

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»
Уральский энергетический институт
Кафедра «Автоматизированные электрические сети»

На правах рукописи



Баннких Павел Юрьевич

**РАЗВИТИЕ ПОТОКОВОЙ МОДЕЛИ УСТАНОВИВШИХСЯ
РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ В ТРЕХФАЗНОМ И
ОДНОЛИНЕЙНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ**

05.14.02 – Электрические станции и электроэнергетические системы

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор
Паздерин Андрей Владимирович

Екатеринбург – 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ В ФАЗНЫХ КООРДИНАТАХ.....	13
1.1 Общий подход к описанию моделей в трехфазном представлении	13
1.2 Трехфазная модель линии электропередачи	14
1.3 Трехфазная модель трансформатора.....	21
1.4 Моделирование генерирующих установок	36
1.4.1 Моделирование синхронных генераторов	36
1.4.2 Моделирование установок малой и распределённой генерации	38
1.5 Моделирование нагрузок	40
1.6 Получение однолинейных параметров из трехфазных.....	41
1.7 Выводы по главе 1.....	42
ГЛАВА 2. МЕТОДЫ РАСЧЁТА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ В ТРЕХ ФАЗАХ	44
2.1 Уравнения узловых напряжений в трехфазной постановке	44
2.1.1 Трехфазная матрица проводимости	44
2.1.2 Модификации УУН для расчёта установившихся режимов в трех фазах.....	46
2.1.3 Способы ускорения расчёта установившихся режимов в трех фазах на основе УУН.....	49
2.2 Метод Z-матрицы.....	53
2.3 Метод прямого-обратного хода.....	56
2.4 Методы, использующие альтернативные векторы переменных.....	60
2.5 Выводы по главе 2.....	62
ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ В ТРЕХ ФАЗАХ НА ОСНОВЕ ПОТОКОВОЙ МОДЕЛИ	63
3.1 Однолинейная потоковая модель установившегося режима	64
3.1.1 Математическая постановка задачи.....	64
3.1.2 Ускорение расчёта установившегося режима на основе потоковой модели	70

3.2	Трехфазная потоковая модель установившегося режима.....	78
3.2.1	Развитие однолинейной потоковой модели для расчёта установившихся режимов в трех фазах	78
3.2.2	Моделирование трансформаторов с группой соединения звезда-треугольник в потоковой модели	81
3.2.3	Выводы формул для трехфазной потоковой модели	84
3.3	Программная реализация расчёта установившегося режима в трех фазах ...	88
3.4	Численный пример сравнения однолинейных и трехфазных расчетов установившихся режимов	89
3.5	Анализ сходимости трехфазной потоковой модели.....	93
3.6	Выводы по главе 3.....	97
ГЛАВА 4. ГИБРИДНАЯ ТРЕХФАЗНО-ОДНОЛИНЕЙНАЯ ПОТОКОВАЯ МОДЕЛЬ		99
4.1	Развитие информационно-измерительных систем	99
4.2	Математическое описание гибридной трехфазно-однолинейная потоковой модели	101
4.3	Гибридная трехфазно-однолинейная потоковая модель в задаче расчёта установившихся режимов	103
4.4	Гибридная трехфазно-однолинейная потоковая модель в задаче оценивания состояния.....	105
4.5	Выводы по главе 4.....	111
ЗАКЛЮЧЕНИЕ		113
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....		115
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....		116
ПРИЛОЖЕНИЕ А. СВИДЕТЕЛЬСТВА О ГОСУДАРСТВЕННОЙ РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММ ДЛЯ ЭВМ		127

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы

Одной из основных современных тенденций в развитии электроэнергетических систем является переход к концепции интеллектуальных сетей (Smart Grid). «Внедрение интеллектуальных систем управления электросетевым хозяйством на базе цифровых технологий» – один из пунктов Указа Президента Российской Федерации от 7 мая 2018 года № 204 «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года» [1].

Современные IT-технологии для построения цифровых интеллектуальных сетей внедряются не только на уровне высоковольтных электрических сетей, где задачи мониторинга и управления технологическим процессом решаются уже многие десятилетия, но и на уровне распределительных сетей 6-35 кВ. До недавнего времени распределительные сети работали в пассивном режиме одностороннего электроснабжения потребителей от источников питания. С внедрением распределенной генерации и технологий Smart Grid усложнились режимы работы этих сетей, но появились возможности по управлению и оптимизации режимов их работы. Это требует разработки математической модели режима работы электрической сети в трехфазной постановке, так как степень несимметрии в распределительных сетях весьма высока. Проблема усложняется тем, что существующие средства измерения таких режимных параметров, как токи, напряжения и мощности, были ориентированы на однолинейную модель установившегося режима без учета фазной несимметрии. В настоящее время эти измерения активно заменяются трехфазными, но процесс такой замены может потребовать нескольких лет.

Полный переход на трехфазное моделирование установившихся режимов работы электрических сетей не требуется, поскольку в сетях высоких классов напряжения несимметрия практически отсутствует. По этой причине актуальна разработка режимной модели, совмещающей возможность расчета режима для

части сети в однолинейном представлении, а для остальной части – в трехфазном представлении.

Традиционные алгоритмы расчета и анализа установившихся электрических режимов опираются на однолинейное представление сети [2]. В основе однолинейного представления сети лежит допущение, что все элементы схем замещения симметричны, нагрузки представляются суммарным значением мощностей всех трех фаз. Подобное допущение будет приводить к погрешности вычисления режимных параметров. Обзор публикаций свидетельствует, что в высоковольтных сетях уровни несимметрии по обратной последовательности могут достигать 6...7 % [3]. В низковольтных распределительных сетях несимметрия является неотъемлемым свойством режимов работы. Из этого следует необходимость применения методов анализа несимметричных режимов для получения точного математического представления энергосистем.

На сегодняшний день существует два базовых подхода для анализа несимметричных режимов – это метод фазных координат и метод симметричных составляющих. Метод симметричных составляющих хорошо теоретически проработан и широко представлен в литературе [4]–[6]. Этот метод требует меньших объемов памяти для программной реализации по сравнению с методом фазных координат. Размерность решаемой системы уравнений для симметричных составляющих меньше по сравнению с расчетами в фазных координатах. При современном уровне развития вычислительной техники эти преимущества уже не существенны.

В основе метода симметричных составляющих лежит принцип, что несимметрия рассматривается только в одной точке сети (как правило это точка короткого замыкания или обрыва). Схемы прямой, обратной и нулевой последовательности связаны только в точке возмущения, в остальном они независимы. Стандартный алгоритм не позволяет рассматривать более одного возмущения в схеме. При рассмотрении многократных несимметрий данный метод значительно усложняется [7]. Метод не позволяет учесть несимметрию элементов

схемы замещения. Кроме того, в методе симметричных составляющих отсутствует возможность учета неполнофазных ответвлений от трехфазной сети.

При этом практически невозможно при разработке моделей и алгоритмов использовать только фазные координаты и игнорировать метод симметричных составляющих, так как: разработана огромная теоретическая база и накоплен огромный практический опыт, связанный с методом симметричных составляющих.

При рассмотрении режимов в фазных координатах наибольшее распространение получили уравнения узловых напряжений в форме баланса мощности [8], [9]. Это можно объяснить тем, что при наличии проработанного теоретического подхода для однолинейных схем логично перенести его на модели в фазных координатах. При этом существуют проблемы плохой сходимости данного метода.

Кроме уравнений узловых напряжений для расчётов режимов в фазных координатах может применяться метод прямого-обратного хода. Алгоритм хорошо адаптирован к расчёту радиальных сетей и подходит для классических конфигураций распределительных сетей. Основным недостатком данного метода является сложность учета замкнутых контуров и узлов генерации.

В распределительных сетях отношение активного сопротивления к реактивному R/X значительно выше, чем в сетях высокого напряжения. Это приводит к проблемам сходимости уравнений узловых напряжений и неприменимости быстрых разделённых методов для ускорения расчёта. В распределительных сетях начинают появляться генерирующие установки, что в свою очередь приводит к появлению замкнутых контуров и реверсивных потоков мощности.

В диссертационной работе исследуется трехфазная модель установившегося режима на основе потоковой модели (ПМ). Однолинейная потоковая модель для расчёта и оценивания состояния установившегося режима была разработана на основе задачи энергораспределения на кафедре автоматизированных электрических систем УрФУ. В отличие от классических уравнений узловых

напряжений, где в качестве неизвестных величин используются напряжения в комплексной форме, ПМ в качестве расчетных (искомых) переменных использует активные и реактивные потоки мощности ветвей и модули узловых напряжений. Эта особенность меняет ряд вычислительных аспектов. Расчёты на основе потоковой модели обладают высокой сходимостью, не зависящей от отношения R/X . Кроме того, могут быть учтены ветви с нулевыми сопротивлениями без алгоритмических изменений и проблем численной неустойчивости, которые присущи классическим уравнениям узловых напряжений. Автором предложены способы учета генерирующих узлов с фиксированным напряжением и замкнутых контуров, что позволяет учесть современные особенности распределительных сетей.

Несимметрия, как правило, увеличивается с понижением класса напряжения и с приближением к узлам нагрузки. Современные информационно-измерительные системы, установленные в распределительных сетях, позволяют получать измерения фазных величин (токов, напряжений и мощностей). Однако в эксплуатации находятся и устаревшие информационно-измерительные системы, которые передают только усреднённые по трем фазам измерения. Кроме того, в трехфазной сети могут присутствовать однофазные и двухфазные ответвления, которые необходимо учитывать. Весь этот массив информации должен присутствовать в модели установившегося режима. При этом в системообразующей сети высокого напряжения применение детальных трехфазных моделей ограничено. Причинами для этого могут являться следующие факторы:

- малый уровень несимметрии;
- традиционная ориентированность подразделений энергетических предприятий, занимающихся расчётами установившихся режимов, на однолинейные модели электрической сети;
- полное или частичное отсутствие трехфазных измерений электрических параметров, при наличии однолинейных измерений.

Представленная в диссертационной работе математическая модель позволяет производить расчёт электрического режима сети, причем часть фрагментов сети находится в трехфазном представлении, а часть – в однолинейном. Модель получила название «гибридная трехфазно-однолинейная модель» (ГТО модель). Она позволяет в рамках одной вычислительной процедуры объединить расчёт режима электрической сети в трехфазном и однолинейном представлении. Это дает возможность использовать трехфазную модель только в тех фрагментах сети, где присутствует несимметрия, имеются трехфазные измерения и целесообразен расчёт фазных величин.

Одной из основных областей применения разработанной модели являются SCADA системы. В SCADA системах происходит сбор и анализ измерений электрических параметров. Кроме того, в современных SCADA системах начинают появляться расчётные модули, которые анализируют последствия возможных изменений режима, для чего осуществляется большое количество вариантных расчётов установившихся режимов. Эти задачи решаются в цикле оперативного обновления информации с периодичностью в несколько секунд. В связи с ростом объема измерительной информации, поступающей от контролируемой сети, к скорости работы расчётных модулей предъявляются высокие требования. Поэтому становится актуальным вопрос повышения скорости расчёта, который также рассмотрен в диссертационной работе.

Степень разработанности темы исследования. Вопросам математических моделей установившихся режимов в фазных координатах посвящены работы Крюкова А.В., Закарюкина В.П., Лосева С.Б., Чернина А.Б., Кононова Ю.Г. Также стоит отметить труды зарубежных авторов: W.H. Kersting, M.S. Chen, T.H. Chen, N.C. Yang.

Целью работы является разработка алгоритмов для анализа несимметричных режимов энергосистем в трехфазном представлении на основе потоковой модели установившегося режима.

Для достижения цели в рамках диссертации решались следующие **задачи**:

1. Обзор существующих моделей и способов описания элементов электрических сетей в трехфазном представлении, на основе которых составляются расчётные схемы замещения и вычислительные алгоритмы для анализа установившихся режимов.
2. Обзор существующих алгоритмов расчёта установившихся режимов в трех фазах, анализ особенностей алгоритмов применительно к современным распределительным сетям, в которых могут присутствовать замкнутые контуры и источники генерации.
3. Добавление в существующую потоковую модель способов анализа схем любой конфигурации, включая замкнутые контуры и генерирующие установки.
4. Разработка метода ускорения расчёта установившегося режима на основе потоковой модели для анализа разветвлённых распределительных сетей с большим количеством узлов.
5. Расширение однолинейной потоковой модели установившегося режима на трехфазное представление электрической сети для детального моделирования несимметричных установившихся режимов распределительных сетей.
6. Разработка гибридной трехфазно-однолинейной модели, которая объединяет в рамках единой расчётной процедуры однолинейное и трехфазное представление электрической сети для задач расчёта установившегося режима и оценивания состояния.

Объектами исследования являются методы математического моделирования установившихся режимов работы распределительных сетей 6–35 кВ и их совместная работа с системообразующими сетями.

Научная новизна работы:

1. Расширена и обобщена существующая потоковая модель для расчета установившегося режима, которая теперь позволяет учитывать замкнутые контуры и источники генерации.
2. Разработан алгоритм ускорения расчётов установившихся режимов на основе потоковой модели, позволяющий снизить размерность решаемой задачи.
3. Разработана трехфазная потоковая модель установившегося режима энергосистемы, позволяющая детально моделировать элементы электрической сети.
4. Разработана гибридная трехфазно-однолинейная модель установившегося режима, позволяющая в рамках единой расчётной процедуры учитывать как трехфазное, так и однолинейное представление фрагментов и элементов электрической сети.

Теоретическая значимость работы заключается в развитии потоковой модели для анализа установившихся режимов работы распределительных электрических сетей любой конфигурации в трех фазах.

Практическая значимость работы заключается в повышении точности расчётов установившихся режимов за счет рассмотрения ряда элементов электрической сети в фазных координатах, а также в ускорении расчётов режимов за счёт применения предложенных методов и алгоритмов.

Методы исследования. При проведении исследования использовались теоретические основы электротехники, методы оптимизации и нелинейного программирования. Применялась система компьютерной алгебры Wolfram Mathematica, в которой разрабатывались алгоритмы и проводились расчёты на тестовых схемах IEEE. Для верификации получаемых результатов создавались модели тестовых сетей в интерактивной среде для моделирования MATLAB Simulink.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Однолинейная потоковая модель установившегося режима, включающая замкнутые контуры и генераторные узлы.
2. Алгоритм ускорения расчётов установившихся режимов на основе потоковой модели, позволяющий уменьшить вычислительную сложность итерационного процесса метода Ньютона для решения нелинейной системы уравнений.
3. Трёхфазная потоковая модель установившегося режима, которая может быть применена как к задаче расчёта установившегося режима, так и к задаче оценивания состояния.
4. Гибридная трёхфазно-однолинейная модель установившегося режима, которая позволяет объединять в рамках единой расчётной процедуры части электрической сети в однолинейном и трёхфазном представлении.

Личный вклад автора заключается в расширении потоковой модели для задач установившегося режима, адаптация потоковой модели к трёхфазным моделям элементов электрической сети, разработка программ для ЭВМ, которые реализуют все разработанные в рамках диссертационной работы алгоритмы.

Апробация работы: основные положения диссертации докладывались и обсуждались на трех конференциях:

- Международная научно-техническая конференция «Электроэнергетика глазами молодежи» – Казань-2018;
- VI-я международная конференция молодых ученых «Информационные технологии, телекоммуникации и системы управления», Екатеринбург, 6-8 декабря 2018 г.;
- 59th IEEE Annual International Scientific Conference on Power and Electrical Engineering of Riga Technical University, RTUCON 2018; Riga; Latvia; 12 November 2018 to 13 November 2018.

Основные положения работы рассматривались на ежегодных научных семинарах кафедры «Автоматизированные электрические системы» УралЭНИИ УрФУ, г. Екатеринбург, в период с 2015 года по 2019 год.

Диссертация выполнена на кафедре «Автоматизированные электрические системы» Уральского Энергетического Института «Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург. Исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014 – 2020 годы», номер соглашения 075-15-2019-1214 (внутренний номер соглашения 14.578.21.0226, уникальный идентификатор проекта: RFMEFI57817X0226) по теме «Разработка масштабируемого программно-технического комплекса для управления электрическими подстанциями на базе протокола МЭК 61850».

Публикации. По теме диссертации опубликовано 4 научные статьи и разработаны 3 программы для ЭВМ с получением свидетельств о государственной регистрации. Две статьи опубликованы в зарубежных изданиях, входящих в международные базы цитирования Web of Science и Scopus; одна статья и в издании, входящем в перечень ВАК РФ («Электричество»); одна статья в сборнике трудов научной конференции.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка из 106 наименований и 1 приложения. Содержит 129 страниц, включает 33 рисунка и 5 таблиц.

ГЛАВА 1. МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ В ФАЗНЫХ КООРДИНАТАХ

В данной главе приводится обзор математических моделей элементов электрической сети в трехфазном представлении. Далее эти модели будут использованы при описании алгоритмов расчёта установившихся режимов электроэнергетических систем. Целью данной главы является описание схем замещения элементов сети и их представления в расчётных алгоритмах. Способы получения значений параметров математических моделей не являются целью данной диссертации и подробно рассматриваться не будут. В диссертационной работе принято, что параметры элементов известны и являются исходными данными.

1.1 Общий подход к описанию моделей в трехфазном представлении

Прямое использование схем замещения в расчётах установившихся режимов в трех фазах не всегда удобно ввиду особенностей алгоритмов. Поэтому для различных алгоритмов модели элементов энергосистемы сводятся к математическим зависимостям, связывающим токи и напряжения элементов через сопротивления или проводимости.

Обобщенная схема элемента в трех фазах представлена на рисунке 1.1, где $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C, \dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ – напряжения и токи условного начала элемента, $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c, \dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$ – напряжения и токи условного конца элемента.

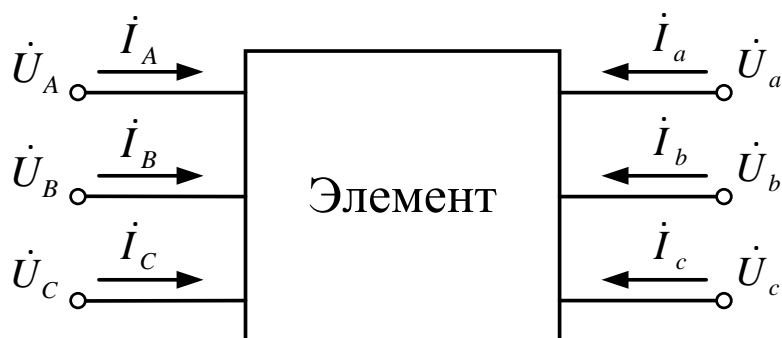


Рисунок 1.1 – Обобщенная схема элемента в трех фазах

Элементарная матрица проводимости $\underline{Y}_{\text{эл}}$ связывает токи \underline{I}_{ABCabc} и напряжения элемента \underline{U}_{ABCabc} :

$$\begin{pmatrix} \underline{Y}_{AA} & \underline{Y}_{AB} & \underline{Y}_{AC} & \underline{Y}_{Aa} & \underline{Y}_{Ab} & \underline{Y}_{Ac} \\ \underline{Y}_{BA} & \underline{Y}_{BB} & \underline{Y}_{BC} & \underline{Y}_{Ba} & \underline{Y}_{Bb} & \underline{Y}_{Bc} \\ \underline{Y}_{CA} & \underline{Y}_{CB} & \underline{Y}_{CC} & \underline{Y}_{Ca} & \underline{Y}_{Cb} & \underline{Y}_{Cc} \\ \underline{Y}_{aA} & \underline{Y}_{aB} & \underline{Y}_{aC} & \underline{Y}_{aa} & \underline{Y}_{ab} & \underline{Y}_{ac} \\ \underline{Y}_{bA} & \underline{Y}_{bB} & \underline{Y}_{bC} & \underline{Y}_{ba} & \underline{Y}_{bb} & \underline{Y}_{bc} \\ \underline{Y}_{cA} & \underline{Y}_{cB} & \underline{Y}_{cC} & \underline{Y}_{ca} & \underline{Y}_{cb} & \underline{Y}_{cc} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \\ \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \\ \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

$$\underline{Y}_{\text{эл}} \cdot \underline{U}_{ABCabc} = \underline{I}_{ABCabc}.$$

Фактически модели элементов сводятся к формированию элементарных матриц проводимости различных элементов электрической сети. В ряде случаев бывает удобно использовать элементарную матрицу сопротивлений $\underline{Z}_{\text{эл}}$, которая является обратной для $\underline{Y}_{\text{эл}}$:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ABCabc} &= \underline{Y}_{\text{эл}}^{-1} \cdot \underline{I}_{ABCabc} = \underline{Z}_{\text{эл}} \cdot \underline{I}_{ABCabc}, \\ \underline{Z}_{\text{эл}} &= \underline{Y}_{\text{эл}}^{-1}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Если токи начала и конца совпадают (например это справедливо для линий электропередачи), то выражение (1.1) может быть упрощено:

$$\begin{pmatrix} \underline{Y}_{AA} & \underline{Y}_{AB} & \underline{Y}_{AC} \\ \underline{Y}_{BA} & \underline{Y}_{BB} & \underline{Y}_{BC} \\ \underline{Y}_{CA} & \underline{Y}_{CB} & \underline{Y}_{CC} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \dot{U}_{Aa} \\ \Delta \dot{U}_{Bb} \\ \Delta \dot{U}_{Cc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

где $\Delta \dot{U}_{Aa} = \dot{U}_A - \dot{U}_a$, $\Delta \dot{U}_{Bb} = \dot{U}_B - \dot{U}_b$, $\Delta \dot{U}_{Cc} = \dot{U}_C - \dot{U}_c$.

Соотношения (1.1–1.3) будут положены в основу методов расчёта режимов в трех фазах, которые рассматриваются в диссертационной работе. В данной главе описано, какие физические процессы моделируются соотношениями (1.1–1.3) и какие допущения лежат в основе моделей элементов электрической сети.

1.2 Трёхфазная модель линии электропередачи

В диссертационной работе рассматриваются линии электропередачи только с сосредоточенными параметрами и П-образной схемой замещения, где

продольные элементы моделируют активные и индуктивные сопротивления линии, а поперечные элементы моделируют емкостные проводимости и потери на корону.

Продольные сопротивления воздушной линии электропередачи представлены на рисунке 1.2.

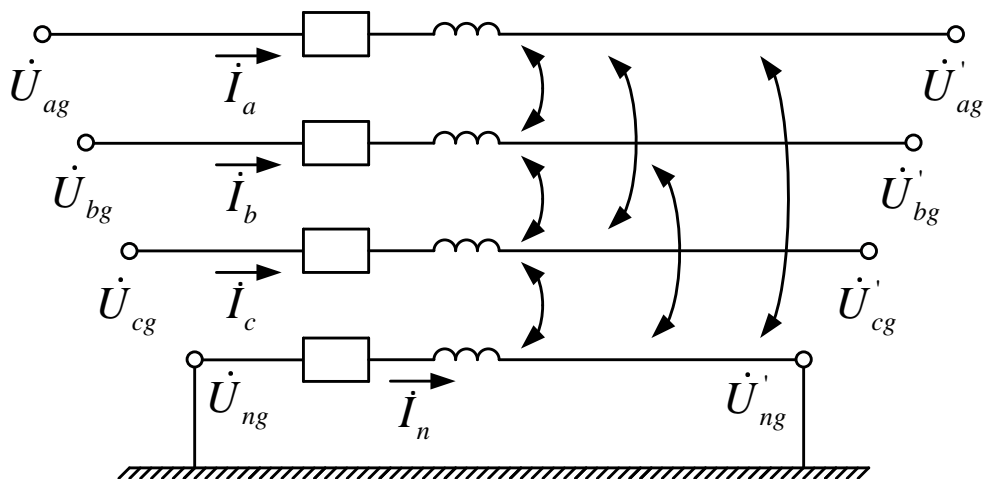


Рисунок 1.2 – Продольные сопротивления линии электропередачи

На рисунке 1.2 приняты следующие обозначения:

$\dot{U}_{ag}, \dot{U}_{bg}, \dot{U}_{cg}, \dot{U}_{ng}$ – напряжения *питающего* конца линии электропередачи между фазным проводом и землей;

$\dot{U}'_{ag}, \dot{U}'_{bg}, \dot{U}'_{cg}, \dot{U}'_{ng}$ – напряжения *принимающего* конца линии электропередачи между фазным проводом и землей;

$\underline{Z}_{aa}, \underline{Z}_{bb}, \underline{Z}_{cc}, \underline{Z}_{nn}$ – собственные сопротивления фаз и нейтрали;

$\underline{Z}_{ab}, \underline{Z}_{bc}, \underline{Z}_{ac}, \underline{Z}_{an}, \underline{Z}_{bn}, \underline{Z}_{cn}$ – сопротивления, моделирующие взаимные индуктивности. Напряжение земли принято условно равным нулю и используется в качестве точки отсчёта. В качестве сопротивления нейтрали может выступать как сопротивление нейтрального провода, так и сопротивление земли, сопротивление грозотроса и прочих путей протекания тока нейтрали.

Напряжения питающего и принимающего конца связаны следующим соотношением:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_{ag} \\ \dot{U}_{bg} \\ \dot{U}_{cg} \\ \dot{U}_{ng} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{U}'_{ag} \\ \dot{U}'_{bg} \\ \dot{U}'_{cg} \\ \dot{U}'_{ng} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{Z}_{aa} & \underline{Z}_{ab} & \underline{Z}_{ac} & \underline{Z}_{an} \\ \underline{Z}_{ab} & \underline{Z}_{bb} & \underline{Z}_{bc} & \underline{Z}_{bn} \\ \underline{Z}_{ac} & \underline{Z}_{bc} & \underline{Z}_{cc} & \underline{Z}_{cn} \\ \underline{Z}_{an} & \underline{Z}_{bn} & \underline{Z}_{cn} & \underline{Z}_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_n \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

При рассмотрении линий электропередачи в трех фазах принято проводить эквивалентное преобразование, исключая рассмотрение сопротивления нейтрали, поскольку наибольший интерес представляют фазные параметры. В качестве *допущения* принимается равенство нулю падения напряжения на сопротивлении нейтрали ввиду его малости:

$$\dot{U}_{ng} - \dot{U}'_{ng} = 0. \quad (1.5)$$

После этого допущения выполняется так называемое «упрощение Крона» (Kron reduction) [10], суть которого заключается в исключении узлов с нулевой инъекцией тока. В статье [11] делается вывод, что непосредственный учет напряжений и токов нейтрали целесообразен, если они представляют непосредственный интерес (например, в задачах анализа потерь от тока в нейтрали, при расчёте заземлений или рассмотрении различных вопросов, связанных с электробезопасностью). Если предметом анализа являются фазные токи и напряжения, то расчёт на основе допущения (1.5) не дает принципиальной погрешности. Алгоритмы, разработанные автором, будут использовать это допущение. При этом математические описания режимов с учетом и без учета нейтрального провода не имеют принципиальных отличий.

Перепишем уравнения (1.4) в форме блочных матриц:

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{U}_{abc}) \\ (\mathbf{U}_{ng}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{U}'_{abc}) \\ (\mathbf{U}'_{ng}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (\mathbf{Z}_{ij}) & (\mathbf{Z}_{in}) \\ (\mathbf{Z}_{nj}) & (\mathbf{Z}_{nn}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (\mathbf{I}_{abc}) \\ (\mathbf{I}_n) \end{pmatrix}. \quad (1.6)$$

Выполняя подстановку (1.5) в (1.6) получим:

$$\mathbf{U}_{abc} = \mathbf{U}'_{abc} + \mathbf{Z}_{ij} \cdot \mathbf{I}_{abc} + \mathbf{Z}_{in} \cdot \mathbf{I}_n, \quad (1.7)$$

$$0 = 0 + \mathbf{Z}_{nj} \cdot \mathbf{I}_{abc} + \mathbf{Z}_{nn} \cdot \mathbf{I}_n. \quad (1.8)$$

Выразим \mathbf{I}_n через уравнения (1.8):

$$I_n = -Z_{nn}^{-1} \cdot Z_{nj} \cdot I_{abc} \quad (1.9)$$

Выражение (1.9) позволяет исключить из расчёта ток нейтрали, что позволяет значительно упростить подход. Уравнение (1.9) может быть использовано для дорасчёта тока нейтрали на основании токов фаз.

Подставим (1.9) в (1.7):

$$\begin{aligned} U_{abc} &= U'_{abc} + (Z_{ij} - Z_{in} \cdot Z_{nn}^{-1} \cdot Z_{nj}) \cdot I_{abc}, \\ U_{abc} &= U'_{abc} + Z_{abc} \cdot I_{abc}, \end{aligned} \quad (1.10)$$

где:

$$Z_{abc} = Z_{ij} - Z_{in} \cdot Z_{nn}^{-1} \cdot Z_{nj} \quad (1.11)$$

Матрица Z_{abc} – это элементарная матрица сопротивлений размерностью 3x3, связывающая токи и напряжения для продольных сопротивлений линии электропередачи. Аналогичным образом может быть определена трехфазная матрица проводимостей размерностью 3x3, определяющая шунты по концам линии электропередачи. Матрица проводимостей будет учитывать емкости между фазами линии электропередачи и емкости между каждой из фаз и землей. Также в этой матрице могут быть учтены потери на корону. Схема замещения для трехфазной линии электропередачи представлена на рисунке 1.3.

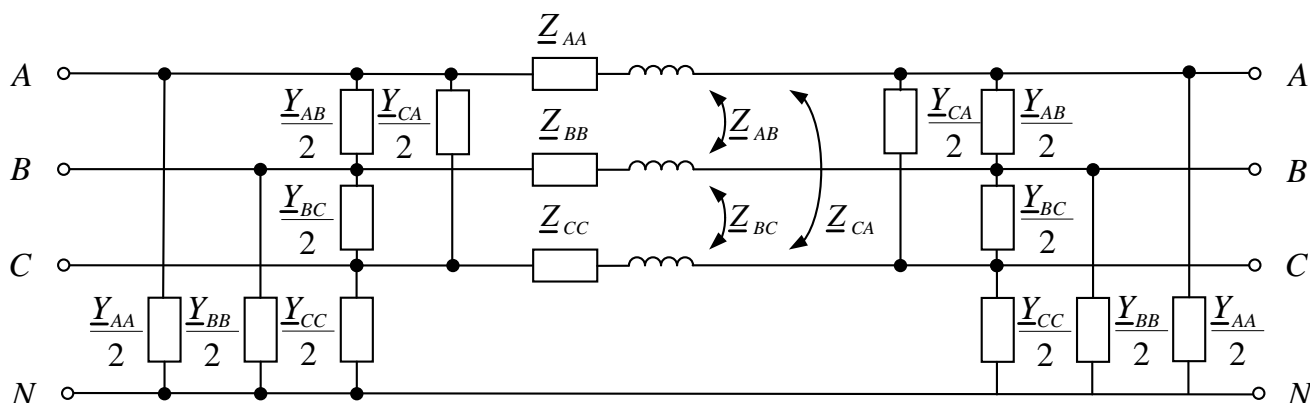


Рисунок 1.3 – Схема замещения трехфазной линии электропередачи

Математически линия описывается двумя матрицами: матрицей продольных сопротивлений $Z_{ВЛ \text{ Прод}}$ и матрицей поперечных проводимостей $Y_{ВЛ \text{ Поп}}$.

Трехфазная матрица продольных сопротивлений имеет вид:

$$\mathbf{Z}_{\text{ВЛ Прод}} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{AA} & \underline{Z}_{AB} & \underline{Z}_{AC} \\ \underline{Z}_{AB} & \underline{Z}_{BB} & \underline{Z}_{BC} \\ \underline{Z}_{AC} & \underline{Z}_{BC} & \underline{Z}_{CC} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{AA} + jX_{AA} & R_{AB} + jX_{AB} & R_{AC} + jX_{AC} \\ R_{AB} + jX_{AB} & R_{BB} + jX_{BB} & R_{BC} + jX_{BC} \\ R_{AC} + jX_{AC} & R_{BC} + jX_{BC} & R_{CC} + jX_{CC} \end{pmatrix}. \quad (1.12)$$

Трёхфазная матрица поперечных проводимостей имеет вид:

$$\mathbf{Y}_{\text{ВЛ Поп}} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{AA} & \underline{Y}_{AB} & \underline{Y}_{AC} \\ \underline{Y}_{AB} & \underline{Y}_{BB} & \underline{Y}_{BC} \\ \underline{Y}_{AC} & \underline{Y}_{BC} & \underline{Y}_{CC} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{AA} + jB_{AA} & G_{AB} + jB_{AB} & G_{AC} + jB_{AC} \\ G_{AB} + jB_{AB} & G_{BB} + jB_{BB} & G_{BC} + jB_{BC} \\ G_{AC} + jB_{AC} & G_{BC} + jB_{BC} & G_{CC} + jB_{CC} \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

Выражение (1.12) может вызвать вопрос – что такое активное междуфазное сопротивление (R_{AB}, R_{AC}, R_{BC})? Эти сопротивления не имеют прямой физической трактовки, они появляются в результате преобразования (1.11), когда исключается сопротивление нейтрали, содержащее активное сопротивление.

