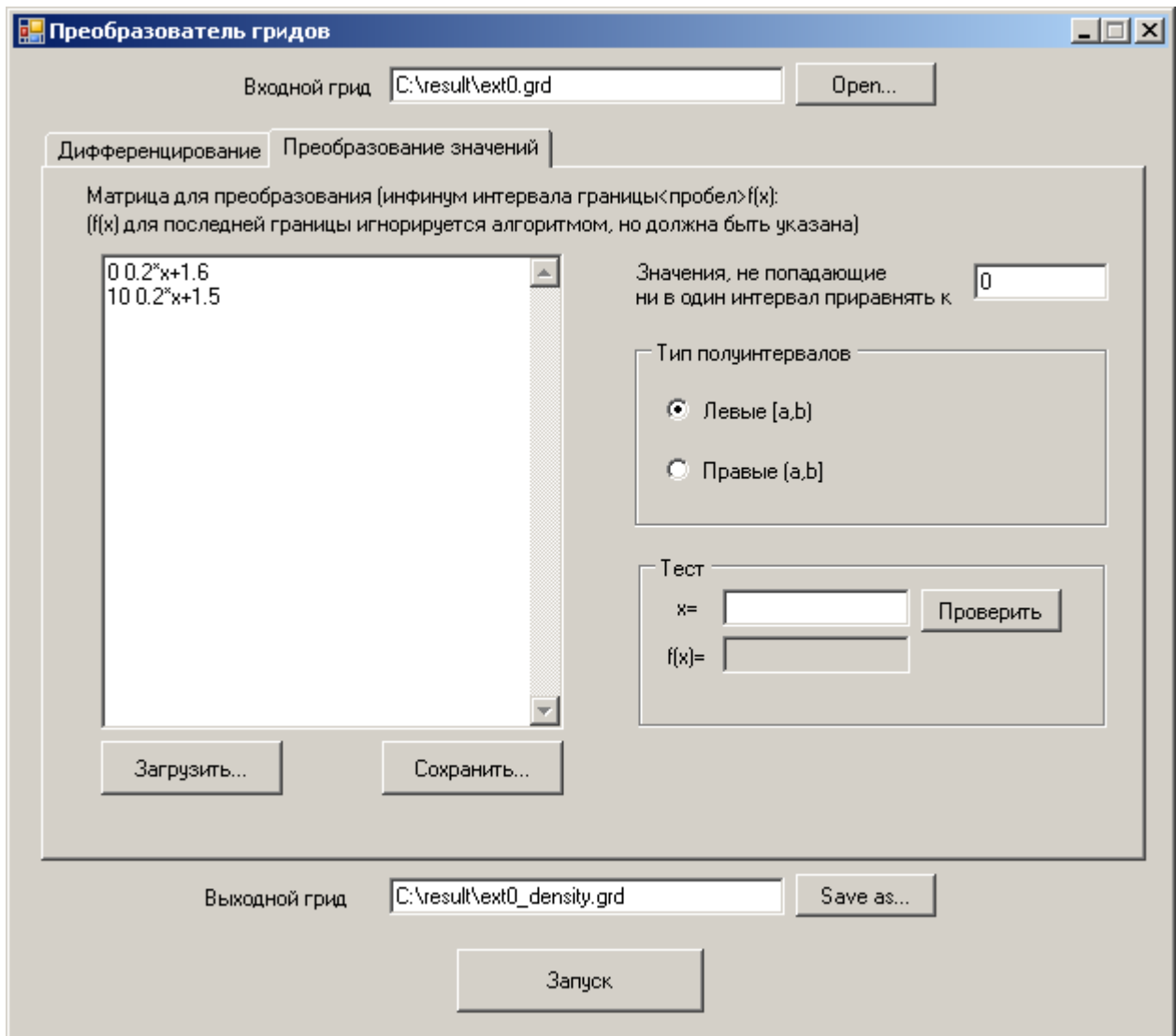


Рисунок 66. Интерфейс программы “V-sigma-corr” для построения плотностного разреза по скоростному.

Построение плотностных разрезов по скоростным контролируется по гравитационному полю. Для расчета гравитационного поля используется программа “V-sigma-calc” (67. Эта программа также позволяет пересчитать скоростной разрез в плотностной, однако поддерживает лишь кусочно-линейные зависимости. После появления программы “V-sigma-corr” эта функциональность стала использоваться реже, поэтому по умолчанию коэффициенты заданы так, чтобы модификация значений не осуществлялась. Входные данные представлены плотностным разрезом в формате “.grd”, на выходе – рассчитанное поле в текстовом формате “.bln”. Также опционально можно получить результирующий плотностной грид (если выполнялся пересчет из скоростного грида) и грид литостатического давления в каждой точке разреза (выходной параметр назван «Столбы», так как физически это значение характеризует вес столба горных пород).

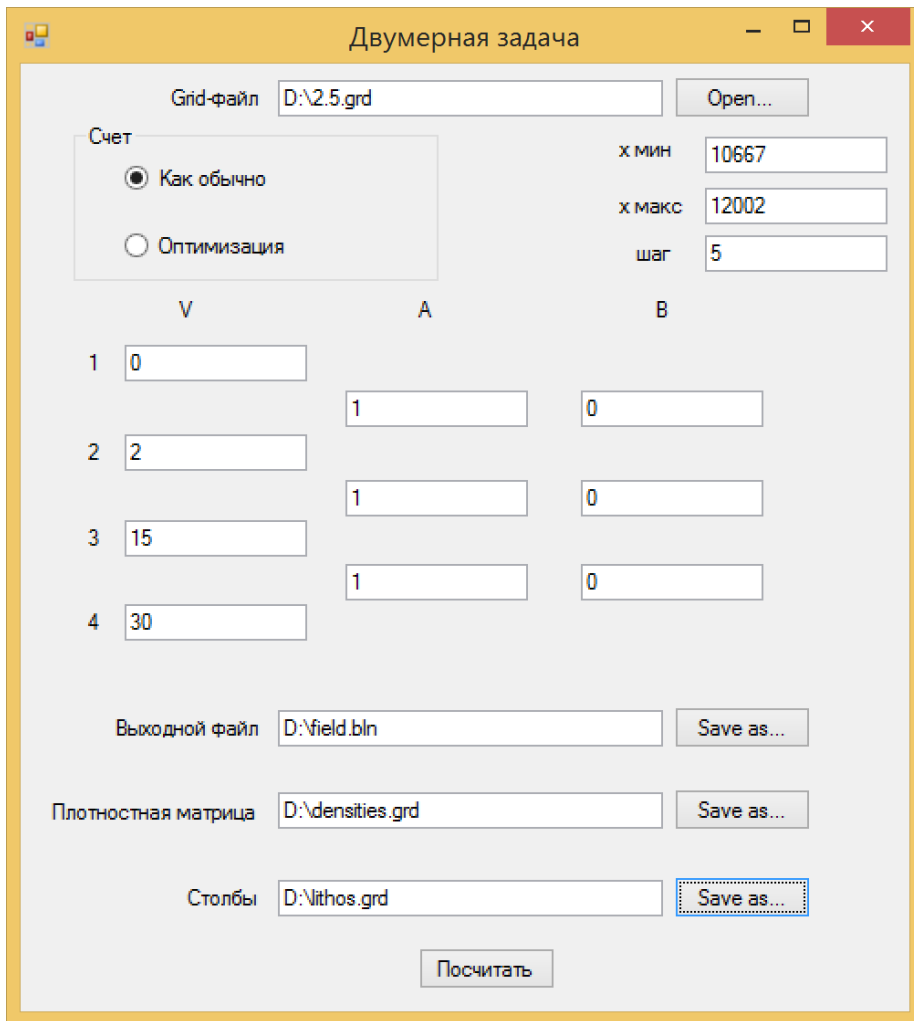


Рисунок 67. Интерфейс программы “V-sigma-calc” для построения плотностного разреза по скоростному.

Грид литостатического давления может быть пересчитан в распределение аномального литостатического давления при помощи программы «Litos» (68). По умолчанию результат имеет размерность  $\text{Н/км}^2$ , дополнительная опция деления результата позволяет получить результат в бар или Па. Дополнительно можно получить значения среднего литостатического давления по глубине, а также дисперсию значений давления на каждой глубине.

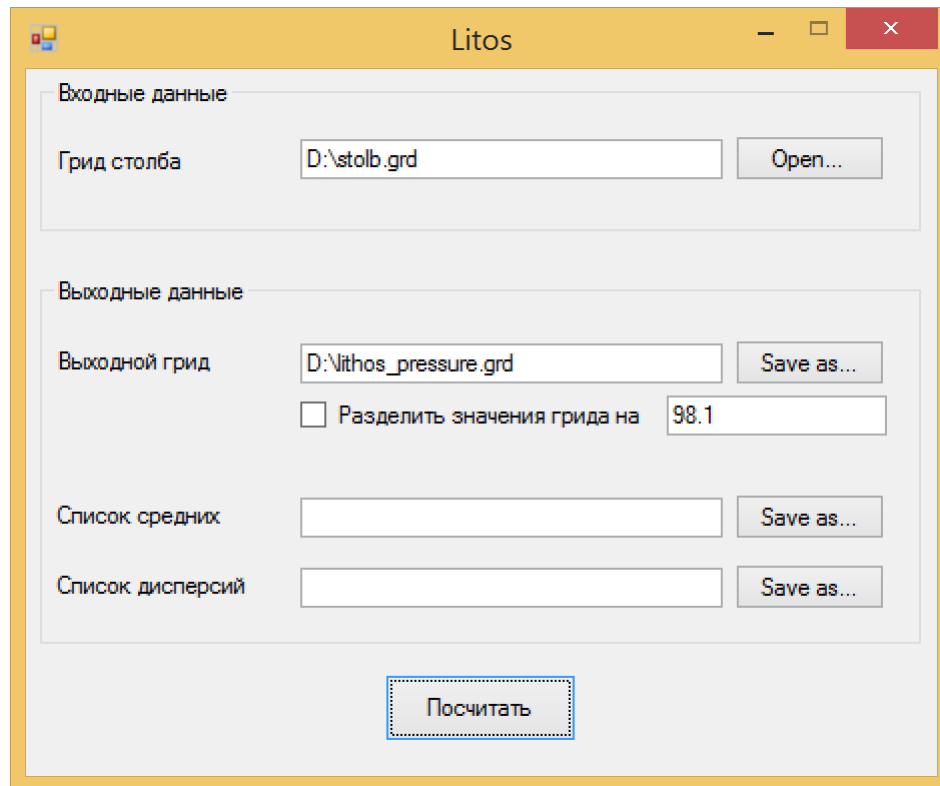


Рисунок 68. Интерфейс программы «Litos».

После получения набора плотностных разрезов происходит их интерполяция, для неё используется программа «Interpolate2d3d» (рисунок 69). Было решено использовать интерполяционные схемы пакета Surfer, который предоставляет возможность вызова своих функций посредством технологии COM. Все ключевые продукты компании Golden Software (Surfer, Grapher, Voxler) добавляют в операционную систему собственные COM-объекты, при помощи которых перечисленные пакеты становится возможным использовать не только напрямую, но и как удобные библиотеки всевозможных функций. К сожалению, несмотря на то, что многие из продуктов работают в ОС GNU/Linux в среде Wine, удобная работа с их COM-интерфейсами возможна только в операционной системе Windows. Для сохранения возможности кроссплатформенного использования в программе интерполяции был реализован метод обратных расстояний, при счете с его использованием установленного пакета Surfer не требуется.

Также в программе имеется возможность сведения профилей в единую трехмерную модель, но без выполнения последующей интерполяции. Такие модели можно использовать для пространственно-привязанной визуализации данных по профилям.