Существуют различные подходы к определению описанных параметров воздушных линий электропередачи, связанные со взаимным расположением проводов на опорах. Фундаментальной работой в данной области является труд Carson J.R. [12], в котором ещё в 1926 году были предложены формулы для определения параметров линии электропередачи с учетом тока, который возвращается через землю. В современной литературе (отечественных [13], [14] и зарубежных источниках [6], [15]–[17]) можно найти различные модификации уравнений для поиска параметров линий электропередачи.

В случае с трехфазной моделью кабельной линии электропередачи различают два случая:

1. В качестве трехфазной кабельной линии могут быть использованы три однофазных кабеля (рисунок 1.4).
2. Трехфазный кабель либо имеет нейтральный провод, либо нет (рисунок 1.5).

Для трех однофазных кабелей схема замещения каждой из фаз будет П-образной. Она будет учитывать собственное активное и индуктивное сопротивление жилы кабеля, также будет учитываться емкостная проводимость между жилой и экраном кабеля. Экран считается заземлённым и обладает нулевым потенциалом. Схема замещения приведена на рисунке 1.6.

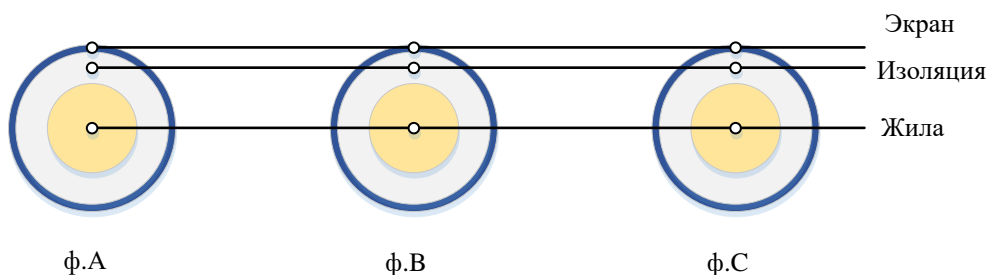


Рисунок 1.4 – Три однофазных кабеля

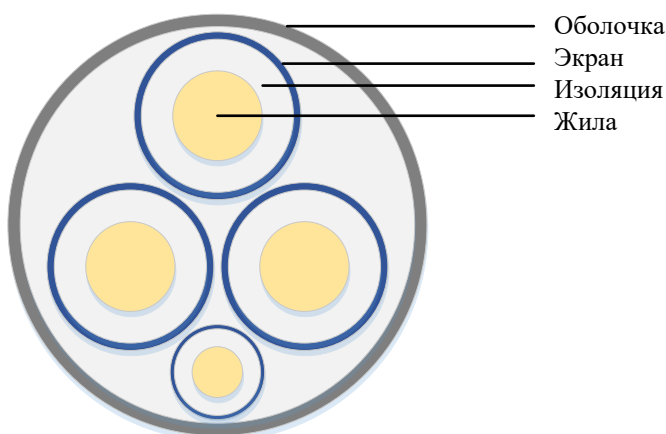


Рисунок 1.5 – Поперечное сечение трехфазного кабеля в общей оболочке

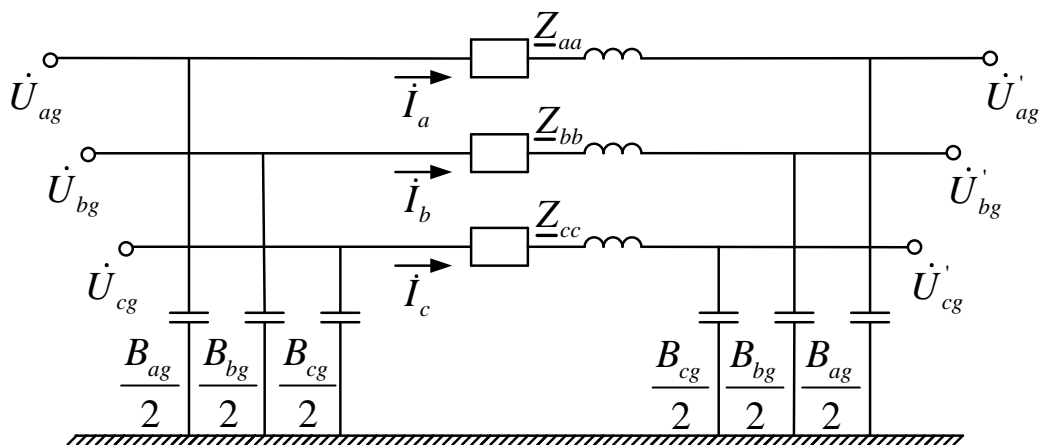


Рисунок 1.6 – Схема замещения кабельной линии из трех однофазных кабелей

Общая модель для трехфазного кабеля будет включать три жилы кабеля, три экрана для каждой фазы, также возможно наличие нейтрального провода [18]. При построении модели схема замещения в общем виде может выглядеть, как показано на рисунке 1.7.

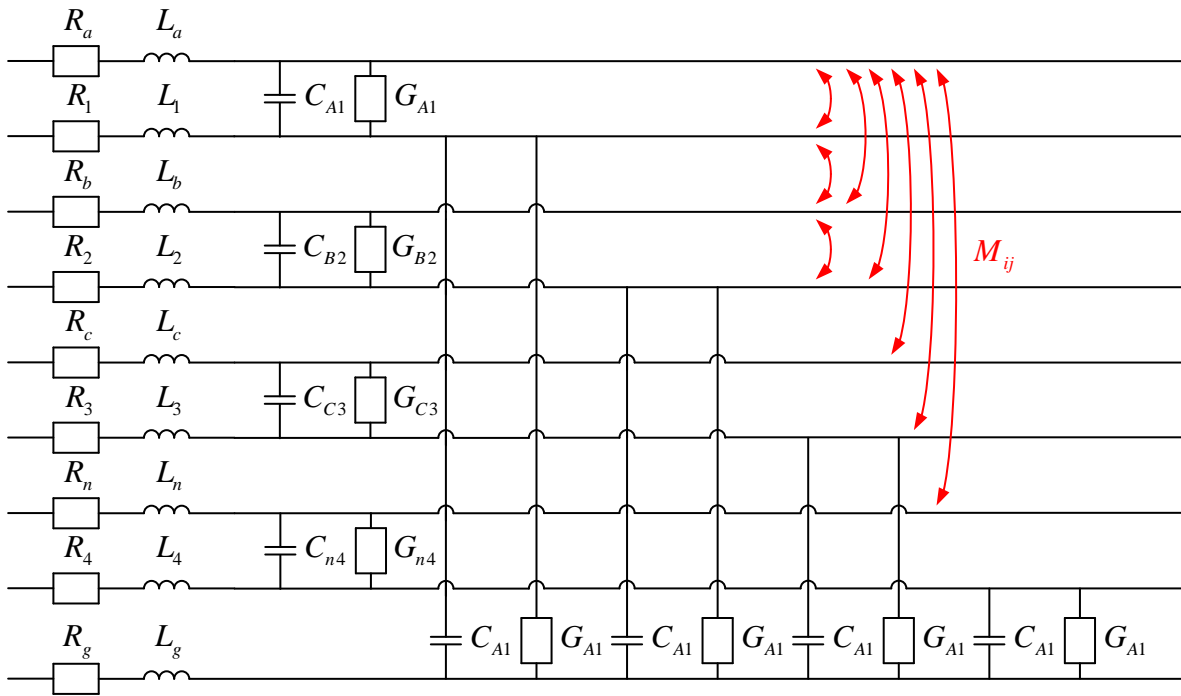


Рисунок 1.7 – Схема замещения кабеля

В общем виде в модели присутствуют 9 проводов: 4 жилы (3 фазы и нейтраль), 4 экрана и земля. В схеме на рисунке 1.7 присутствуют:

$R_a, R_b, R_c, R_1, R_2, R_3, R_4, R_n, R_g$ – собственные активные сопротивления фаз кабеля, экранов кабеля, нейтрального провода и земли;

$L_a, L_b, L_c, L_1, L_2, L_3, L_4, L_n, L_g$ – собственные индуктивные сопротивления фаз кабеля, экранов кабеля, нейтрального провода и земли;

$G_{A1}, G_{B2}, G_{C3}, G_{n4}$ – активные проводимости между жилами и экранами кабеля;

$C_{A1}, C_{B2}, C_{C3}, C_{n4}$ – ёмкостные проводимости между жилами и экранами кабеля;

$G_{1g}, G_{2g}, G_{3g}, G_{4g}$ – активные и ёмкостные проводимости между экранами и землёй;

$C_{1g}, C_{2g}, C_{3g}, C_{4g}$ – ёмкостные проводимости между экранами жил кабеля и землёй;

M_{ij} – взаимные индуктивности между всеми проводниками (изображены упрощенно).

Эффекты взаимоиндукции в кабелях малы и ими, как правило, пренебрегают. В случае расчётов режимов, когда непосредственный интерес представляют только фазные параметры, экраны, нейтраль и землю принято исключать из рассмотрения. Для этого используют метод эквивалентирования с исключением узлов, который

был описан в предыдущем разделе. В результате схема замещения кабельной линии может быть сведена к математическому описанию по формулам (1.12) и (1.13), соответствующему схеме замещения на рисунке 1.3. По сравнению с воздушными линиями емкость кабелей на порядок больше, а индуктивность на порядок меньше.

1.3 Трехфазная модель трансформатора

Модель трансформатора в трех фазах для расчёта режимов изначально была предложена в [19]. Модель принято разделять на два блока, как показано на рисунке 1.8. Первый блок отражает потери в сердечнике, которые моделируются шунтами постоянной проводимости или постоянной активной и индуктивной мощностью нагрузки. Второй блок отражает потери в меди и эффект сдвига фаз из-за группы соединения обмоток. Этот блок представляет наибольший интерес.

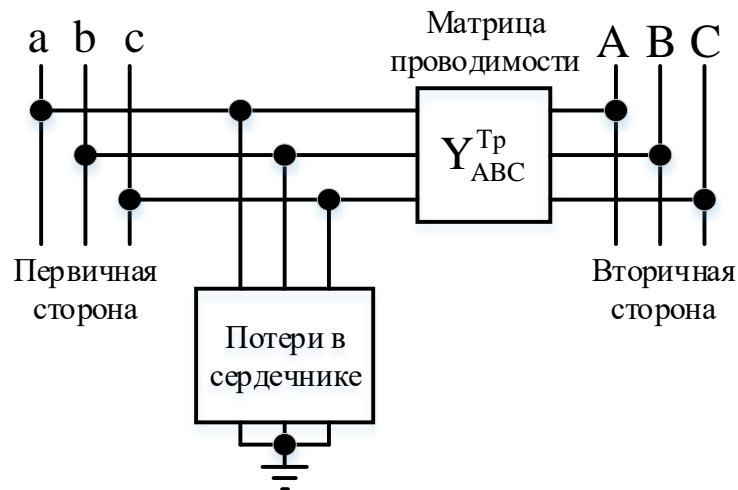


Рисунок 1.8 – Блочная схема модели трансформатора

Для моделирования трансформатора в трех фазах с учетом групп соединения принято использовать соотношения между токами и напряжениями для первичной и вторичной стороны, которые имеют следующий вид:

$$\begin{pmatrix} I_{ABC}^{\text{п}} \\ I_{ABC}^{\text{в}} \end{pmatrix} = Y_{ABC}^{\text{Tr}} \begin{pmatrix} U_{ABC}^{\text{п}} \\ U_{ABC}^{\text{в}} \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

где:

$U_{ABC}^{\text{п}} = (\dot{U}_A^{\text{п}} \quad \dot{U}_B^{\text{п}} \quad \dot{U}_C^{\text{п}})^T$ – векторы фазных напряжений первичной стороны трансформатора;

$\mathbf{U}_{ABC}^B = (\dot{U}_A^B \ \dot{U}_B^B \ \dot{U}_C^B)^T$ – векторы фазных напряжений вторичной стороны трансформатора;

$\mathbf{I}_{ABC}^П = (\dot{i}_A^П \ \dot{i}_B^П \ \dot{i}_C^П)^T$ – векторы фазных токов первичной стороны трансформатора;

$\mathbf{I}_{ABC}^B = (\dot{i}_A^B \ \dot{i}_B^B \ \dot{i}_C^B)^T$ – векторы фазных токов вторичной стороны трансформатора;

\mathbf{Y}_{ABC}^{Tr} – матрица проводимости трансформатора размерностью 6×6 .

В зависимости от схемы соединения обмоток трансформатора будет изменяться \mathbf{Y}_{ABC}^{Tr} . В работе приняты следующие обозначения схем соединения обмоток: Y – звезда, Yg – звезда с нулем, D – треугольник. Рассмотрим получение выражения (1.14) для схемы соединения обмоток трансформаторов звезда с нулём/треугольник (Yg/D), как наиболее распространённой схемы соединения обмоток для понижающих трансформаторов, соединяющих распределительные и системообразующие сети. Это позволит продемонстрировать, как и какие физические процессы моделируются и какие допущения при этом принимаются (использован вывод из статьи [20]). Эквивалентная схема замещения трансформатора со схемой соединения Yg/D–11 представлена на рисунке 1.9.

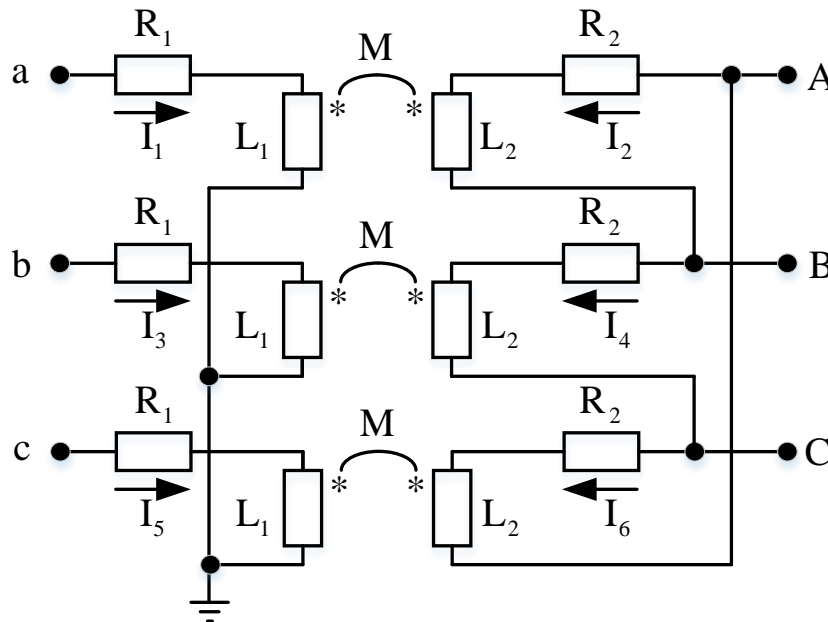


Рисунок 1.9 – Схема замещения трансформатора со схемой замещения Yg/D–11

На рисунке обозначены переменные, используемые в выводе выражения (1.14).

Сопротивления:

$$\begin{aligned}
 \underline{Z}_1 &= R_1 + j\omega L_1 \\
 \underline{Z}_2 &= R_2 + j\omega L_2 \\
 \underline{Z}_3 &= \underline{Z}_5 = \underline{Z}_1 \\
 \underline{Z}_4 &= \underline{Z}_6 = \underline{Z}_2 \\
 \underline{Z}_{12} &= \underline{Z}_{34} = \underline{Z}_{56} = \underline{Z}_m = j\omega M
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

Соотношение между током и напряжением:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_1 & \underline{Z}_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_1 & \underline{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_m & \underline{Z}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_1 & \underline{Z}_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_m & \underline{Z}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{i}_3 \\ \dot{i}_4 \\ \dot{i}_5 \\ \dot{i}_6 \end{pmatrix}. \tag{1.16}$$

Обратное соотношение:

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{i}_3 \\ \dot{i}_4 \\ \dot{i}_5 \\ \dot{i}_6 \end{pmatrix} = \frac{1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_m^2} \begin{pmatrix} \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\underline{Z}_m & \underline{Z}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\underline{Z}_m & \underline{Z}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\underline{Z}_m & \underline{Z}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_6 \end{pmatrix}. \tag{1.17}$$

Для упрощения вывода в качестве допущений принято, что сопротивления фаз равны и несимметрия в схеме замещения трансформатора отсутствует. В случае моделирования трех однофазных трансформаторов модель не будет содержать допущений. Учет несимметрии магнитопровода трехфазного трансформатора может быть выполнен путем введения дополнительных междуфазных сопротивлений в выражение (1.16).

Для перевода напряжений в фазные значения используется матрица связности \mathbf{N} :

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \\ \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{pmatrix}, \quad (1.18)$$

$$\mathbf{U}_{123456} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{U}_{abcABC}$$

Матрица проводимости трансформатора $\mathbf{Y}_{ABC}^{\text{Tp}}$ для этих шести узлов определяется как:

$$\mathbf{Y}_{ABC}^{\text{Tp}} = \mathbf{N}^T \begin{pmatrix} \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\underline{Z}_m & \underline{Z}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\underline{Z}_m & \underline{Z}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\underline{Z}_m & \underline{Z}_1 \end{pmatrix} \mathbf{N}. \quad (1.19)$$

В результате соответствующего перемножения матрица $\mathbf{Y}_{ABC}^{\text{Tp}}$ становится:

$$\mathbf{Y}_{ABC}^{\text{Tp}} = \frac{1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_m^2} \begin{pmatrix} \underline{Z}_2 & 0 & 0 & -\underline{Z}_m & \underline{Z}_m & 0 \\ 0 & \underline{Z}_2 & 0 & 0 & -\underline{Z}_m & \underline{Z}_m \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 & \underline{Z}_m & 0 & -\underline{Z}_m \\ -\underline{Z}_m & 0 & \underline{Z}_m & 2\underline{Z}_1 & -\underline{Z}_1 & -\underline{Z}_1 \\ \underline{Z}_m & -\underline{Z}_m & 0 & -\underline{Z}_1 & 2\underline{Z}_1 & -\underline{Z}_1 \\ 0 & \underline{Z}_m & -\underline{Z}_m & -\underline{Z}_1 & -\underline{Z}_1 & 2\underline{Z}_1 \end{pmatrix}. \quad (1.20)$$

Теперь, если переписать всё через первичные сопротивления трансформатора, матрица проводимости примет вид:

$$\mathbf{Y}_{ABC}^{\text{Tp}} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_t & 0 & 0 & -\frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t & \frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t & 0 \\ 0 & \underline{Y}_t & 0 & 0 & -\frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t & \frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t \\ 0 & 0 & \underline{Y}_t & \frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t & 0 & -\frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t \\ -\frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t & 0 & \frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t & 2 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \underline{Y}_t & - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \underline{Y}_t & - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \underline{Y}_t \\ \frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t & -\frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t & 0 & - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \underline{Y}_t & 2 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \underline{Y}_t & - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \underline{Y}_t \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t & -\frac{n_1}{n_2} \underline{Y}_t & - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \underline{Y}_t & - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \underline{Y}_t & 2 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \underline{Y}_t \end{pmatrix}, \quad (1.21)$$

где

$$\underline{Y}_t = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_m^2}, \quad (1.22)$$

$\frac{n_1}{n_2}$ – коэффициент трансформации (отношение фазного напряжения со стороны звезды к линейному напряжению со стороны треугольника).

Если принять, что все элементы матрицы проводимости представлены в относительных единицах, то для учета поворота фаз для группы соединения Yg/D–11 необходимо принять что:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (1.23)$$

Тогда матрица проводимости принимает вид:

$$\mathbf{Y}_{ABC}^{Tp} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_t & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t & \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t & 0 \\ 0 & \underline{Y}_t & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t & \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t \\ 0 & 0 & \underline{Y}_t & \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t \\ -\frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t & \frac{2}{3}\underline{Y}_t & -\frac{1}{3}\underline{Y}_t & -\frac{1}{3}\underline{Y}_t \\ \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t & -\frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t & 0 & -\frac{1}{3}\underline{Y}_t & \frac{2}{3}\underline{Y}_t & -\frac{1}{3}\underline{Y}_t \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t & -\frac{1}{\sqrt{3}}\underline{Y}_t & -\frac{1}{3}\underline{Y}_t & -\frac{1}{3}\underline{Y}_t & \frac{2}{3}\underline{Y}_t \end{pmatrix}. \quad (1.24)$$

Аналогичный вывод может быть проделан для различных групп соединения обмоток. Для обобщения процесса составления матрицы проводимости из выражения (1.14) для различных схем соединений обмоток матрица проводимости может быть разбита на подматрицы:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}_{ABC}^{\Pi} \\ \mathbf{I}_{ABC}^{\text{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{ABC}^{\Pi\Pi} & \mathbf{Y}_{ABC}^{\Pi\text{B}} \\ \mathbf{Y}_{ABC}^{\text{B}\Pi} & \mathbf{Y}_{ABC}^{\text{B}\text{B}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{ABC}^{\Pi} \\ \mathbf{U}_{ABC}^{\text{B}} \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

Вид подматриц определяется по таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Подматрицы для различных групп соединения обмоток

Соединение трансформатора		Собственные проводимости		Взаимные проводимости	
Первичная обмотка	Вторичная обмотка	$\mathbf{Y}_{ABC}^{пп}$	$\mathbf{Y}_{ABC}^{вв}$	$\mathbf{Y}_{ABC}^{пв}$	$\mathbf{Y}_{ABC}^{вп}$
Yg	Yg	\mathbf{Y}_{ABC}^I	\mathbf{Y}_{ABC}^I	$-\mathbf{Y}_{ABC}^I$	$-\mathbf{Y}_{ABC}^I$
Yg	Y	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	$-\mathbf{Y}_{ABC}^{II}$	$-\mathbf{Y}_{ABC}^{II}$
Yg	D	\mathbf{Y}_{ABC}^I	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	\mathbf{Y}_{ABC}^{III}	$(\mathbf{Y}_{ABC}^{III})^T$
Y	Yg	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	$-\mathbf{Y}_{ABC}^{II}$	$-\mathbf{Y}_{ABC}^{II}$
Y	Y	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	$-\mathbf{Y}_{ABC}^{II}$	$-\mathbf{Y}_{ABC}^{II}$
Y	D	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	\mathbf{Y}_{ABC}^{III}	$(\mathbf{Y}_{ABC}^{III})^T$
D	Yg	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	\mathbf{Y}_{ABC}^I	$(\mathbf{Y}_{ABC}^{III})^T$	\mathbf{Y}_{ABC}^{III}
D	Y	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	$(\mathbf{Y}_{ABC}^{III})^T$	\mathbf{Y}_{ABC}^{III}
D	D	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	\mathbf{Y}_{ABC}^{II}	$-\mathbf{Y}_{ABC}^{II}$	$-\mathbf{Y}_{ABC}^{II}$

Здесь:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y}_{ABC}^I &= \begin{pmatrix} \underline{Y}_t & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_t & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_t \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{Y}_{ABC}^{II} &= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2\underline{Y}_t & -\underline{Y}_t & -\underline{Y}_t \\ -\underline{Y}_t & 2\underline{Y}_t & -\underline{Y}_t \\ -\underline{Y}_t & -\underline{Y}_t & 2\underline{Y}_t \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{Y}_{ABC}^{III} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -\underline{Y}_t & \underline{Y}_t & 0 \\ 0 & -\underline{Y}_t & \underline{Y}_t \\ \underline{Y}_t & 0 & -\underline{Y}_t \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{1.26}$$

Для учета коэффициента трансформации необходимо взаимные проводимости $\mathbf{Y}_{ABC}^{пв}$ и $\mathbf{Y}_{ABC}^{вп}$ разделить на коэффициент трансформации, а подматрицу $\mathbf{Y}_{ABC}^{вв}$ поделить на квадрат коэффициента трансформации.

Основной проблемой этой модели для группы соединения Yg/D является то, что в матрице проводимости (1.24) определитель равен нулю. Это связано с тем, что данная система уравнений содержит линейную зависимость. Уравнение для одной из трех фаз со стороны треугольника может быть получено через уравнения двух других фаз с учетом того, что в треугольнике:

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0. \quad (1.27)$$

Линейная зависимость описанной модели делает невозможным прямое использование уравнения (1.24) в алгоритмах расчёта установившегося режима в трех фазах. Например, алгоритмы, в основе которых лежат уравнения узловых напряжений, используют матрицу проводимости всей сети, составленную из элементарных матриц проводимости элементов (подробно это описано во второй главе диссертации). Линейная зависимость в (1.24) переходит в общую систему уравнений, описывающих УР. Матрица проводимости всей сети становится плохо обусловленной. Строгое математическое доказательство данного факта представлено в [21]. Плохо обусловленная матрица проводимости делает различные виды УУН практически нерешаемыми.

Для преодоления проблемы плохой обусловленности матрицы проводимости трансформатора существует три принципиальных подхода.

В статье [22] предлагается добавлять дополнительные фиктивные сопротивления для связи обмоток треугольника с землёй. Таким образом, равенство (1.27) перестает выполняться, и система уравнений становится лучше обусловленной. У этого способа есть значительный недостаток: *если добавить очень большое сопротивление, то матрица проводимости будет всё также плохо обусловлена, если добавить маленькое сопротивление, то дополнительное фиктивное сопротивление исказит результаты расчёта.*

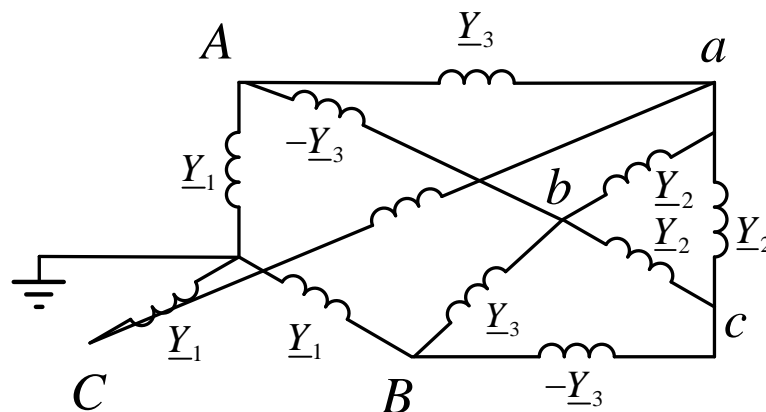


Рисунок 1.10 – Схема замещения для трансформатора со схемой соединения обмоток звезда-треугольник

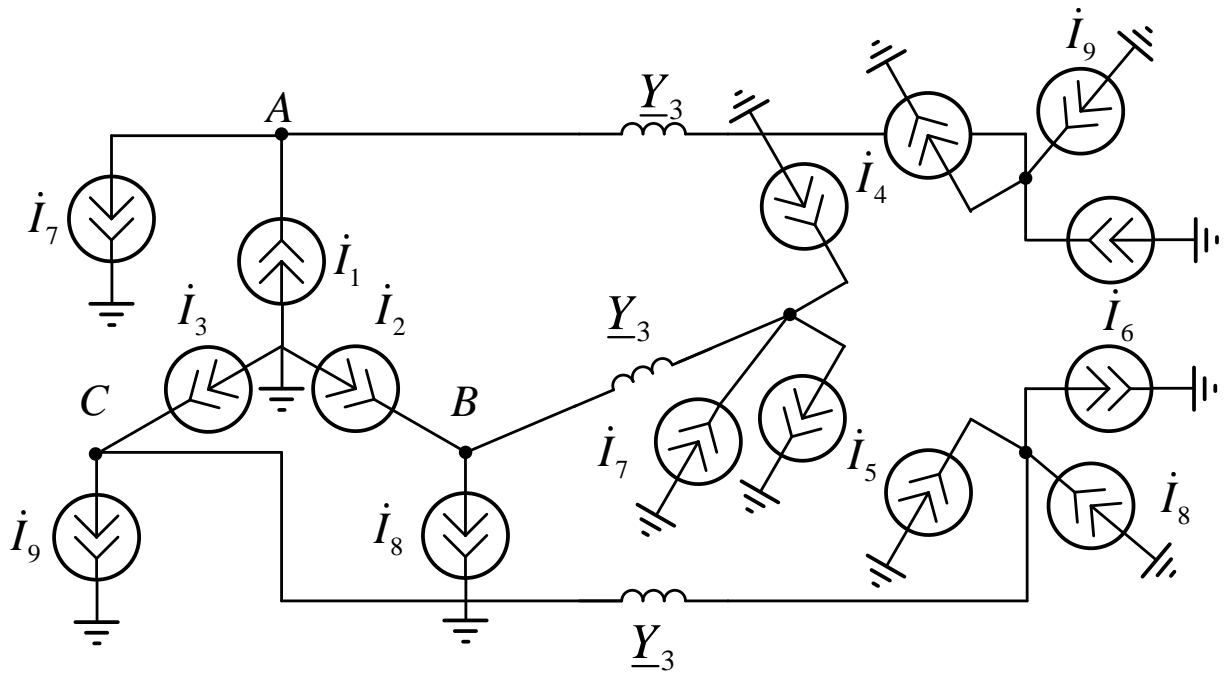


Рисунок 1.11 – Модель трансформатора с источниками тока для соединения обмоток звезда-треугольник

В статье [20] предлагается заменить магнитные связи между первичными и вторичными обмотками трансформатора на источники тока. Например, для соединения обмоток Yg/D , схема замещения которой приведена на рисунке 1.10, схема преобразуется к изображенной на рисунке 1.11.

Источники тока рассчитываются по следующим соотношениям:

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_t; \quad \underline{Y}_2 = \frac{\underline{Y}_t}{3 \cdot Kt^2}; \quad \underline{Y}_3 = \frac{\underline{Y}_t}{\sqrt{3}Kt};$$

$$i_1 = \underline{Y}_t \dot{U}_p^a; \quad i_2 = \underline{Y}_t \dot{U}_p^b; \quad i_3 = \underline{Y}_t \dot{U}_p^c;$$

(1.28)

$$i_4 = \frac{\underline{Y}_t}{3 \cdot Kt^2} (\dot{U}_s^a - \dot{U}_s^b); \quad i_5 = \frac{\underline{Y}_t}{3 \cdot Kt^2} (\dot{U}_s^b - \dot{U}_s^c); \quad i_6 = \frac{\underline{Y}_t}{3 \cdot Kt^2} (\dot{U}_s^c - \dot{U}_s^a);$$

$$i_7 = -\frac{\underline{Y}_t}{\sqrt{3}Kt} (\dot{U}_p^a - \dot{U}_s^b); \quad i_8 = -\frac{\underline{Y}_t}{\sqrt{3}Kt} (\dot{U}_p^b - \dot{U}_s^c); \quad i_9 = -\frac{\underline{Y}_t}{\sqrt{3}Kt} (\dot{U}_p^c - \dot{U}_s^a).$$

Величины токов должны пересчитываться на каждой итерации расчёта. Авторы работы [20] изначально предполагали использовать данную модель для метода Z-матрицы [23] (описан в главе 2 диссертации), но далее подобный подход

для моделирования трансформаторов был адаптирован для других методов расчёта режимов.

Метод замены связей между первичной и вторичной стороной источниками тока хорошо работает при невысокой степени несимметрии, но чем выше степень несимметрии, тем хуже сходятся итерационные методы.

Так же авторами в [24] выполнено расширение вышеописанного подхода на ряд других схем соединения обмоток. Данный способ очень часто встречается в зарубежных публикациях и используется как эталон для сравнения. Схожий способ моделирования представлен в [25].

Существуют и иные подходы к формированию матриц проводимости для описания трансформаторов с учетом групп соединения обмоток [26], [27]. Они могут формироваться либо из фазных параметров, либо на основе метода симметричных составляющих [28], [29], [30]. Но принципиально все они сводятся к формированию матрицы проводимости размерностью 6×6 .

В работе [28] представлено расширение вышеописанного подхода, позволяющее формировать матрицу проводимостей для трехобмоточного трансформатора размерностью 9×9 . В работах [31], [32] представлено расширение вышеописанного подхода, позволяющее учесть сопротивление в нейтрали трансформатора. Обобщение подходов для произвольных схем соединения обмоток выполнено авторами в [33], [34].

В вышеупомянутых публикациях элементарная матрица проводимости трансформатора содержит или только собственное сопротивление трансформатора, или собственное и взаимное сопротивление. При этом все взаимные сопротивления равны и несимметрия магнитопровода не рассматривается. В качестве источника информации для этих величин используются паспортные данные трансформатора. Данная модель будет полностью корректна только для трехфазной группы однофазных трансформаторов.