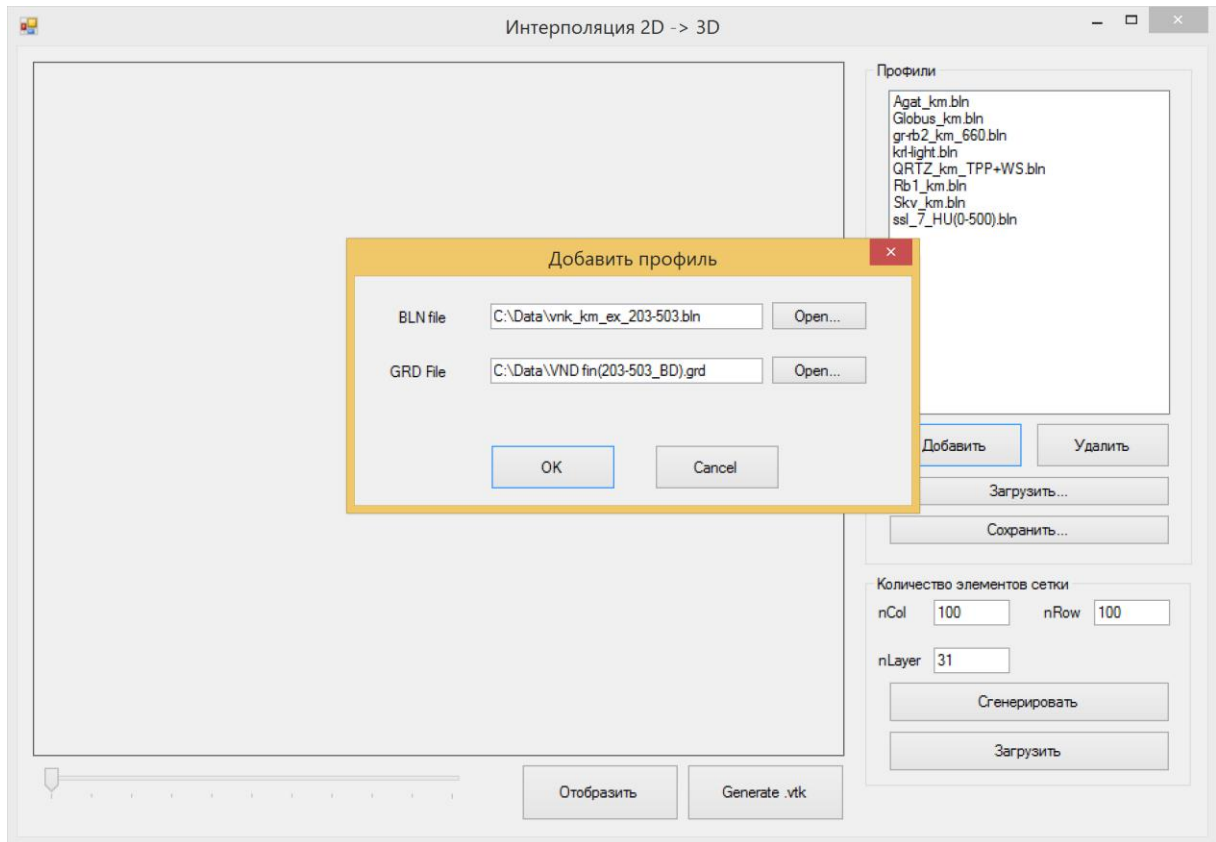


Рисунок 69. Интерфейс диалога интерполяции в программе «Interpolate2d3d».

Результатом работы программы является набор Surfer Grid-файлов (.grd), содержащих горизонтальные слои получившегося в процессе интерполяции трехмерного массива  $\sigma(x, y, z)$ , и XML-файл, в котором каждому слою сопоставлена глубина, на которой он расположен. В качестве примеров работы программы можно привести рисунок 61, где представлены полученные при помощи изображения как сведенных в единую модель профильных данных, так и результат интерполяции.

Отображение полученного набора “.grd”-файлов может выполняться как при помощи Golden Software Voxler, так и используя экспорт в открытые форматы. В

рамках набора программ GeoTools реализован экспорт в формат VRML, являющийся одним из стандартных форматов для научной 3D-графики [145]. Визуализация в этом формате принципиально отличается от воксельной модели, применяющейся в Voxler. Воксели («объемные пиксели») позволяют визуализировать любое облако точек. В общем случае, модель в Voxler может даже не иметь вид привычного геометрического объекта: куба, параллелепипеда, цилиндра. Такой подход дает широкие возможности, однако имеет и множество ограничений. К примеру, невозможно построение изолиний на поверхностях объекта (даже в случаях, когда эти поверхности представляют собой плоские грани). Этот недостаток и было предложено преодолеть с помощью формата VRML, который содержит описание полигонов (многоугольников) и текстур, которые на них накладываются.

После интерполяции получаем «цифровой куб» значений плотности (рисунок 70). Зная параметры модели, не составляет труда определить координаты всех 6 граней этого «куба». Данные на каждой из граней экспортируются в файл формата «.grd», после чего используя COM-сервер программы Surfer строится контурная карта с соответствующей раскраской и экспортируется в графический формат «.png». На основе информации о координатах граней и их текстурах (контурных картах) генерируется VRML-файл, который может быть отображен в большом количестве существующих программ VRML-визуализации. На рисунке 71 сверху приведен пример того, как созданный файл отображается в программе Cortona 3D. Также возможно генерировать VRML-файлы не только для параллелепипедов, но и произвести вырез в форме любого сколь угодно сложного многоугольника в плоскости  $xOy$  (пример на рисунке 71 снизу).



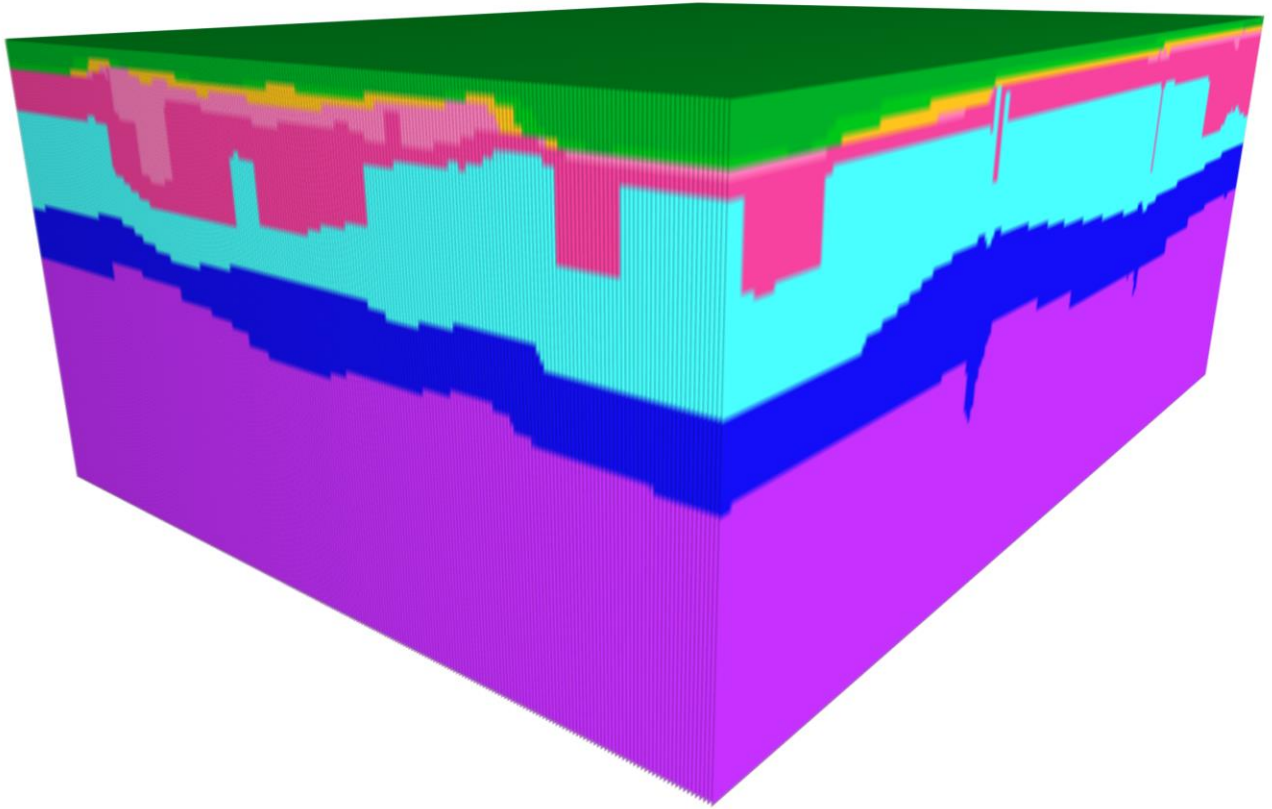


Рисунок 70. Отображение «куба» интерполированной плотности в программе Voxler (экспорт без дополнительного редактирования).

Исходно набор программ GeoTools был реализован на языке C# с использованием библиотеки .NET. Обеспечивалась совместимость с платформой Mono для возможности использования не только под ОС Windows, но и в Linux, системах семейства BSD и прочих, для которых существует реализация Mono. Однако, невысокое быстродействие такого подхода привело к необходимости оптимизации, которая проведена несколькими путями:

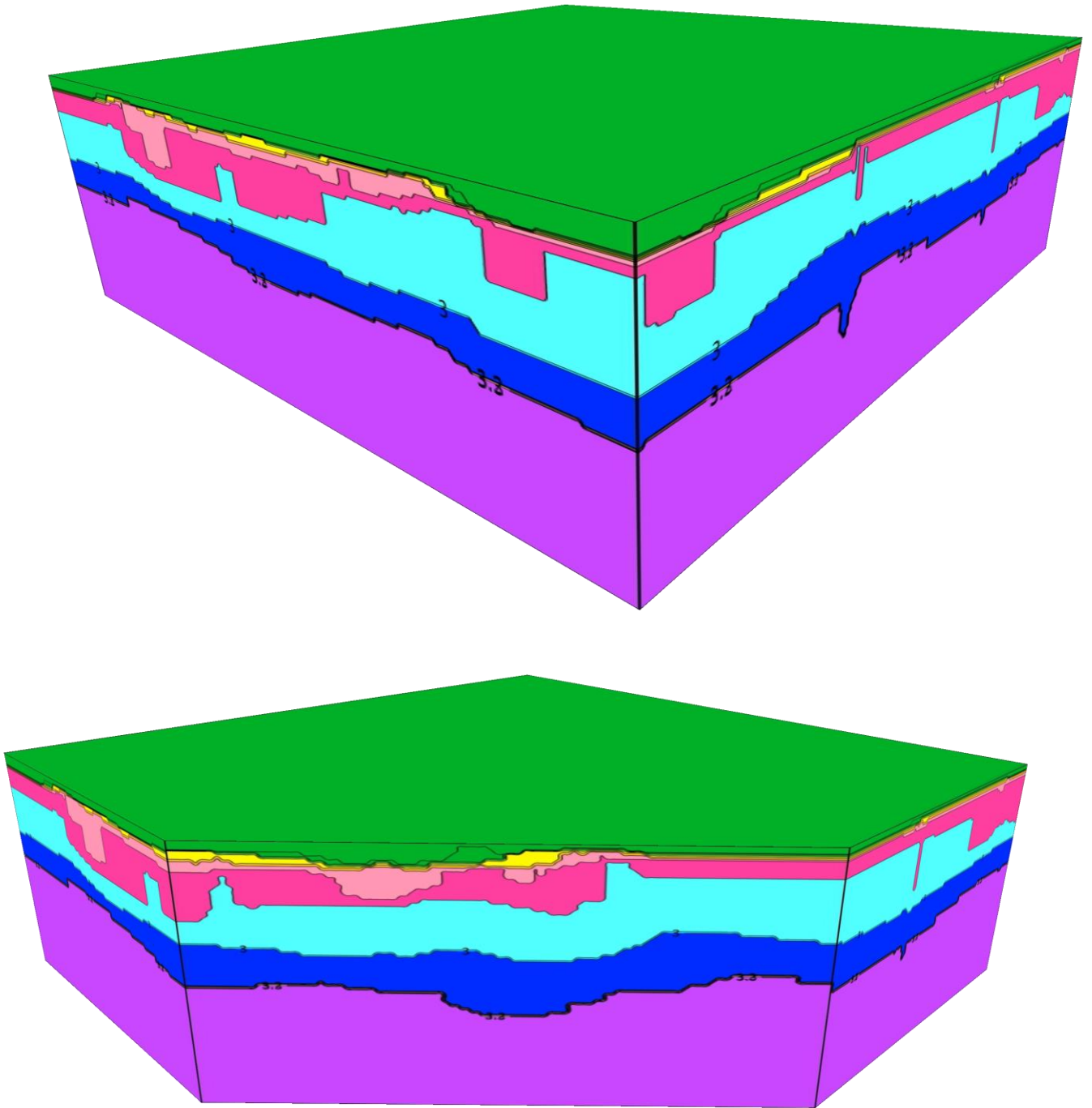


Рисунок 71. Отображение сформированного VRML-файла в сторонней программе-просмотрщике (экспорт без дополнительного редактирования): без модификаций (вверху), с разрезом вдоль интересующего профиля (внизу).