В работах Крюкова А.В. и Закарюкина В.П. [13] предложена модель трансформатора в трех фазах, соответствующая соотношению (1.25), где ненулевыми являются все элементы элементарной матрицы проводимости. Помимо этого, авторами предложена методика расчёта всех элементов этой элементарной матрицы проводимости. Несмотря на то, что в элементарной матрице проводимости учитывается несимметрия магнитопровода и отсутствуют ненулевые элементы, плохая обусловленность матрицы проводимости сети с трансформаторами Yg/D сохраняется.

Модель трансформатора для метода прямого-обратного хода предложена W.H. Kersting в [16], [35]. Модель вводится следующим образом. На рисунке 1.12 показана схема трансформатора со схемой соединения обмоток Y/D и необходимыми обозначениями токов и напряжений.

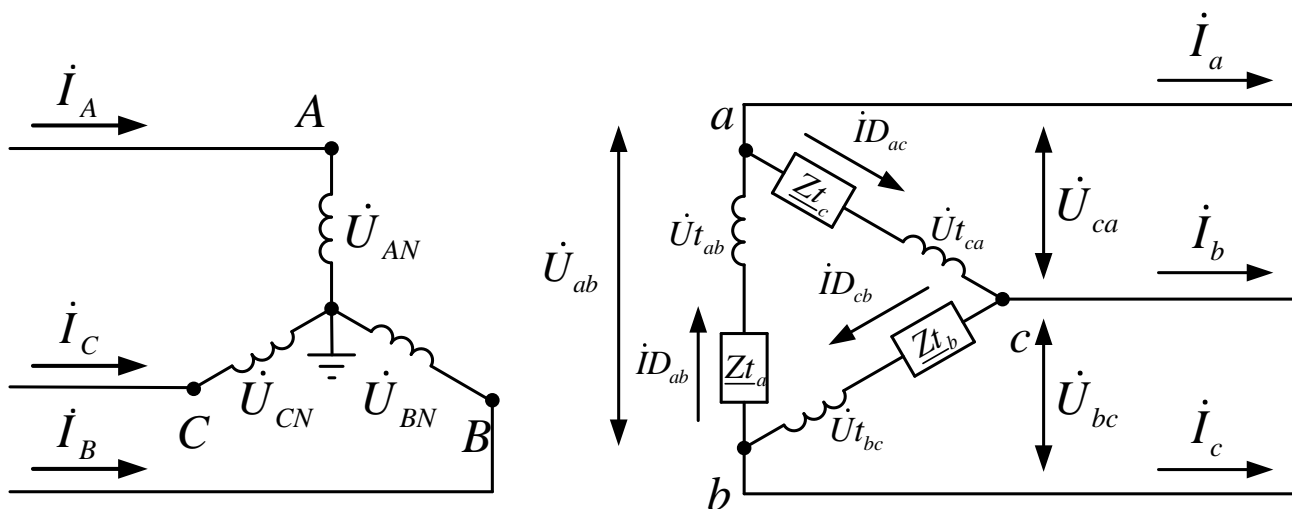


Рисунок 1.12 – Соединение обмоток земля-треугольник

Базисное соотношение токов и напряжений трансформатора как функция от коэффициента трансформации выглядит как:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_{AN} \\ \dot{U}_{BN} \\ \dot{U}_{CN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Kt & 0 & 0 \\ 0 & Kt & 0 \\ 0 & 0 & Kt \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_{t_{ab}} \\ \dot{U}_{t_{bc}} \\ \dot{U}_{t_{ca}} \end{pmatrix}, \quad (1.29)$$

или в матричной форме

$$ULN_{ABC} = AU \cdot Ut_{abc}, \quad (1.30)$$

и

$$\begin{pmatrix} \dot{I}D_{ba} \\ \dot{I}D_{cb} \\ \dot{I}D_{ac} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Kt & 0 & 0 \\ 0 & Kt & 0 \\ 0 & 0 & Kt \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

или в матричной форме:

$$\mathbf{ID}_{abc} = \mathbf{AU} \cdot \mathbf{I}_{ABC}, \quad (1.32)$$

где

$$Kt = \frac{V_{Y LN}}{V_{D LL}}. \quad (1.33)$$

$V_{Y LN}$ – фазное напряжение со стороны звезды, $V_{D LL}$ – линейное напряжение со стороны треугольника. Индексы у элементов матриц обозначают следующее:

D – треугольник;

LL – линейный параметр (line-to-line);

LN – фазный параметр (line-to-nutreal).

Решим систему уравнений (1.29) для наведённых напряжений в треугольнике трансформатора:

$$\mathbf{Ut}_{abc} = (\mathbf{AU})^{-1} \cdot \mathbf{ULN}_{ABC}. \quad (1.34)$$

Линейные напряжения на треугольнике могут быть выражены через напряжение, наведённое со стороны звезды, и токи, протекающие по треугольнику:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_{ab} \\ \dot{U}_{bc} \\ \dot{U}_{ca} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{U}t_{ab} \\ \dot{U}t_{bc} \\ \dot{U}t_{ca} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \underline{Z}t_a & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}t_b & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}t_c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}D_{ba} \\ \dot{I}D_{cb} \\ \dot{I}D_{ac} \end{pmatrix}. \quad (1.35)$$

Матричное выражение будет выглядеть как:

$$\mathbf{ULL}_{abc} = \mathbf{Ut}_{abc} - \mathbf{Zt}_{abc} \cdot \mathbf{ID}_{abc}. \quad (1.36)$$

Подставим выражение (1.30) и (1.34) в (1.36). Получим:

$$\mathbf{ULL}_{abc} = (\mathbf{AU})^{-1} \cdot \mathbf{ULN}_{ABC} - \mathbf{ZT}_{abc} \cdot \mathbf{I}_{ABC}, \quad (1.37)$$

где

$$\mathbf{ZT}_{abc} = \mathbf{Zt}_{abc} \cdot \mathbf{AU} = \begin{pmatrix} Kt \cdot \underline{Zt}_a & 0 & 0 \\ 0 & Kt \cdot \underline{Zt}_b & 0 \\ 0 & 0 & Kt \cdot \underline{Zt}_c \end{pmatrix}. \quad (1.38)$$

Ток, вытекающий из трансформатора со стороны треугольника, выраженный через токи в звезде, может быть определён как:

$$\mathbf{I}_{abc} = \mathbf{DI} \cdot \mathbf{ID}_{abc}, \quad (1.39)$$

где

$$\mathbf{DI} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.40)$$

Подставим выражение (1.32) в (1.39):

$$\mathbf{I}_{abc} = \mathbf{DI} \cdot \mathbf{AU} \cdot \mathbf{I}_{ABC} = \mathbf{BI} \cdot \mathbf{I}_{ABC}, \quad (1.41)$$

где

$$\mathbf{BI} = \begin{pmatrix} Kt & 0 & -Kt \\ -Kt & Kt & 0 \\ 0 & -Kt & Kt \end{pmatrix}. \quad (1.42)$$

Поскольку определитель матрицы \mathbf{BI} равен 0, невозможно использовать выражение (1.42) для определения выражения отношения токов в звезде к токам в треугольнике.

Для получения требуемого соотношения, первые два уравнения записываются по первому закону Кирхгофа в узлах треугольника:

$$\begin{aligned} \dot{I}_a &= \dot{I}_{ba} - \dot{I}_{ac}, \\ \dot{I}_b &= \dot{I}_{cb} - \dot{I}_{ba}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Третье уравнение, связывающее токи в треугольнике $(\dot{I}_{ba}, \dot{I}_{cb}, \dot{I}_{ac})$ с токами вторичной стороны $(\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c)$ записывается по-разному для заземлённой и изолированной нейтрали звезды.

Для *изолированной нейтрали* используется условие, что сумма токов в треугольнике должна быть равна 0, т. к. звезда трансформатора не заземлена:

$$\dot{I}_{ba} + \dot{I}_{cb} + \dot{I}_{ac} = 0. \quad (1.44)$$

В результате можно получить:

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}_{ba} \\ \dot{I}_{cb} \\ \dot{I}_{ac} \end{pmatrix}. \quad (1.45)$$

Токи в треугольнике могут быть определены путем решения уравнения (1.45):

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_{ba} \\ \dot{I}_{cb} \\ \dot{I}_{ac} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.46)$$

или

$$\mathbf{ID}_{abc} = \mathbf{L0} \cdot \mathbf{I}_{ab0}. \quad (1.47)$$

Выражение (1.46) может быть модифицировано путем использования фазных токов:

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_{ba} \\ \dot{I}_{cb} \\ \dot{I}_{ac} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{pmatrix}, \quad (1.48)$$

$$\mathbf{ID}_{abc} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{I}_{abc}. \quad (1.49)$$

Решим выражение (1.32) относительно (\mathbf{I}_{ABC}) и подставим в (1.49):

$$\mathbf{I}_{ABC} = (\mathbf{AU})^{-1} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{I}_{abc} = \mathbf{AI} \cdot \mathbf{I}_{abc}, \quad (1.50)$$

где

$$\mathbf{AI} = (\mathbf{AU})^{-1} \cdot \mathbf{L} = \frac{1}{3Kt} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.51)$$

Фазное напряжение со стороны звезды – это функция, значение которой зависит от междуфазных напряжений со стороны треугольника и линейных токов.

Решим выражение (1.37) относительно (\mathbf{ULN}_{ABC}) :

$$\mathbf{ULN}_{ABC} = \mathbf{AU} \cdot \mathbf{ULL}_{abc} + \mathbf{AU} \cdot \mathbf{ZT}_{ABC} \cdot \mathbf{I}_{ABC}. \quad (1.52)$$

Подставим (1.50) в (1.52):

$$ULN_{ABC} = AU \cdot ULL_{abc} + AU \cdot ZT_{ABC} \cdot AI \cdot I_{abc}. \quad (1.53)$$

Уравнения (1.53) и (1.50) используются в прямом ходе расчёта от нагрузки к балансирующему узлу, уравнения (1.37) и (1.41) используются в обратном ходе расчёта – от балансирующего узла к нагрузке.

В описанных уравнениях со стороны треугольника используются линейные напряжения. Для перехода к фазным напряжениям автор предлагает использовать положение принципа симметричных составляющих: фаза напряжения прямой последовательности изменяется на аргумент комплексного коэффициента трансформации, фаза напряжения обратной последовательности изменяется на аргумент комплексно сопряженного комплексного коэффициента трансформации, напряжение нулевой последовательности не проходит через треугольник:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}LN_0 \\ \dot{U}LN_1 \\ \dot{U}LN_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Kt} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Kt}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}LL_0 \\ \dot{U}LL_1 \\ \dot{U}LL_2 \end{pmatrix}, \quad (1.54)$$

или

$$ULN_{012} = T ULL_{012}. \quad (1.55)$$

Ввиду того, что линейное напряжение нулевой последовательности всегда равно нулю, элемент матрицы, стоящий в первой строке и первом столбце, может быть любым, поэтому для простоты он принимается равным нулю.

Для связи фазных и линейных напряжений сначала используется переход в симметричные составляющие через матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{pmatrix}. \quad (1.56)$$

Потом применяется матрица T , как коэффициент трансформации для напряжений в симметричных составляющих, а затем, для перехода от симметричных составляющих к фазным величинам, обратная матрица A^{-1} :

$$W = A^{-1} T A. \quad (1.57)$$

На основании этого связь линейных и фазных напряжений запишется как:

$$ULN_{abc} = W ULL_{abc}. \quad (1.58)$$

Если принять $\underline{Kt} = \frac{1}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ$, то матрица W будет равна:

$$W = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 2/3 \end{pmatrix}. \quad (1.59)$$

Далее в работе будет использоваться именно это значение матрицы W .

Для вывода уравнения трансформатора с глухозаземлённой нейтралью W. Н. Kersting предлагает использовать второй закон Кирхгофа в треугольнике:

$$\frac{\dot{U}_{AN}}{Kt} - \underline{Zt}_{ba} i_{ba} + \frac{\dot{U}_{BN}}{Kt} - \underline{Zt}_{cb} i_{cb} + \frac{\dot{U}_{CN}}{Kt} - \underline{Zt}_{ac} i_{ac} = 0. \quad (1.60)$$

Откуда

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ \frac{\dot{U}_{AN}}{Kt} + \frac{\dot{U}_{BN}}{Kt} + \frac{\dot{U}_{CN}}{Kt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ \underline{Zt}_{ba} & \underline{Zt}_{cb} & \underline{Zt}_{ac} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{ba} \\ i_{cb} \\ i_{ac} \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

Путем решения данного уравнения получается соотношение для токов в треугольнике, являющееся аналогом (1.49), дальнейшие выводы будут аналогичны.

В диссертационной работе для моделирования трансформаторов с группой соединения Y/D использовалась модель, предложенная Kersting W.Н. Выбор объясняется тем, что модель имеет единственное допущение – эффект сдвига фаз учтён через метод симметричных составляющих. Другие модели предполагают допущения, которые либо не позволяют получить стабильно сходящуюся итерационную процедуру, либо искажают результат расчёта по причине наличия фиктивных элементов.

Необходимо отметить, что в моделях трансформатора для расчёта установившихся режимов не учитывают нелинейность, связанную с насыщением сердечника трансформатора, ввиду сложности математического представления, и, как следствие, сложности интеграции в расчётный алгоритм. Точные модели [36], [37], учитывающие эти эффекты, подходят для гармонического анализа и точного

моделирования во временной области. Эти модели подходят для рассмотрения явлений в трансформаторах на небольших простых схемах, но напрямую не могут быть применены в алгоритмах расчёта установившихся режимов.

1.4 Моделирование генерирующих установок

1.4.1 Моделирование синхронных генераторов

В алгоритмах расчёта установившихся режимов генераторы принято представлять PV узлами. При этом исходными данными выступают напряжение на зажимах генератора и выдаваемая генератором активная мощность. Напряжение считается постоянным, поскольку на генераторах установлены АРВ сильного действия.

При моделировании синхронных генераторов в установившихся режимах в фазных координатах существует ряд подходов. Наиболее простой – использовать три PV узла с постоянными напряжениями, генерируемая мощность которых равна и делится поровну относительно однолинейного значения. В этой модели исключается рассмотрение условий несимметрии напряжений на зажимах генераторов. Для решения этой проблемы можно представить генератор с помощью его внутренних ЭДС, которые будут симметричны и с постоянной величиной. Но тогда возникает вопрос: каким образом рассчитать значение внутренней ЭДС генератора?

В литературе [8], [9] описываются более точные модели. В качестве допущения принимается, что синхронная машина выполнена симметрично, и эффекты, связанные с несимметрией и несинусоидальностью вследствие конструктивных особенностей генератора, не учитываются. На основании этого допущения можно считать, что ток в обмотке возбуждения наводит симметричные фазные ЭДС внутри генератора. При расчёте установившихся режимов их величина принимается постоянной. Генерируемая трехфазная мощность равномерно распределяется между тремя фазными ЭДС.

Учет влияния действия АРВ зависит от конкретной реализации регулятора. Для всех видов АРВ универсально утверждение, что АРВ поддерживает постоянное напряжение прямой последовательности на зажимах генератора.

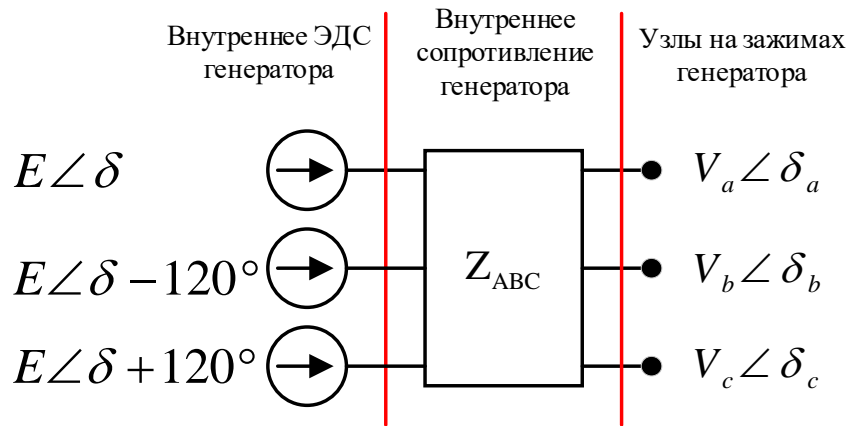


Рисунок 1.13 – Представление генератора в трех фазах

В рамках данного подхода генератор представляется внутренними ЭДС, внутренним сопротивлением Z_{ABC} и тремя узлами на зажимах генератора, как показано на рисунке 1.13. В расчётах установившегося режима узлы на зажимах генератора представляются обычными PQ узлами. Матрица внутренних сопротивлений генератора имеет размерность 3×3 и формируется на основе значений сопротивлений прямой, обратной и нулевой последовательности. Подобный способ получения сопротивлений описан в разделе 1.6. Внутренние ЭДС генератора в каждой из фаз равны по модулю, углы фаз ЭДС отличаются строго на 120° . Таким образом, внутренние ЭДС генератора представляются двумя переменными: $E_{вн}$ и $\delta_{вн}$. Исходными данными для модели выступают заданное напряжение прямой последовательности на зажимах генератора $V_{Ген}$ и выдаваемая трехфазная мощность $P_{3ф}$. Ввиду того, что в модель добавляются две неизвестные ($E_{вн}$ и $\delta_{вн}$), для них необходимо составить два уравнения. Первое уравнение должно описывать условие заданного напряжения прямой последовательности на зажимах:

$$V_{Ген} = (1/3) \cdot |\dot{U}_A + \dot{U}_B \cdot 1_{\angle 120^\circ} + \dot{U}_C \cdot 1_{\angle 240^\circ}|. \quad (1.62)$$

Второе уравнение должно описывать условие суммарной мощности, выдаваемой генератором:

$$P_{3\phi} = P_A + P_B + P_C, \quad (1.63)$$

где мощность каждой из фаз (P_A, P_B, P_C) рассчитывается из условия:

$$P_\phi = E_\phi \cdot U_\phi \cdot Y_\phi \cdot \sin(\delta_{\phi\text{вн}} - \delta_{U\phi\text{г}}) \quad (1.64)$$

Индекс «ф» обозначает фазное значение.

1.4.2 Моделирование установок малой и распределённой генерации

При рассмотрении режимов распределительных сетей необходимо отдельное внимание уделить моделированию установок малой и распределённой генерации, которые получают всё большее распространение. При этом существует большое разнообразие генерирующих устройств, каждое из которых обладает определённой спецификой. Если обобщить, то эти устройства могут работать в одном из режимов [38], [39]:

- постоянная выдаваемая активная и реактивная мощность;
- мощность выдается с фиксированным коэффициентом мощности;
- мощность выдается с фиксированным напряжением на зажимах.

Способы подключения установок малой и распределённой генерации к сети в зависимости от вида генерации можно обобщить следующим образом:

1. *Ветроэнергетические установки.* Ветроэнергетические установки можно разделить на установки с постоянной и переменной скоростью [40]. В первой группе винт соединён через редуктор с асинхронным генератором, который напрямую присоединяется к сети. Во второй группе винт соединён с асинхронным или синхронным генератором (как классическим, так и на постоянных магнитах) [41]. В свою очередь выдаваемая генератором мощность подается в сеть через полупроводниковый интерфейс на основе выпрямителя и инвертора.

2. *Топливные элементы.* Топливные элементы осуществляют преобразование запасённой в них химической энергии в электрическую путем соответствующей химической реакции без применения каких-либо электрических машин [42]. Постоянный ток от топливного элемента преобразуется в переменный посредством инвертора, который выдает мощность топливного элемента в сеть.
3. *Фотоэлектрические системы.* Фотоэлектрические системы преобразуют солнечную энергию в электрическую. Как и топливные элементы, имеют на выходе постоянный ток и подключаются к сети через инвертор.
4. *Дизель-генераторные установки.* В этих типах установок сжигание топлива приводит во вращение дизельный двигатель, который подключен к синхронному или асинхронному генератору.
5. *Газовые турбины.* В этих типах установок газовая турбина вращает синхронный генератор, который выдает мощность в сеть.
6. *Микро-турбины.* Турбина вращает высокоскоростную синхронную машину с постоянными магнитами. Данный тип установок подключается к сети через полупроводниковое устройство, содержащее выпрямитель и инвертор [41], [43].

В соответствии со сказанным, мощность может выдаваться в сеть либо напрямую от синхронных или асинхронных генераторов, либо через полупроводниковый интерфейс на основе выпрямителя и инвертора. На основе этих характеристик устройств могут использоваться следующие модели [44]:

1. Асинхронный генератор. У асинхронного генератора активная, и реактивная выдаваемая мощность являются функциями скольжения [45]:

$$\begin{aligned} P &= f(V, s), \\ Q &= f(V, s), \end{aligned} \quad (1.65)$$

где P и Q – выдаваемая генератором активная и реактивная мощность, s – скольжение асинхронного генератора, V – напряжение на зажимах. Если

принять, что $P = const$, и пренебречь слабой зависимостью реактивной мощности от скольжения, то выражение (1.65) может быть сведено к

$$\begin{aligned} P &= P_s = const, \\ Q &= f(V). \end{aligned} \quad (1.66)$$

Второе выражение является статической характеристикой реактивной мощности по напряжению. Если принять, что напряжение на зажимах близко к номинальному, то асинхронный генератор для упрощения может моделироваться тремя PQ узлами.

2. Синхронный генератор. Если синхронный генератор работает в режиме поддержания постоянного напряжения на зажимах, то он моделируется тремя PV узлами, если в режиме поддержания постоянного коэффициента мощности, то он моделируется тремя PQ узлами. Детальное моделирование синхронных генераторов было описано в предыдущем подразделе.
3. Полупроводниковый интерфейс. Моделирование установок, подключённых через полупроводниковый интерфейс, зависит от настроек полупроводниковой системы. Если осуществляется независимый контроль P и V [46], то используется модель с использованием PV узлов. Если осуществляется независимый контроль P и Q [47], [48] то используется модель трех PQ узлов.

Существуют и уточненные модели для установок малой генерации, детально учитывающие ряд аспектов в несимметричных режимах [49]–[54].

1.5 Моделирование нагрузок

При моделировании установившихся режимов нагрузку принято моделировать:

1. PQ узлами.
2. Статическими характеристиками нагрузки по напряжению.
3. Постоянными шунтами.

При рассмотрении установившихся режимов в трех фазах первые два способа не имеют принципиальных особенностей и могут быть заданы для каждой из фаз. Если рассматривать трехфазную нагрузку в виде постоянных сопротивлений, то она может соединяться либо в звезду, либо в треугольник. Также при моделировании режимов в трех фазах нагрузки могут быть однофазными, а в случае постоянных сопротивлений и междуфазными.

1.6 Получение однолинейных параметров из трехфазных

Для получения однолинейных параметров из трехфазных может быть использован метод симметричных составляющих. Сопротивления прямой последовательности используются в качестве однолинейных параметров.

Для перевода векторов из трех фаз в векторы симметричных составляющих используется матрица перехода:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{pmatrix}. \quad (1.67)$$

Если

$$\begin{pmatrix} \dot{F}_A \\ \dot{F}_B \\ \dot{F}_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{F}_0 \\ \dot{F}_1 \\ \dot{F}_2 \end{pmatrix}, \quad (1.68)$$

или в матричной форме

$$\mathbf{F}_{ABC} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}_{012} \quad (1.69)$$

(индекс «012» соответствует параметрам в симметричных составляющих, индекс «ABC» соответствует параметрам в фазах ABC), то для токов и напряжений можно записать:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{ABC} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{I}_{012}, & \mathbf{I}_{012} &= \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{I}_{ABC}, \\ \mathbf{U}_{ABC} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{U}_{012}, & \mathbf{U}_{012} &= \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{U}_{ABC}. \end{aligned} \quad (1.70)$$

Из закона Ома можно вывести:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{ABC} \cdot \mathbf{I}_{ABC} &= \mathbf{U}_{ABC}, \\ \mathbf{Z}_{ABC} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{I}_{012} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{U}_{012}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{Z}_{ABC} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{I}_{012} = \mathbf{U}_{012},$$

$$\mathbf{Z}_{012} \cdot \mathbf{I}_{012} = \mathbf{U}_{012}.$$

Откуда следует, что

$$\mathbf{Z}_{012} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{Z}_{ABC} \cdot \mathbf{A}. \quad (1.71)$$

Справедлива и обратная формула для получения значений фазных сопротивлений на основе сопротивлений прямой обратной и нулевой последовательности:

$$\mathbf{Z}_{ABC} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Z}_{012} \cdot \mathbf{A}^{-1}. \quad (1.72)$$

При полной симметрии режима (как в части нагрузок, так и в части параметров схемы замещения) результат расчёта в трех фазах будет аналогичен результату расчёта на основе однолинейных схем замещения. Это можно использовать в качестве способа верификации разработанных алгоритмов с помощью классических многократно апробированных алгоритмов расчёта.

1.7 Выводы по главе 1

1. В литературе широко представлены математические модели элементов электрической сети в трех фазах: воздушные и кабельные линии электропередачи, трансформаторы, генераторы, нагрузка. Разработаны методы расчёта параметров этих элементов. Это говорит о высокой степени проработанности вопроса и позволит строить алгоритмы анализа режимов, опираясь на уже существующие модели.
2. Существует несколько подходов к моделированию трансформаторов со схемой соединения обмоток звезда-треугольник. Это связано с тем, что уравнения, которые описывают трансформатор, содержат линейную зависимость. Автором для дальнейшей разработки алгоритмов выбран подход W.H. Kersting, который использует метод симметричных составляющих для описания эффекта сдвига фаз в трансформаторе.
3. Способ моделирования установок малой и распределённой генерации зависит от вида установки. Помимо этого, различные настройки систем

регулирования оказывают непосредственное влияние на способ моделирования. При этом конкретная модель в расчёте представляется либо тремя PQ узлами, либо тремя PV узлам.

4. Результаты расчёта в трех фазах могут быть сопоставлены с классическими однолинейными моделями с использованием метода симметричных составляющих. Параметры режима прямой последовательности при расчёте в трех фазах в симметричном режиме совпадают с однолинейным расчётом.

ГЛАВА 2. МЕТОДЫ РАСЧЁТА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ В ТРЕХ ФАЗАХ

Расчёт несимметричных установившихся режимов может осуществляться либо в симметричных составляющих, либо в фазных координатах. Классический метод симметричных составляющих [5] позволяет в наиболее простой форме рассчитывать режимы однократных несимметричных коротких замыканий, когда схемы последовательностей связаны только в одной точке. Существует расширение метода симметричных составляющих для многократных несимметрий, значительно усложняющее схемы замещения и расчётные алгоритмы [7].

Если в схемах замещения есть элементы, в которых присутствует связь между последовательностями (сопротивления Z_{12}, Z_{20}, Z_{10} не равны нулю), сложность метода становится сопоставимой с методом расчёта в фазных координатах. При этом фазные координаты являются естественным представлением элементов, а симметричные составляющие – математической абстракцией, что усложняет их использование и понимание. Поэтому дальнейший обзор существующих методов расчёта УР сосредоточен именно на фазных координатах.

2.1 Уравнения узловых напряжений в трехфазной постановке

2.1.1 Трехфазная матрица проводимости

В основе многих алгоритмов расчёта установившихся режимов лежат уравнения узловых напряжений (УУН). В простейшем случае линейные УУН в форме баланса токов в матричной форме имеют вид:

$$Y \cdot U = I, \quad (2.1)$$

где I – вектор токов узлов, U – искомый вектор напряжений узлов, Y – матрица проводимости. Данный метод получил широкое распространение из-за легкости алгоритмизации составления матрицы Y :

$$Y_{km} = \begin{cases} \frac{1}{Z_{km}}, & m \in k, \quad km \in \gamma_{k1}; \\ \frac{1}{Z_{km} \cdot Kt_{km}}, & m \in k, \quad km \in \gamma_{k2}; \\ \frac{1}{Z_{km} \cdot Kt_{km}^*}, & m \in k, \quad km \in \gamma_{k3}; \\ 0 & m \notin k; \end{cases} \quad (2.2)$$

$$Y_{kk} = - \sum_{mk \in \gamma_{k1} + \gamma_{k2}} \left(\frac{1}{Z_{km}} + Y_{km}^{sh} \right) - \sum_{mk \in \gamma_{k3}} \left(\frac{1}{Z_{km} \cdot |Kt_{km}|^2} \right) - Y_k^{sh},$$

где Z_{km} – сопротивление ветви, Kt_{km} – коэффициент трансформации ветви, γ_{k1} – множество ветвей без трансформаторов, γ_{k2} – множество инцидентных к узлу k трансформаторных ветвей, сопротивление которых Z_{km} приведено к узлу k ; γ_{k3} – множество трансформаторных ветвей, у которых сопротивление приведено к узлу m , Y_{kk} – собственная проводимость узла, Y_{km} – взаимная проводимость узла [2].

При переходе к расчёту в трех фазах базовый алгоритм составления матрицы проводимости не изменяется. Принципиальное отличие заключается в том, что каждый элемент матрицы Y – это подматрица размерностью 3×3 , так называемая элементарная матрица проводимости элемента. Способы получения элементарных матриц проводимости элементов были рассмотрены в первой главе диссертационной работы.

В отсутствие трансформаторов принципиальных отличий в составлении матрицы проводимости нет, кроме замены проводимостей на элементарные матрицы проводимости размерностью 3×3 . Учет трансформаторных ветвей некоторым образом отличается. Как говорилось ранее, для УУН трансформатор описывается уравнениями (1.25):

$$\begin{pmatrix} I_{ABC}^{\Pi} \\ I_{ABC}^{\text{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{ABC}^{\Pi\Pi} & Y_{ABC}^{\Pi\text{B}} \\ Y_{ABC}^{\text{B}\Pi} & Y_{ABC}^{\text{B}\text{B}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{ABC}^{\Pi} \\ U_{ABC}^{\text{B}} \end{pmatrix}.$$

Вид каждой из подматриц ($Y_{ABC}^{\Pi\Pi}$, $Y_{ABC}^{\Pi\text{B}}$, $Y_{ABC}^{\text{B}\Pi}$, $Y_{ABC}^{\text{B}\text{B}}$) зависит от схемы соединения обмоток. При составлении матрицы проводимости $Y_{ABC}^{\Pi\Pi}$ и $Y_{ABC}^{\text{B}\text{B}}$ добавляются к

собственным проводимостям узлов первичной и вторичной стороны соответственно; $Y_{ABC}^{ПВ}$ и $Y_{ABC}^{ВП}$ используются в качестве взаимных проводимостей.

2.1.2 Модификации УУН для расчёта установившихся режимов в трех фазах

Первые работы по рассмотрению установившихся режимов в трех фазах связаны с расширением однолинейной постановки задачи на трехфазные модели. Для этого использовались уравнения узловых напряжений в *форме баланса мощности* и решались методом Ньютона первого порядка [8], [9].