1. Отдельные части реализованы на языке C++, применена оптимизация программы с использованием векторных операций на уровне машинного кода (при помощи технологии OpenMP компилятора Intel C++ Compiler). Стыковка с основной оболочкой осуществляется посредством P/Invoke.
2. Часто используемые при работе модули, прежде всего решение прямой и обратной задачи гравиметрии, реализованы для графических процессоров (GPU). Позже эта часть была оформлена в виде кросс-платформенной программы sigracid.

***Программа sigracid для решения прямой и обратной задачи гравиметрии на суперкомпьютерах***

Решение прямой задачи в описанной в главе 1 конечноэлементной постановке может быть заметно ускорено с использованием технологий параллелизации. Хорошо подходит разработанная компанией Nvidia для собственных видеопроцессоров технология CUDA [150]. Это разновидность архитектуры SIMD (Single Instruction – Multiple Data), при которой одинаковые блоки выполняют операции над различными данными. Вычислительный конвейер видеопроцессора Nvidia, поддерживающего технологию CUDA, представляет собой блоки, каждый из которых исполняет точно один и тот же код. Каждому блоку отводится определенное количество потоков, выполняющих один и тот же код и работающих с общей памятью. Обмен данными между блоками при этом довольно затруднен. Поэтому, если решается прямая задача с аддитивным результатом (какой и является прямая задача гравиметрии), то разумно построить вычислительную схему таким образом, чтобы каждый блок отвечал за счет гравитационного поля модели в одной точке планшета (рисунок 72). Поскольку эта операция выполняется независимо для каждой точки наблюдения, обмен данных между блоками потребуется только на

этапе конечного сведения результатов в карту поля. В свою очередь, каждый поток блока вычисляет вклад в это поле от одной элементарной призмы модели. Среди потоков выделяется управляющий, который после вычисления суммирует результаты всех потоков, получая итоговое значение модельного поля в одной точке. Выполнив расчет для всех блоков, мы получим модельное гравитационное поле полностью.

Описанная схема верна не только для графических процессоров Nvidia, но и для некоторых GPU фирмы AMD. Технология AMD HIP, представленная AMD в качестве конкурента Nvidia CUDA, предлагает программисту аналогичную структуру внутренних потоков. Основанная на использовании вычислительной платформы Radeon Open Compute (ROCm), HIP представляет собой слой абстракции, практически полностью совместимый по интерфейсам вызовам с CUDA. Более того, при помощи прилагающейся к дистрибутиву специальной программы возможно конвертирование исходного кода, разработанного с использованием CUDA, в вид, пригодный для компиляции как для CUDA (компилятором nvcc от Nvidia), так и для ROCm (прилагающимся компилятором hipcc).

Описанный алгоритм был реализован на языке C++ при помощи компиляторов nvcc и hipcc, позволяющих генерировать исполнимый код для видеопроцессора, отладка осуществлялась на графическом процессоре Nvidia. Программа распространяется как открытое ПО под лицензией GPL2, исходные тексты доступны по адресу <https://github.com/atsidaev/cugracid> [151].

Далее приводятся результаты тестирования быстродействия программы, опубликованные автором в [152]. Первый этап тестирования производился на четырех видах аппаратуры: «игровые» видеокарты Nvidia GTX580 и GTX780 Ti, вычислительные процессоры Nvidia Tesla M2050 (использовались мощности суперкомпьютера «Уран», расположенного в Институте математики и механики им.

Н.Н. Красовского УрО РАН) и, для сравнения, одно ядро высокопроизводительного процессора Intel Xeon E5520. Результаты представлены в таблице 4.

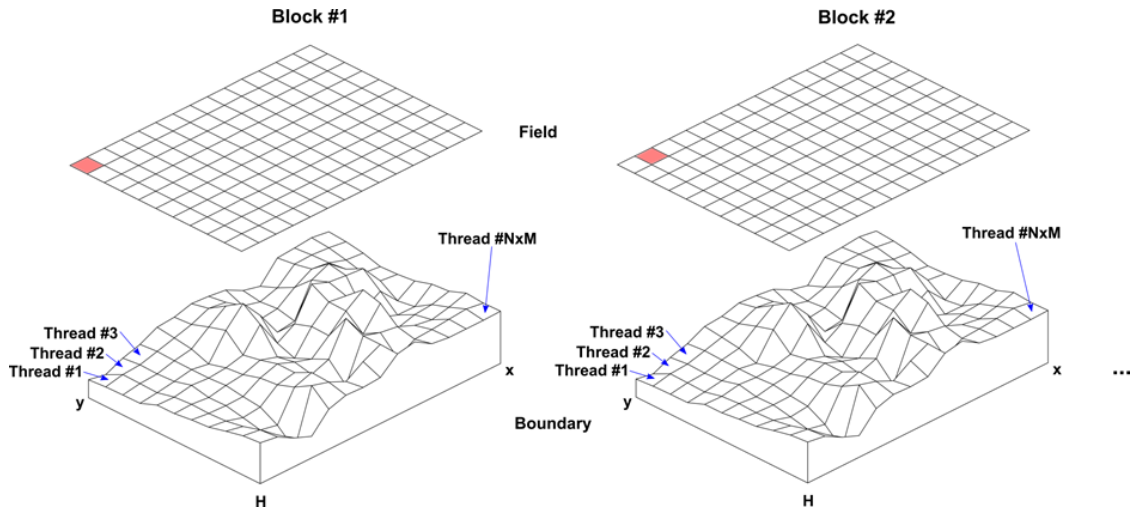


Рисунок 72. Распределение задачи по блокам (“block”) и потокам (“thread”) CUDA.

Таблица 4. Сравнение времени решения прямой задачи на разной аппаратуре

Аппаратура (кол-во, тип, название)	Время счета, с	Ускорение, раз
1 ядро CPU (Intel Xeon E5520)	3968,16 (свыше 66 минут)	1x
1 GPU (Nvidia GTX580)	62,412	64x
1 GPU (Nvidia GTX780 Ti)	32,711	121x
1 GPU (Nvidia Tesla M2050)	27,841	143x
2 GPUs (Nvidia GTX780 Ti)	16,862	235x
2 GPUs (Nvidia Tesla M2050)	13,693	290x
4 GPUs (Nvidia Tesla M2050)	7,528	527x
8 GPUs (Nvidia Tesla M2050)	5,274	752x

Как видно, с ростом числа задействованных графических процессоров время вычисления сокращается. На рисунке 73 приведен график зависимости времени вычисления поля от количества видеокарт для суперкомпьютера «Уран». Его нелинейность объясняется возрастающими при увеличении количества графических процессоров накладных расходов на передачу данных между вычислительными устройствами.

Поскольку решение обратной задачи методом локальных поправок происходит путем многократного решения прямой задачи для восстанавливаемой границы раздела, его график выглядит аналогично.

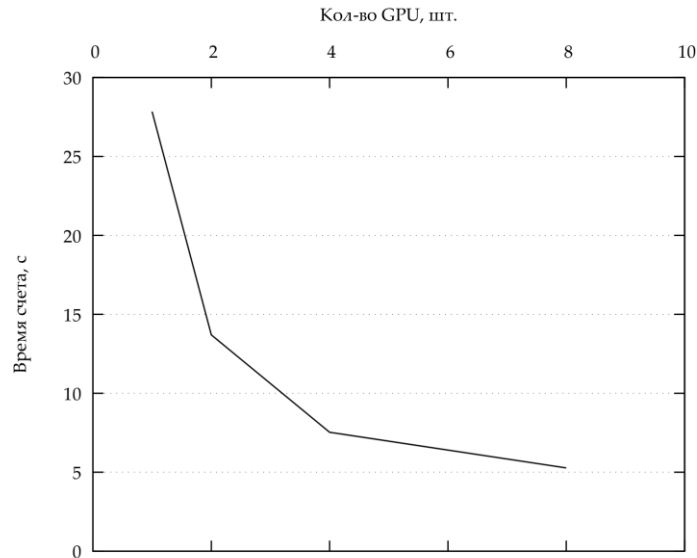


Рисунок 73. График зависимости времени вычисления поля от количества задействованных видеокарт Tesla M2050.

На втором этапе тестирования осуществлялось сравнение быстродействия на графических архитектурах разных типов. Список протестированных видеокарт приводится в таблице 6, там же отмечены их ключевые с точки зрения организации вычислений характеристики. В таблице 6 приводится сравнение быстродействия программы, запущенной на различных видеокартах производства как Nvidia (технология CUDA), так и AMD (технология ROCm). В отличие от предыдущего теста сравниваются также и результаты работы программ, скомпилированных для работы с числами с плавающей запятой одинарной точности, поскольку различные архитектуры имеют коэффициенты ускорения при использовании одинарной точности вместо двойной.

Таблица 5. Характеристики графических процессоров, использовавшихся для тестирования

Аппаратура (производитель, название GPU)	Технология	Кол-во SM/CU	Потоков на SM/CU	Всего ядер
AMD Radeon VII	ROCm	60	64	3840
AMD Radeon RX 5600	ROCm	40	64	2560
AMD Radeon RX Vega 64	ROCm	64	64	4096
NVIDIA Tesla K80	CUDA	13	192	2496
NVIDIA GeForce GTX TITAN X	CUDA	24	128	3072
NVIDIA GeForce GTX TITAN Black	CUDA	15	192	2880
NVIDIA Quadro M6000 24GB	CUDA	24	128	3072

Как видно, лучшие результаты для чисел с плавающей запятой двойной точности получены при счете на видеокарте AMD Radeon VII. Стоит отметить, что программный код изначально разрабатывался под платформу Nvidia CUDA и при переносе на AMD ROCm не менялся и не оптимизировался, и даже несмотря на это производительность этой видеокарты на 45% выше, чем у самой эффективной в данном тесте видеокарты Nvidia. Это может объясняться как большим (на 33%) числом вычислительных ядер в видеокарте AMD, так и иной низкоуровневой организацией её ядра GPU.

Таблица 6. Результаты сравнения быстродействия различных графических процессоров

Аппаратура (производитель, название GPU)	Время счета для одинарной точности, с	Время счета для двойной точности, с
AMD Radeon VII	13	69
AMD Radeon RX 5600	44	348
AMD Radeon RX Vega 64	20	198
NVIDIA Tesla K80	53	114
NVIDIA GeForce GTX TITAN X	39	500
NVIDIA GeForce GTX TITAN Black	47	100
NVIDIA Quadro M6000 24GB	40	500

Схожая картина и при вычислениях с одинарной точностью – лучший результат также у AMD Radeon VII. Однако, поскольку разные вычислительные ядра обладают различным соотношением производительности операций над числами двойной точности по отношению к операциям над числами одинарной точности (назовем его

для краткости «характеристика FP64/FP32»), распределение мест в рейтинге эффективности решения задачи изменилось. Самый показательный пример здесь – это NVIDIA GeForce GTX TITAN Black, которая была второй в тесте на числах двойной точности, но стала предпоследней в тесте на числах одинарной точности. Это объясняется тем, что показатель характеристики FP64/FP32 для неё – всего 1/3, в то время как, к примеру, для AMD Radeon RX Vega 64 эта характеристика составляет 1/16. Таким образом, вычислительный этап (без учета накладных расходов) для GTX TITAN Black ускорился всего в 3 раза при переходе на одинарную точность, тогда как для RX Vega 64 это ускорение составило 16 раз.

### ***Программа Linkate для построения и исполнения вычислительного графа***

В задачах, связанных с интерпретацией геофизических данных, часто встает проблема множественного выполнения одноподобных операций, когда один неизменный алгоритм применяется к разным входным данным. К примеру, это может быть при необходимости приведения данных к единому формату (размерность, шаг по сетке, единицы измерения), или в процессе интерпретации различных данных (к примеру, ряда профилей на территории) в рамках единой методологии. В области решения обратных задач подобная проблема встает при использовании ручного подбора («метод проб и ошибок»), когда при изменении входных данных (начального приближения или параметров решения задачи) требуемым интерпретатору образом нужно максимально быстро получить решение для того, чтобы оценить его качество и соответствующим образом вновь изменить входные данные для следующей итерации. В качестве простейшего примера подобного рутинного процесса можно рассмотреть следующий алгоритм:

1. Прочитать текстовый файл.



2. Сконвертировать прочитанные данные в двоичный формат, принимаемый программой **A**
3. Выполнить программу **A**. Получить на выходе двоичный файл с результатов
4. Отфильтровать полученные данные при помощи программы **B**, получить файл результата.
5. Преобразовать файл результатов в текстовый человеко-читаемый формат.

Даже несмотря на малое количество шагов, многократное выполнение алгоритма достаточно трудоемко. Также, в силу влияния человеческого фактора, такие процессы могут приводить к ошибкам из-за снижения внимания. Для автоматизации действий обычно составляют программы для ЭВМ. В рамках разработанной на языке высокого уровня (ЯВУ) программы задаются все необходимые шаги алгоритма, после чего программа исполняется. Однако, программирование на ЯВУ требует определенной квалификации. Помимо этого, изменение входных данных или каких-либо нюансов этапов алгоритма неминуемо влечет прямое изменение текста программы, что является операцией, часто приводящей к внесению незамеченных ошибок.

Более безопасным с этой точки зрения методом является визуальное программирование, когда нет прямого изменения текста. Вместо этого используется визуальное интерактивное задание блоков программы и строго типизированных параметров различных стадий выполнения алгоритма. Среди наиболее часто используемых методов визуального программирования можно выделить подход на основе вычислительных графов. Вычислительный граф – это иллюстрированная запись какой-либо функции, выполненная по аналогии с алгебраическим ориентированным графом и состоящая из узлов и ребер. Узлы объединяются в

функциональные блоки, в самих узлах расположены входные и выходные параметры блоков. Ребра связывают выходной параметр одного блока с входными параметрами одного или нескольких блоков следующих этапов алгоритма. Как только становятся доступны все входные данные для какого-либо блока, его функция выполняется, а выходные данные передаются в следующие блоки, связанные с текущим. Для такой структуры в англоязычной литературе приняты названия «рабочий процесс» (“workflow”) и «процесс разработки» («pipeline»). В настоящее время подобный подход к управлению вычислительными процессами активно развивается [153], [154].

Для реализации описанного подхода в парадигме вычислительных графов была разработана программа Linkate [155]. Пример задания алгоритма в виде визуальной схемы приведен на рисунке 74.

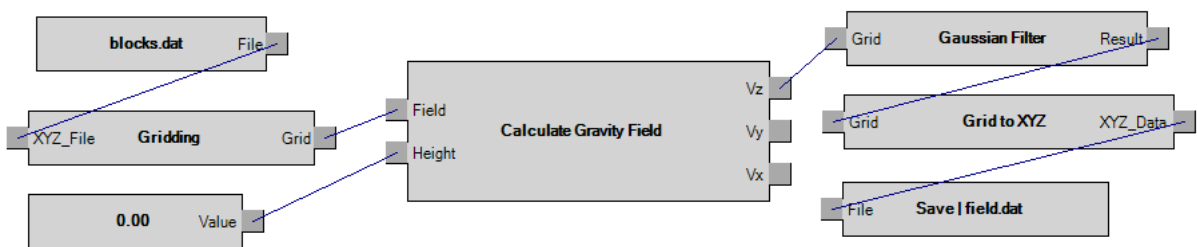


Рисунок 74. Вычислительный граф в программе Linkate.

Этот пример описывает вычислительный граф, задающий алгоритм вычисления гравитационного поля трехмерной плотностной модели. Входными данными являются текстовый файл с описанием блоков, задающих модель (blocks.dat) и числовой параметр – высота плоскости над уровнем Земной поверхности, на которой будет произведен расчет поля. Блок Gridding занимается «гридированием», т.е. преобразованием данных из текстового формата в формат регулярной сети, используемый в программе Golden Software Surfer. Блок Grid to XYZ служит для обратного преобразования. Блок Gaussian Filter фильтрует данные по Гауссу с

жестко заданным окном сглаживания. Наконец, блок “Save | field.dat” сохраняет результат в текстовый файл.

В программу заложена широкая поддержка форматов визуализации, применяемых в разработках Golden Software, благодаря чему возможна простая визуализация в программах Surfer и Voxler. Это, к примеру, формат гридов (GRD). Для визуализации трехмерных границ и полей, а также распределений параметра вдоль профилей, используются одиночные грид-файлов. Для визуализации трехмерных распределений параметров используются наборы грид-файлов, соответствующие плоским срезам модели по глубине. Также поддержаны форматы CLR (Surfer Color Scale) и LVL (Surfer Level Map) для раскраски визуализированных данных, BLN для описания ломаных линий и границ контуров.

Как видно, блоки могут быть трех различных типов, которым можно дать названия по аналогии с принятыми в UNIX-подобных операционных системах наименованиями схожих по типизации команд обработки данных в стандартных потоках ввода-вывода [155]:

1. Блок-исток (source) – генерирует выходные данные, но не имеет входных. К таким блокам относится, например, чтение из файла.
2. Блок-фильтр (filter) – занимается генерацией выходных данных на основе входных. Сюда можно отнести все блоки, выполняющие расчеты, преобразования данных и т.п.
3. Блок-сток (drain) – не имеет выходных данных, но имеет входные. Примером может являться запись файла.

Благодаря тому, что блоки зависят друг от друга исключительно связями между параметрами, а программа, исполняющая вычислительный граф, может в каждый момент времени определить, доступны ли уже для какого-либо фильтра или стока все входные данные или нет, легко реализуется параллельное исполнение разных

участков графа. К примеру, следующий граф (рисунок 75) описывает алгоритм «гридирования», а затем сложения двух разных массивов данных.

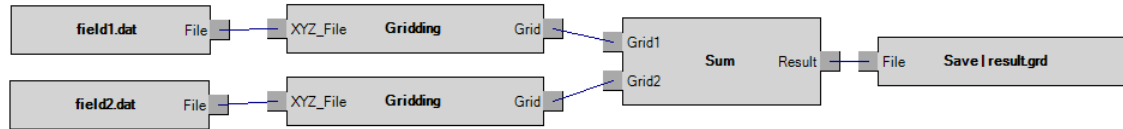


Рисунок 75. Параллельное исполнение двух ветвей алгоритма.

Видно, что до суммирования должны быть исполнены две ветви получения и преобразования входных данных, которые при этом совершенно независимы. Благодаря детектированию таких случаев в Linkate они будут исполнены параллельно, что в случае многоядерной или многопроцессорной системы позволит получить заметный прирост в производительности на вычислительных операциях.

Процесс выделения последовательности для параллельного исполнения блоков представляет собой поиск в глубину [156] и описывается следующим алгоритмом:

1. Найти любой блок-исток, перейти на шаг 3 если найден.
2. Иначе найти блок любого типа, который закончил исполнение. Если все блоки окончили исполнение, завершить алгоритм.
3. Получить выходные данные от найденного блока, передать их на вход связанным блокам.
4. Перейти на шаг 1.

Помимо параллельного исполнения в рамках одной ЭВМ, в программу Linkate заложена возможность использовать удаленные ресурсы супервычислительных кластеров. В частности, реализована работа с системой параллельного запуска задач Slurm через SSH-соединение посредством разработанной автором библиотеки `parallexec` [157]. В процессе использования с точки зрения пользователя запуск программы на кластере совершенно прозрачен. Однако, требуется предварительное составление пакетного файла оболочки (скрипта), сохраняющего пути в файловой системе к выходным файлам в переменных окружения. Выполнение реализовано

через определение блока типа «фильтр», имеющего дополнительные параметры в виде интернет-адреса управляющей системы кластера, пути к созданному скрипту, имени пользователя и закрытого ключа SSH, с которыми осуществляется вход в систему. Задача автоматически будет добавлена в очередь задач на кластере. Возможно одновременное выполнение двух блоков, настроенных на один кластер, однако какой тип исполнения будет в реальности выбран системой управления Slurm, зависит от загруженности супервычислителя.

Упрощенный вид такого разработанного блока для решения структурной обратной задачи гравиметрии методом локальных поправок [105] представлен на рисунке 76. Входными параметрами являются Field – grid-файл наблюдаемого поля,  $\epsilon$  – условие останова, максимальная допустимая невязка между результатом на последовательных итерациях,  $\alpha$  – параметр регуляризации, InitialBoundary – нулевое приближение восстанавливаемой границы, DensityJump – скачок плотности на границе, Credentials – файл с информацией о подключении к суперкомпьютеру. На выходе блока IterationCount – потребовавшееся для завершения процесса количество итераций, Boundary – грид результата (восстановленной границы).

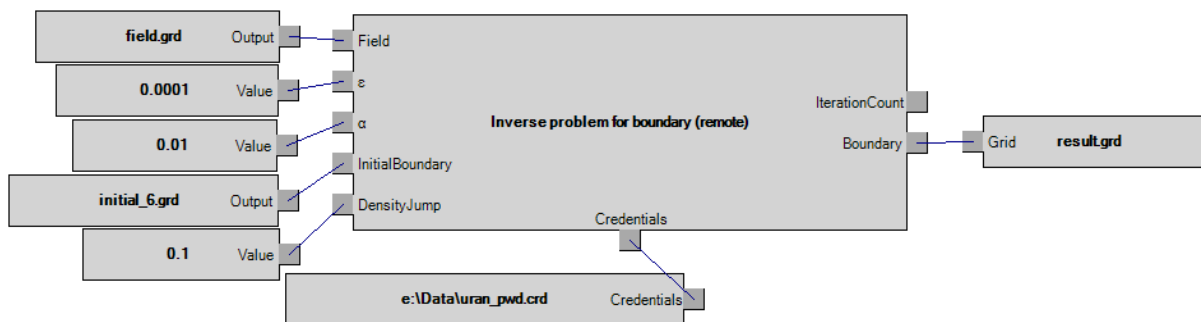


Рисунок 76. Вычислительный граф для удаленного запуска вычисления гравитационного эффекта структурной границы на суперкомпьютере «УРАН» (ИММ УрО РАН).