Уравнения невязок по активной мощности имеют вид:

$$\begin{aligned}\Delta P a_k(V, \delta) &= P a_k - V a_k \cdot \sum_{m \in k} \left(\begin{aligned} &V a_m \cdot \operatorname{Re}(e^{j(\delta a_m - \delta a_k)} \cdot Y a a_{km}) \\ &+ V b_m \cdot \operatorname{Re}(e^{j(\delta b_m - \delta a_k)} \cdot Y a b_{km}) \\ &+ V c_m \cdot \operatorname{Re}(e^{j(\delta c_m - \delta a_k)} \cdot Y a c_{km}) \end{aligned} \right) = 0 \\ \Delta P b_k(V, \delta) &= P b_k - V b_k \cdot \sum_{m \in k} \left(\begin{aligned} &V a_m \cdot \operatorname{Re}(e^{j(\delta a_m - \delta b_k)} \cdot Y b a_{km}) \\ &+ V b_m \cdot \operatorname{Re}(e^{j(\delta b_m - \delta b_k)} \cdot Y b b_{km}) \\ &+ V c_m \cdot \operatorname{Re}(e^{j(\delta c_m - \delta b_k)} \cdot Y b c_{km}) \end{aligned} \right) = 0, \quad k \in PV + PQ. \quad (2.3) \\ \Delta P c_k(V, \delta) &= P c_k - V c_k \cdot \sum_{m \in k} \left(\begin{aligned} &V a_m \cdot \operatorname{Re}(e^{j(\delta a_m - \delta c_k)} \cdot Y c a_{km}) \\ &+ V b_m \cdot \operatorname{Re}(e^{j(\delta b_m - \delta c_k)} \cdot Y c b_{km}) \\ &+ V c_m \cdot \operatorname{Re}(e^{j(\delta c_m - \delta c_k)} \cdot Y c c_{km}) \end{aligned} \right) = 0\end{aligned}$$

Уравнения невязок по реактивной мощности имеют вид:

$$\begin{aligned}\Delta Q a_k(V, \delta) &= Q a_k + V a_k \cdot \sum_{m \in k} \left(\begin{aligned} &V a_m \cdot \operatorname{Im}(e^{j(\delta a_m - \delta a_k)} \cdot Y a a_{km}) \\ &+ V b_m \cdot \operatorname{Im}(e^{j(\delta b_m - \delta a_k)} \cdot Y a b_{km}) \\ &+ V c_m \cdot \operatorname{Im}(e^{j(\delta c_m - \delta a_k)} \cdot Y a c_{km}) \end{aligned} \right) = 0 \\ \Delta Q b_k(V, \delta) &= Q b_k + V b_k \cdot \sum_{m \in k} \left(\begin{aligned} &V a_m \cdot \operatorname{Im}(e^{j(\delta a_m - \delta b_k)} \cdot Y b a_{km}) \\ &+ V b_m \cdot \operatorname{Im}(e^{j(\delta b_m - \delta b_k)} \cdot Y b b_{km}) \\ &+ V c_m \cdot \operatorname{Im}(e^{j(\delta c_m - \delta b_k)} \cdot Y b c_{km}) \end{aligned} \right) = 0, \quad k \in PQ. \quad (2.4) \\ \Delta Q c_k(V, \delta) &= Q c_k + V c_k \cdot \sum_{m \in k} \left(\begin{aligned} &V a_m \cdot \operatorname{Im}(e^{j(\delta a_m - \delta c_k)} \cdot Y c a_{km}) \\ &+ V b_m \cdot \operatorname{Im}(e^{j(\delta b_m - \delta c_k)} \cdot Y c b_{km}) \\ &+ V c_m \cdot \operatorname{Im}(e^{j(\delta c_m - \delta c_k)} \cdot Y c c_{km}) \end{aligned} \right) = 0\end{aligned}$$

Здесь:

$\Delta P_k(V, \delta)$ – это уравнение невязок по активной мощности, записывается для нагрузочных узлов (PQ) и генераторных узлов (PV);

$\Delta Q_k(V, \delta)$ – это уравнение невязок по реактивной мощности, записывается только для нагрузочных узлов (PQ);

V, δ – модули и углы напряжений, которые являются искомыми переменными;
 P_k, Q_k – активная и реактивная мощность нагрузки и генерации узлов;
 G, B, Y – активная, реактивная и комплексная проводимости соответственно, которые являются элементами матрицы проводимости;
 $Y_{aa_{km}}, Y_{ab_{km}}, Y_{ac_{km}}, Y_{ba_{km}}, Y_{bb_{km}}, Y_{bc_{km}}, Y_{ca_{km}}, Y_{cb_{km}}, Y_{cc_{km}}$ – элементы трехфазной матрицы проводимости между узлами k и m . В целом уравнения повторяют вид уравнений узловых напряжений, за исключением составляющих матрицы проводимости.

Значительным плюсом данного подхода является его высокая проработанность в рамках однолинейной постановки задачи. Отсутствуют ограничения на структуру сети, математическое описание универсально как для сложнзамкнутых, так и для радиальных сетей. Основным недостатком данного метода считается проблема сходимости в нагруженных и несимметричных режимах [55] с большим количеством узлов [56].

В статье [57] для решения УУН предлагается использовать метод Ньютона второго порядка. Авторы утверждают, что метод быстрее в 3-5 раз и обладает лучшими характеристиками сходимости по сравнению с методом Ньютона первого порядка для схем больших размерностей.

Помимо УУН в форме баланса мощности существуют и трехфазные УУН в *форме баланса токов* [58], [59]. В зарубежной литературе УУН в форме баланса токов в прямоугольной системе координат получили название Current Injection Model (CIM).

Главным преимуществом этой модели является то, что при решении УУН методом Ньютона элементы матрицы Якоби совпадают с матрицей проводимости и не изменяются от итерации к итерации. Изменяющиеся элементы связаны только с уравнениями невязок для напряжения PV узлов. Значительным недостатком данного метода является то, что учет PV узлов создает численные проблемы и ухудшает сходимость итерационной процедуры. В работе [60] предложен способ улучшения

вычислительных характеристик, связанных с учетом PV узлов, но оговаривается, что проблему это полностью не решает.

Расчёт UP в трех фазах непосредственно в комплексной форме представлен в [61]. Автором заявлены хорошие характеристики сходимости предложенного метода. Сравнение и анализ различных форм записи УУН для расчёта UP в трех фазах представлено в [62]. В статье делается вывод, что наилучшими вычислительными характеристиками (время вычисления и число итераций) обладают именно уравнения в форме баланса токов, как в полярной, так и в декартовой системе координат. Данный вывод делается на основе расчёта тестовых схем, в которых отсутствуют генераторные узлы, а значит, его нельзя считать универсальным.

Автором диссертации было разработано «Программное обеспечение для расчёта режима электроэнергетической системы в трехфазных координатах на основе уравнений узловых напряжений». Программное обеспечение было зарегистрировано в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, на него получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018660547. Программное обеспечение позволило проанализировать эффективность расчёта установившихся режимов в трех фазах с использованием нелинейных уравнений узловых напряжений.

Главным недостатком нелинейных уравнений узловых напряжений является проблема сходимости итерационного расчёта методом Ньютона. При рассмотрении режимов распределительных сетей в трех фазах эта проблема усугубляется рядом факторов.

В распределительных сетях длины линий могут варьироваться в широком диапазоне. Это приводит к разномасштабности сопротивлений различных элементов, что ухудшает сходимость расчёта. Кроме того, у линий электропередачи значительно может отличаться отношение X/R (в диапазоне от 4 до 0,04), у понижающих трансформаторов 110 кВ X/R может превышать 20, что тоже негативно сказывается на сходимости расчёта.

Другая проблема использования нелинейных УУН для расчёта режимов в трех фазах – это учет трансформаторов с группой соединения Yg/D . Проблема плохой обусловленности в элементарной матрице проводимости трансформатора была подробно рассмотрена в разделе 1.3 диссертационной работы, посвященном способам моделирования трансформатора. Уравнения, описывающие трансформатор, содержат линейную зависимость, которая попадает в трехфазную матрицу проводимости сети. Это, в свою очередь, создает плохую обусловленность системы уравнений, и, как следствие, итерационная процедура плохо сходится. Если учитывается только несимметрия линий электропередачи, расчёт режимов сходится в среднем за 3-4 итерации. При добавлении несимметрии в нагрузку метод Ньютона перестает сходиться.

2.1.3 Способы ускорения расчёта установившихся режимов в трех фазах на основе УУН

При переходе к трехфазным моделям повышается вычислительная сложность задачи. В случае однолинейных моделей для магистральных сетей проблема вычислительной сложности решается с помощью быстрого разделённого метода Ньютона [63]–[65]. Данный метод основывается на том, что если $R \ll X$, то переток активной мощности зависит от разности фаз напряжений, а переток реактивной мощности зависит от разницы модулей напряжений, поэтому производные $dP/dU = 0$ и $dQ/d\delta = 0$. В распределительных сетях активное и реактивное сопротивления сопоставимы и данное допущение может приводить либо к расхождению итерационной процедуры, либо к сходимости в точку, далекую от решения.

Существуют модификации быстрого разделённого метода Ньютона для адаптации его к трехфазной постановке задачи. Простое перенесение принципов данного метода на трехфазную модель сети представлено в работе [66]. На тестовом примере, представленном в статье, показана высокая сходимость данного метода даже при высокой степени несимметрии, но при этом отношение $X/R \approx 5$,

что не характерно для распределительных сетей. В [67] представлена модификация метода, улучшающая его сходимость. В работах [68], [69] предложена идея разделённого метода для низковольтных сетей, где выполняется обратное соотношение $R > X$.

При расчёте в трех фазах разделение может быть сделано по фазам (Phase Decoupled Load Flow) [70], [71]. В основе данных методов лежит следующий принцип: междуфазные индуктивности меньше, чем собственные индуктивности, $L_{i,j} < L_{i,i}$, поэтому при расчёте матрицы Якоби делается следующее допущение:

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} Z_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{cc} \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

что в шесть раз уменьшает число значимых элементов матрицы Якоби. Допущение вносит наименьшую погрешность в низковольтных сетях, где электромагнитное взаимодействие фаз проявляется значительно слабее, чем в высоковольтных сетях.

Новой тенденцией в области ускорения расчётов УР в трех фазах, альтернативной разделённым методам, становится применение линеаризации к правой части УУН (Linear Power Flow) [72]–[74]. В УУН в форме баланса токов

$$\begin{pmatrix} \mathbf{G} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}^{re} \\ \mathbf{V}^{im} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}^{re}(\mathbf{V}^{re}, \mathbf{V}^{im}) \\ \mathbf{I}^{im}(\mathbf{V}^{re}, \mathbf{V}^{im}) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

токи являются нелинейной функцией от напряжения (токи являются функцией от мощностей и напряжений, мощности также являются функцией от напряжения при учете статических характеристик нагрузки). Делается допущение, что в нормальных режимах напряжения близки к номинальным, поэтому от нелинейности токов можно избавиться путем линеаризации.

Результат расчёта подобными методами безусловно будет отличаться от точного решения исходной системы уравнений, но расчёты показывают, что в нормальных режимах отличия незначительны. В статьях [72]–[74] подчеркивается, что одинаково хорошо обрабатываются как радиальные, так и сложно замкнутые структуры, вычислительная процедура не завязана на соотношение X/R . В качестве

области применения данных методов авторы предполагают расчёты в реальном времени для текущей эксплуатации нормальных режимов, где допущение метода не дает значимой погрешности.

Помимо различных допущений и упрощений на основе соотношения параметров для ускорения расчётов УР распределительных сетей используют их радиальную структуру [56], [75]. Различные способы сортировки уравнений и переменных позволяют получить линейную систему уравнений, решаемую на каждой итерации, с верхнетреугольной матрицей. Это позволяет исключить процедуру разложения на верхнюю и нижнюю треугольную матрицу, что значительно уменьшает вычислительные затраты на расчёт одной итерации.

В работе [56] предлагается Decomposed Newton algorithm (разложенный метод Ньютона). В основе данного метода лежит следующее предположение: в распределительных сетях есть множество коротких линий, по которым протекают малые мощности, а значит, изменение углов фазных напряжений мало и может быть принято равным нулю:

$$\delta_k \cong \delta_m \rightarrow \delta_k - \delta_m = \delta_{km} \cong 0. \quad (2.7)$$

Основываясь на (2.7), авторы статьи предлагают упростить выражения для расчёта элементов матрицы Якоби. Например, выражения для расчёта элементов подматрицы, соответствующих производным уравнений невязок активной мощности по углу,

$$\frac{\partial \Delta P_k}{\partial \delta_m} = \begin{cases} V_k V_m (-G_{km} \sin(\delta_{km}) + B_{km} \cos(\delta_{km})), & k \neq m; \\ V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \sin(\delta_{km}) - B_{km} \cos(\delta_{km})), & k = m, \end{cases} \quad (2.8)$$

принимают вид:

$$\frac{\partial \Delta P_k}{\partial \delta_m} = \begin{cases} V_k V_m (-G_{km} \sin(\delta_{km})), & k \neq m; \\ V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \sin(\delta_{km})), & k = m; \end{cases} \quad (2.9)$$

поскольку сделано допущение, что:

$$\cos(\delta_{km}) = 0. \quad (2.10)$$

Аналогичные упрощения делаются и для всех остальных подматриц матрицы Якоби. Помимо этого принципа упрощения расчёта матрицы Якоби, предложенный авторами статьи метод объединяет в себе и прочие способы ускорения: взаимное влияние фаз учитывается эквивалентными источниками тока (фазное разделение); выполняется сортировка уравнений и переменных для получения верхнетреугольной матрицы.

В статье [56] представлен результат сравнения численных экспериментов по предложенному методу с классическим методом Ньютона в форме баланса мощности, баланса токов и методом прямого-обратного хода. Предложенный алгоритм сходится за меньшее число итераций и выполняется за меньшее время. Авторами подчёркивается, что метод наилучшим образом себя показывает при наличии в схеме большого числа узлов. Почему метод, в основе которого лежит набор упрощений, обладает наилучшей сходимостью, в работе не анализируется.

Метод на основе УУН в форме баланса мощности, позволяющий часть сети, где есть несимметрия рассматривать в трех фазах, а часть сети, где несимметрия мала, моделировать в однолинейном представлении предложен в работе [76]. При моделировании распределительных сетей в трех фазах у данного метода присутствуют все вышеописанные недостатки для нелинейных УУН. В четвёртой главе диссертационной работы представлен гибридный метод (также объединяющий однолинейное и трехфазное представление участков электрической сети), на основе разработанной потоковой модели. Разработанная потоковая модели лишена недостатка плохой сходимости.

Обзор публикаций демонстрирует большое число работ, посвященных проблеме ускорения расчёта. Это показывает, что несмотря на прогресс в области повышения быстродействия вычислительной техники, проблема скорости вычисления в трех фазах остается актуальной. Появляются всё новые способы решить проблему большой размерности задачи. При этом методы ускорения связаны с тем, что делается то или иное упрощение модели. Любое упрощения основывается на некотором допущении. Когда допущения начинают приводить к

значительным ошибкам, упрощения становятся некорректными. Это, в свою очередь, приводит к тому, что ускоренные методы или дают неверный результат, или перестают сходиться.

2.2 Метод Z-матрицы

В отечественных публикациях данный метод также называется «метод Y-матрицы», в зарубежных публикациях данный метод как правило называют «Zbus matrix», «Zbus Gauss approach», «implicit Zbus Gauss approach» и «Gauss bi-factorized Y-matrix». Применение данного метода к расчетам УР в трех фазах представлено в [23]. Общая идея метода заключается в следующем (блок-схема на рисунке 2.1):

1. На подготовительном этапе алгоритма задаются начальные условия, производится сортировка узлов, составляется матрица проводимости и раскладывается на верхнюю и нижнюю треугольные матрицы (выполняется LU-разложение).
2. Нагрузки, генерация и все шунты схемы пересчитываются в эквивалентные источники тока I_{inj} через напряжение на текущей итерации. Важной особенностью алгоритма в трех фазах является то, что трансформаторные связи также заменяются эквивалентными источниками тока.
3. Считаются напряжения схемы из линейных УУН в форме баланса токов

$$I_{inj}^k = [L][U]V^k. \quad (2.11)$$

При этом используется матрица проводимости, которая разложена на верхнюю и нижнюю треугольные матрицы:

$$Y = [L][U]. \quad (2.12)$$

4. Проверяется критерий сходимости итерационного процесса, если критерий не выполняется, то повторяются пункты 2–4.

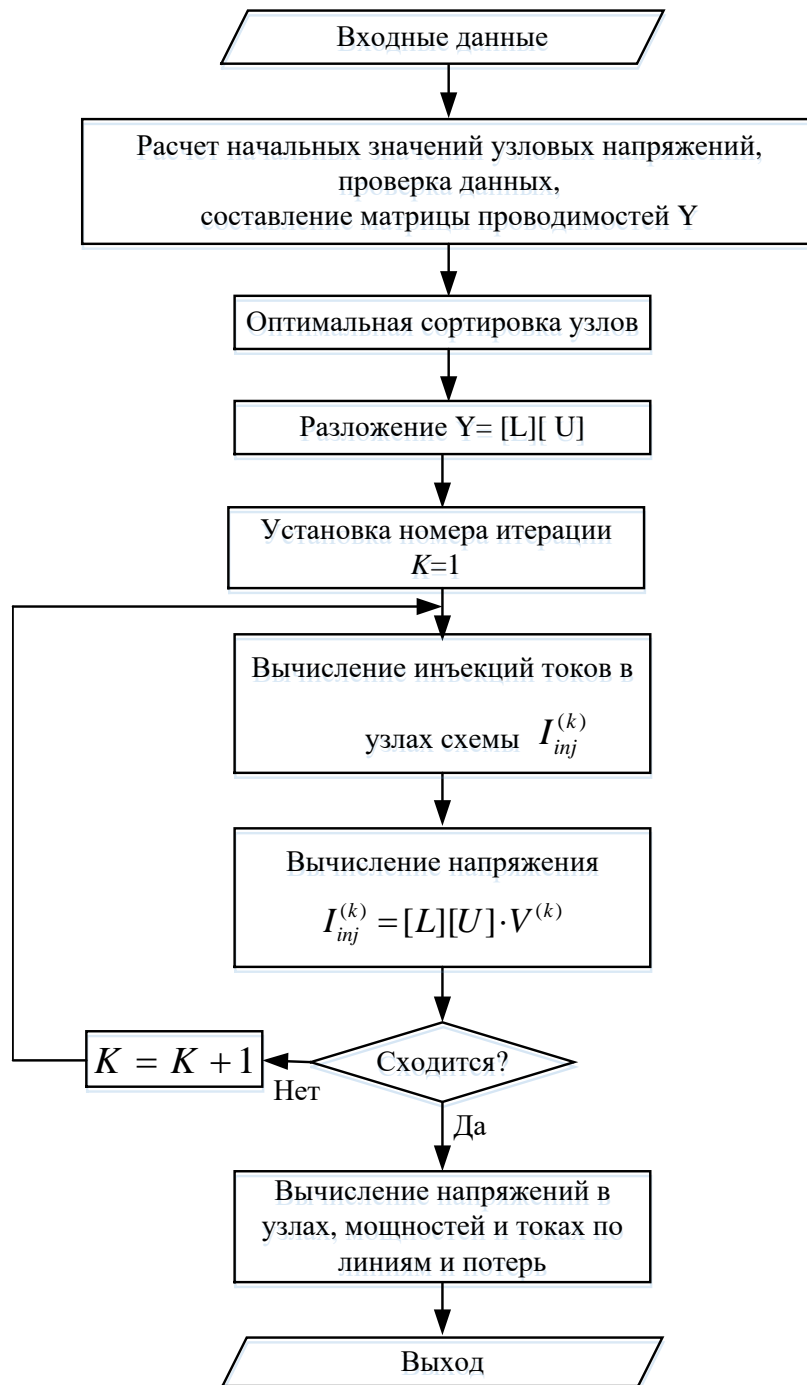


Рисунок 2.1 – Блок-схема алгоритма расчёта на основе Z-матрицы

Несмотря на то, что название метода связано с расчетом напряжений на шаге итерации через матрицу сопротивлений, обратной к матрице проводимости:

$$V^k = Y^{-1} I_{inj}^k = Z \cdot I_{inj}^k, \quad (2.13)$$

в алгоритме, который описан, матрица сопротивлений не рассчитывается. Использование разложения на верхнюю и нижнюю треугольную матрицу

оказывается эффективнее, чем непосредственный расчёт матрицы сопротивлений Z . Это связано с тем, что матрица сопротивлений является полностью заполненной и отсутствует возможность применения методик работы с разреженными матрицами. В свою очередь, разложение (2.12) и решение системы линейных уравнений (2.11) может быть выполнено с помощью стандартных методик работы с разреженными матрицами, а значит, подобный способ расчёта будет значительно быстрее.

Данный метод обладает наилучшими характеристиками сходимости в случае наличия только одного узла с заданным напряжением. Если данное условие выполняется, то метод помимо хорошей сходимости наиболее прост в реализации и не требует значительных вычислительных затрат. Метод, описанный в [23], получил широкое распространение, статья имеет несколько сотен цитирований. Во многих статьях метод используют как эталонный тест при разработке и анализе других методов расчёта.

Метод Z -матрицы имеет ряд модификаций, увеличивающих скорость расчёта и характеристики сходимости. В работе [77] представлена модификация метода, основанная на разделении общей системы уравнений на три системы для каждой из фаз. Взаимное влияние фаз учитывается путем добавления компенсирующих источников тока.

В работе [78] предлагается разбить систему уравнения на три независимые системы для каждой из фаз (Phase Decoupled) и решать их отдельно итерационным способом. На каждой итерации напряжения двух других фаз принимаются известными и берутся с предыдущей итерации. Авторами подчеркивается возможность распараллеливания вычислительной процедуры, построенной по данному алгоритму.

Позднее, автором исходного метода Т.Н. Chen и его коллегой N.C. Yang был предложен ряд модификаций метода Z -матрицы [55], [79]–[81]. Модификации связаны либо с учетом генерирующих узлов и замкнутых контуров, либо с улучшением скорости сходимости и времени расчёта одной итерации. Сравнения

модификаций между собой в их работах не представлено и можно считать каждую следующую работу развитием идей предыдущей. Последняя работа Т.Н. Chen и N.C. Yang [56] была описана в разделе, посвящённом УУН. В этой статье авторы применили наработки и модификации метода Z-матрицы к УУН и получили наилучшие результаты по времени расчёта и числу итераций.

В отличие от нелинейных уравнений узловых напряжений в методе Z-матрицы существует типовое решение по моделированию трансформаторов с группой соединения Yg/D . Часть проводимостей заменяется эквивалентными источниками тока [20]. Подробно данный метод моделирования трансформаторов описан в разделе 1.3. Замена некоторых связей источниками тока решает проблему плохой обусловленности матрицы проводимости.

Увеличение степени несимметрии приводит к тому, что величины эквивалентных источников тока начинают сильнее меняться от итерации к итерации. Численные эксперименты показывают, при малой несимметрии итерационная процедура начинает зависать в районе точки решения и длительно сходиться. Дальнейшее увеличение несимметрии приводит к тому, что итерационная процедура расходится.

Метод Z-матрицы хорошо сходится в распределительных сетях с малой степенью несимметрии. Метод нечувствителен к наличию замкнутых контуров. Проблемы сходимости появляются при увеличении несимметрии ввиду специфики моделирования трансформаторов и при наличии генерирующих узлов постоянного напряжения ввиду специфики самого метода.

2.3 Метод прямого-обратного хода

При рассмотрении распределительных сетей может применяться метод прямого-обратного хода. Общеизвестного названия данного метода в отечественной литературе нет. В зарубежной литературе данный метод получил название Forward Backward Sweep (FBS) или Backward Forward Sweep (BFS), выбранное русскоязычное название является переводом этого термина. Это

название встречается в отечественных публикациях [82]. Также встречается название «итерационный расчёт в два этапа» или «в два этапа» [83], совпадающее с одноимённой главой учебника Идельчика В.И. [84]. Общий принцип расчёта по данному методу совпадает с алгоритмом для ручного расчёта УР, поэтому данный метод иногда называют инженерным [2].

Метод прямого-обратного хода предполагает следующие этапы расчёта [39]:

1. Радиальная сеть разбивается на слои, как показано на рисунке 2.2.

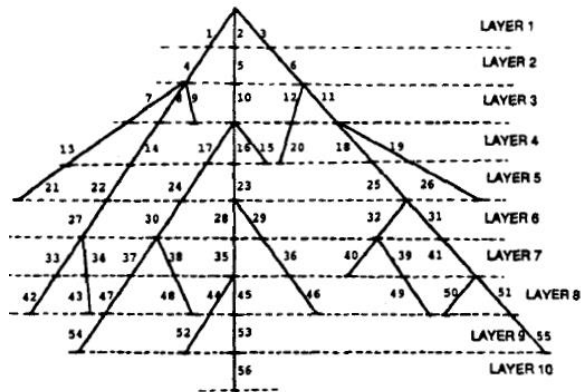


Рисунок 2.2 – Разбиение узлов радиальной сети на слои для расчёта УР методом прямого-обратного хода

2. Мощности всех узлов на итерации заменяются токами:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{ia} \\ \dot{I}_{ib} \\ \dot{I}_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{ia}/\dot{U}_{ia}^{(k-1)*} \\ \underline{S}_{ib}/\dot{U}_{ib}^{(k-1)} \\ \underline{S}_{ic}/\dot{U}_{ic}^{(k-1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Y}_{ia} & & \\ & \underline{Y}_{ib} & \\ & & \underline{Y}_{ic} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_{ia} \\ \dot{U}_{ib} \\ \dot{U}_{ic} \end{bmatrix}^{(k)}, \quad (2.14)$$

где

$\dot{I}_{ia}, \dot{I}_{ib}, \dot{I}_{ic}$ – ток узла i , полученный из постоянной мощности нагрузки и шунта узла;

$\underline{S}_{ia}, \underline{S}_{ib}, \underline{S}_{ic}$ – мощности узла i ;

$\dot{U}_{ia}, \dot{U}_{ib}, \dot{U}_{ic}$ – напряжения узла i ;

$\underline{Y}_{ia}, \underline{Y}_{ib}, \underline{Y}_{ic}$ – проводимости шунта в узле i .

3. Обратным ходом называется сложение полученных токов узлов от нижних слоёв до верхнего по первому закону Кирхгофа:

$$\begin{bmatrix} \dot{J}_{la} \\ \dot{J}_{lb} \\ \dot{J}_{lc} \end{bmatrix}^{(k)} = - \begin{bmatrix} \dot{J}_{ja} \\ \dot{J}_{jb} \\ \dot{J}_{jc} \end{bmatrix}^{(k)} + \sum_{m \in M} \begin{bmatrix} \dot{J}_{ma} \\ \dot{J}_{mb} \\ \dot{J}_{mc} \end{bmatrix}^{(k)}, \quad (2.15)$$

где

$\dot{J}_{la}, \dot{J}_{lb}, \dot{J}_{lc}$ – токи по линии l по фазам a, b, c соответственно;

M – множество линий, связанных с узлом j .

4. В прямом ходе напряжения в узлах обновляются последовательно от первого слоя до последнего:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{ja} \\ \dot{U}_{jb} \\ \dot{U}_{jc} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \dot{U}_{ia} \\ \dot{U}_{ib} \\ \dot{U}_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_{aa,l} & \underline{Z}_{ab,l} & \underline{Z}_{ac,l} \\ \underline{Z}_{ba,l} & \underline{Z}_{bb,l} & \underline{Z}_{bc,l} \\ \underline{Z}_{ca,l} & \underline{Z}_{cb,l} & \underline{Z}_{cc,l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{J}_{la} \\ \dot{J}_{lb} \\ \dot{J}_{lc} \end{bmatrix}^{(k)}, \quad j \in 1 \dots N - 1. \quad (2.16)$$

Если невязки по активной и реактивной мощности узлов (2.17) больше, чем требуемая точность расчёта, шаги 2-4 повторяются.

$$\Delta \underline{S}_i^{(k)} = \dot{U}_i^{(k)} \left(\dot{I}_i^{(k)} \right)^* - \underline{Y}_i^* \cdot |\dot{U}_i|^2 - \underline{S}_i. \quad (2.17)$$

Метод FBS позволяет рассчитывать и слабозамкнутые сети. Для этого контуры сети искусственно разрываются при помощи фиктивного узла. Токи, втекающие в узлы, определяются вне основного алгоритма решения радиального УР. Например, узел j разбивается на два узла j_1 и j_2 , как показано на рисунке 2.3. Ток узла j_1 будет определяться по выражению (2.18), а j_2 – по выражению (2.19):

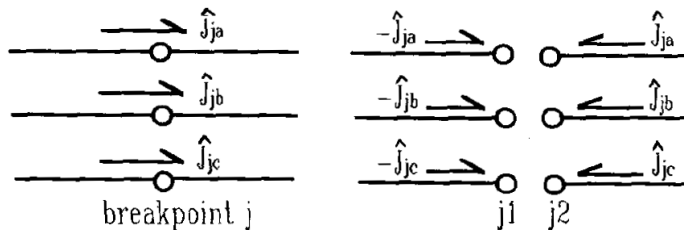


Рисунок 2.3 – Создание фиктивного узла для разрыва кольца

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{j_1 a} \\ \dot{I}_{j_1 b} \\ \dot{I}_{j_1 c} \end{bmatrix}^{(k)} = - \begin{bmatrix} \dot{J}_{ja} \\ \dot{J}_{jb} \\ \dot{J}_{jc} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (2.18)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{j_2 a} \\ \dot{I}_{j_2 b} \\ \dot{I}_{j_2 c} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \dot{J}_{j a} \\ \dot{J}_{j b} \\ \dot{J}_{j c} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (2.19)$$

Реализация метода в мощностях представлена в [44]. В обратном ходе на шаге итерации потери в линиях принимаются равными нулю, а в прямом ходе уточняются вместе с напряжениями узлов.

Существует множество различных модификаций данного метода. Описанный типовой алгоритм предполагает расчёт в комплексных числах на основе первого и второго закона Кирхгофа. В качестве альтернативы (2.16) на обратном ходе может использоваться квадратичное уравнение [85]

$$V_j^4 + 2V_j^2(P_j R + Q_j X) - V_i^2 V_j^2 + (P_j^2 + Q_j^2)Z^2 = 0, \quad (2.20)$$

выведенное из уравнения падения напряжения на сопротивлении. Семейство подобных методов называют «Quadratic Equation-based Sweep Algorithms» (Алгоритм прямого-обратного хода на основе квадратичных уравнений).

В статье [86] представлено сравнительное исследование около 30 различных модификаций метода прямого-обратного хода. Авторами получены следующие результаты: методы на основе квадратичных уравнений сходятся за меньшее число итераций по сравнению с исходными уравнениями. На сходимость метода на основе квадратичных уравнений слабо влияют соотношение X/R и нагрузка. Напротив, сходимость исходного метода зависит от соотношения параметров X/R . Недостатком методов на основе квадратичных уравнений является плохая сходимость при учете статических характеристик нагрузки по напряжению (сходимость исходного метода не изменяется). Методы на основе квадратичных уравнений обладают большей вычислительной сложностью и большим временем расчёта одной итерации.

Кроме того, в этой статье представлено сравнение с методом на основе УУН. Как и в ряде ранее упомянутых статей, расчёты показывают, что метод прямого-

обратного хода гораздо лучше и стабильнее сходится за меньшее число итераций для радиальных сетей.

В работах Кононова Ю.Г. [83] анализируется применение методов расчёта установившихся режимов к отечественным распределительным сетям. Экспериментальные исследования вычислительной эффективности показывают, что модификации метода Ньютона, как правило, требуют меньшего количества итераций до достижения заданной точности, но суммарное требуемое время расчётов методом прямого-обратного хода меньше. Расчёт в мощностях более эффективен при задании нагрузок постоянными мощностями, а расчёт в токах при учете статических характеристик нагрузки.

Основным недостатком метода прямого-обратного хода является неустойчивость расчётной процедуры при увеличении количества замкнутых контуров и PV узлов [87].

2.4 Методы, использующие альтернативные векторы переменных

Помимо уравнений узловых напряжений режим может быть описан уравнениями контурных токов. При этом обзор источников показал, что метод контурных токов для расчёта режимов в трех фазах не применяется. Этому может быть несколько объяснений.

Когда методы расчёта режимов только разрабатывались, метод контурных токов было сложно алгоритмизировать ввиду необходимости поиска независимых контуров в графе электрической сети. Стоит отметить, что на сегодняшний день существуют стандартные алгоритмы поиска независимых контуров в графе сети, у этих алгоритмов есть готовые программные реализации на различных языках программирования и конкретно этот фактор перестает играть значимую роль.

Метод контурных токов предполагает, что в сети отсутствуют радиальные ответвления, а значит, его прямое использование для режимов распределительных сетей затруднено. Также метод контурных токов использует в качестве неизвестных величин токи, следовательно, при необходимости учета нагрузок в

форме постоянных мощностей и генерирующих узлов с постоянным напряжением могут возникать проблемы сходимости при пересчёте мощностей в токи на каждом шаге итерационной процедуры.

Поэтому метод контурных токов не получил широкого распространения, несмотря на то, что число уравнений в нём меньше по сравнению с уравнениями узловых напряжений и упрощается учет взаимного влияния фаз и соседних линий электропередач. Все эти факторы создают сложности применения метода как для однолинейного представления сети, так для расчёта в трех фазах.

Другим важным фактором для отказа от метода контурных токов для расчёта режимов в трех фазах являются трехфазные схемы замещения элементов. Если рассмотреть модель линии электропередачи, изображённой на рисунке 1.3, то в самой модели присутствует 6 независимых контуров, создаваемых емкостными проводимостями на землю. Шесть независимых контуров для одной линии электропередачи обуславливает 12 искоемых переменных (каждый контурный ток – это комплексная величина, а значит представляется двумя искомыми переменными). Таким образом, в графе помимо контуров электрической сети добавляются контуры каждого элемента схемы. В результате этого теряется основное преимущество этого метода по сравнению с уравнениями узловых напряжений.

Ещё одним альтернативным методом расчёта является метод, предложенный J.-H. Teng [88]–[90]. Автор предлагает использовать в качестве вектора переменных не напряжения узлов, а падения напряжения на каждой ветви. Метод использует радиальную структуру распределительных сетей для ускорения расчёта путем формирования верхнетреугольной матрицы Якоби. Метод позволяет учитывать генерирующие узлы. В статьях автор указывает на высокую сходимость и скорость вычислений. Основным недостатком данного метода является сложность его программной реализации. Матрицы, необходимые для организации вычисления в соответствии с предложенным алгоритмом, формируются по методу «непосредственного визуального наблюдения» [55].