Программное обеспечение Linkate реализовано на языке C#. Поскольку для максимально эффективных вычислительных программ традиционно используется

язык C++, то реализован также механизм исполнения внешних программ в качестве «фильтрующих блоков». К примеру, имеющаяся программа для вычисления гравитационного поля, порождаемого структурной границей, разделяющей две среды с разным постоянным параметром плотности, реализованная на C++ с использованием задействующей графические средства ЭВМ (программируемые видеоадаптеры (GPU)) технологии Nvidia CUDA (также поддерживается AMD ROCm) [158] была доработана для использования в Linkate. Потребовалась реализация «обертки» на языке C#, сохраняющей входные данные в файловой системе и считывающей оттуда выходные. Благодаря такому подходу выполнение внешних программ происходит совершенно прозрачно для пользователя.

В результате разработано программное обеспечение, позволяющее описывать и запускать на выполнение вычислительные графы, а также интерактивно редактировать параметры и контролировать процесс исполнения. В рамках его реализованы блоки для решения геофизических задач. С помощью ПО Linkate достигается уменьшение рутинных операций, благодаря чему для интерпретатора геофизических полей увеличивается удобство выполнения повторяющихся задач.

***Программа `minreges` для уточнения зависимости скорость-плотность с одновременным расчетом плотностей мантийных блоков***

Программа `minreges` выполняет процедуру, описанную в главе 2 (параграф «Уточнение зависимости скорость-плотность с одновременным выделением блоков»). Реализация выполнена на языке Python, этап минимизации реализована при помощи метода Нельдера-Мида из библиотеки SciPy. Метод Нельдера-Мида позволяет минимизировать произвольные функции, включая недифференцируемые. Поэтому было принято решение использовать вызов отдельной программы, вычисляющей значение гравитационного поля для разреза с определенным набором

параметров (а именно значением плотности мантийных блоков и параметрами преобразования «скорость-плотность»). Эта вспомогательная программа (minreges\_calc.exe) была реализована на языке C#, который отличается большей эффективностью, чем язык Python. Синтаксис её вызова следующий:

```
minreges_calc.exe <грид-файл разреза> <грид-файл описания блоков>
<параметры зависимости скорость-плотность> <плотности мантийных блоков> <bln-
файл наблюдаемого поля>
```

Грид-файл описания блоков представляет собой матрицу, размерностью соответствующую размерности разреза, в которой значения приписаны только ячейкам, относящимся к мантии. В каждой такой ячейке записано натуральное число – порядковый номер блока, к которому эта ячейка относится. Значения плотности для этих блоков передаются в командной строке через запятую без пробела. К примеру, для трех мантийных блоков: “3.3,3.5,3.1”. Другим переменным параметром является зависимость «скорость-плотность». Предполагается, что функция зависимости непрерывна и кусочно-линейна, поэтому она задается поточечно: “0=0,1.6=1.92,2.5=1.95,5=2.6,7.7=3.3,8.5=3.4”.

Результатом работы программы является число, равное среднеквадратическому отклонению расчетного гравитационного поля от модели с заданными параметрами от наблюдаемого. Это число выводится в стандартный поток вывода (консоль) и попадает в вызывающую программу.

## Заключение

### Итоги выполненного исследования

- Проведено обобщение метода локальных поправок для решения структурной задачи гравиметрии. Обобщенный метод имеет в ряде случаев бóльшую устойчивость по сравнению с оригинальной версией алгоритма. В частности, обосновано использование новой формулы метода для приповерхностных границ, позволяющее получить решение без использования регуляризации. Также показано, что выбор в качестве нулевого приближения поверхности с ненулевой кривизной вместо плоской асимптоты позволяет инициировать процесс подбора в требуемом (обусловленном априорной информацией) направлении. Метод был протестирован на модельных примерах, использовался и для интерпретации реальных данных.
- Разработаны вычислительные методы и алгоритмы, на основе которых создана последовательная методика построения трехмерных плотностных моделей. В качестве исходных данных выступают двумерные сейсмические разрезы вдоль профилей, которые преобразуются в соответствующие плотностные разрезы. Для заполнения межпрофильного пространства к полученному набору географически привязанных плотностных разрезов применяется процедура интерполяции, результатом которой является трехмерная плотностная модель. В отличие от принятого в практике структурно-картировочных и разведочных работ подхода, основанного на построении разломно-блоковых моделей, предложенная в диссертации методика позволяет получать градиентные модели распределения плотности.
- Разработан метод выделения блоков в верхней мантии на основании анализа распределения литостатического давления, для этих блоков производится



подбор значений плотности. При необходимости (для лучшего соответствия наблюдаемому полю) этот подбор можно совместить с уточнением зависимости «скорость-плотность» для коры региона. Также предложена методика использования аномалий литостатического давления для глубинного картирования тектонических структур.

- Разработаны компьютерные программы для решения различных задач в области гравиметрии и вспомогательные утилиты. Всё созданное программное обеспечение сведено в единый программный комплекс, использующий общие форматы файлов и подходы к построению интерфейса. Частью комплекса является ПО Linkate, позволяющее в частично-интерактивном режиме выполнять цепочки действий, включающие как вычислительные этапы, так и этапы преобразования данных.
- Часть разработанных программ портирована на многопроцессорные архитектуры (многопроцессорные системы, связанные посредством технологии MPI; видеокарты, поддерживающие технологии Nvidia CUDA и AMD ROCm). Оценено ускорение решения прямой задачи гравиметрии для различных графических карт при использовании одинарной и двойной точности чисел с плавающей запятой. Разработана библиотека для упрощения интеграции программ, предназначенных для суперкомпьютерных систем, в оболочку Linkate.
- Проведена интерпретация реальных геофизических данных для Урала и сопредельных территорий на планшетах различного размера и масштаба. Построены начальные трехмерные модели распределения плотности в земной коре и верхней мантии до глубины 80 км. С использованием гипотезы об изостазии на этой глубине проведено выделение однородных блоков в верхней мантии. Проведено сопоставление распределения аномального

литостатического давления на различных глубинах финальной модели с картами тектонического районирования. Показано, что тектонические структуры могут не просматриваться на срезах плотностной модели, однако параметры их глубины все-таки можно оценить по литостатическим аномалиям.

Разработанные в рамках диссертации технологии использовались в исследованиях в лаборатории математической геофизики Института геофизики им. Ю.П. Булашевича УрО РАН по государственному заданию и научных проектах РАН, РФФИ, РНФ при построениях моделей глубинного строения Урала и сопредельных территорий. В разные годы работы выполнялись для различных территорий Уральского региона на планшетах различного масштаба.

### **Рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы**

Среди дальнейших направлений развития описанных в диссертации идей можно выделить совершенствование методики подбора зависимости «скорость-плотность» для решения задачи не только в классе кусочно-линейных зависимостей, но и других.

Актуальным видится исследование возможности применения формулы метода локальных поправок в варианте (37) не только для приповерхностных границ, но и для более глубоких. Также требует дальнейшего исследования задача восстановления геометрии нескольких границ раздела. Существующие подходы предполагают либо введение весовых коэффициентов для ограничения вклада каждой поверхности в суммарное поле (что повлечет создание моделей из разноамплитудных, но геометрически подобных границ), либо использование заранее разделенных каким-либо образом по глубине гравитационных аномалий, соотнесенных с каждой границей, при этом алгоритмы разделения вносят дополнительную неопределенность в постановку задачи.

В плане развития программного обеспечения требуется эффективная параллельная реализация методов интерполяции, использующихся для построения трехмерных моделей на основе двухмерных разрезов: методов естественного и ближайшего соседей.

По некоторым описанным перспективным направлениям уже ведутся работы в лаборатории математической геофизики ИГФ УрО РАН и готовятся соответствующие публикации.

## Литература

1. Нумеров, Б. В. Интерпретация гравитационных наблюдений в случае одной контактной поверхности / Б. В. Нумеров. // ДАН СССР. – 1930. – Т. №21. – С. 569–574.
2. Tsuboi, C. Relations between gravity values and corresponding subteranean mass distribution / C. Tsuboi, T. Fushida. // Bull. of the Earthquake. – Res. Institute. Tokyo, 1937. – Vol. 15. – pp. 636–649.
3. Заморев, А. А. Исследование двухмерной обратной задачи потенциала / А. А. Заморев. // Изв. АН СССР. География и геофизика. – 1941. – №4/5. – С. 487–500.
4. Заморев, А. А. Об определении производных гравитационного потенциала и соотношений между моментами возмущающих масс по производной на плоскости. / А. А. Заморев. // Изв. АН СССР, Сер. Географ. и Геофиз. – 1939. – №3. – С. с.275–286.
5. Шванк, О. А. Интерпретация гравитационных наблюдений / О. А. Шванк, Е. Н. Люстих. // – Москва: Государственное научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1947. – С. 400.
6. Маловичко, А. К. Методы аналитического продолжения аномалий силы тяжести и их приложения к задачам гравиразведки / А. К. Маловичко. // – М., Гостоптехиздат, 1956. – С. 160.
7. Мудрецова, Е. А. Определение глубины залегания, формы, избыточной плотности и участка модуляции контактной поверхности / Е. А. Мудрецова, В. Г. Филлатов. // Прикладная геофизика. – 1975. – №Вып. 78. – С. 153–158.
8. Антонов, Ю. В. Определение границы раздела двух сред с различными плотностями по аномалиям силы тяжести / Ю. В. Антонов. // Разв. геофизика. – 1975. – Т. 69. – С. 108–114.

9. Антонов, Ю. В. Решение обратной задачи гравirazведки для двух контактных поверхностей / Ю. В. Антонов. // Разведочная геофизика. – 1978. – №81. – С. 75–81.

10. Цирульский, А. В. О некоторых свойствах комплексного логарифмического потенциала однородной области / А. В. Цирульский. // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. – 1963. – №7. – С. 1072–1075.

11. Цирульский, А. В. Функции комплексного переменного в теории и методах потенциальных геофизических полей / А. В. Цирульский. // – Свердловск: УрО АН СССР, 1990. – С. 136.

12. Страхов, В. Н. Об обратной задаче логарифмического потенциала для контактной поверхности / В. Н. Страхов. // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1974. – Т. №2. – С. 43-65.

13. Страхов, В. Н. К теории интерпретации двухмерных гравитационных аномалий от масс, распределенных по неограниченным областям / В. Н. Страхов. // Докл. АН СССР. – 1979. – Т. 248. – №8. – С. 1086–1089.

14. Страхов, В. Н. К теории структурной гравиметрии / В. Н. Страхов. // Прикладная геофизика. – 1972. – №68. – С. 119–138.

15. Кобрунов, А. И. Решение обратной задачи гравirazведки в классе плотностных границ с переменной плотностью на контакте / А. И. Кобрунов, Р. П. Денисюк. // Изв. Вузов. Геология и разведка. – 1982. – №9. – С. 108–117.

16. Гласко, В. Б. О восстановлении глубины и формы контактной поверхности на основе регуляризации / В. Б. Гласко, А. Х. Остромогильский, В. Г. Филатов. // ЖВММФ. – 1970. – №2. – С. 30–41.

17. Гласко, В. Б. О решении обратной задачи гравиметрии для контактной поверхности на основе метода регуляризации / В. Б. Гласко, Б. А. Володин, Е. А. Мудрецова, Н. Ю. Нефедова. // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1973. – Т. 10. – №5. – С. 1292–1297.

18. Чередниченко, В. Г. О разрешимости в малом обратной задачи логарифмического потенциала / В. Г. Чередниченко. // Дифф. уравнения. – 1975. – Т. 9. – №2. – С. 333–342.
19. Чередниченко, В. Г. Обратные задачи логарифмического потенциала с аналитической плотностью / В. Г. Чередниченко. // Дифф. уравнения. – 1973. – Т. 11. – №1. – С. 161–168.
20. Чередниченко, В. Г. Обратная задача для потенциала слоистых сред в двумерном случае / В. Г. Чередниченко. // Дифф. уравнения. – 1978. – Т. 14. – №1. – С. 140–147.
21. Старостенко, В. И. Обратная задача теории логарифмического потенциала для контактной поверхности. Интерпретация гравитационных и магнитных полей / В. И. Старостенко, Н. Н. Черная, А. В. Черный. // – Киев: Наукова Думка, 1992.
22. Заморев, А. А. Определение формы тела по производным внешнего гравитационного потенциала / А. А. Заморев. // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. – 1942. – №1-2.
23. Иванов, В. К. Интегральное уравнение обратной задачи логарифмического потенциала / В. К. Иванов. // ДАН СССР. – 1955. – Т. 105. – №3. – С. 409–411.
24. Голиздра, Г. Я. Особые точки аналитического продолжения гравитационного поля и их связь с формой возмущающих масс / Г. Я. Голиздра. // – Новосибирск: НГУ, 1966. – С. 560.
25. Страхов, В. Н. К теории обратной задачи логарифмического потенциала для контактной поверхности / В. Н. Страхов. // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1974. – №2. – С. 43–65.
26. Hadamard, J. Le probleme de Cauchy et les equations aux derivees partielles lineaires hyperboliques / J. Hadamard. // – Paris: Herman, 1932. – Vol. 220.

27. Иванов, В. К. О некорректно поставленных задачах / В. К. Иванов. // Матем. сб. – 1963. – №2. – С. 211–223.
28. Иванов, В. К. Об интегральных уравнениях Фредгольма первого рода / В. К. Иванов. // Дифференц. уравнения. – 1967. – №3:3. – С. 410–421.
29. Лаврентьев, М. М. О некоторых некорректных задачах математической физики / М. М. Лаврентьев. // – Новосибирск: Изд-во Сибирского отд-ния АН СССР, 1962.
30. Тихонов, А. Н. Об устойчивости обратных задач / А. Н. Тихонов. // Докл. АН СССР. – 1943. – №39, №5. – С. 195–198.
31. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. // – М.: Наука, 1979. – С. 286.
32. Цирульский, А. В. О единственности решения обратной задачи теории потенциала / А. В. Цирульский. // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1969. – №3.
33. Страхов, В. Н. Некоторые вопросы плоской задачи гравиметрии / В. Н. Страхов. // Изв. АН СССР, Физика Земли. – 1970. – №12. – С. 32–44.
34. Остромогильский, А. Х. О единственности определения плотности и формы тела в обратных задачах теории потенциала / А. Х. Остромогильский. // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1969. – Т. 10. – №2. – С. 352–361.
35. Остромогильский, А. Х. О единственности решения обратной задачи теории потенциала / А. Х. Остромогильский. // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1970. – Т. 9. – №5. – С. 1123–1126.
36. Никонова, Ф. И. Использование одного нового класса потенциалов для приближенного решения обратной задачи гравиразведки и магниторазведки / Ф. И. Никонова. // Прикладная геофизика. – 1978. – №93. – С. 153–164.

37. Никонова, Ф. И. Интерпретация гравитационных аномалий на основе классов потенциалов, для которых обратная задача разрешима в конечном виде / Ф. И. Никонова, А. В. Цирульский. // Изв. АН СССР, Физика Земли. – 1978. – №2. – С. 74–85.

38. Страхов, В. Н. Некоторые примеры эквивалентности и слабой единственности в плоской обратной задаче потенциала / В. Н. Страхов. // Изв. АН СССР, Физика Земли. – 1973. – №5. – С. 39–62.

39. Федорова, Н. В. Об обратной задаче для контактной поверхности / Н. В. Федорова, А. В. Цирульский. // Изв. АН СССР, Физика Земли. – 1978. – №3. – С. 38–47.

40. Федорова, Н. В. Экспресс-информация. Рег., разв. и промысл, геофизика. / Н. В. Федорова, А. В. Цирульский. – М.: ВИЭМС, 1979. – №1. – С. 14–24.

41. Федорова, Н. В. К вопросу о разрешимости обратной задачи логарифмического потенциала для контактной поверхности в конечном виде / Н. В. Федорова, А. В. Цирульский. // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1976. – Т. №10. – С. 61-71.

42. Булах, Е. Г. Автоматизированная система интерпретации гравитационных аномалий / Е. Г. Булах. // – Киев, Наукова думка, 1973.

43. Булах, Е. Г. О подборе аномальных источников гравитационного поля методом последовательных приращений модели / Е. Г. Булах, И. Н. Корчагин. // Доклады Академии наук Украинской ССР. Серия Б: Геологические, химические и биологические науки. – 1978. – №10. – С. 1059.

44. Булах, Е. Г. Прямые и обратные задачи гравиметрии для совокупности локальных объектов и построение аналитической модели исходного поля / Е. Г. Булах, И. В. Шиншин. // Доклады Национальной академии наук Украины. – 1999. – №1. – С. 112.



45. Бережная, Л. Т. Решение обобщённой обратной задачи гравиметрии для контактной поверхности / Л. Т. Бережная, М. А. Телепин. // Прикладная геофизика. – 1971. – №46. – С. 156–160.
46. Бережная, Л. Т. Решение прямой задачи гравиметрии для контактной поверхности с помощью преобразования спектра / Л. Т. Бережная, М. А. Телепин. // Прикладная геофизика. – 1965. – №65. – С. 110–125.
47. Овчаренко, А. В. Подбор сечения двухмерного тела по гравитационному полю / А. В. Овчаренко. // Вопросы нефтяной и рудной геофизики. – Алма-Ата: Изд-во Казахского политехн. ин-та, 1975. – №2. – С. 71–75.
48. Страхов, В. Н. Монтажный метод решения обратной задачи гравиметрии / В. Н. Страхов, М. И. Лапина. // ДАН. – 1976. – Т. 227. – №2. – С. 344–347.
49. Страхов, В. Н. Будущее теории интерпретации гравитационных аномалий / В. Н. Страхов. // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы 34-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского. Москва, 29 января – 3 февраля 2007 г. – 2007. – С. 233–238.
50. Страхов, В. Н. Три парадигмы в теории и практике интерпретации потенциальных полей (анализ прошлого и прогноз будущего) / В. Н. Страхов. // – М.: ОИФЗ РАН, 1999.
51. Кобрунов, А. И. К вопросу об интерпретации аномальных гравитационных полей методом оптимизации (трехмерная задача) / А. И. Кобрунов. // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1979. – №10. – С. 67–78.
52. Кобрунов, А. И. Анализ линейных приближений обратной задачи структурной гравиметрии / А. И. Кобрунов. // ДАН УССР. – 1982. – Т. Сер. Б. – №9. – С. 7–9.

53. Пруткин, И. Л. О приближенном решении трехмерных обратных задач гравиметрии и магнитометрии методом локальных поправок / И. Л. Пруткин. // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1983. – №1. – С. 53–58.

54. Пруткин, И. Л. О решении трехмерных структурных обратных задач гравиметрии методом локальных поправок / И. Л. Пруткин. // Геология и полезные ископаемые Урала: Тез. докл. VIII Уральской конференции молодых геологов и геофизиков. – 1983. – С. 64–65.

55. Пруткин, И. Л. О решении трехмерной обратной задачи гравиметрии в классе контактных поверхностей методом локальных поправок / И. Л. Пруткин. // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1986. – Т. №1. – С. 67–77.

56. Васин, В. В. О восстановлении трехмерного рельефа геологической границы по гравитационным данным / В. В. Васин, И. Л. Пруткин, Л. Ю. Тимерханова. // Физика Земли. – 1996. – №11. – С. 58–62.

57. Мартышко, П. С. Технология разделения источников гравитационного поля по глубине / П. С. Мартышко, И. Л. Пруткин. // Геофизический журнал. – 2003. – Т. Т.25, №3. – С. 159-168.

58. Prutkin, I. 3D inversion of gravity data by separation of sources and the method of local corrections: Kolarovo gravity high case study / I. Prutkin, P. Vajda, R. Tenzer, M. Bielik. // Journal of Applied Geophysics. – 2011. – Vol. 75. – No. 3. – pp. 472–478. – DOI 10.1016/j.jappgeo.2011.08.012.

59. Vajda, P. Inversion of temporal gravity changes by the method of local corrections: A case study from Mayon volcano, Philippines / P. Vajda, I. Prutkin, R. Tenzer, G. Jentsch. // Journal of Volcanology and Geothermal Research. – 2012. – Vol. 241-242. – pp. 13–20. – DOI 10.1016/j.jvolgeores.2012.06.020.

60. Мартышко, П. С. Об определении плотности в слоистой среде по гравитационным данным / П. С. Мартышко, Д. Е. Кокшаров. // Геофизический журнал. – 2005. – №4.

61. Кокшаров, Д. Е. Компьютерная технология обработки данных гравиразведки для решения задачи о распределении избыточной плотности в слое / Д. Е. Кокшаров. // Геофизика-2005. Пятая международная научно-практическая геолого-геофизическая конференция-конкурс молодых ученых и специалистов. Тезисы докладов. – СПбГУ, ВВМ, 2005.

62. Martyshko, P. S. On the construction of density sections using gravity data / P. S. Martyshko, D. E. Koksharov. // Extended Abstracts. 66th EAGE Conference & Exhibition. Paris. – 2004.

63. Глазнев, В. Н. Оценка мощности гравиактивного слоя земной коры Воронежского кристаллического массива / В. Н. Глазнев, О. М. Муравина, Т. А. Воронова, В. М. Холин. // Вестник ВГУ. - Сер. Геология. – 2014. – С. 78–84.

64. Глазнев, В. Н. Сейсмо-плотностная модель земной коры Воронежского кристаллического массива / В. Н. Глазнев, О. М. Муравина, А. И. Дубянский. // Материалы 42-ой сессии международного семинара им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. – Пермь: ИГФ УрО РАН, 2015. – С. 43–46.

65. Журавлева, О. И. Использование спектральных представлений для решения нелинейной структурной задачи гравиметрии / О. И. Журавлева. // Известия вузов. Геология и разведка. – 1990. – №7. – С. 106–113.

66. Кобрунов, А. И. Использование спектральных представлений для решения обратной задачи гравиразведки структурного типа (равномерная оптимизация) / А. И. Кобрунов, О. И. Журавлева. // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1991. – №5. – С. 47–58.

67. Васин, В. В. Метод Левенберга - Марквардта и его модифицированные варианты для решения нелинейных уравнений с приложением к обратной задаче гравиметрии / В. В. Васин, Г. Я. Пересторонина. // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2011. – Т. 17. – №2. – С. 53–61.

68. Akimova, E. N. Stable parallel algorithms for solving the inverse gravimetry and magnetometry problems / E. N. Akimova, V. V. V. // International Journal for Engineering Modelling. – 2004. – Vol. 17. – No. 1-2. – pp. 13–19.

69. Akimova, E. On solving the three-dimensional structural gravity problem for the case of a multilayered medium by the componentwise Levenberg-Marquardt method / E. Akimova, A. Skurydina. // 15th EAGE International Conference on Geoinformatics - Theoretical and Applied Aspects. – European Association of Geoscientists & Engineers, 2016. – Vol. 2016. – No. 1. – pp. 1-5. – DOI <https://doi.org/10.3997/2214-4609.201600505>.

70. Akimova, E. N. Memory efficient algorithm for solving the inverse gravimetry problem of finding several boundary surfaces in multilayered medium / E. N. Akimova, V. E. Misilov, M. A. Sultanov, R. Zh. Turebekov. // AIP Conference Proceedings. – 2019. – Vol. 2183. – No. 1. – p. 070006. – DOI 10.1063/1.5136168.