2.5 Выводы по главе 2

1. Модель установившегося режима на основе уравнений узловых напряжений не имеет ограничений на конфигурации схемы и типы узлов. Существуют проблемы сходимости в нагруженных схемах с большим количеством узлов и высокой степенью несимметрии.
2. Метод прямого-обратного хода хорошо сходится в радиальных схемах, метод имеет низкие вычислительные затраты, что позволяет быстро выполнять расчёты. Основной проблемой данного метода является учет генерирующих узлов и учет замкнутых контуров. При учете этих элементов итерационная процедура сходится недостаточно стабильно.
3. Альтернативные методы расчёта не получили широкого распространения. В ряде случаев это связано со сложностью алгоритмизации. В других случаях авторы в ходе развития методов приходят к тому, что эти методы не эффективны по сравнению с классическими УУН и методом прямого-обратного хода.
4. Для ускорения расчётов используют различные способы разделения – и классические методы типа разделённого метода Ньютона, и фазное разделение. Ряд методов адаптирован к радиальной структуре распределительных сетей таким образом, что это позволяет получить ускорение расчёта.

ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ В ТРЕХ ФАЗАХ НА ОСНОВЕ ПОТОКОВОЙ МОДЕЛИ

Обзор публикаций, выполненный во второй главе, показывает, что существующие методы расчёта установившихся режимов в трех фазах плохо сходятся при совокупности таких факторов, как замкнутые контуры, генерирующие узлы, трансформаторы с группой соединения обмоток Yg/D , несимметрия нагрузки. В данной главе описывается трехфазная потоковая модель установившегося режима, которая нечувствительна к неоднородности параметров схемы замещения электрической сети и обладает лучшей сходимостью.

Отличительной особенностью потоковой модели является то, что расчётный вектор, определяемый на каждой итерации при решении нелинейной системы уравнений УР, включает потоки активной и реактивной мощности в условных началах ветвей и модули узловых напряжений. Принципиальное отличие потоковой модели установившегося режима от модели на основе уравнений узловых напряжений – исключение из вектора искомых переменных углов напряжения относительно базисного узла. Размерность решаемой системы уравнений больше, но её обусловленность и сходимость по сравнению с методами на основе УУН лучше.

Впервые подобный вектор неизвестных использовался для решения задачи энергораспределения [91], то есть расчета потоков и потерь электрической энергии. В качестве искомых переменных в задаче энергораспределения использовались потоки активной и реактивной энергии и модули напряжений в узлах сети. Затем данный подход был использован для решения классической задачи расчёта установившихся режимов и для решения задачи оценивания состояния электрической сети в однолинейной постановке [92]. При использовании в качестве основных искомых переменных потоков мощности в ветвях схемы модель установившегося режима электрической сети получила название «потоковая модель» [93].

В данной главе представлено развитие потоковой модели для расчёта установившегося режима в однолинейной постановке. Разработан подход, позволяющий учитывать замкнутые контуры и узлы генерации, которые заданы постоянной генерируемой активной мощностью и постоянным напряжением. Для анализа распределительных сетей с учетом несимметрии нагрузок и несимметрии элементов схемы предложена трехфазная потоковая модель установившегося режима.

3.1 Однолинейная потоковая модель установившегося режима

3.1.1 Математическая постановка задачи

Исходными данными для расчёта установившегося режима на основе потоковой модели являются: сопротивления элементов электрической сети, активная и реактивная мощности нагрузки, активная мощность генерации, напряжение узла генерации. При этом сохраняются разделение на узлы нагрузки (PQ тип), узлы генерации (PV тип) и балансирующие узлы (V δ). Эти данные не имеют отличий от данных для традиционных методов расчёта УР.

В потоковой модели вектор неизвестных состоит из активных P^H и реактивных Q^H мощностей начала ветви, модулей напряжения узлов V :

$$X = \{P^H, Q^H, V\}. \quad (3.1)$$

Обозначения, используемые далее в уравнениях, изображены на рисунке 3.1.

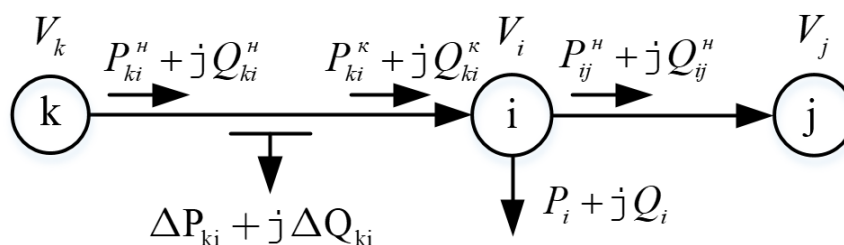


Рисунок 3.1 – Иллюстрация обозначений

Уравнения будут описаны для узла с индексом «i». Индекс «ij» обозначает линию, чьё условно положительное направление выбрано от узла «i» в узел «j», и мощность по линии «ij» вытекает из узла «i». Индекс «ki» обозначает линию, чьё

условно положительное направление выбрано от узла «к» к узлу «i», и мощность по линии «ki» втекает в узел «i». Символ «н» обозначает параметры, связанные с *началом* ветви, символ «к» обозначает параметры связанные с *концом* ветви. P^H и Q^H – активная и реактивная мощность начала ветви; P^K и Q^K – активная и реактивная мощность конца ветви; ΔP_{ki} и ΔQ_{ki} – активные и реактивные потери в линиях; P_i и Q_i – активная и реактивная мощность нагрузки; V_i, V_j, V_k – модуль напряжения узла; R_{ki} и X_{ki} – активное и реактивное сопротивление линии. В уравнениях баланса принято, что мощность, вытекающая из узла, записывается со знаком «+», мощность, втекающая в узел, записывается со знаком «-».

Система уравнений установившегося режима сети состоит из следующих типов уравнений.

Уравнения балансов узлов по активной и реактивной мощности:

$$\sum (P_{ij}^H) - \sum (P_{ki}^K) + P_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_{PQ} + N_{PV}; \quad (3.2)$$

$$\sum (Q_{ij}^H) - \sum (Q_{ki}^K) + Q_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_{PQ}, \quad (3.3)$$

где N_{PQ} – число PQ узлов в схеме, N_{PV} – число PV узлов в схеме, $\sum (P_{ij}^H)$ и $\sum (Q_{ij}^H)$ – сумма активных и реактивных мощностей, которые вытекают из узла i по ветвям, $\sum (P_{ki}^K)$ и $\sum (Q_{ki}^K)$ – сумма активных и реактивных мощностей, которые втекают в узел i по ветвям, P_i и Q_i – активная и реактивная мощность нагрузки узла i .

Уравнения балансов ветвей по активной и реактивной мощности во всех M ветвях схемы:

$$P_{ki}^K = P_{ki}^H - \Delta P_{ki}, \quad ki = 1, 2, \dots, M; \quad (3.4)$$

$$Q_{ki}^K = Q_{ki}^H - \Delta Q_{ki}, \quad ki = 1, 2, \dots, M, \quad (3.5)$$

где ΔP_{ki} и ΔQ_{ki} – потери активной и реактивной мощности в ветвях:

$$\Delta P_{ki} = \frac{P_{ki}^H{}^2 + Q_{ki}^H{}^2}{V_k^2} R_{ki}, \quad (3.6)$$

$$\Delta Q_{ki} = \frac{P_{ki}^H{}^2 + Q_{ki}^H{}^2}{V_k^2} X_{ki}. \quad (3.7)$$

Для упрощения уравнений баланса (3.2)–(3.5) мощности потерь в проводимостях на землю не выделены в отдельные слагаемые и считаются частью мощностей нагрузок узлов.

Уравнения падения напряжения для каждой линии:

$$\sqrt{(V_k - \Delta V'_{ki})^2 + (\Delta V''_{ki})^2} - V_i = 0, \quad ki = 1, 2, \dots, M, \quad (3.8)$$

где продольная $\Delta V'_{ki}$ и поперечная $\Delta V''_{ki}$ составляющие падения напряжения считаются как:

$$\Delta V'_{ki} = \frac{P_{ki}^H \cdot R_{ki} + Q_{ki}^H \cdot X_{ki}}{V_k}, \quad (3.9)$$

$$\Delta V''_{ki} = \frac{P_{ki}^H \cdot X_{ki} - Q_{ki}^H \cdot R_{ki}}{V_k}. \quad (3.10)$$

Для исключения переменных мощности конца ветви (P_{ki}^K и Q_{ki}^K) и исключения дополнительных уравнений балансов по ветвям (3.4) и (3.5), в уравнениях (3.2) и (3.3) P_{ki}^K и Q_{ki}^K выражаются через мощности начала ветви P_{ki}^H и Q_{ki}^H и потери ΔP_{ki} и ΔQ_{ki} , тогда уравнения (3.2) и (3.3) примут вид:

$$\sum (P_{ij}^H) - \sum (P_{ki}^H - \Delta P_{ki}) + P_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_{PQ} + N_{PV}; \quad (3.11)$$

$$\sum (Q_{ij}^H) - \sum (Q_{ki}^H - \Delta Q_{ki}) + Q_i = 0, \quad i = 1, 2 \dots N_{PQ}. \quad (3.12)$$

Уравнения баланса по активной мощности записываются для каждого PQ и PV узла, уравнения баланса по реактивной мощности записываются для каждого PQ узла.

Такая постановка задачи расчёта установившегося режима была разработана и описана в диссертации Мухлынина Н.Д. [93].

В случае чисто радиальной структуры сети без замкнутых контуров (количество ветвей на единицу меньше количества узлов $M = N - 1$ и в сети только один балансирующий узел $N = N_{PQ} + N_{PV} + 1$ или $M = N_{PQ} + N_{PV}$), число уравнений $2 \cdot N_{PQ} + N_{PV} + M$ равно числу неизвестных $N_{PQ} + 2 \cdot M$.

Неизвестные переменные		Уравнения	
Модули напряжений в узлах:	N_{PQ}	Балансы узлов по активной мощности:	$N_{PQ} + N_{PV}$
Активные мощности начала ветви:	M	Балансы узлов по реактивной мощности:	N_{PQ}
Реактивные мощности начала ветви:	M	Уравнения падения напряжения:	M
$N_{PQ} + 2 \cdot M$		$2 \cdot N_{PQ} + N_{PV} + M$	

При наличии в сети замкнутых контуров предлагается использовать дополнительное уравнение на основании второго закона Кирхгофа. Из второго закона Кирхгофа следует, что сумма разностей углов между комплексными векторами напряжений начала и конца ветви в замкнутом контуре равна нулю:

$$\sum \Delta\delta_{ki} = 0, \quad ki = 1, 2, \dots, G, \quad (3.13)$$

где G – множество ветвей, образующих замкнутый контур. Если разности углов $\Delta\delta_{ki}$ выразить через вектор неизвестных (3.1), то уравнение примет вид:

$$\sum \arctan\left(\frac{\Delta V''_{ki}}{V_k - \Delta V'_{ki}}\right) = 0, \quad ki = 1, 2, \dots, G. \quad (3.14)$$

$\Delta V'_{ki}$ и $\Delta V''_{ki}$ рассчитываются по выражениям (3.9) и (3.10). Число независимых контуров в схеме сети равно $M - N + 1$, тогда суммарное число уравнений будет:

$$2 \cdot N_{PQ} + N_{PV} + M + (M - N + 1) = 2 \cdot N_{PQ} + N_{PV} + 2 \cdot M - N + 1,$$

с учетом $N = N_{PQ} + N_{PV} + 1$, получается:

$$2 \cdot N_{PQ} + N_{PV} + 2 \cdot M - (N_{PQ} + N_{PV} + 1) + 1 = N_{PQ} + 2 \cdot M,$$

что совпадает с числом неизвестных в уравнениях потоковой модели в общем виде.

Второй закон Кирхгофа принципиально позволяет записать два контурных уравнения, если уравнение (3.14) использует только углы напряжений, по аналогии может быть записано и уравнение для модулей напряжения. Фактически роль второго контурного уравнения выполняет одно из уравнений падения напряжения для линий. Если все ветви условно разделить на относящиеся к дереву графа и к ветвям, которые образуют замкнутые контуры в графе электрической сети, то

уравнения падения напряжения для ветвей, образующих замкнутые контуры, и контурные уравнения для модулей напряжения будут линейно зависимы. Очевидно, что уравнения падения напряжения для линии будут проще, чем контурные уравнения, их запись и использование проще алгоритмизировать. По этой причине используются только контурные уравнения для углов напряжений.

По сути предложенная модель установившегося режима выражает первый и второй закон Кирхгофа через расчётный вектор неизвестных $X = \{P^H, Q^H, V\}$. При этом сохраняется разделение на узлы нагрузки, узлы генерации и балансирующие узлы. Исходными данными описанной задачи являются активная и реактивная мощности для PQ узлов или активная мощность и напряжение для PV узлов. Эти данные совпадают с данными для расчёта УР с применением уравнений узловых напряжений.

Полученную систему уравнений предлагается решать методом Ньютона.

В качестве *начальных приближений* активная и реактивная мощности начала ветвей принимаются равными нулю. Модули напряжений принимаются равными номинальному значению.

При таких начальных условиях итерационная процедура обладает интересной особенностью. Результатом первой итерации является расчет потокораспределения при номинальных напряжениях в отсутствии потерь. Каждая следующая итерация начинает уточнять значения напряжений и потоки мощностей с учётом потерь. Этим объясняется высокая сходимость метода. Поскольку потери как правило много меньше по сравнению с потоками мощности по линиям, то результат первой итерации близок к точке решения.

Стоит отметить, что данная работа в первую очередь направлена на распределительные сети и совместное рассмотрение распределительных и системообразующих сетей, поэтому вопросы сходимости в предельных режимах не рассматриваются и требуют дополнительных исследований, выходящих за рамки диссертационной работы.

В качестве режимной модели ПМ обладает рядом преимуществ по сравнению с классической моделью на основе уравнений узловых напряжений. ПМ не чувствительна к неоднородности параметров схемы замещения сети, её система уравнений существенно лучше обусловлена [93]. Это позволяет учитывать связи с нулевыми сопротивлениями, без фиктивных топологических изменений схемы.

У предложенной ПМ имеется ряд недостатков.

Во-первых, размерность задачи расчёта установившегося режима на основе ПМ будет превышать размерность задачи на основе УУН. Для устранения данного недостатка был разработан алгоритм ускорения расчёта, который будет описан в разделе 3.1.2.

Во-вторых, требуется поиск замкнутых контуров в графе сети, что вносит дополнительную сложность в алгоритм составления уравнений и замедляет расчёт. Однако на сегодняшний день существуют готовые алгоритмы поиска замкнутых контуров в графе, у них есть программные реализации, поэтому поиск замкнутых контуров не вносит сложности в программную реализацию расчёта УР. Наиболее распространённые программные пакеты для алгоритмизации инженерных вычислений MATLAB и Wolfram Mathematica содержат библиотеки, в которых есть функция поиска замкнутых контуров.

Поиск контуров в графе безусловно создает дополнительную вычислительную нагрузку и будет замедлять расчёт. При современном уровне развития вычислительной техники рассматривать скорость расчёта одного режима нецелесообразно, поскольку один режим электрической сети считается не более нескольких секунд. Целесообразно рассматривать серии вариантных расчётов, которые проводятся в автоматическом режиме на одной схеме. В случае рассмотрения только одной схемы и перебора для неё ряда схемно-режимных ситуаций замкнутые контуры достаточно найти только один раз, что в значительной степени нивелирует данный недостаток.

3.1.2 Ускорение расчёта установившегося режима на основе потоковой модели

Потоковая модель обладает рядом особенностей, которые могут быть использованы для уменьшения времени расчёта [94]. Как известно, при расчёте режимов методом Ньютона больше всего времени тратится на решение линеаризованной системы уравнений на каждой итерации. В разделе представлен алгоритм, который позволяет уменьшить число вычислительных операций при решении этой системы уравнений.

Необходимо выполнить сортировку уравнений и переменных следующим образом. Последовательность уравнений:

1. Уравнения падения напряжения (3.8).
2. Уравнения баланса узлов по активной мощности (3.11).
3. Контурные уравнения (3.14).
4. Уравнения баланса по реактивной мощности (3.12).

Последовательность неизвестных переменных:

1. Реактивная мощность начала ветви Q^H .
2. Активная мощность начала ветви P^H .
3. Модули напряжения V .

Тогда линейная система уравнений примет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial R_V}{\partial Q^H} & \frac{\partial R_V}{\partial P^H} & \frac{\partial R_V}{\partial V} \\ \frac{\partial R_P}{\partial Q^H} & \frac{\partial R_P}{\partial P^H} & \frac{\partial R_P}{\partial V} \\ \frac{\partial R_\delta}{\partial Q^H} & \frac{\partial R_\delta}{\partial P^H} & \frac{\partial R_\delta}{\partial V} \\ \frac{\partial R_Q}{\partial Q^H} & \frac{\partial R_Q}{\partial P^H} & \frac{\partial R_Q}{\partial V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta Q^H \\ \Delta P^H \\ \Delta V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_V \\ R_P \\ R_\delta \\ R_Q \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

Символом « Δ » обозначены переменные приращения переменных на шаге итерационного процесса. Символом « R » обозначены уравнения невязок (от английского residual – невязка). R_V – невязки уравнений по падению напряжения в

каждой ветви (3.8), R_p – невязки уравнений баланса по активной мощности (3.11), R_Q – невязки уравнений баланса по реактивной мощности (3.12), R_δ – невязки контурных уравнений (3.14). Элементы матрицы Якоби соответствуют производным уравнений невязок по соответствующим переменным.

Для начала рассмотрим верхнюю часть матрицы, связанную с уравнениями падения напряжения R_V . Если представить линеаризованные выражения для R_V , то в общем виде для ветви между узлами i - j они будут иметь вид:

$$\frac{\partial R_{V ij}}{\partial Q_i^H} \Delta Q_i^H + \frac{\partial R_{V ij}}{\partial P_i^H} \Delta P_i^H + \frac{\partial R_{V ij}}{\partial V_i} \Delta V_i + \frac{\partial R_{V ij}}{\partial V_j} \Delta V_j = R_{V ij}. \quad (3.16)$$

Откуда ΔQ_i^H может быть выражено как:

$$\Delta Q_i^H = \frac{1}{\frac{\partial R_{V ij}}{\partial Q_i^H}} \left(R_{V ij} - \frac{\partial R_{V ij}}{\partial P_i^H} \Delta P_i^H - \frac{\partial R_{V ij}}{\partial V_i} \Delta V_i - \frac{\partial R_{V ij}}{\partial V_j} \Delta V_j \right). \quad (3.17)$$

Или в общем виде

$$\Delta Q_i^H = f(\Delta P_i^H, \Delta V_i, \Delta V_j). \quad (3.18)$$

Важно отметить, что переменная изменения реактивной мощности начала ветви ΔQ_i^H зависит только от изменений по активной мощности в начале ветви ΔP_i^H и напряжения в начале ΔV_i и конце ветви ΔV_j . При этом она не зависит от приращений реактивной мощности в других ветвях. Отсутствует линейная зависимость между ΔQ^H различных ветвей. Это связано с тем, что уравнение падения напряжения ветви содержит активные и реактивные мощности только одной, рассматриваемой ветви. Подматрица $\partial R_V / \partial Q^H$ матрицы Якоби имеет диагональный вид, если порядок уравнений R_V (3.8) для ветвей совпадает с порядком переменных (мощностей начала для ветвей). Проиллюстрируем данный факт. Например, есть ветви: «mk», «ki», «ij». Для каждой ветви будет записываться уравнения падения напряжения: $R_{V mk}, R_{V ki}, R_{V ij}$. В векторе невязок будут присутствовать реактивные мощности начала ветви: $Q_{mk}^H, Q_{ki}^H, Q_{ij}^H$. Если порядок уравнений невязок ($R_{V mk}, R_{V ki}, R_{V ij}$) будет совпадать с порядком переменных, по

которым будут брать производные ($Q_{mk}^H, Q_{ki}^H, Q_{ij}^H$), тогда в подматрице $\partial R_V / \partial Q^H$ ненулевыми будут только диагональные элементы. Уравнение падения напряжения для ветви ki ($R_{V_{ki}}$) будет содержать только переменную реактивной мощности начала ветви Q_{ki}^H , переменных Q_{mk}^H и Q_{ij}^H в выражении $R_{V_{ki}}$. Данный аспект проиллюстрирован на рисунке 3.2.

	Q_{mk}^H	Q_{ki}^H	Q_{ij}^H
$R_{V_{mk}}$	$\partial R_{V_{mk}} / \partial Q_{mk}^H$	0	0
$R_{V_{ki}}$	0	$\partial R_{V_{ki}} / \partial Q_{ki}^H$	0
$R_{V_{ij}}$	0	0	$\partial R_{V_{ij}} / \partial Q_{ij}^H$

$$R_{V_{ki}} = \sqrt{\left(V_k - \frac{P_{ki}^H \cdot R_{ki} + Q_{ki}^H \cdot X_{ki}}{V_k} \right)^2 + \left(\frac{P_{ki}^H \cdot X_{ki} - Q_{ki}^H \cdot R_{ki}}{V_k} \right)^2} - V_i$$

$$\frac{\partial R_{V_{ki}}}{\partial Q_{mk}^H} = 0$$

$$\frac{\partial R_{V_{ki}}}{\partial Q_{ki}^H} = \frac{-V_k X_{ki} + Q_{ki}^H (R_{ki}^2 + X_{ki}^2)}{V_k \sqrt{(Q_{ki}^H R_{ki} - P_{ki}^H X_{ki})^2 + (P_{ki}^H R_{ki} - V_k^2 + Q_{ki}^H X_{ki})^2}}$$

$$\frac{\partial R_{V_{ki}}}{\partial Q_{ij}^H} = 0$$

Рисунок 3.2 – Иллюстрация диагональной структуры подматрицы

Данный факт позволяет сделать линейное исключение переменных ΔQ^H из линейной системы уравнений (3.15) с вычислительной сложностью, линейно зависящей от числа элементов, $O(n)$. При этом обычное исключение для матрицы произвольного вида будет иметь сложность $O(n^3)$.

Операция исключения ΔQ^H может быть распараллелена, поскольку операции между сроками независимы друг от друга. Уравнения падения напряжения составляются для каждой ветви и переменные реактивной мощности также

используются для каждой ветви. То есть число элементов R_V и ΔQ^H совпадает, а значит эти составляющие исключаются из системы уравнений. В результате данного исключения переменных линейная система уравнений (3.15) станет:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial R_P}{\partial P^H} & \frac{\partial R_P}{\partial V} \\ \frac{\partial R_\delta}{\partial P^H} & \frac{\partial R_\delta}{\partial V} \\ \frac{\partial R_Q}{\partial P^H} & \frac{\partial R_Q}{\partial V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta P^H \\ \Delta V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_P \\ R_\delta \\ R_Q \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

Дальнейшее ускорение процедуры решения связано со структурой подматрицы $\partial R_P / \partial P^H$. Если сделать определённый порядок узлов и ветвей, то подматрица $\partial R_P / \partial P^H$ будет иметь полностью верхнетреугольный вид для чисто радиальной сети или будет иметь фрагмент, состоящий из верхнетреугольной подматрицы, для сети с замкнутыми контурами. При это размерность верхнетреугольной подматрицы будет равна числу PV и PQ узлов.

Алгоритм получения верхнетреугольной подматрицы

1. Выделяется дерево графа, в качестве основания дерева выбирается базисный узел.
2. Уравнения баланса узлов сортируются по порядку попадания в дерево графа в ходе алгоритма поиска дерева графа. Для базисного узла уравнения не составляются, поэтому из порядка он исключается.
3. Ветви сортируются по следующему принципу: порядок ветвей должен быть таким, чтобы порядок номера конца ветви совпадал с порядком номера узла. Для этого сначала записываются ветви, которые являются частью дерева графа, причем сортируются они в порядке попадания в это самое дерево в ходе алгоритма поиска, а затем записываются ветви, которые образуют замкнутые контуры в графе.

Алгоритм проиллюстрирован на тестовой схеме (рисунок 3.3). На графе сети красным обозначены ребра, попадающие в дерево, пунктирной линией обозначена хорда, которая создает замкнутый контур. Для однозначности стоит отметить, что

для поиска дерева графа был использован поиск в глубину. При данном порядке подматрица $\partial R_P / \partial P^H$ будет иметь верхнетреугольный фрагмент, размерность которого будет равна числу PV и PQ узлов (в рассматриваемом примере – 6). Подматрица $\partial R_P / \partial P^H$ будет иметь вид, приведённый на рисунке 3.4.

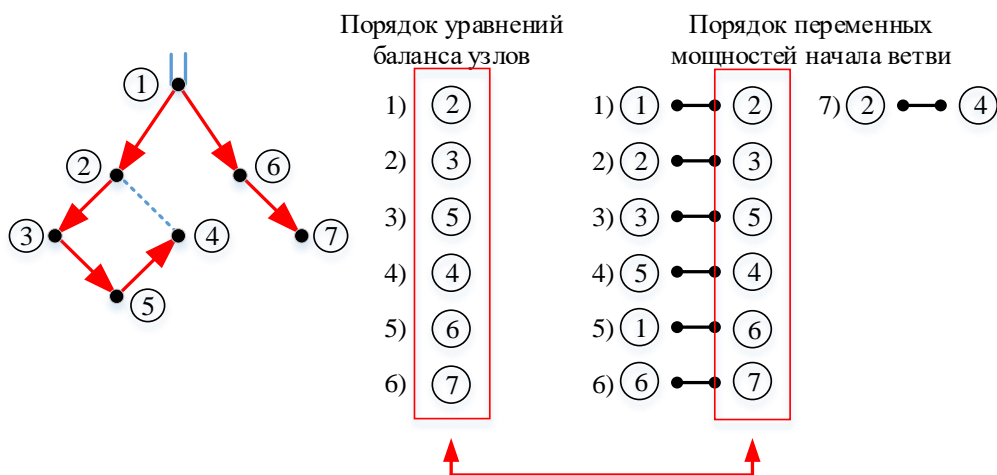


Рисунок 3.3 – Иллюстрация алгоритма сортировки для получения верхнетреугольной подматрицы

	P_{12}^H	P_{23}^H	P_{35}^H	P_{54}^H	P_{16}^H	P_{67}^H	P_{24}^H
R_{P2}	$\frac{\partial R_{P2}}{\partial P_{12}^H}$	$\frac{\partial R_{P2}}{\partial P_{23}^H}$	0	0	0	0	$\frac{\partial R_{P2}}{\partial P_{24}^H}$
R_{P3}	0	$\frac{\partial R_{P3}}{\partial P_{23}^H}$	$\frac{\partial R_{P3}}{\partial P_{35}^H}$	0	0	0	0
R_{P4}	0	0	$\frac{\partial R_{P4}}{\partial P_{35}^H}$	$\frac{\partial R_{P4}}{\partial P_{54}^H}$	0	0	$\frac{\partial R_{P4}}{\partial P_{24}^H}$
R_{P5}	0	0	0	$\frac{\partial R_{P5}}{\partial P_{54}^H}$	0	0	0
R_{P6}	0	0	0	0	$\frac{\partial R_{P6}}{\partial P_{16}^H}$	$\frac{\partial R_{P6}}{\partial P_{67}^H}$	0
R_{P7}	0	0	0	0	0	$\frac{\partial R_{P7}}{\partial P_{67}^H}$	0

Рисунок 3.4 – Подматрица, содержащая верхнетреугольную матрицу

Верхнетреугольная подматрица используется для решения системы (3.19) с помощью блочных матриц. Как известно из линейной алгебры, для системы уравнений, представленной в виде блочных матриц

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

X_2 может быть выражено как

$$(A_{22} - A_{21} \cdot A_{11}^{-1} \cdot A_{12})X_2 = B_2 - A_{21} \cdot A_{11}^{-1} \cdot B_1, \quad (3.21)$$

а X_1 как

$$X_1 = A_{11}^{-1} \cdot B_1^*, \quad (3.22)$$

где B_1^*

$$B_1^* = B_1 - A_{12} \cdot X_2. \quad (3.23)$$

Примем:

$A_{11} = \left\{ \frac{\partial R_P}{\partial P^H} [nPV + nPQ, nPV + nPQ] \right\}$ – верхнетреугольная подматрица в $\partial R_P / \partial P^H$, размерность которой – число PV и PQ узлов;

$A_{12} = \left\{ \frac{\partial R_P}{\partial P^H} [nPV + nPQ, nЛиний - (nPV + nPQ)], \frac{\partial R_P}{\partial V} \right\}$ – включает оставшуюся часть подматрицы $\partial R_P / \partial P^H$, не попавшую в A_{11} , и подматрицу $\partial R_P / \partial V$;

$A_{21} = \left\{ \frac{\partial R_\delta}{\partial P^H} [nКонтуров, nPV + nPQ]; \frac{\partial R_Q}{\partial P^H} [nPQ, nPV + nPQ] \right\}$ – включает части подматриц $\partial R_\delta / \partial P^H$ и $\partial R_Q / \partial P^H$ таким образом, чтобы число столбцов A_{21} было равно числу столбцов A_{11} (число PV и PQ узлов);

$$A_{22} = \left\{ \frac{\partial R_\delta}{\partial P^H} [nКонтуров, nЛиний - (nPV + nPQ)], \frac{\partial R_\delta}{\partial V} [nКонтуров, nPQ]; \right.$$

$$\left. \frac{\partial R_Q}{\partial P^H} [nPQ, nЛиний - (nPV + nPQ)], \frac{\partial R_Q}{\partial V} [nPQ, nPQ] \right\} \text{ – включает оставшуюся}$$

часть матрицы Якоби.

Графическая интерпретация разбиения матриц из системы (3.19) на подматрицы в соответствии с (3.20) приведена на рисунке 3.5, соответствующие подматрицы выделены красным цветом. Также на рисунке 3.5 отмечены размерности подматриц.

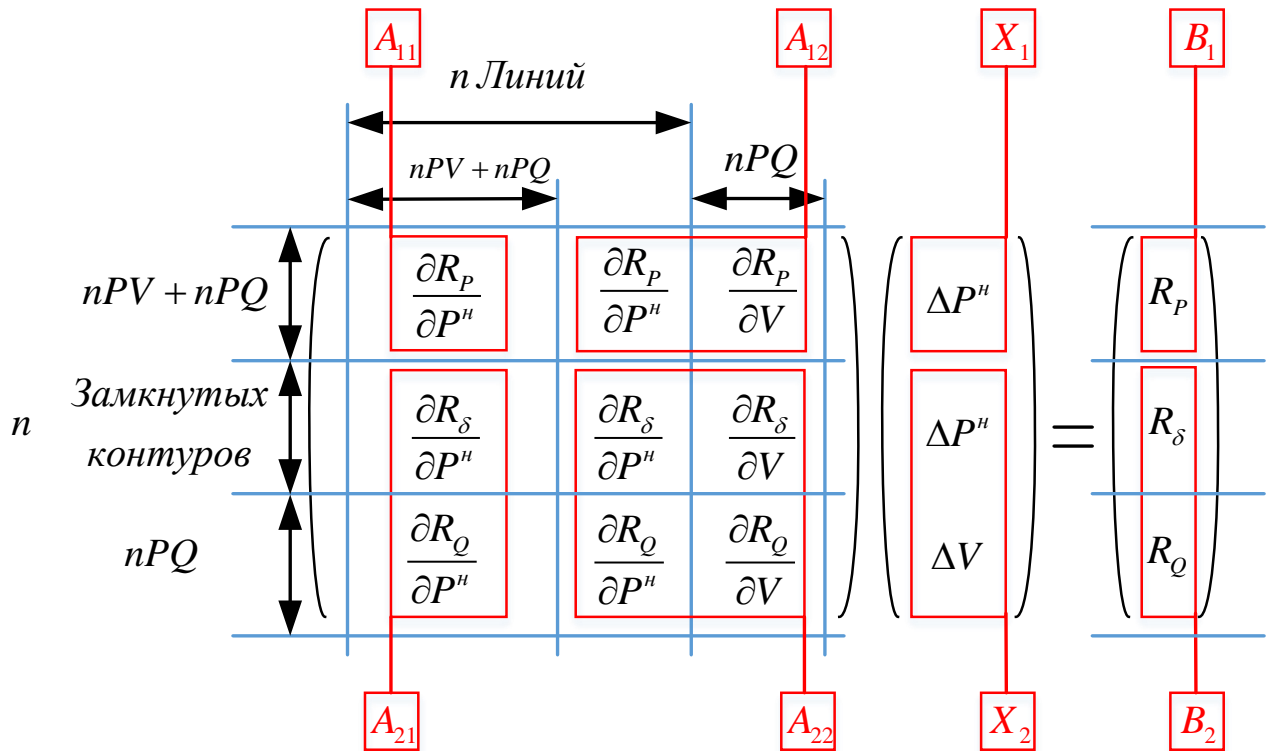


Рисунок 3.5 – Разбиение на подматрицы

Из линейной алгебры известно, что верхнетреугольная матрица обращается по следующим формулам:

1. Для диагональных элементов:

$$\beta_{ij} = \frac{1}{\alpha_{ij}}, \quad \text{если } i = j. \quad (3.24)$$

2. Для элементов ниже главной диагонали:

$$\beta_{ij} = 0, \quad \text{если } i > j. \quad (3.25)$$

3. Для элементов выше главной диагонали:

$$\beta_{ij} = -\frac{1}{\alpha_{jj}} \sum_{k=1}^{i-1} \beta_{ik} \cdot \alpha_{kj}, \quad \text{если } i < j, \quad (3.26)$$

где β – это матрица, обратная матрице α .