71. Шефер, У. Монтажный метод решения совмещенной обратной задачи гравиметрии и магнитометрии / У. Шефер, Т. В. Балк. // ДАН. – 1992. – №1. – С. 79–83.

72. Балк, Т. В. Интерпретация гравитационных и магнитных полей / Т. В. Балк. – Киев: Наукова думка, 1992. – С. 82–91.

73. Балк, П. И. Сеточные модели плотностной среды и опыт их применения при прослеживании дифференцированных интрузий по данным гравиразведки / П. И. Балк, А. С. Долгаль, Т. В. Балк. // Геология и геофизика. – 1993. – №5. – С. 127.

74. Долгаль, А. С. О возможности развития монтажного подхода к решению обратной задачи гравиметрии в классе трехмерных моделей источников поля / А. С. Долгаль, Л. А. Христенко. // Горное эхо. – 2007. – №1 (27). – С. 32–37.

75. Долгаль, А. С. Использование метода конечных элементов при интерпретации данных гравirazведки и магниторазведки / А. С. Долгаль, П. И. Балк, А. Г. Деменев, А. В. Мичурин, П. Н. Новикова, В. А. Рашидов, Л. А. Христенко, А. Ф. Шархимуллин. // Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле. – 2012.

76. Голиздра, Г. Я. О комплексной интерпретации гравитационного и сейсмического полей / Г. Я. Голиздра. // ДАН УССР. – 1975. – Т. Сер. Б. – №12. – С. 1065–1068.

77. Булах, Е. Г. Применение метода минимизации для решения задачи структурной геологии по данным гравirazведки / Е. Г. Булах, В. А. Ржаницын, М. Н. Маркова. // – Киев: Наукова думка, 1976. – С. 220.

78. Глазнев, В. Н. Об одном подходе к построению согласованной модели земной коры / В. Н. Глазнев. // Изучение литосферы геофизическими методами. Электромагнитные методы, геотермия, комплексная интерпретация. – Киев. Наукова Думка., 1987. – С. 228–235.

79. Кобрунов, А. И. К теории комплексной интерпретации / А. И. Кобрунов. // Геофизический журнал. – 1980. – Т. т.2. – №2. – С. 31–39.

80. Мотрюк, Е. Н. Развитие теории и методов объемной реконструкции плотностных моделей сложнопостроенных геологических сред [Текст] : дис. ... канд. тех. наук : 25.00.10 : защищена 05.11.2004 / Мотрюк Екатерина Николаевна. – Ухта: УГТУ, 2004. – 149 С.

81. Мужикова, А. В. Методика и технология объемного структурно-плотностного моделирования среды по гравиметрическим данным и их использование при решении задач прогноза плотностных характеристик Тимано-

Печорского и Баренцевоморского осадочных бассейнов [Текст] : дис. ... канд. тех. наук : 25.00.10 : защищена 26.11.2004 / Мужикова Александра Владимировна. – Ухта: УГТУ, 2004. – 134 С.

82. Шилова, С. В. Методика и технология интегрированной комплексной интерпретации сейсмограмметрических данных для решения задач нефтегазовой геологии [Текст] : дис. ... канд. тех. наук : 25.00.10 : защищена 05.11.2004 / Шилова Светлана Владимировна. – Ухта: УГТУ, 2004. – 150 С.

83. Мишенькина, З. Р. Численные методы в сейсмических исследованиях / З. Р. Мишенькина, И. Ф. Шелудько, С. В. Крылов. – Новосибирск: Наука, 1983. – С. 140–152.

84. Крылов, С. В. Детальные сейсмические исследования литосферы на Р- и S-волнах. / С. В. Крылов, Б. П. Мишенькин, З. Р. Мишенькина, Г. В. Петрик, В. Н. Сергеев, И. Ф. Шелудько, Е. Н. Тен, Ю. В. Кульчинский, М. М. Мандельбаум, В. С. Селезнев, В. М. Соловьев, В. Д. Суворов. // – Новосибирск: ВО “НАУКА”, 1993.

85. Sjöberg, L. E. On Moho Determination by the Vening Meinesz-Moritz Technique / L. E. Sjöberg, M. Abrehdary. – IntechOpen, 2021. – DOI 10.5772/intechopen.97449.

86. Shapiro, N. M. Monte-Carlo inversion for a global shear-velocity model of the crust and upper mantle / N. M. Shapiro, M. H. Ritzwoller. // Geophysical Journal International. – 2002. – Vol. 151(1). – pp. 88–105.

87. Meier, U. a. C. A. Global crustal thickness from neural network inversion of surface wave data / U. a. C. A. Meier, J. Trampert. // Geophysical Journal International. – 2007. – No. 169(2). – pp. 706–22.

88. Laske, G. Update on CRUST1.0 – A 1-degree global model of Earth’s crust. / G. Laske, G. Masters, Z. Ma, M. Pasyanos. // Geophys. res. abstr. – 2013. – Vol. 15 ( Apr). – p. 2658.

89. Bassin, C. The Current Limits of Resolution for Surface Wave Tomography in North America / C. Bassin, G. Laske, G. Masters. // EOS Trans AGU. – 2000. – Vol. 81. – No. 897.
90. Артемьев, М. Е. Изостазия и тектоника / М. Е. Артемьев, Е. В. Артюшков. // Изв. АН СССР. – 1967. – №5. – С. 41–56.
91. Артемьев, М. Е. Изостазия территории СССР / М. Е. Артемьев. // – Москва, Наука, 1975.
92. Артемьев, М. Е. Результаты редуцирования аномалий силы тяжести в Северной Атлантике / М. Е. Артемьев, Т. М. Бабаева, И. Е. Войдецкий. – М., ВИНТИ, 1980.
93. Артемьев, М. Е. Изостатическая модель литосферы северной Евразии / М. Е. Артемьев, В. А. Кучериненко, М. К. Кабан, Т. М. Бабаева, И. Е. Войдецкий, А. Н. Грушинский. – 1992. – №3. – С. 3–14.
94. Дружинин, В. С. Разработка методики объемного моделирования верхней части литосферы Урала / В. С. Дружинин, Ю. С. Каретин, И. И. Начапкин, Б. А.Н. // Уральский геофизический вестник. – 2000. – №1. – С. 56–60.
95. Дружинин, В. С. Использование результатов геофизических исследований на региональных профилях / В. С. Дружинин, Ю. С. Каретин, Н. И. Начапкин, А. Н. Бахвалов. // Разведка и охрана недр. – 2000. – №2. – С. 2–6.
96. Дружинин, В. С. К вопросу об оценке эффективности подземной геофизической информации по данным бурения сверхглубоких скважин, расположенных в районе геотраверса «Гранит» / В. С. Дружинин, Ю. С. Каретин, И. Д. Песковский, Т. В. Кашубина, В. Ю. Осипов. // Уральский геофизический вестник. – 2003. – №5. – С. 24–34.
97. Дружинин, В. С. Знание строения земной коры один из факторов эффективного прогноза поисков месторождений углеводородов / В. С. Дружинин,

Н. И. Начапкин, В. Ю. Осипов. // Уральский геофизический вестник. – 2009. – №1. – С. 30–36.

98. Чуйкова, Н. А. Изостатическое равновесие коры и верхней мантии Земли / Н. А. Чуйкова, Т. Г. Максимова. // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. – 2003. – №4. – С. 64–72.

99. Осипов, В. Ю. Методика и результаты региональных геофизических исследований строения доюрского фундамента в приуральской части Западной Сибири [Текст] : дис. ... канд. геол.-мин. наук : 25.00.10 : защищена 29.04.2010 / Осипов Вячеслав Юрьевич. – Екатеринбург: ИГФ УрО РАН, 2010. – 148 С.

100. Дружинин, В. С. Опыт глубинных сейсмических зондирований на Урале / В. С. Дружинин, С. Н. Кашубин, Л. В. Сивкова, В. И. Вальчак, Т. В. Кашубина. // – Свердловск, НТО Горное, 1982. – С. 72.

101. Романюк, Т. В. Академик В.Н. Страхов. Геофизик и математик / Т. В. Романюк. – М. Наука, 2012. – С. 118–143.

102. Ладынин, А. В. Физические свойства горных пород / А. В. Ладынин. // – Новосибирск, Изд-во Новосиб. ун-та, 2010. – С. 110.

103. Кабан, М. К. Гравитационная модель коры и верхней мантии Северной Евразии. 1. Мантийные и изостатические аномалии силы тяжести / М. К. Кабан. // Российский журнал наук о Земле. – 2001. – Т. 3. – №2. – С. 143–163.

104. Павленкова, Н. И. Комплексные геофизические модели литосферы Сибири / Н. И. Павленкова, Т. В. Романюк. // Геология и геофизика. – 1991. – №5. – С. 98–109.

105. Мартышко, П. С. Построение региональных геофизических моделей на основе комплексной интерпретации гравитационных и сейсмических данных / П. С. Мартышко, И. В. Ладовский, А. Г. Цидаев. // Физика Земли. – 2010. – №11. – С. 23–35.



106. Мартышко, П. С. Скоростные и плотностные разрезы верхней части литосферы североуральского сегмента / П. С. Мартышко, А. Г. Цидаев, В. В. Колмогорова, И. В. Ладовский, Д. Д. Бызов. // Физика Земли. – С. 12–25. – DOI 10.31857/S0002333722030048.

107. Ладовский, И. В. Плотностная модель литосферы среднеуральского сегмента / И. В. Ладовский, П. С. Мартышко, А. Г. Цидаев, В. В. Колмогорова, Д. Д. Бызов. // Физика Земли. – С. 62–77. – DOI 10.31857/S0002333723020084.

108. Мартышко, П. С. Теория и методы комплексной интерпретации геофизических данных / П. С. Мартышко, И. В. Ладовский, Н. В. Федорова, Д. Д. Бызов, А. Г. Цидаев. // – Екатеринбург: УрО РАН, 2016. – 94 С. – ISBN 978-57691-2463-1.

109. Страхов, В. Н. О проблеме параметризации в обратных задачах гравиметрии / В. Н. Страхов. // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1978. – №6. – С. 39–49.

110. Старостенко, В. И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии / В. И. Старостенко. // – Киев: «Наукова думка», 1978. – С. 228.

111. Гравиразведка. Справочник геофизика. / под ред. Е. А. Мудрецово́й, К. Е. Веселова. // – Москва: «Недра», 1990. – С. 607.

112. Мартышко, П. С. Применение сеточных функций в задачах трехмерного плотностного моделирования / П. С. Мартышко, И. В. Ладовский, В. В. Колмогорова, А. Г. Цидаев, Д. Д. Бызов. // Уральский геофизический вестник. – 2012. – №1 (19). – С. 30–34.

113. Мартышко, П. С. О комплексной интерпретации гравитационных и сейсмических данных при построении региональных геолого-геофизических моделей / П. С. Мартышко, И. В. Ладовский, А. Г. Цидаев. // Уральский геофизический вестник. – 2009. – №1 (14). – С. 37–43.

114. Мартышко, П. С. Методика сейсмо-плотностного моделирования верхней части литосферы по "сеточной" технологии / П. С. Мартышко, И. В. Ладовский, В. В. Колмогорова, А. Г. Цидаев, Д. Д. Бызов. // Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле земли, интерпретация геофизических полей. Шестые научные чтения памяти Ю.П. Булашевича. Материалы конференции. – Екатеринбург: УрО РАН, 2011. – С. 246–248.

115. Федорова, Н. В. Магнитная модель северо-восточной части Европы / Н. В. Федорова, В. В. Колмогорова, А. Л. Рублев, А. Г. Цидаев. // Геофизические исследования. – 2013. – Т. 14. – С. 25–37.

116. Martyshko, P. S. Grid algorithms for 3d density modeling / P. S. Martyshko, I. V. Ladovskii, V. Y. Osipov, D. D. Byzov, A. G. Tsidaev. // Geofizika. – 2013. – Vol. 41. – No. 1. – pp. 41–47.

117. Ладовский, И. В. Методика и результаты объемного сейсмоплотностного моделирования глубинного строения земной коры и верхней мантии на примере Среднеуральского сегмента / И. В. Ладовский, П. С. Мартышко, В. С. Дружинин, Д. Д. Бызов, А. Г. Цидаев, В. В. Колмогорова. // Уральский геофизический вестник. – 2013. – №2 (22). – С. 31–45.

118. Бызов, Д. Д. Методика построения 2D плотностной модели верхней мантии с учетом условия изостатической компенсации на глубине / Д. Д. Бызов, А. Г. Цидаев. // Уральский геофизический вестник. – 2015. – №1 (25). – С. 33–36.

119. Бызов, Д. Д. Методика уточнения плотностной 3D модели верхней мантии с учетом условия изостатической компенсации на глубине / Д. Д. Бызов, А. Г. Цидаев. // Геофизические методы исследования Земли и ее недр. Материалы международной научно - практической конкурс-конференции молодых специалистов. – Санкт-Петербург, 2015.

120. Martyshko, P. S. 2D and 3D Density Block Models Creation Based on Isostasy Usage / P. S. Martyshko, I. V. Ladovskii, D. D. Byzov, A. G. Tsidaev. // CEUR Workshop Proceedings. – 2017. – Vol. 1814. – pp. 1–9.

121. Martyshko, P. Density block models creation based on isostasy usage // International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management / P. Martyshko, I. Ladovskii, D. Byzov, A. Tsidaev. // International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM. – 2017. – Vol. 17(14). – pp. 85–92.

122. Martyshko, P. Density Earth's crust models creation using gravity and seismic data / P. Martyshko, I. Ladovskii, D. Byzov, A. Tsidaev. // International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM. – 2018. – Vol. 18(1.1). – pp. 749–754.

123. Tsidaev, A. Parallel Algorithm for Natural Neighbor Interpolation / A. Tsidaev. // CEUR Workshop Proceedings. – 2016. – Vol. 1729. – pp. 78–83.

124. Ладовский, И. В. Опыт построения трехмерной сейсмоплотностной модели по скоростным разрезам ГСЗ / И. В. Ладовский, П. С. Мартышко, Н. В. Федорова, В. В. Колмогорова. // Уральский геофизический вестник. – 2016. – №2. – С. 108–120.

125. Колмогорова, В. В. Результаты моделирования глубинного строения земной коры по уральской части геотраверса Кварц / В. В. Колмогорова, Н. В. Федорова. // Геофизика. – 2015. – №6. – С. 61–67.

126. Федорова, Н. В. Геофизические модели строения земной коры по Красноленинскому профилю / Н. В. Федорова, В. В. Колмогорова, И. В. Ладовский. // Уральский геофизический вестник. – 2010. – №1(16). – С. 59–68.

127. Семенов, Б. Г. Земная кора и полезные ископаемые Урала / Б. Г. Семенов. – Екатеринбург: УИФ Наука, 1993. – С. 61–69.

128. Martyshko, P. 3D density models construction method for layered media / P. Martyshko, D. Byzov, I. Ladovskiy, A. Tsidaev. // International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM 2015. – 2015. – Vol. #1 (2). – pp. 425–432.

129. Дружинин, В. С. Карта доюрских вещественных комплексов северо-западной части Западно-Сибирской равнины на основе объемной модели земной коры / В. С. Дружинин, В. В. Колмогорова, Н. И. Начапкин, В. Ю. Осипов, А. М. Брехунцов, И. И. Нестеров, И. А. Плесовских. // Отечественная геология. – 2009. – Т. 1. – С. 104-112.

130. Martyshko, P. S. 3D Density Model Construction For Timan-Pechora Region / P. S. Martyshko, I. V. Ladovsky, A. G. Tsydaev, D. D. Byzov. // XIVth International Conference - Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects. – 2015.

131. Дружинин, В. С. Строение верхней части литосферы и нефтегазоносность недр Уральского региона / В. С. Дружинин, П. С. Мартышко, Н. И. Начапкин, О. В. Ю. // – Екатеринбург: ИГФ УрО РАН, 2014.

132. Дружинин, В. С. Сейсмическая модель земной коры и строение переходного коромантийного комплекса Северного Урала в районе Красноленинского профиля ГСЗ / В. С. Дружинин, В. В. Колмогорова, М. Я. Алиевский, И. В. Ладовский, Н. И. Начапкин, В. Ю. Осипов. // Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей. Четвертые научные чтения памяти Ю.П. Булашевича. – Екатеринбург: ИГФ УрО РАН, 2007. – С. 41–44.

133. Удоратин, В. В. Сейсмичность Европейской северо-восточной России и методика динамического мониторинга для изучения ее природы / В. В. Удоратин, П. С. Мартышко, А. В. Овчаренко, И. А. Угрюмов. // Вестник Института геологии Коми НЦ УрО РАН. – 2012. – №10. – С. 8–13.

134. Цидаев, А. Г. Алгоритм определения регрессионной зависимости между значениями скорости продольных волн и плотности горных пород земной коры на примере Тимано-Печорской плиты / А. Г. Цидаев, Н. В. Кошелева. // Уральский геофизический вестник. – 2014. – №2 (24). – С. 70–74.

135. Martyshko, P. S. Grid joint seismic and density modeling technique for upper lithosphere / P. S. Martyshko, I. V. Ladovskiy, V. V. Kolmogorova, A. G. Tsidaev. // Геоинформатика. – 2012.

136. Фадеева, Н. В. Аномалия литостатических нагрузок верхней части литосферы Тимано-Печорской плиты / Н. В. Фадеева, А. Г. Цидаев. // Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей. Материалы конференции. – Екатеринбург, 2013. – С. 284–287.

137. Martyshko, P. S. Gravity Data Inversion with Method of Local Corrections for Finite Elements Models / P. S. Martyshko, I. V. Ladovskii, D. D. Byzov, A. G. Tsidaev. // Geosciences. – 2018. – Vol. 8. – No. 10. – DOI 10.3390/geosciences8100373.

138. Martyshko, P. S. Forward gravity problem solution optimization for the finite elements approach / P. S. Martyshko, I. V. Ladovskii, D. D. Byzov, A. G. Tsidaev. // AIP Conference Proceedings. – 2017. – Vol. 1863.

139. Martyshko, P. S. On stable solution of 3D gravity inverse problem // AIP Conference Proceedings / P. S. Martyshko, I. V. Ladovskii, D. D. Byzov, A. G. Tsidaev. // AIP Conference Proceedings. – 2017. – Vol. 1863.

140. Дружинин, В. С. Построение структурно устойчивых моделей динамики больших космических конструкций по данным лётных испытаний / В. С. Дружинин, А. В. Егоркин, С. Н. Кашубин. // Доклады Академии наук СССР. – Akademizdatcenter Nauka, 1990. – Т. 315. – №5. – С. 1089–1090. – DOI 10.7868/s0869565217150038.

141. Егоркин, А. В. Глубинное строение территории СССР / А. В. Егоркин. – М.: Наука, 1991. – С. 67–95.

142. Романюк, Т. В. Сейсмоплотностное моделирование коры и верхней части мантии вдоль геотраверса “КВАРЦ” / Т. В. Романюк. // Физика Земли. – 1995. – №9. – С. 11–23.

143. Дружинин, В. С. Решение задач региональной геологии среднего сегмента Уральского региона на основе объёмной геолого-геофизической модели верхней части литосферы / В. С. Дружинин, П. С. Мартышко, Н. И. Начапкин, В. Ю. Осипов. // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. – 2012. – Т. 1. – С. 32–41.

144. Цидаев, А. Г. Об одном методе решения линейной обратной задачи гравиметрии / А. Г. Цидаев, Н. В. Фадеева, Д. Д. Бызов. // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей: Материалы 38-й сессии Международного семинара имени Д.Г. Успенского. Пермь, 24-28 января 2011г. – Пермь: ГИ УрО РАН, 2011. – С. 288–291.

145. Цидаев, А. Г. Опыт построения трехмерных плотностных моделей по сейсмическим данным / А. Г. Цидаев. // Двенадцатая уральская молодежная научная школа по геофизике: Сборник науч. материалов. – Пермь, ГИ УрО РАН, 2011. – С. 280–283.

146. Дружинин, В. С. Новая региональная карта тектоники консолидированного фундамента осадочных бассейнов и приповерхностных складчатых структур Уральского региона / В. С. Дружинин, В. М. Рыбалка, И. Д. Соболев. // Доклады Академии наук. – 1974. – №10. – С. 12–55. – DOI 10.7868/s0869565217190136.

147. Мартышко, П. С. Схематическое тектоническое районирование Уральского региона на основе разработанных алгоритмов и методики создания объёмной геофизической модели верхней части литосферы / П. С. Мартышко, В. С. Дружинин, Н. И. Начапкин, И. В. Ладовский, Д. Д. Бызов, В. Ю. Осипов, А. Г. Цидаев. // Литосфера. – 2012. – №4. – С. 208–218.

148. Бызов, Д. Д. О способе построения плотностных моделей слоисто-неоднородных сред / Д. Д. Бызов, В. В. Колмогорова, И. В. Ладовский, П. С. Мартышко, А. Г. Цидаев. // Уральский геофизический вестник. – 2015. – №1 (25). – С. 24–32.

149. Tsidaev, A. G. Software for 3D density models construction using 2D seismic data / A. G. Tsidaev. // Геоинформатика. – 2012.

150. Tsidaev, A. G. The parallel algorithm for the gravity structural direct problem solution on the GPU / A. G. Tsidaev. // XIVth International Conference - Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects. – 2015.

151. Tsidaev, A. CUDA Parallel Algorithms for Forward and Inverse Structural Gravity Problems / A. Tsidaev. // CEUR Workshop Proceedings. – 2015. – Vol. 1513. – pp. 50–56.

152. Tsidaev, A. Effectiveness comparison between CUDA and ROCm technologies of GPU parallelization for gravity field calculation / A. Tsidaev. // AIP Conference Proceedings. – 2023. – Vol. 2849. – No. 1. – p. 190016. – DOI 10.1063/5.0162218.

153. Mueller-Bady, R. Multijob: A Framework for efficient Distribution of Evolutionary Algorithms for Parameter Tuning / R. Mueller-Bady, I. Medina-Bulo, M. Kappes, L. Atkinson. // Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion. – 2017. – p. 1231–1238. – DOI 10.1145/3067695.3082476.

154. Taylor, I. J. Workflows for E-Science: Scientific Workflows for Grids / I. J. Taylor, E. Deelman, D. B. Gannon, M. Shields. // – Springer Publishing Company, Incorporated, 2014. – ISBN 1849966192. – DOI 10.5555/2655383.

155. Tsidaev, A. Controlling the execution steps of data processing algorithm with visual workflow / A. Tsidaev. // AIP Conference Proceedings. – 2019. – Vol. 2116. – No. 1. – p. 390018. – DOI 10.1063/1.5114413.

156. Кормен, Т. Х. Алгоритмы. Построение и анализ / Т. Х. Кормен, Ч. И. Лейзерсон, Р. Л. Ривест, К. Штайн. // – М.: Вильямс, 2019. – ISBN 978-5-907114-11-1.

157. Tsidaev, A. .NET library for seamless remote execution of supercomputing software / A. Tsidaev. // CEUR Workshop Proceedings. – 2017. – Vol. 1990. – pp. 79–83.

158. Tsidaev, A. G. GPU optimized software for forward and inverse gravity problems solution for contact boundary between two layers / A. G. Tsidaev. // AIP Conference Proceedings. – 2020. – Vol. 2293. – DOI 10.1063/5.0027740.