Для обобщения вышеописанного алгоритма его основные шаги сведены в блок-схему, представленную на рисунке 3.6.



Рисунок 3.6 – Алгоритм решения СЛУ на шаге итерационного процесса

Вычислительная сложность данного алгоритма обращения верхнетреугольной матрицы составляет $O\left(\frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n\right)$. В данном случае n равна сумме числа PV и PQ узлов. Если считать, что кубическая сложность много больше квадратной и линейной сложности, то сложность алгоритма обращения верхнетреугольной матрицы можно оценить как $O\left(\frac{1}{3}n_{PQ+PV}^3\right)$.

Кроме того, вычисление каждой отдельной строки не зависит от других строк, а значит, для решения данной задачи могут быть использованы техники распараллеленных вычислений.

Решение системы линейных уравнений (СЛУ) (3.21) имеет сложность $O(n^3) = O(n_{PQ}^3 + n_{\delta}^3)$, где n равна сумме числа PQ узлов и числа замкнутых контуров. Результирующая сложность одной итерации будет складываться из обращения системы A_{11} и решения СЛУ (3.21) и будет равна $O\left(\frac{1}{3}n_{PQ+PV}^3 + n_{PQ+\delta}^3\right)$ или $O\left(1\frac{1}{3}n_{PQ}^3 + \frac{1}{3}n_{PV}^3 + n_{\delta}^3\right)$. Операция (3.22) будет иметь сложность $O(n^2)$, а

значит, при расчёте кубической сложности может не учитываться. Для сравнения стоит сказать, что сложность расчёта итерации для классических уравнений узловых напряжений составляет $O(n_{2PQ+PV}^3)$ или $O(8n_{PQ}^3 + n_{PV}^3)$. Таким образом, вычислительная сложность разработанного алгоритма примерно в 7-8 раз меньше, чем у классического алгоритма на основе уравнений узловых напряжений.

В расчёте вычислительной сложности алгоритмов не учтено, что матрица Якоби разреженная, и для решения системы линейных уравнений могут применяться алгоритмы, использующие это свойство. Таким образом, утверждение о том, что расчёт на основе потоковой модели в 7-8 раз быстрее, чем на основе УУН, носит скорее оценочный характер. Непосредственное время расчёта обоих методов будет сильно зависеть от деталей программной реализации.

3.2 Трёхфазная потоковая модель установившегося режима

Ряд преимуществ потоковой модели раскрывается именно применительно к распределительным сетям. Но, как известно, в распределительных сетях степень несимметрии значительно выше, чем в магистральных сетях. Поэтому потоковая модель была переложена на трёхфазную постановку задачи [95].

3.2.1 Развитие однолинейной потоковой модели для расчёта установившихся режимов в трех фазах

Вектор неизвестных. Если в однолинейной модели в качестве вектора неизвестных использовались $\{P^H, Q^H, V\}$, то при переходе к трёхфазной модели в вектор неизвестных добавляются междуфазные углы $\psi_{AB}, \psi_{BC}, \psi_{CA}$. Добавление углов связано с необходимостью учета взаимоиндукций. Если учесть тот факт, что $\psi_{AB} + \psi_{BC} + \psi_{CA} = 2\pi$, то достаточно использовать только два из трех взаимных углов.

В уравнениях падения напряжения (3.8), баланса по активной (3.11) и реактивной (3.12) мощности в узлах, контурных уравнениях (3.14) расширяются составляющие падения напряжения (3.9), (3.10) и выражения для потерь (3.6), (3.7).

Проводимости на землю и междуфазные проводимости учитываются только в уравнениях баланса по активной и реактивной мощности. Дополнительных уравнений и переменных для этих элементов схем замещения не составляется.

Уравнения составляются для каждой из трех фаз. Далее приводятся уравнения для фазы А, для фаз В и С уравнения могут быть составлены по аналогии. В формулах принято следующие обозначения: у переменных индекс с названием фазы, написанный с заглавной буквы («А», «В», «С») будет обозначать принадлежность к условному началу линии, индекс с названием фазы, написанный с прописной буквы («а», «b», «с») будет обозначать принадлежность к условному концу линии, сопротивления линии будут обозначаться индексами фаз с заглавной буквы.

Выражения для потерь активной мощности принимает вид:

$$\Delta P_{Aa} = \frac{[P_A^2 - Q_A^2]R_{AA}}{V_A^{H^2}} - \frac{[P_A Q_B - P_B Q_A]Im(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}}) + [P_A P_B - Q_A Q_B]Re(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}})}{V_A V_B} - \frac{[P_A Q_C - P_C Q_A]Im(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}}) + [P_A P_C - Q_A Q_C]Re(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}})}{V_A V_C}. \quad (3.27)$$

Выражение для потерь реактивной мощности принимает вид:

$$\Delta Q_{Aa} = \frac{[P_A^2 - Q_A^2]X_{AA}}{V_A^{H^2}} - \frac{[P_A Q_B - P_B Q_A]Re(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}}) + [P_A P_B - Q_A Q_B]Im(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}})}{V_A V_B} - \frac{[P_A Q_C - P_C Q_A]Re(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}}) + [P_A P_C - Q_A Q_C]Im(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}})}{V_A V_C}. \quad (3.28)$$

Выражения составляющих потерь напряжения принимают вид:

$$\begin{aligned} \Delta V'_{Aa} &= \frac{P_A R_{AA} + Q_A X_{AA}}{V_A} + \\ &+ \frac{Q_B \operatorname{Im}(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}}) + P_B \operatorname{Re}(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}})}{V_B} \\ &+ \frac{Q_C \operatorname{Im}(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}}) + P_C \operatorname{Re}(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}})}{V_C}, \\ \Delta V''_{Aa} &= -\frac{Q_A R_{AA} + P_A X_{AA}}{V_A} + \\ &+ \frac{P_B \operatorname{Im}(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}}) - Q_B \operatorname{Re}(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}})}{V_B} \\ &+ \frac{P_C \operatorname{Im}(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}}) - Q_C \operatorname{Re}(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}})}{V_C}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

P_A, P_B, P_C – активные мощности в фазах А, В и С начала ветви; Q_A, Q_B, Q_C – реактивные мощности в фазах А, В и С начала ветви; V_A, V_B, V_C – модули напряжения в узлах начал трехфазной ветви; $R_{AA}, X_{AA}, \underline{Z}_{AB}, \underline{Z}_{AC}$ – элементы матрицы (1.12), описывающие параметры линий электропередачи; ψ_{AB}, ψ_{AC} – углы между векторами напряжений в узлах начала линии.

Для учета взаимных углов добавляются новые уравнения, которые связывают междуфазные углы начала и конца линии. Далее описывается уравнение для углов между фазами А и В (для углов между фазами А и С составляется аналогично).

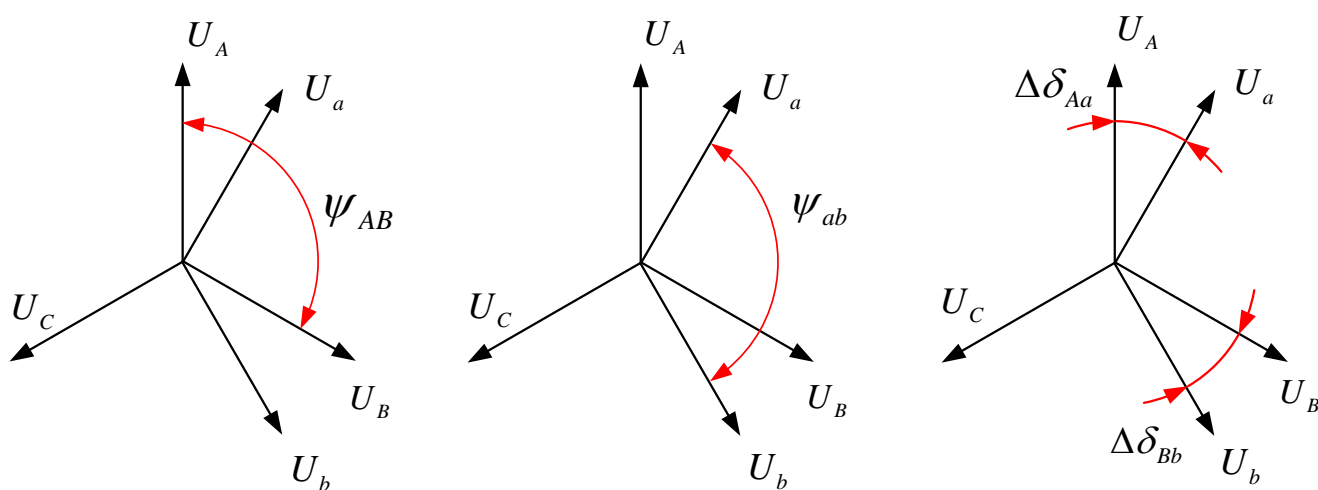


Рисунок 3.7 – Элементы уравнения изменения взаимных углов

Графическое представление элементов уравнения изображены на рисунке 3.7, где показаны векторы напряжения по концам линии.

Уравнение выглядит следующим образом:

$$\psi_{AB} + \Delta\delta_{Aa} - \Delta\delta_{Bb} = \psi_{ab}. \quad (3.30)$$

Здесь:

ψ_{AB} – угол между фазами А и В в начале ветви;

ψ_{ab} – угол между фазами А и В в конце ветви;

$\Delta\delta_{Aa}$ – изменение угла фазы А на линии;

$\Delta\delta_{Bb}$ – изменение угла фазы В на линии.

ψ_{AB} и ψ_{ab} являются элементами вектора неизвестных, $\Delta\delta_{Aa}$ и $\Delta\delta_{Bb}$ вычисляются по выражению:

$$\begin{aligned} \Delta\delta_{Aa} &= \arctan\left(\frac{\Delta V''_{Aa}}{V_A - \Delta V'_{Aa}}\right), \\ \Delta\delta_{Bb} &= \arctan\left(\frac{\Delta V''_{Bb}}{V_B - \Delta V'_{Bb}}\right). \end{aligned} \quad (3.31)$$

$\Delta V''_{Aa}$, $\Delta V'_{Aa}$, $\Delta V''_{Bb}$, $\Delta V'_{Bb}$ вычисляются по выражениям (3.28).

Уравнения вида (3.30) составляются для каждой ветви дерева графа сети для междуфазных углов ψ_{AB} и ψ_{AC} (угол ψ_{BC} может быть вычислен из соотношения $\psi_{AB} + \psi_{BC} + \psi_{CA} = 0$).

3.2.2 Моделирование трансформаторов с группой соединения звезда-треугольник в потоковой модели

В случае схемы соединения обмоток звезда/звезда (при отсутствии эффекта поворота фаз) математическое описание не претерпевает никаких изменений, за исключением того, что в выражении (3.8) добавляется коэффициент трансформации ветви Kt_{ki} :

$$\sqrt{(V_k - \Delta V'_{ki})^2 + (\Delta V''_{ki})^2} - V_i/Kt_{ki} = 0. \quad (3.32)$$

В случае группы соединения Y/D модель усложняется. В основе уравнений лежит принцип, предложенный W.H. Kersting в [35], который уже был подробно описан в пункте 1.3, посвященном моделированию трансформаторов.

Блок, моделирующий потери в меди и комплексный коэффициент трансформации, разделяется на два отдельных блока, как показано на рисунке 3.8.

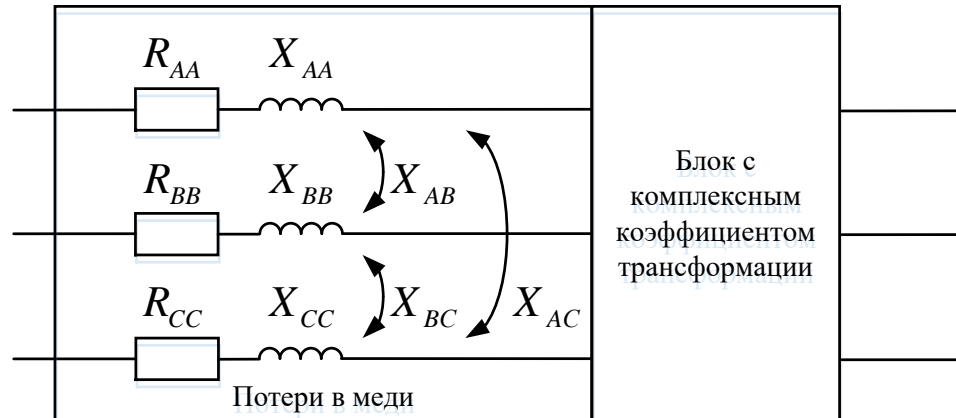


Рисунок 3.8 – Разделение трансформатора на блоки

Математическое описание блока, моделирующего потери в меди, совпадает с описанием линии электропередачи. Блок, моделирующий комплексный коэффициент трансформации (изменение модуля напряжений и сдвиг фаз в зависимости от группы соединения обмоток), описывается модифицированными уравнениями потоковой модели.

В исходных уравнениях потоковой модели при составлении балансов мощности мощность конца линии выражается как мощность начала минус потери:

$$P^k = P^n - \Delta P.$$

В случае с блоком, моделирующим комплексный коэффициент трансформации, активная мощность конца линии выражается через мощность начала для фазы А:

$$P_a = \frac{2 P_A}{3} + \frac{V_B (P_A \cos(\psi_{AB}) + Q_A \sin(\psi_{AB}))}{3 V_A} - \frac{V_B (P_C \cos(\psi_{AB} - \psi_{AC}) + Q_C \sin(\psi_{AB} - \psi_{AC}))}{3 V_C} - \frac{2 V_A (P_C \cos(\psi_{AC}) + Q_C \sin(\psi_{AC}))}{3 V_C}. \quad (3.33)$$

Реактивная мощность конца линии – через мощность начала линии для фазы А:

$$Q_a = \frac{2 Q_A}{3} + \frac{V_B (Q_A \cos(\psi_{AB}) - P_A \sin(\psi_{AB}))}{3 V_A} - \frac{V_B (Q_C \cos(\psi_{AB} - \psi_{AC}) + P_C \sin(\psi_{AB} - \psi_{AC}))}{3 V_C} - \frac{2 V_A (Q_C \cos(\psi_{AC}) - P_C \sin(\psi_{AC}))}{3 V_C}. \quad (3.34)$$

Уравнение связи напряжения начала и конца линии (3.8) заменяется на

$$\sqrt{\left(\frac{2V_A}{3Kt} + \frac{V_B \cos(\psi_{AB})}{3Kt}\right)^2 + \left(-\frac{V_B \sin(\psi_{AB})}{3Kt}\right)^2} - V_a = 0. \quad (3.35)$$

Строгий математический вывод этих выражений приведён в следующем разделе. При использовании этих выражений для трех фаз итоговая система будет плохо обусловлена из-за линейной зависимости, имеющейся в матрице DI (1.39):

$$I_{abc} = DI \cdot ID_{abc},$$

которая связывает токи в треугольнике и токи вторичной стороны трансформатора (выражение было введено в разделе 1.3, посвящённом моделированию трансформатора).

Для решения этой проблемы уравнение балансов по активной и реактивной мощности одной из фаз заменяется на уравнение, описывающее треугольник для глухозаземлённой нейтрали со стороны звезды (1.60):

$$\frac{\dot{U}_{AN}}{Kt} - \underline{Z}_{t_{ba}} \dot{I}_{ba} + \frac{\dot{U}_{BN}}{Kt} - \underline{Z}_{t_{cb}} \dot{I}_{cb} + \frac{\dot{U}_{CN}}{Kt} - \underline{Z}_{t_{ac}} \dot{I}_{ac} = 0,$$

и изолированной нейтрали со стороны звезды (1.44):

$$\dot{I}_{ba} + \dot{I}_{cb} + \dot{I}_{ac} = 0.$$

3.2.3 Выводы формул для трехфазной потоковой модели

Выводы формул для краткости будут представлены только для фазы А. Для фаз В и С выводы могут быть воспроизведены по аналогии. Нейтральный провод и сопротивление земли в формулах в явном виде не учитываются (в соответствии с допущением, описанным в разделе 1.1). При необходимости выводы можно получить с учетом нейтрального провода и сопротивления земли, но эти аспекты не оказывают принципиального влияния на общий подход к выводу формул.

Вывод формул составляющих падения напряжения (3.29).

Для модели линии электропередачи, изображенной на рисунке 1.3, падение напряжения на продольном сопротивлении:

$$\Delta \dot{U}_{Aa} = \dot{I}_{Aa} \underline{Z}_{AA} + \dot{I}_{Bb} \underline{Z}_{AB} + \dot{I}_{Cc} \underline{Z}_{AC}. \quad (3.36)$$

Выразим фазные токи через мощности и напряжения начала ветви:

$$\dot{I}_{Aa} = \frac{P_A - jQ_A}{V_A e^{-\delta_A}}; \quad \dot{I}_{Bb} = \frac{P_B - jQ_B}{V_B e^{-\delta_B}}; \quad \dot{I}_{Cc} = \frac{P_C - jQ_C}{V_C e^{-\delta_C}}. \quad (3.37)$$

Если для рассматриваемой ветви угол фазы А в качестве точки отсчёта принять равным нулю ($\delta_A = 0$), то углы δ_B и δ_C можно заменить на междофазные углы в начале ветви:

$$\dot{I}_{Aa} = \frac{P_A - jQ_A}{V_A}; \quad \dot{I}_{Bb} = \frac{P_B - jQ_B}{V_B e^{-\psi_{AB}}}; \quad \dot{I}_{Cc} = \frac{P_C - jQ_C}{V_C e^{-\psi_{AC}}}. \quad (3.38)$$

Подставим (3.38) в (3.36):

$$\Delta \dot{U}_{Aa} = \frac{P_A - jQ_A}{V_A} \underline{Z}_{AA} + \frac{P_B - jQ_B}{V_B e^{-\psi_{AB}}} \underline{Z}_{AB} + \frac{P_C - jQ_C}{V_C e^{-\psi_{AC}}} \underline{Z}_{AC}. \quad (3.39)$$

Тогда действительная часть падения напряжения

$$\begin{aligned} \Delta V'_{Aa} &= \operatorname{Re}(\Delta \dot{U}_{Aa}) = \\ &= \frac{P_A \operatorname{Re}[\underline{Z}'_{AA}] + Q_A \operatorname{Im}[\underline{Z}'_{AA}]}{V_A} + \frac{P_B \operatorname{Re}[\underline{Z}'_{AB}] + Q_B \operatorname{Im}[\underline{Z}'_{AB}]}{V_B} + \frac{P_C \operatorname{Re}[\underline{Z}'_{AC}] + Q_C \operatorname{Im}[\underline{Z}'_{AC}]}{V_C}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Мнимая часть падения напряжения

$$\Delta V''_{Aa} = \operatorname{Im}(\Delta \dot{U}_{Aa}) = \quad (3.41)$$

$$= \frac{P_A \operatorname{Im}[\underline{Z}'_{AA}] - Q_A \operatorname{Re}[\underline{Z}'_{AA}]}{V_A} + \frac{P_B \operatorname{Im}[\underline{Z}'_{AB}] - Q_B \operatorname{Re}[\underline{Z}'_{AB}]}{V_B} + \frac{P_C \operatorname{Im}[\underline{Z}'_{AC}] - Q_C \operatorname{Re}[\underline{Z}'_{AC}]}{V_C},$$

где

$$\underline{Z}'_{AA} = \underline{Z}_{AA}; \quad \underline{Z}'_{AB} = \underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}}; \quad \underline{Z}'_{AC} = \underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}}. \quad (3.42)$$

Вывод формул потерь активной (3.27) и реактивной (3.28) мощности.

Для модели линии электропередачи, изображенной на рисунке 1.3, потери на продольном сопротивлении:

$$\Delta \underline{S}_{Aa} = I_{Aa}^* \Delta \dot{U}_{Aa} = I_{Aa}^* (I_{Aa} \underline{Z}_{AA} + I_B \underline{Z}_{AB} + I_C \underline{Z}_{AC}). \quad (3.43)$$

Символом «*» обозначена операция комплексного сопряжения. Выразим токи через мощности, подставив (3.38) в (3.43):

$$\Delta \underline{S}_{Aa} = \frac{P_A + jQ_A}{V_A} \left(\frac{P_A - jQ_A}{V_A} \underline{Z}_{AA} + \frac{P_B - jQ_B}{V_B e^{-j\psi_{AB}}} \underline{Z}_{AB} + \frac{P_C - jQ_C}{V_C e^{-j\psi_{AC}}} \underline{Z}_{AC} \right). \quad (3.44)$$

Раскрытие скобок, приведение подобных и замена (3.42) дают выражение:

$$\begin{aligned} \Delta \underline{S}_{Aa} = & \frac{P_A^2 \underline{Z}_{AA} + Q_A^2 \underline{Z}_{AA}}{V_A^2} + \\ & + \frac{P_A P_B \underline{Z}'_{AB} + j P_B Q_A \underline{Z}'_{AB} - j P_A Q_B \underline{Z}'_{AB} + Q_A Q_B \underline{Z}'_{AB}}{V_A V_B} + \\ & + \frac{P_A P_C \underline{Z}'_{AC} + j P_C Q_A \underline{Z}'_{AC} - j P_A Q_C \underline{Z}'_{AC} + Q_A Q_C \underline{Z}'_{AC}}{V_A V_C}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Активные потери будут:

$$\begin{aligned} \Delta P_{Aa} = & \frac{[P_A^2 - Q_A^2] R_{AA}}{V_A^2} - \\ & - \frac{[P_A Q_B - P_B Q_A] \operatorname{Im}(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}}) + [P_A P_B - Q_A Q_B] \operatorname{Re}(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}})}{V_A V_B} - \\ & - \frac{[P_A Q_C - P_C Q_A] \operatorname{Im}(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}}) + [P_A P_C - Q_A Q_C] \operatorname{Re}(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}})}{V_A V_C}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Реактивные потери будут:

$$\Delta Q_{Aa} = \frac{[P_A^2 - Q_A^2]X_{AA}}{V_A^{H^2}} - \frac{[P_A Q_B - P_B Q_A]Re(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}}) + [P_A P_B - Q_A Q_B]Im(\underline{Z}_{AB} e^{j\psi_{AB}})}{V_A V_B} - \frac{[P_A Q_C - P_C Q_A]Re(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}}) + [P_A P_C - Q_A Q_C]Im(\underline{Z}_{AC} e^{j\psi_{AC}})}{V_A V_C}. \quad (3.47)$$

Вывод формулы связи напряжения начала и напряжения конца для трансформатора с группой соединения Yg/D (3.35).

Напряжения до блока с комплексным коэффициентом трансформации и после него связаны двумя матрицами: \mathbf{AU} (отражает коэффициент трансформации) и \mathbf{W} (отражает сдвиг фаз напряжения):

$$\mathbf{U}_{abc} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{AU}^{-1} \cdot \mathbf{U}_{ABC}, \quad (3.48)$$

где $\mathbf{U}_{ABC} = \{V_A \angle \delta_A, V_B \angle \delta_B, V_C \angle \delta_C\}$ – вектор напряжений до блока с комплексным коэффициентом трансформации; $\mathbf{U}_{abc} = \{V_a \angle \delta_a, V_b \angle \delta_b, V_c \angle \delta_c\}$ – вектор напряжений после блока с комплексным коэффициентом трансформации. После перемножения матриц и раскрытия скобок:

$$\begin{pmatrix} V_a \angle \delta_a \\ V_b \angle \delta_b \\ V_c \angle \delta_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2 e^{j\delta_A} V_A}{3 Kt} + \frac{e^{j\delta_B} V_B}{3 Kt} \\ \frac{2 e^{j\delta_B} V_B}{3 Kt} + \frac{e^{j\delta_C} V_C}{3 Kt} \\ \frac{e^{j\delta_A} V_A}{3 Kt} + \frac{2 e^{j\delta_C} V_C}{3 Kt} \end{pmatrix}. \quad (3.49)$$

Далее будем рассматривать выражение для фазы А, для фаз В и С выводы будут выглядеть аналогично. Примем, что угол напряжения фазы А в узле начала равен нулю $\delta_A = 0$, тогда угол δ_B можно заменить на угол между векторами фазных напряжений $\delta_B = \psi_{AB}$. Выражение для связи векторов напряжений начала и конца фазы А:

$$V_a \angle \delta_a = \frac{2 V_A}{3 Kt} + \frac{e^{j\psi_{AB}} V_B}{3 Kt}. \quad (3.50)$$

Выражение для модулей:

$$\begin{aligned}
V_a &= \sqrt{\operatorname{Re} \left(\frac{2 V_A}{3 Kt} + \frac{e^{j\psi_{AB}} V_B}{3 Kt} \right)^2 + \operatorname{Im} \left(\frac{2 V_A}{3 Kt} + \frac{e^{j\psi_{AB}} V_B}{3 Kt} \right)^2} = \\
&= \sqrt{\left(\frac{2 V_A}{3 Kt} + \frac{V_B \cos(\psi_{AB})}{3 Kt} \right)^2 + \left(\frac{V_B \sin(\psi_{AB})}{3 Kt} \right)^2}
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Выражение для изменения угла фазного напряжения относительно базисного узла:

$$\begin{aligned}
\Delta\delta_{Aa} &= \arctan \left(\frac{\operatorname{Im} \left(\frac{2 V_A}{3 Kt} + \frac{e^{j\psi_{AB}} V_B}{3 Kt} \right)}{\operatorname{Re} \left(\frac{2 V_A}{3 Kt} + \frac{e^{j\psi_{AB}} V_B}{3 Kt} \right)} \right) = \\
&= \arctan \left(\frac{V_B \sin(\psi_{AB})}{2 V_A + V_B \cos(\psi_{AB})} \right)
\end{aligned} \tag{3.52}$$

Вывод формул связи мощности начала и мощности конца для трансформатора с группой соединения Yg/D (3.33) и (3.34).

Выражение тока конца через токи начала для фазы А из формулы (1.41):

$$\dot{I}_a = Kt \dot{I}_A - Kt \dot{I}_C. \tag{3.53}$$

Мощность конца через ток конца (3.53) и напряжение конца (3.50):

$$\begin{aligned}
S_a &= V_a \angle \delta_a \cdot (\dot{I}_a)^* = \left(\frac{2 V_A}{3 Kt} + \frac{e^{j\psi_{AB}} V_B}{3 Kt} \right) \cdot (Kt \dot{I}_A - Kt \dot{I}_C)^* = \\
&= \left(\frac{2 V_A}{3} + \frac{e^{j\psi_{AB}} V_B}{3} \right) \cdot (\dot{I}_A - \dot{I}_C)^*
\end{aligned} \tag{3.54}$$

Выразим токи через мощности и напряжения по выражению (3.38):

$$\begin{aligned}
S_a &= \left(\frac{2 V_A}{3} + \frac{e^{j\psi_{AB}} V_B}{3} \right) \cdot \left(\frac{P_A - jQ_A}{V_A} - \frac{P_C - jQ_C}{V_C e^{-j\psi_{AC}}} \right)^* = \\
&= \left(\frac{2 V_A}{3} + \frac{e^{j\psi_{AB}} V_B}{3} \right) \cdot \left(\frac{P_A + jQ_A}{V_A} - \frac{P_C + jQ_C}{V_C e^{j\psi_{AC}}} \right) = \\
&= \frac{2P_A}{3} + \frac{2jQ_A}{3} + \frac{(P_A + jQ_A)V_B e^{j\psi_{AB}}}{3 V_A} - \frac{2(P_C + Q_C)V_A e^{-j\psi_{AC}}}{3 V_C} -
\end{aligned} \tag{3.55}$$

$$-\frac{(P_C + Q_C)V_B e^{-j\psi_{AC}}}{3 V_C}$$

Активная мощность конца, через параметры начала:

$$P_a = Re(S_A) = \frac{2 P_A}{3} + \frac{V_B(P_A \cos(\psi_{AB}) + Q_A \sin(\psi_{AB}))}{3 V_A} - \frac{V_B(P_C \cos(\psi_{AB} - \psi_{AC}) + Q_C \sin(\psi_{AB} - \psi_{AC}))}{3 V_C} - \frac{2 V_A(P_C \cos(\psi_{AC}) + Q_C \sin(\psi_{AC}))}{3 V_C}. \quad (3.56)$$

Реактивная мощность конца, через параметры начала:

$$Q_a = Im(S_A) = \frac{2 Q_A}{3} + \frac{V_B(Q_A \cos(\psi_{AB}) - P_A \sin(\psi_{AB}))}{3 V_A} - \frac{V_B(Q_C \cos(\psi_{AB} - \psi_{AC}) + P_C \sin(\psi_{AB} - \psi_{AC}))}{3 V_C} - \frac{2 V_A(Q_C \cos(\psi_{AC}) - P_C \sin(\psi_{AC}))}{3 V_C}. \quad (3.57)$$

Вывод формул осуществлялся в автоматическом режиме с использованием системы компьютерной алгебры Wolfram Mathematica, в частности её возможностей для символьных вычислений.

3.3 Программная реализация расчёта установившегося режима в трех фазах

Для анализа алгоритмов расчёта установившегося режима в трех фазах был разработан программы для ЭВМ. «Программное обеспечение для расчёта режима электроэнергетической системы в трехфазных координатах на основе потоковой модели» включает в себя все алгоритмы, описанные в третьей главе диссертационной работы (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018663684, представлено в приложении А). ПО разработано в системе компьютерной алгебры Wolfram Mathematica. Выбор среды разработки обусловлен возможностями системы в области символьных вычислений. Особенность программы заключается в том, что реализована

возможность получения выражений для расчёта вектора невязок в общем виде. Для расчёта матрицы Якоби все производные вычисляются в символьной форме. После получения всех выражений в символьном виде происходит подстановка численных значений. Подход позволяет упростить алгоритмизацию расчёта матрицы Якоби, что особенно актуально для громоздких выражений в трех фазах. Выражения в общем виде могут быть использованы для разработки и отладки при внедрении алгоритмов в SCADA системы, для которых они разрабатывались.

Помимо этого, данный подход позволил значительно ускорить проведение вариантных расчётов, которые описаны в четвёртой главе диссертации. Для вариантных расчётов на одной схеме с различными нагрузками, после получения матрицы Якоби в символьном виде рассчитывалась *обратная* матрица Якоби в символьном виде. Далее на каждой итерации для каждого отдельного состава нагрузок выполнялась подстановка значений в уже обращённую матрицу Якоби, что позволило значительно ускорить расчёт.

Для сравнения разработанных алгоритмов на основе потоковой модели и существующих алгоритмов в трех фазах было разработано «Программное обеспечение для расчёта режима электроэнергетической системы в трехфазных координатах на основе уравнений узловых напряжений» (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018660547, представлено в приложении А). Программное обеспечение разработано в среде Visual Studio на языке программирования C#.

3.4 Численный пример сравнения однолинейных и трехфазных расчетов установившихся режимов

На основе разработанных программ был выполнен расчёт численного примера для трехфазного представления сети. В этом и всех последующих численных примерах в рамках диссертации будет использована тестовая схема, представленная на рисунке 3.9. Схема включает фрагмент сети 110 кВ,

содержащий кольцо, понижающую двухтрансформаторную подстанцию 110/10 и отходящий фидер на классе напряжения 10 кВ.

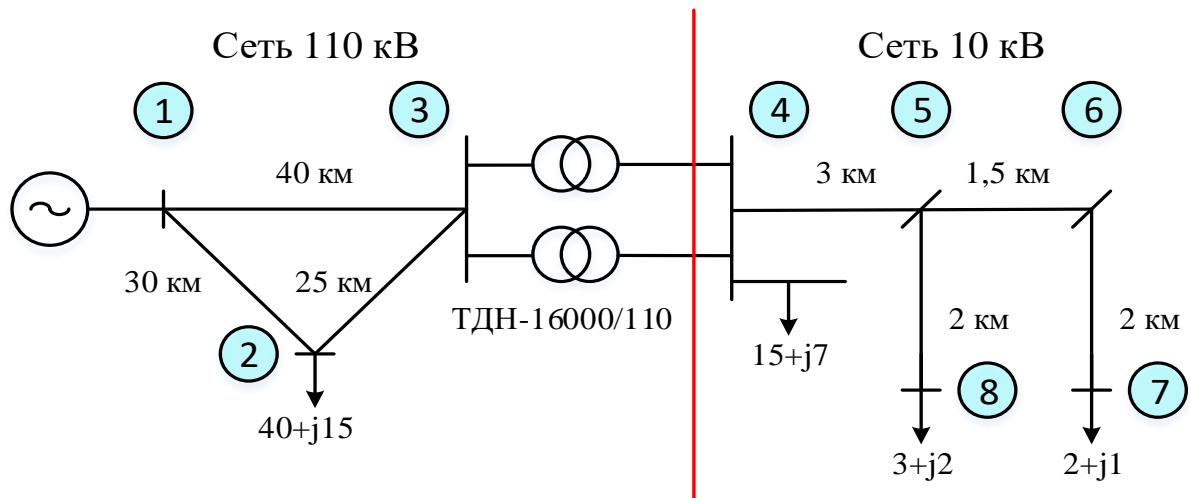


Рисунок 3.9 – Тестовая схема для сравнительных расчётов

На схеме от узла 4 будет отходить один фидер с двумя ответвлениями, нагрузка прочих фидеров занесена непосредственно в узел 4 и может быть использована для симметрирования итоговой нагрузки на шинах понижающей подстанции. В узлах 2 и 4 нагрузки симметричны, в узлах 7 и 8 варьируются для создания несимметрии. Сеть 110 кВ выполнена воздушными линиями с сечением АС-120. Геометрические параметры опоры электропередачи в сети 110 кВ представлены на рисунке 3.10а. Схема соединения обмоток трансформатора может рассматриваться или Y_g/Y или Y_g/D . Для упрощения расчёта, коэффициент трансформации принят $K_t = 10$ (отношение линейного напряжения со стороны высшей обмотки 115 кВ к линейному напряжению со стороны низшей обмотки 11.5 кВ). В сети 10 кВ фидер будет моделироваться воздушной линией с сечением провода АС-70 и геометрией опоры, представленной на рисунке 3.10б. Для расчётов удельных параметров воздушных линий на 1 км был применён инструмент «RLC Line Parameters» в ПК MATLAB [96].

Результаты расчёта одного несимметричного режима, когда у трансформатора обмотки соединены по схеме Y_g/Y , приведены на рисунке 3.11. На этом же рисунке наложены результаты расчёта режима на основе однолинейного представления сети.

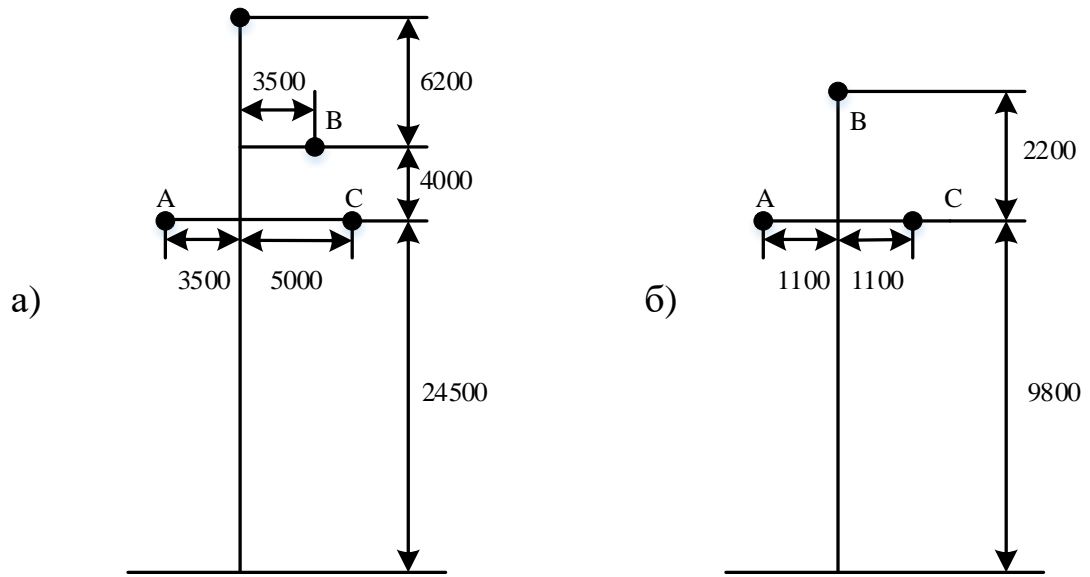


Рисунок 3.10 – Геометрические параметры опор

а) – в сети 110 кВ, б) – в сети 10 кВ

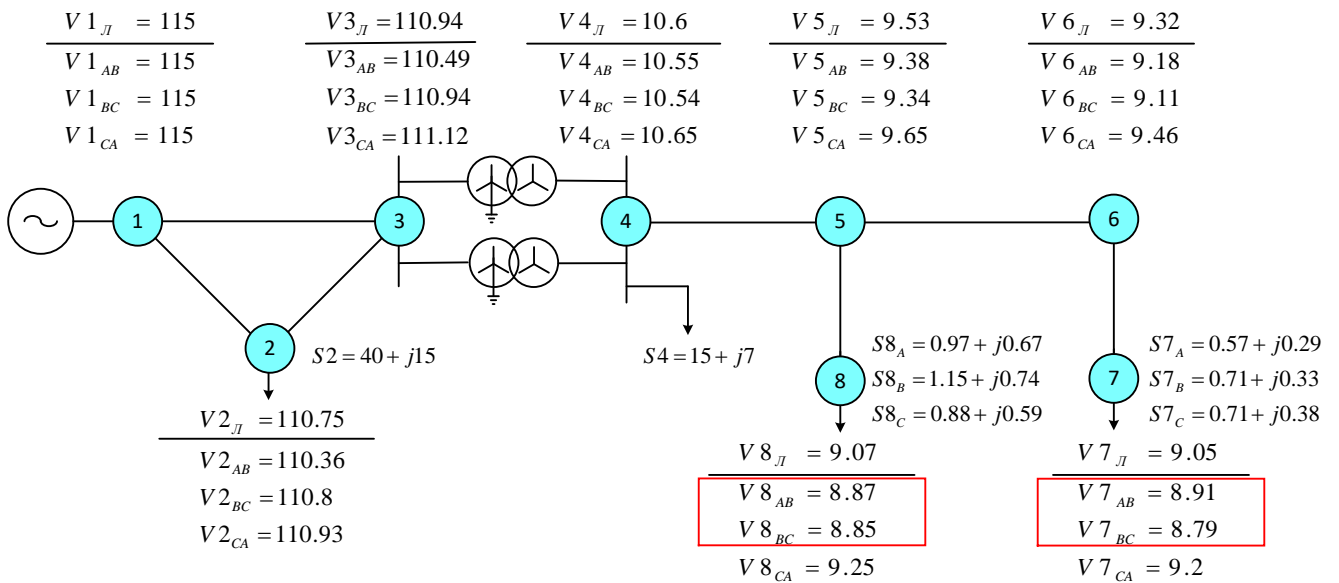


Рисунок 3.11 – Результаты сравнительного расчёта для однолинейной и трехфазной схемы замещения с воздушной линией

Результаты расчёта одного несимметричного режима, когда у трансформатора обмотки соединены по схеме Yg/D, представлены на рисунке 3.12. На этом же рисунке наложены результаты расчёта режима на основе однолинейного представления сети.

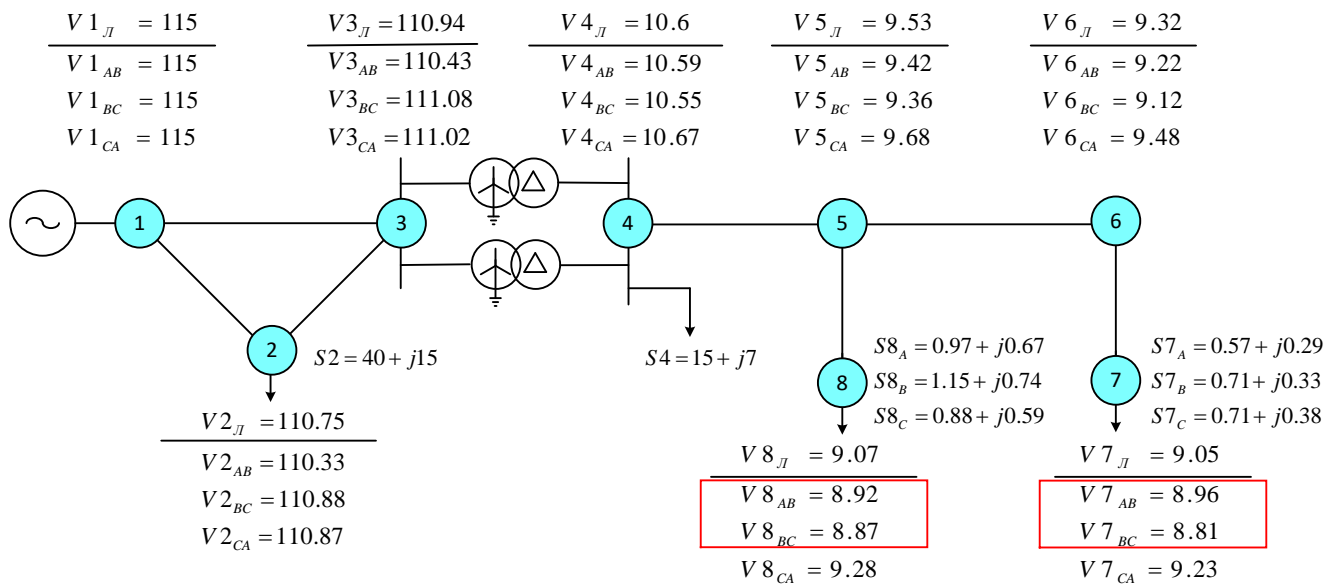


Рисунок 3.12 – Результаты сравнительного расчёта для трансформатора со схемой соединения обмоток «звезда с нулем–треугольник»

Как можно видеть из результатов расчёта, при использовании однолинейной модели для расчёта режима с несимметрией нагрузки напряжение будет попадать в допустимые диапазоны (около 9 кВ в узлах 7 и 8). При использовании точной трехфазной модели можно видеть, что линейные напряжения могут опускаться до 8.79 кВ. То есть напряжение отклоняется от номинального значения более чем на 10%.

В описанном численном эксперименте использовалась трехфазная потоковая модель. Наибольший интерес представляет расчёт режима, в котором трансформатор был со схемой соединения обмоток Yg/D . Итерационная процедура сошлась за три итерации. Коэффициент обусловленности матрицы Якоби, был от 3.9 до 5.6. Расчёт этого режима с использованием нелинейных УУН не может быть выполнен. Итерационная процедура расходится, поскольку матрица Якоби плохо обусловлена. Это подтверждает выводы, что уравнения узловых напряжений в форме баланса мощности обладают низкой сходимостью при комбинации таких факторов, как несимметрия элементов, наличие сдвига фаз в трансформаторах и несимметрия нагрузки.

3.5 Анализ сходимости трехфазной потоковой модели

Для анализа характеристик сходимости были использованы тестовые расчётные схемы IEEE 13, 37 и 123 узла [97]. Исходные тестовые схемы имеют чисто радиальную структуру, в схемах отсутствуют генерирующие узлы и трансформаторы с группой соединения Yg/D . Для сравнительного анализа сходимости различных методов в тестовые схемы вносились модификации, ухудшающие обусловленность и сходимость задачи расчёта установившегося режима:

1. Добавлялись замкнутые контуры.
2. Добавлялись генерирующие узлы.
3. Добавлялись трансформаторы с группой соединения Yg/D .
4. Увеличивалась степень несимметрии нагрузки.

В ходе проведения автором численных экспериментов анализировались следующие методы расчёта установившихся режимов в трех фазах:

1. Нелинейные УУН в форме баланса мощности.
2. Метод Z -матрицы.
3. Метод прямого-обратного хода.
4. Потокосная модель.

В таблицах 3.1-3.3 приведено количество итераций, за которое методы сходятся, при одинаковой заданной точности.

Как можно видеть, потоковая модель обладает лучшей сходимостью по сравнению с другими анализируемыми методами. Коэффициент обусловленности матрицы Якоби не превышал 10^3 , в то время как для УУН в форме баланса мощности был не менее 10^6 . При использовании потоковой модели добавление замкнутых контуров и генераторов облегчает режим, и итерационная процедура начинает сходиться быстрее.

Таблица 3.1 – Число итераций для различных методов расчёта установившегося режима схемы IEEE 13

Тестовая схема	Нелинейные УУН	Метод Z-матрицы	Метод прямого- обратного хода	Потоковая модель
IEEE 13 Исходная схема	4 итерации	4 итераций	5 итераций	3 итерации
IEEE 13 + Замкнутые контуры + Генераторы	3 итерации	6 итераций	6 итераций	3 итерации
IEEE 13 + Трансформаторы Yg/D	расходится	5 итераций	5 итераций	3 итерации
IEEE 13 + Трансформаторы Yg/D + Доп. несимметрия нагрузки	расходится	расходится	6 итераций	4 итерации
IEEE 13 + Замкнутые контуры + Генераторы + Трансформаторы Yg/D	расходится	8 итераций	7 итераций	4 итерации
IEEE 13 + Замкнутые контуры + Генераторы + Трансформаторы Yg/D + Доп. несимметрия нагрузки	расходится	расходится	расходится	4 итерации

Таблица 3.2 – Число итераций для различных методов расчёта установившегося режима схемы IEEE 37

Тестовая схема	Нелинейные УУН	Метод Z-матрицы	Метод прямого- обратного хода	Потоковая модель
IEEE 37 Исходная схема	4 итерации	4 итераций	4 итерации	4 итерации
IEEE 37 + Замкнутые контуры + Генераторы	4 итерации	6 итераций	8 итераций	3 итерации
IEEE 37 + Трансформаторы Yg/D	расходится	6 итераций	5 итераций	3 итерации
IEEE 37 + Трансформаторы Yg/D + Доп. несимметрия нагрузки	расходится	расходится	8 итераций	3 итерации
IEEE 37 + Замкнутые контуры + Генераторы + Трансформаторы Yg/D	расходится	8 итераций	расходится	4 итерации
IEEE 37 + Замкнутые контуры + Генераторы + Трансформаторы Yg/D + Доп. несимметрия нагрузки	расходится	Расходится	расходится	4 итерации

Таблица 3.3 – Число итераций для различных методов расчёта установившегося режима схемы IEEE 123

Тестовая схема	Нелинейные УУН	Метод Z-матрицы	Метод прямого- обратного хода	Потоковая модель
IEEE 123 Исходная схема	5 итераций	6 итераций	8 итераций	5 итераций
IEEE 123 + Замкнутые контуры + Генераторы	4 итерации	8 итераций	10 итераций	4 итерации
IEEE 123 + Трансформаторы Yg/D	расходится	7 итераций	8 итераций	5 итераций
IEEE 123 + Трансформаторы Yg/D + Доп. несимметрия нагрузки	расходится	расходится	8 итераций	4 итерации
IEEE 123 + Замкнутые контуры + Генераторы + Трансформаторы Yg/D	расходится	18 итераций	расходится	4 итерации
IEEE 123 + Замкнутые контуры + Генераторы + Трансформаторы Yg/D + Доп. несимметрия нагрузки	расходится	расходится	расходится	4 итерации

Несмотря на то, что расчёт с использованием потоковой модели сходится за меньшее число итераций, размерность задачи в потоковой модели больше. Поэтому нельзя утверждать, что расчёт за меньшее число итераций быстрее, многое зависит от программной реализации алгоритмов, значительное влияние на

скорость вычисления оказывает используемая библиотека обработки разреженных матриц.

Стоит прокомментировать ряд других особенностей полученных результатов. Нелинейные УУН в форме баланса мощности плохо сходятся в схемах с трансформаторами, обмотки которых соединены Yg/D , их добавление приводит к расхождению итерационной процедуры. Уменьшение числа итераций для нелинейных УУН в форме баланса мощности при добавлении замкнутых контуров и генераторов объясняется аналогично ускорению сходимости потоковой модели.

На сходимость метода Z -матрицы наличие замкнутых контуров не оказывает влияния. Наличие генерирующих узлов незначительно увеличивает число итераций, при этом вычислительная сложность одной итерации метода Z -матрицы наименьшая по сравнению с другими методами. Добавление трансформаторов с группой соединения Yg/D ухудшает сходимость, итерационная процедура начинает длительно асимптотически приближаться к точке решения (напряжения колеблются около точки решения, модуль невязок медленно уменьшается, знак невязок меняется от итерации к итерации). Чем выше несимметрия, тем дольше сходится расчёт по методу Z -матрицы.

Метод прямого-обратного хода хорошо сходится в радиальных сетях, наличие трансформаторов с группой соединения Yg/D не оказывает на это принципиального влияния. Замкнутые контуры и генерирующие узлы значительно ухудшают сходимость, комбинация двух этих факторов приводит к расхождению итерационной процедуры.

3.6 Выводы по главе 3

1. Усовершенствован метод расчёта установившегося режима электрической сети на основе потоковой модели в части учета генераторных узлов. Предложены контурные уравнения для расчёта сетей с замкнутыми контурами на основе второго закона Кирхгофа. Метод

обладает хорошей сходимостью в распределительных сетях и абсолютно нечувствителен к неоднородности параметров схемы замещения.

2. Разработан способ ускорения расчёта установившегося режима на основе потоковой модели, использующий особенности структуры матрицы Якоби. Он не содержит допущений и упрощений уравнений установившегося режима и не приносит погрешностей расчёта и проблем сходимости. Это позволяет решить основную проблему потоковой модели, связанную с большей по сравнению с уравнениями узловых напряжений размерностью задачи.
3. Потоковая модель установившихся режимов обобщена на трехфазную постановку. Разработаны подходы для моделирования линий электропередачи с учетом взаимоиндукции и сдвига фаз в трансформаторах. Трехфазная потоковая модель позволяет использовать преимущества потоковой модели применительно к распределительным сетям с учетом присущей им несимметрии нагрузок и неоднородности параметров схемы замещения.
4. Численные эксперименты показывают, что расчёт установившегося режима в трех фазах на основе потоковой модели не чувствителен к разнородности параметров схемы замещения. Метод обладает наилучшей по сравнению с другими методами расчёта сходимостью для режимов распределительных сетей с высокой степенью несимметрии, трансформаторами с группой соединения звезда-треугольник, узлами генерации и замкнутыми контурами.

ГЛАВА 4. ГИБРИДНАЯ ТРЕХФАЗНО-ОДНОЛИНЕЙНАЯ ПОТОКОВАЯ МОДЕЛЬ

В распределительных сетях присутствует высокая степень несимметрии, но в системообразующих сетях она значительно меньше. Как было показано в третьей главе, расчёт режимов на основе однолинейных моделей сетей с высокой степенью несимметрии может приводить к некорректным результатам. Режимы распределительных и системообразующих сетей неразрывно связаны, и в ряде случаев их необходимо рассматривать совместно. При этом магистральные сети моделировать в трех фазах нецелесообразно. Во-первых, потому что степень несимметрии мала и расчёт в трех фазах будет ненужным усложнением математической модели. Во-вторых, в системообразующих сетях, как правило, отсутствуют трехфазные (пофазные) измерения параметров электрического режима, необходимые для выполнения расчётов.

В данной главе описывается модель, которая позволяет в рамках единой расчётной процедуры производить для части сети расчёт УР в однолинейной постановке, а для оставшейся части сети использовать трехфазную модель установившегося режима. Эта модель далее будет называться «Гибридная Трехфазно-Однолинейная (ГТО) модель» [98]. При этом ГТО-модель может быть использована как в задаче расчёта установившихся режимов, так и в задаче оценивания состояния.

4.1 Развитие информационно-измерительных систем

Развитие информационно-измерительных систем является неотъемлемой частью внедрения современных технологий на различных уровнях электрических сетей. Измерительные трансформаторы связаны с единым универсальным устройством сбора и передачи информации (УСПИ) посредством аналогового или цифрового преобразователя, который обеспечивает обработку сигналов токов и напряжений. Аналоговые преобразователи осуществляют передачу измерительной информации в УСПИ только в виде средних значений режимных параметров

(однолинейных измерений) по правилам, установленным «Регламентом использования параметров фазных токов и линейных напряжений в ОИК» АО «СО ЕЭС» [99]. Такие преобразователи считаются устаревшими и постепенно заменяются на цифровые. В зависимости от потребностей, цифровые преобразователи могут быть гибко сконфигурированы на передачу заданного набора измерительной информации. Архитектура измерительной системы, относящейся к полевому уровню, является схожей как для распределительных сетей 6-20 кВ, так и для сетей более высоких классов напряжения. Существует техническая возможность трансляции в SCADA-систему верхнего уровня через УСПИ всех измеряемых параметров режима, представленных в таблице 4.1. Однако в практической деятельности полный пакет измерений не передается и это значительно уменьшает объем передаваемой информации, что особенно важно в рамках договоров на передачу данных. В таблице 4.1 представлены используемые на практике группы измеряемых параметров электрического режима в зависимости от класса номинального напряжения. Для сверхвысоких напряжений (220 кВ и выше) передача фазных измерений мало актуальна в связи с малой несимметрией режимных параметров [100]. В сетях 0,4 кВ степень несимметрии может быть очень большой, но средства и системы диспетчеризации, а также автоматизации находятся пока в зачаточном состоянии. Распределительные сети напряжением 6-35 кВ можно выделить в особую группу. Их УСПИ являются, как правило, источниками трехфазной режимной информации. В реальных условиях при наличии достаточно большой амплитудно-фазной несимметрии токов и напряжений, достигающей в распределительных сетях по обратной k_{U2} и нулевой k_{U0} последовательностям до 30 % и 40 % соответственно [101], диктует необходимость использования для расчета трехфазных математических моделей [102], [103].

В связи с этим актуальной задачей является разработка математической модели и соответствующих программных средств оценивания состояния в трехфазной и однолинейной постановках. Та часть электрической сети, которая обеспечена трехфазными измерениями, должна рассчитываться в трехфазной

постановке, а часть сети, которая охвачена только однолинейными измерениями, может рассчитываться на основе однолинейной модели установившегося режима.

Таблица 4.1 – Передача измеренных параметров на различных классах напряжения

Передаваемые режимные параметры	Число передаваемых параметров	Энергообъекты		
		0.4 кВ	6-35 (110) кВ	110 кВ и выше
• действующие значения фазных токов	I_A, I_B, I_C	+	+	-
• действующее значение среднего фазного тока	\bar{I}_Φ	-	+	+
• ток прямой последовательности	I_1	+	+	-
• ток обратной последовательности	I_2	+	+	+
• ток нулевой последовательности	I_0	+	+	+
• действующие значения фазных напряжений	U_A, U_B, U_C	+	+	-
• действующее значение среднего фазного напряжения	\bar{U}_Φ	-	+	-
• действующее значение линейных напряжений	U_{AB}, U_{BC}, U_{AC}	-	+	-
• действующее значение среднего линейного напряжения	\bar{U}_L	-	+	+
• напряжение прямой последовательности	U_1	+	+	-
• напряжение обратной последовательности	U_2	+	+	+
• напряжение нулевой последовательности	U_0	+	+	+
• активная и реактивная мощности фаз	$P_A, P_B, P_C, Q_A, Q_B, Q_C$	+	+	+
• суммарная активная и реактивная мощности	P, Q	-	+	+
• полные мощности фаз	S_A, S_B, S_C	-	+	-
• полная суммарная мощность	S	+	+	-
• активная и реактивная мощности нулевой последовательности	P_0, Q_0	+	+	+
Всего передаваемых параметров (минимум):	32			

4.2 Математическое описание гибридной трехфазно-однолинейная потоковой модели

Объединение однолинейной и трехфазной моделей в единую расчётную процедуру предлагается осуществлять при помощи узла интерфейса, который должен описывать совокупность взаимодействия двух моделей. В качестве узла интерфейса должен использоваться узел электрической сети на границе однолинейного и трехфазного представления сети. Уравнения для узла интерфейса должны определять зависимость между параметрами этих двух моделей.

В потоковой модели в качестве неизвестных переменных приняты потоки мощности по ветвям и модули напряжений в узлах, а значит, именно для них

необходимо предусмотреть выражения, объединяющие в рамках единой расчётной процедуры однолинейное и трехфазное представление сети.

В рамках потоковой модели интерфейс для мощностей осуществляется достаточно просто. В однолинейном представлении сети используются трехфазные мощности, которые являются суммой мощностей трех фаз. Таким образом, уравнение баланса по активной и реактивной мощности для узла интерфейса просто объединяет трехфазные мощности однолинейной модели и фазные мощности трехфазной модели без каких-либо допущений. Данный аспект проиллюстрирован на рисунке 4.1.

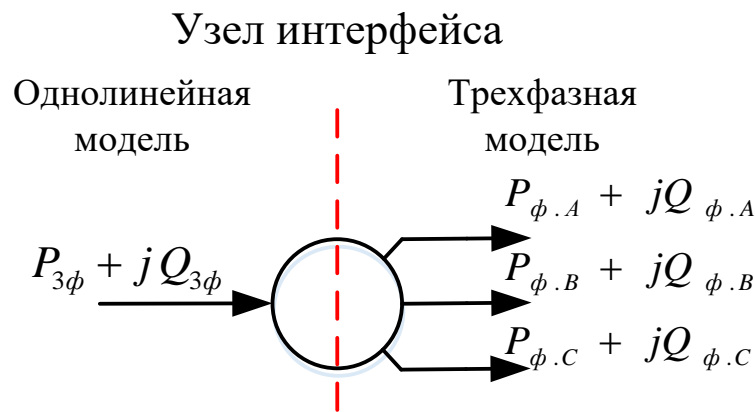


Рисунок 4.1 – Интерфейс мощностей

Математически это описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} P_{3\phi} &= P_A + P_B + P_C, \\ Q_{3\phi} &= Q_A + Q_B + Q_C. \end{aligned} \quad (4.1)$$

В качестве способа связи напряжений двух моделей предлагается использовать выражение для усреднения измеренного линейного напряжения на основе фазных напряжений, используемое в измерительных комплексах:

$$V_{1л} = \frac{V_A + V_B + V_C}{\sqrt{3}}. \quad (4.2)$$

Из математического описания интерфейса по напряжению следует, что в основе ГТО модели лежит *допущение*: в узле интерфейса напряжения по фазам равны и симметричны.

4.3 Гибридная трехфазно-однолинейная потоковая модель в задаче расчёта установившихся режимов

Узел интерфейса будет располагаться на шинах низшего напряжения понижающих подстанций.

Для анализа погрешности, которая привносится допущением ГТО модели, выполнен ряд численных экспериментов на тестовой схеме, приведённой на рисунке 4.2, эта же схема была использована в главе 3, где можно найти её более подробное описание.

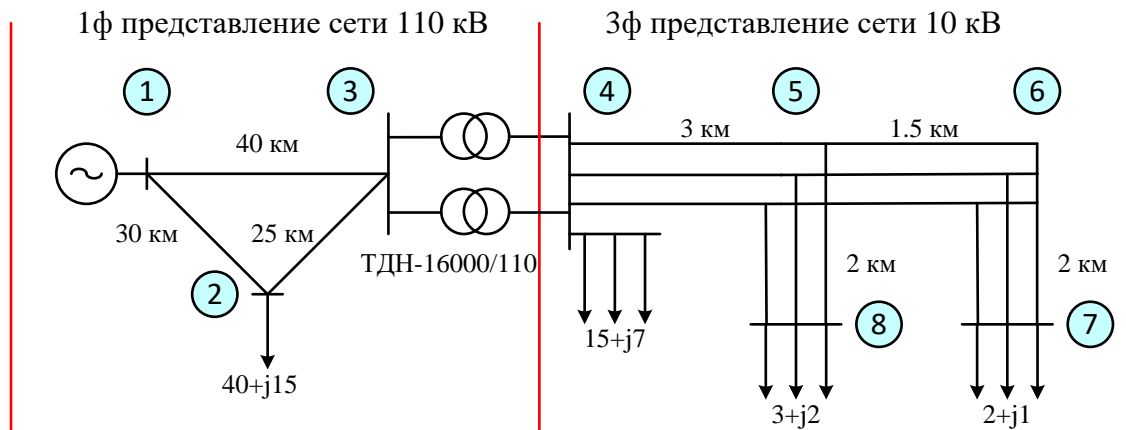


Рисунок 4.2 – Тестовая схема для анализа ГТО модели

Для анализа ГТО модели схема разделена на две части: сеть 110 кВ представлена в однолинейном исполнении и считается симметричной, распределительная сеть 10 кВ представлена в трех фазах. В качестве узла интерфейса выбран узел 4, который является точкой соединения распределительной и системообразующей сети.

В численном эксперименте по анализу погрешности изменялись нагрузки в узлах 7 и 8. Суммарная трехфазная нагрузка находилась в пределах, указанных на рисунке 4.2, при этом она распределялась между фазами, что создавало различную степень несимметрии нагрузки. Результаты численного эксперимента приведены на рисунке 4.3.

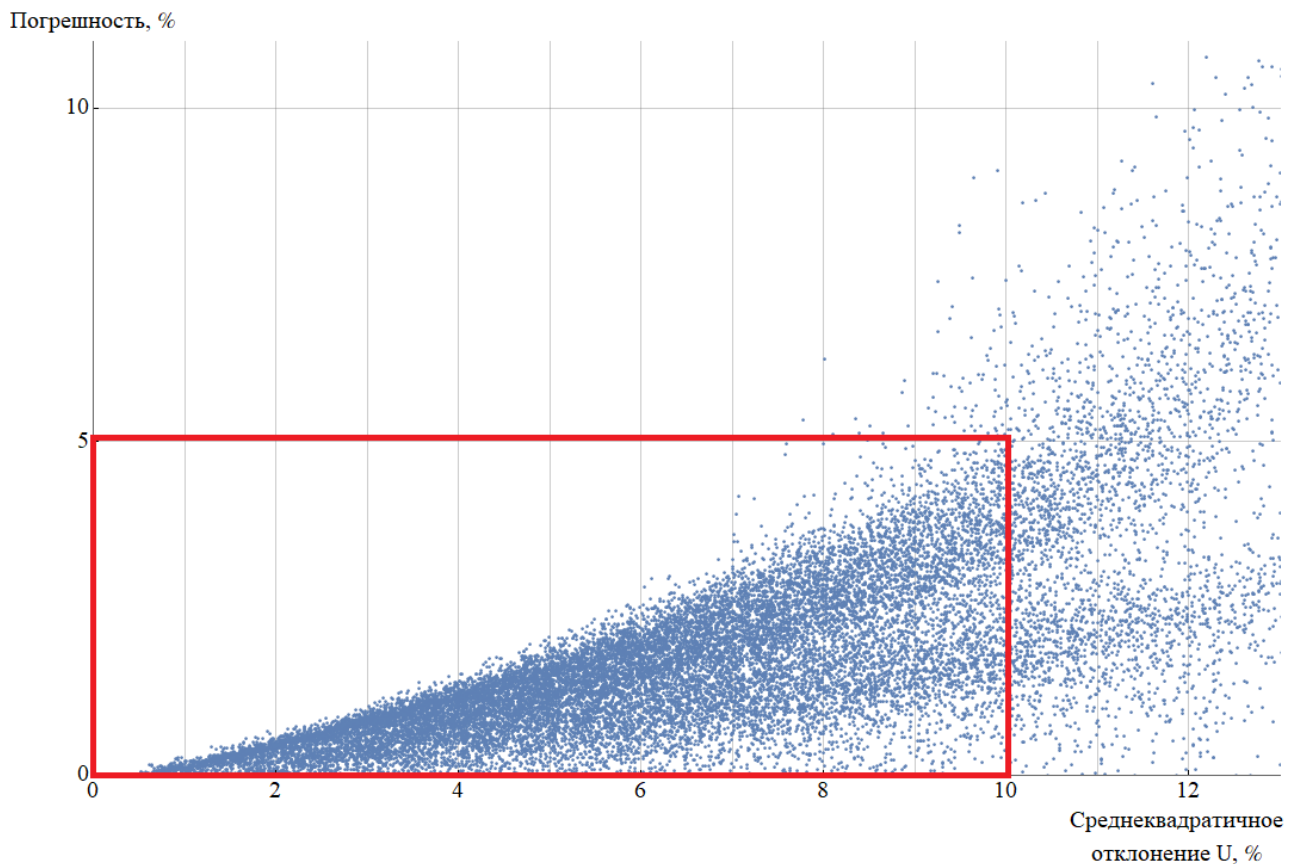


Рисунок 4.3 – Результаты численного эксперимента по анализу ГТО модели

Каждая точка на графике соответствует рассчитанному установившемуся режиму с различной нагрузкой в узлах 7 и 8. По оси абсцисс задано среднеквадратичное отклонение модулей напряжений в узле интерфейса 4, по оси ординат – максимальное отклонение напряжения в расчёте с использованием ГТО модели от значения напряжения в эталонном расчёте. Как можно видеть, если фазные напряжения в узле интерфейса отличаются друг от друга менее чем на 10%, то погрешность в расчёте напряжений не превышает 5%. Погрешность величиной в 5% можно считать приемлемой инженерной точностью расчёта. Помимо этого, при высокой степени несимметрии нагрузки и, как следствие, несимметрии напряжений итерационная процедура начинает хуже сходиться. Сначала увеличивается число итераций (с 3 до 6-8), при дальнейшем увеличении несимметрии итерационная процедура на основе ГТО модели начинает расходиться. При этом эталонный трехфазный расчёт считается также за 3 итерации и режимы существуют.

Представленный вычислительный эксперимент можно интерпретировать следующим образом: если напряжения в точке интерфейса различаются менее чем на 10%, то в этом случае может быть применена ГТО модель, что даст оптимальное соотношение между точностью расчёта и вычислительной сложностью задачи.

4.4 Гибридная трехфазно-однолинейная потоковая модель в задаче оценивания состояния

Получение сбалансированного режима работы электрической сети по данным телеизмерений выполняется на основе решения хорошо известной задачи оценивания состояния (ОС) [104]. Близость расчетного режима к фактически существующему определяется точностью и достоверностью измерений. Наиболее популярна для ОС функция суммы квадратов взвешенных ошибок измерений [104], [105]. До недавнего времени в задаче ОС использовались однолинейные измерения и соответствующая им однолинейная модель установившегося режима. Использование однолинейных (усредненных по трем фазам) измерений было обусловлено прежде всего отсутствием фазных измерений в связи с низкой пропускной способностью каналов связи. В рамках однолинейной модели принимается допущение о симметричности режима работы электрической сети. Для сетей классов напряжения 110 кВ и выше степень несимметрии очень мала и такое допущение не приводит к значительным погрешностям моделирования. В распределительных сетях 35 кВ и ниже режимы могут обладать высокой степенью несимметрии, и ее учет представляет интерес в том числе и с точки зрения диспетчерского управления [101].

С появлением распределенной генерации и развитием концепции умных цифровых сетей меняются принципы построения распределительных сетей. От радиальных распределительных сетей они трансформируются в сети с двухсторонним питанием с перспективой образования сложнзамкнутых кольцевых структур [106].

Информационно-измерительные системы контроля технологических параметров электрической сети совершенствуются достаточно быстро [106]. Устаревающие аналоговые комплексы телеизмерений заменяются на более современные цифровые, которые ориентированы на передачу измерений по всем трем фазам. На сегодняшний день используются как усреднённые по фазам (однолинейные) измерения, так и измерения по каждой фазе в отдельности. Экспертные оценки показывают, что соотношение современных цифровых трехфазных комплексов телеизмерений и однолинейных аналоговых находится на уровне 70% на 30 % в пользу современных. Однако до полного оснащения всех объектов трехфазными измерениями может потребоваться еще много лет.

Программные комплексы (ПК) для ОС используют математический аппарат, основанный на классической модели установившегося режима, вектор состояния которой определяется комплексами узловых напряжений и наиболее часто представляется в полярной системе координат модулями узловых напряжений и их углами $V = \{U; \delta\}$ [84].

Для задачи оценивания состояния потоковая модель обладает рядом преимуществ. Они связаны с возможностью модели учитывать ветви с нулевыми сопротивлениями, которые моделируют выключатели и разъединители, без фиктивных топологических изменений. Это позволяет учитывать измерения, которые очень часто располагаются на шиносоединительных и секционных выключателях в рамках одной подстанции. Высокая обусловленность ПМ повышает сходимость итерационного решения переопределённой системы уравнений, что не менее важно в задаче ОС.

Согласно теории ОС, каждому измерению ставится в соответствие аналитическое выражение, записанное через параметры расчетного вектора режимной модели. Потоковая модель использует расчетный вектор, который содержит потоки активной или реактивной мощности в условных началах всех ветвей схемы, а также модули узловых напряжений. Аналитические выражения для измерений можно разделить на три группы.

Первая группа уравнений описывает собственные измерения переменных расчетного вектора. К ней относятся измерения активных $P_{ij}^{\text{изм}}$ и реактивных $Q_{ij}^{\text{изм}}$ потоков в условных началах ветвей, а также измерения действующих значений узловых напряжений $V_i^{\text{изм}}$ и междуфазные углы $\psi_{AB}^{\text{изм}}, \psi_{BC}^{\text{изм}}, \psi_{CA}^{\text{изм}}$. Междуфазные углы используются только в трехфазной модели сети. Аналитические выражения записываются в виде равенства значения измерения и соответствующего ему параметра расчетного вектора:

$$\begin{aligned} P_{ij}^{\text{изм}} &= P_{ij}^{\text{н}}, & Q_{ij}^{\text{изм}} &= Q_{ij}^{\text{н}}, & V_i^{\text{изм}} &= V_i, \\ \psi_{ABi}^{\text{изм}} &= \delta_i, & \psi_{BCi}^{\text{изм}} &= \delta_i, & \psi_{CAi}^{\text{изм}} &= \delta_i. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Вторая группа представляет собой аналитические выражения для измерений мощности в условном конце ветви. Здесь используются балансовые уравнения в ветвях схемы сети. Измерение потока в конце ветви выражается через поток начала ветви:

$$P_{ji}^{\text{изм}} = P_{ij}^{\text{к}} = P_{ij}^{\text{н}} - \Delta P_{ij}, \quad (4.4)$$

$$Q_{ji}^{\text{изм}} = Q_{ij}^{\text{к}} = Q_{ij}^{\text{н}} - \Delta Q_{ij}. \quad (4.5)$$

Третья группа уравнений записывается для узловых измерений активной $P_i^{\text{изм}}$ и реактивной $Q_i^{\text{изм}}$ мощности. С помощью уравнений узловых и линейных балансов эти измерения записываются через условные начала втекающих в узел i потоков в ветвях от всех $N_{\text{вт}}$ узлов и от всех вытекающих из узла i потоков в ветвях ко всем $N_{\text{выт}}$ узлам в зависимости от измерения нагрузки или генерации в узле и записать отдельно по активной и реактивной мощности с учетом соответствующих знаков в следующем виде:

$$P_i^{\text{изм}} = \sum P_{ji}, \quad (4.6)$$

$$Q_i^{\text{изм}} = \sum Q_{ji}, \quad (4.7)$$

где P_{ji}, Q_{ji} – потоки мощностей, втекающих и вытекающих из узла i . Поскольку в расчётной модели в качестве вектора неизвестных приняты мощности условного начала ветвей, то в уравнениях (4.6) и (4.7) мощность конца выражается через

мощность начала и потери в соответствии с выражениями (4.4) и (4.5). Потери в случае однофазной модели определяются по выражениям (3.6) и (3.7). Потери в случае трехфазной модели определяются по выражениям (3.27) и (3.28).

Для повышения точности оценки режимных параметров и удобства расчета напряжений аналитические уравнения для измерений могут быть дополнены группой выражений для падений напряжения в ветвях схемы сети. Эти уравнения записываются для каждой из ветвей (3.8). Выражения для потерь напряжения были описаны в главе 3 как для однолинейной, так и для трехфазной постановки задачи. В трехфазной модели аналитические выражения дополняются уравнениями изменения междуфазных углов для каждой линии (3.30).

Дополнительные аналитические выражения лучше заменять линейными измерениями хотя бы в одной из ветвей каждого контура сети, так как погрешность расчета потоков по данным параметров схемы замещения элементов сети может значительно превосходить точность установленных измерительных комплексов.

Задача ОС решается на основе поиска экстремума целевой функции (ЦФ) Лагранжа L_{oc} , состоящей из взвешенной суммы квадратов относительных ошибок всех измерений и дополненной ограничениями-равенствами. Полный расчетный вектор гибридной трехфазной-однолинейной модели будет включать в себя составляющие как однолинейного, так и трехфазного вектора $X_{oc}=X_{oc,\Phi}+X_{oc,l}$, тем самым позволяя в единой расчетной процедуре определять параметры линейной и фазной части сети. Все измерения в целевой функции задачи ОС выражаются через параметры данного вектора. Поиск экстремума целевой функции, которая нелинейна относительно выражения для расчета потерь, осуществляется итерационным методом Ньютона с решением следующей линеаризованной системы уравнений:

$$\begin{pmatrix} H^T A H & R^T \\ R & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_{oc} \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H^T A Z^{изм} \\ Y_{\Phi} \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

где H – матрица линеаризованных коэффициентов частных производных от измерений; $Z^{изм}$ – вектор значений измерений; A – диагональная матрица весовых

коэффициентов измерений; Y^{Φ} – вектор значений фиксируемых ограничений-равенств; L – вектор неопределенных множителей Лагранжа λ ; R – матрица коэффициентов частных производных от ограничений-равенств.

Принципиальных особенностей у трехфазного ОС на основе ПМ по сравнению с однофазным ОС нет.

Автором диссертации было разработано «Программное обеспечение для оценивания состояния электроэнергетической системы в трехфазных координатах на основе потоковой модели». Программное обеспечение было зарегистрировано в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, на него получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018663393 (представлено в приложении А).

ГТО модель для оценивания состояния позволяет объединять в единую систему фрагменты сети, где имеются усреднённые однолинейные измерения, и фрагменты сети, где имеются трехфазные измерения. Для этого добавляются аналитические выражения (4.1) и (4.2).

В случае, когда в части электрической сети с несимметрией, присутствуют только усреднённые однолинейные измерения, применение ГТО модели является вынужденной мерой. Результатом расчёта фрагмента сети с однолинейным представлением будет симметричный режим, в действительности симметричным он не будет, просто несимметрия там не наблюдаема.

Для анализа разработанной модели использовалась тестовая схема, изображенная на рисунке 4.4. Параметры схемы совпадают с ранее рассмотренными тестовыми схемами. Принципиальное отличие – это нанесённые точки измерений мощности.

В сети 110 кВ (узлы 1, 2 и 3) присутствуют измерения только трехфазной мощности и усреднённых измерений напряжения, предполагается что режим сети симметричен и пофазные измерения не требуются. Часть сети 10 кВ (узлы 4, 5 и 8) оснащена трехфазными измерениями.

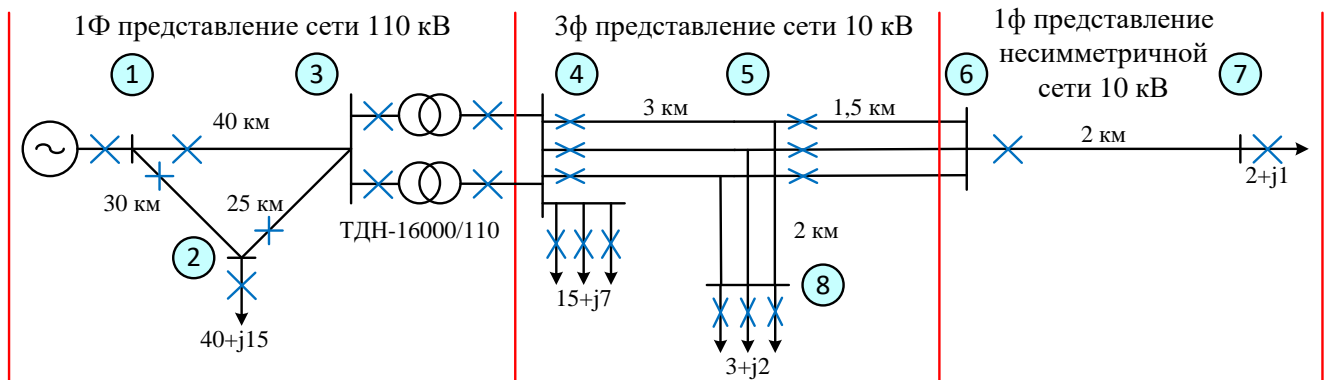


Рисунок 4.4 – Тестовая схема для анализа ГТО модели в задаче ОС

Узлы 6 и 7 оснащены только усреднёнными измерениями напряжения и трехфазными измерениями мощности, при этом нагрузка узла 7 несимметрична. Предполагается, что в узлах 6 и 7 находятся устаревшие измерительные комплексы.

Для численного эксперимента ГТО модель сравнивалась с однолинейной моделью для оценивания состояния. Фактически оценивался эффект от использования имеющихся трехфазных измерений (альтернативой является усреднение трехфазных измерений и выполнение ОС на классической однолинейной модели).

Рассматривалась серия режимов, в которых изменялась нагрузка между фазами в узлах 7 и 8. Кроме того, в измерения добавлялись шумы для имитации погрешности измерительных комплексов. Результаты численного эксперимента приведены на рисунке 4.5.

Каждая точка на рисунке соответствует отдельному режиму. По оси абсцисс отложено среднеквадратичное отклонение фазных напряжений в узле 4, характеризующее степень несимметрии режима. По оси ординат отложена разница отклонений между однолинейным ОС и ОС на основе ГТО модели, рассчитанная по формуле

$$Er = \left| \frac{(V_{1л} - V_{\text{Точное}}) - (V_{\text{ГТО}} - V_{\text{Точное}})}{V_{\text{Точное}}} \right| \cdot 100. \quad (4.9)$$

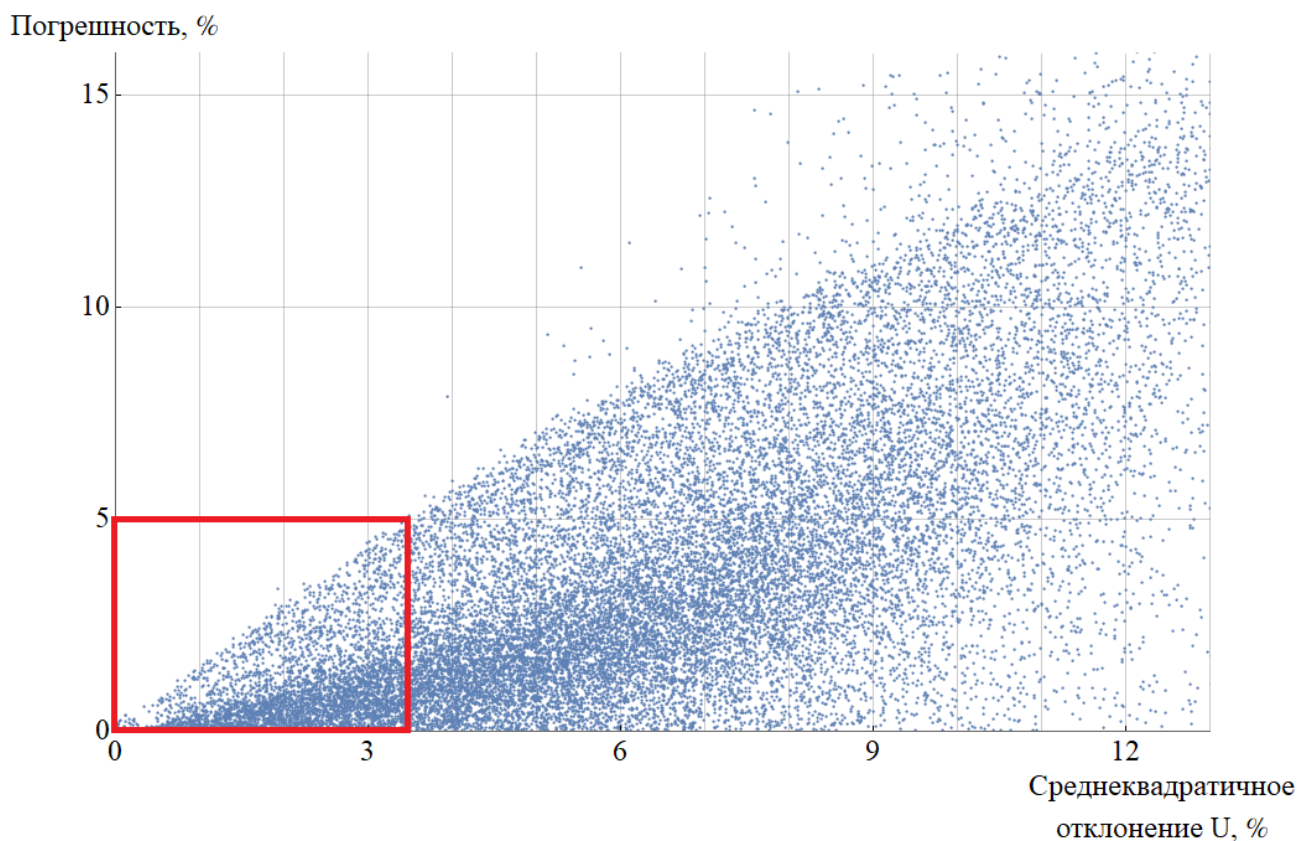


Рисунок 4.5 – Результаты численного эксперимента по анализу ГТО модели в задаче ОС

Данный показатель выбран в качестве способа оценки, насколько однолинейная модель хуже, чем ГТО.

Как можно видеть из результатов численного эксперимента, 5%-ое расхождение между двумя методами начинается после того, как напряжения начинают отличаться друг от друга более чем на 3,5%. В целом, из формы графика можно сделать вывод, что чем больше несимметрия напряжений, тем сильнее будут отличаться результаты расчётов.

4.5 Выводы по главе 4

1. Проанализировано состояние современной информационно-измерительной системы, которая используется для сбора и анализа данных о режимах электрических сетей. В распределительных сетях присутствуют как современные трехфазные измерения, так и устаревшие

измерительные комплексы, которые осуществляют измерения усреднённых величин. В высоковольтных сетях осуществляется сбор измерений только для однолинейной модели сети.

2. Разработана гибридная трехфазно-однолинейная потоковая модель, которая позволяет объединить в рамках единой расчётной процедуры части сети, которые имеют однолинейное и трехфазное математическое представление. Сети, в которых велика степень несимметрии, моделируются в трехфазном представлении, сети, в которых режим работы близок к симметричному, моделируются в однолинейном представлении.
3. Численный анализ гибридной трехфазно-однолинейной потоковой модели показывает, что допущение, лежащее в основе узла интерфейса, не приводит к погрешности более 5%, если разница между модулями напряжений в трехфазном представлении сети не превышает 10%.
4. Гибридная трехфазно-однолинейная потоковая модель может использоваться как в задаче расчёта установившегося режима, так и в задаче оценивания состояния с использованием одних и тех же уравнений. В задаче оценивания состояния ГТО модель позволяет использовать как трехфазные измерения, так и усреднённые однолинейные измерения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В обзоре литературы были рассмотрены существующие математические модели в фазных координатах основных элементов электрической сети: линии электропередачи, трансформаторов, генераторов и нагрузок. Задача моделирования трансформаторов с учетом сдвига фаз не имеет однозначного решения, в работе выбран подход, который использует метод симметричных составляющих, предложенный W.H. Kersting.
2. Анализ публикаций выявил, что наибольшее распространение для расчёта установившихся режимов в трех фазах получили уравнения узловых напряжений. Недостатками этого подхода являются проблемы со сходимостью и размерность задачи для трехфазной постановки. Для чисто радиальных сетей без источников генерации нашел широкое применение метод прямого-обратного хода (в два этапа).
3. Получила развитие потоковая модель установившегося режима, позволяющая учитывать схемы любой конфигурации и генерирующие узлы. В исходную постановку задачи добавлены контурные уравнения на основании второго закона Кирхгофа. Полученный метод обладает лучшими характеристиками сходимости применительно к распределительным сетям по сравнению с существующими.
4. Представлен алгоритм ускорения расчёта потоковой модели, который позволяет уменьшить размерность решаемой задачи, которая является одним из основных недостатков потоковой модели. При этом сохраняются плюсы потоковой модели, связанные с высокой скоростью и надежностью сходимости.
5. Разработана потоковая модель установившегося режима в трехфазной постановке, которая позволяет использовать детальные модели элементов, учитывающие несимметрию режимных параметров. Это особенно актуально для распределительных сетей, где высока степень несимметрии и пренебрежение этим аспектом может приводить к значительной погрешности.
6. Предложена гибридная трехфазно-однолинейная модель, которая позволяет объединить в рамках единого расчётного цикла фрагменты (районы) электрической сети с однолинейным и трехфазным представлением. При этом появляется

возможность использовать точное трехфазное математическое представление сети только в тех районах, где присутствует несимметрия режима работы электрической сети и имеются трехфазные измерения, все остальные районы электрической сети моделируются с использованием однолинейных моделей. Численные эксперименты показывают, что допущения, лежащие в основе модели, не приводят к значительным погрешностям.

7. Разработана единая система уравнений для гибридной трехфазно-однолинейной модели, которая может быть использована, как в задачах расчёта установившихся режимов, так и в задачах оценивания состояния. Тем самым обеспечивается возможность реализации единого расчётного ядра, обобщающего все представленные в работе алгоритмы. ГТО модель позволяет использовать всю имеющуюся измерительную информацию, что дает возможность точнее оценивать режимы работы сетей за счёт применения и усреднённых и трехфазных измерений.
8. **Перспективы развития данной работы** связаны с разработкой методов ускорения расчёта на основе потоковой модели, наибольший интерес представляет применение принципа фазного разделения, а также применение потоковой модели в задаче анализа предельных режимов ввиду хорошей обусловленности и быстрой сходимости модели.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ГТО модель – гибридная трехфазно-однолинейная модель;

ОС – оценивание состояния;

ПК – программный комплекс;

ПМ – потоковая модель;

УР – установившийся режим;

УСПИ – устройство сбора и передачи данных;

УУН – уравнения узловых напряжений;

ЦФ – целевая функция;

Yg/D – группа соединения обмоток трансформатора «звезда с нулем-треугольник»;

Y/D – группа соединения обмоток трансформатора «звезда-треугольник».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Указ Президента Российской Федерации от 7 мая 2018 года № 204 «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года». [сайт]. URL: <http://kremlin.ru/events/president/news/57425> (дата обращения 28.01.2019)
2. Аюев, Б.И. Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах / Б.И. Аюев, В.В. Давыдов, П.М. Ерохин, В.Г. Неуймин. – Москва: Флинта: Наука, 2008. – 256 с.
3. Гусев С.И. Расчёт мощности активного фильтросимметрирующего устройства для нормализации напряжения на шинах ПС 220 кВ Сковородино // Электрические Станции. 2015. № 3 (1004). С. 46-53.
4. Крючков И.П., Неклепаев Б.Н. Расчет коротких замыканий и выбор электрооборудования. Москва: Академия, 2008. 416 с.
5. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. Москва: АРИС, 2010. 514 с.
6. Anderson P.M. Analysis of faulted power systems. IEEE Press, 1995. 544 с.
7. Лосев С.Б., Чернин А.Б. Вычисление электрических величин в несимметричных режимах электрических систем. Москва: Энергоатомиздат, 1983. с. 527.
8. Birt K.A. et al. Three phase load flow program // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems 1976. Vol. 95, № 1. P. 59–65.
9. Wasley R.G., Shlash M.A. Newton-Raphson algorithm for 3-phase load flow // Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. 1974. Vol. 121, № 7. P. 630–638.
10. Крон Г. Тензорный анализ сетей: Пер. с англ. /Под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. – М.: Сов. Радио, 1978 – 720 с.
11. Ciric R.M., Feltrin A.P., Ochoa L.F. Power flow in four-wire distribution networks-general approach // IEEE Transactions on Power Systems 2003. Vol. 18, № 4. P. 1283–1290.

12. Carson J.R. Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return // Bell System Technical Journal. 1926. Vol. 5, № 4. P. 539–554.
13. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Сложнонесимметричные режимы электрических систем. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 2005. - 273 с.
14. А. Ф. Дьяков. Электрические сети сверх- и ультравысокого напряжения ЕЭС России: теоретические и практические основы. Энергопрогресс. Москва, 2012. Том 1. 695 с.
15. Kersting W.H., Green R.K. The application of Carson's equation to the steady-state analysis of distribution feeders // 2011 IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition. 2011. P. 1–6.
16. Kersting W.H. Distribution System Modeling and Analysis, Third Edition. CRC Press, 2012. 459 p.
17. Arrillaga J., Watson N.R. Transmission Systems // Computer Modelling of Electrical Power Systems. John Wiley & Sons, Ltd, 2013. P. 5–52.
18. Aloui T., Amar F.B., Abdallah H.H. Modeling of a three-phase underground power cable using the distributed parameters approach // Eighth International Multi-Conference on Systems, Signals Devices. 2011. P. 1–6.
19. Mo-Shing Chen, William E. Dillon. Power system modeling // Proceedings of the IEEE. 1974. P. 901–915.
20. Chen T.- et al. Three-phase cogenerator and transformer models for distribution system analysis // IEEE Transactions on Power Delivery 1991. Vol. 6, № 4. P. 1671–1681.
21. Bazrafshan M., Gatsis N. Comprehensive Modeling of Three-Phase Distribution Systems via the Bus Admittance Matrix // IEEE Transactions on Power Systems 2018. Vol. 33, № 2. P. 2015–2029.
22. Gorman M.J., Grainger J.J. Transformer modelling for distribution system studies. II. Addition of models to Y_{BUS} and Z_{BUS} // IEEE Transactions on Power Delivery 1992. Vol. 7, № 2. P. 575–580.

23. Chen T.- et al. Distribution system power flow analysis – a rigid approach // IEEE Transactions on Power Delivery 1991. Vol. 6, № 3. P. 1146–1152.
24. Chen T.-, Chang J.-. Open wye-open delta and open delta-open delta transformer models for rigorous distribution system analysis // Transmission and Distribution IEE Proceedings C – Generation, 1992. Vol. 139, № 3. P. 227–234.
25. Baran M.E., Staton E.A. Distribution transformer models for branch current based feeder analysis // IEEE Transactions on Power Systems, 1997. Vol. 12, № 2. P. 698–703.
26. Ying-Yi H., Fu-Ming W. Investigation of impacts of different three-phase transformer connections and load models on unbalance in power systems by optimization // IEEE Transactions on Power Systems, 1997. Vol. 12, № 2. P. 689–697.
27. Xiao P., Yu D.C., Yan W. A unified three-phase transformer model for distribution load flow calculations // IEEE Transactions on Power Systems, 2006. Vol. 21, № 1. P. 153–159.
28. Moorthy S.S., Hoadley D. A new phase-coordinate transformer model for Ybus analysis // IEEE Transactions on Power Systems, 2002. Vol. 17, № 4. P. 951–956.
29. Abdel-Akher M., Mahmoud K. Implementation of three-phase transformer model in radial load-flow analysis // Ain Shams Engineering Journal, 2013. Vol. 4, № 1. P. 65–73.
30. Džafić I., Jabr R.A., Neisius H.-T. Transformer Modeling for Three-Phase Distribution Network Analysis // IEEE Transactions on Power Systems, 2015. Vol. 30, № 5. P. 2604–2611.
31. Svenda G.S., Nahman J.M. Transformer phase coordinate models extended for grounding system analysis // IEEE Transactions on Power Delivery, 2002. Vol. 17, № 4. P. 1023–1029.
32. Neisius H.-, Dzafic I. Three-phase transformer modeling using symmetrical components // ISGT 2011. 2011. P. 1–6.

33. Corcoles F. et al. Three-phase transformer modelling for unbalanced conditions, Part 1: core modelling and introductory examples // IET Electr. Power Appl. 2008. Vol. 2, № 2. P. 99–112.
34. Corcoles F. et al. Three-phase transformer modelling for unbalanced conditions Part II: general formulation // IET Electric Power Applications, 2009. Vol. 3, № 1. P. 19–39.
35. Kersting W.H., Phillips W.H., Carr W. A new approach to modeling three-phase transformer connections // IEEE Transactions on Industry Applications, 1999. Vol. 35, № 1. P. 169–175.
36. Medina A., Arrillaga J. Simulation of multilimb power transformers in the harmonic domain // Transm. Distrib. IEE Proc. C - Gener. 1992. Vol. 139, № 3. P. 269–276.
37. Pedra J. et al. Harmonic nonlinear transformer modeling // IEEE Transactions on Power Delivery, 2004. Vol. 19, № 2. P. 884–890.
38. Khushalani, Schulz. Unbalanced Distribution Power Flow with Distributed Generation // PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition. 2006. P. 301–306.
39. Cheng C.S., Shirmohammadi D. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis // IEEE Transactions on Power Systems, 1995. Vol. 10, № 2. P. 671–679.
40. Divya K.C., Rao P.S.N. Models for wind turbine generating systems and their application in load flow studies // Electric Power Systems Research, 2006. Vol. 76, № 9. P. 844–856.
41. Kroposki B. et al. Benefits of power electronic interfaces for distributed energy systems // 2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting. 2006. P. 8
42. Gomatou P., Jewell W. Fuel parameter and quality constraints for fuel cell distributed generators // 2003 IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition (IEEE Cat. No.03CH37495). 2003. Vol. 1. P. 409–412 Vol.1.

43. El-Khattam W., Salama M.M.A. Distributed generation technologies, definitions and benefits // *Electric Power Systems Research*, 2004. Vol. 71, № 2. P. 119–128.
44. Moghaddas-Tafreshi S.M., Mashhour E. Distributed generation modeling for power flow studies and a three-phase unbalanced power flow solution for radial distribution systems considering distributed generation // *Electric Power Systems Research*, 2009. Vol. 79, № 4. P. 680–686.
45. Naka S., Genji T., Fukuyama Y. Practical equipment models for fast distribution power flow considering interconnection of distributed generators // *2001 Power Engineering Society Summer Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.01CH37262)*. Vancouver, BC, Canada: IEEE, 2001. P. 1007–1012 vol.2.
46. Haiyan Chen et al. Power flow study and voltage stability analysis for distribution systems with distributed generation // *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*. Montreal, Que., Canada: IEEE, 2006. P. 8 pp.
47. Nehrir H., Wang C., Shaw S.R. Fuel cells: promising devices for distributed generation // *IEEE Power and Energy Magazine*, 2006. Vol. 4, № 1. P. 47–53.
48. Zavadil R. et al. Making connections [wind generation facilities] // *IEEE Power and Energy Magazine*, 2005. Vol. 3, № 6. P. 26–37.
49. Mahmoud K., Abdel-Akher M., Orabi M. Induction generator model for unbalanced distribution power-flow analysis // *2010 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*. 2010. P. 2786–2790.
50. Kamh M.Z., Iravani R. Three-Phase Steady-State Model of Type-3 Wind Generation Unit—Part I: Mathematical Models // *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2011. Vol. 2, № 4. P. 477–486.
51. Kamh M.Z., Iravani R. Three-Phase Steady-State Model of Type-3 Wind Generation Unit—Part II: Model Validation and Applications // *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2012. Vol. 3, № 1. P. 41–48.
52. Abdel-Akher M., Mahmoud K. Unbalanced distribution power-flow model and analysis of wind turbine generating systems // *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 2013. Vol. 23, № 5. P. 689–700.

53. Divinagracia J., Gallano R.J. Wind Power Generator Model Based on LS-SVM for Unbalanced Three-Phase Distribution System Power Flow Studies // 2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I CPS Europe). 2018. P. 1–4.
54. Maya K N, Jasmin E.A. A generalised three phase power flow algorithm incorporating the uncertainty of Photo Voltaic(PV) source for unbalanced distribution network // 2015 International Conference on Technological Advancements in Power and Energy (TAP Energy). Kollam, India: IEEE, 2015. P. 29–34.
55. Chen T.-H., Yang N.-C. Three-phase power-flow by direct ZBR method for unbalanced radial distribution systems // IET Generation, Transmission and Distribution, 2009. Vol. 3, № 10. P. 903–910.
56. Yang N.-C., Chen H.-C. Decomposed Newton algorithm-based three-phase power-flow for unbalanced radial distribution networks with distributed energy resources and electric vehicle demands // International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 2018. Vol. 96. P. 473–483.
57. Roy L., Rao S.R.M. Second-order, 3-phase load flow // International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 1981. Vol. 3, № 1. P. 50–56.
58. Garcia P.A.N. et al. Three-phase power flow calculations using the current injection method // IEEE Transactions on Power Systems, 2000. Vol. 15, № 2. P. 508–514.
59. Penido D.R.R. et al. Three-phase power flow based on four-conductor current injection method for unbalanced distribution networks // IEEE Transactions on Power Systems, 2008. Vol. 23, № 2. P. 494–503.
60. Garcia P.A.N. et al. Improvements in the representation of PV buses on three-phase distribution power flow // IEEE Transactions on Power Delivery, 2004. Vol. 19, № 2. P. 894–896.

61. Nguyen H.L. Newton-Raphson method in complex form [power system load flow analysis] // IEEE Transactions on Power Systems, 1997. Vol. 12, № 3. P. 1355–1359.
62. Sereeter B., Vuik K., Witteveen C. Newton Power Flow Methods for Unbalanced Three-Phase Distribution Networks // Energies. 2017. Vol. 10, № 10. P. 1658.
63. Stott B., Alsac O. Fast Decoupled Load Flow // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1974. Vol. PAS-93, № 3. P. 859–869.
64. van A. A general-purpose version of the fast decoupled loadflow // IEEE Transactions on Power Systems, 1989. Vol. 4, № 2. P. 760–770.
65. Wang L., Lin X.R. Robust fast decoupled power flow // IEEE Transactions on Power Systems, 2000. Vol. 15, № 1. P. 208–215.
66. Arrillaga J., Harker B.J. Fast-decoupled three-phase load flow // Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 1978. Vol. 125, № 8. P. 734–740.
67. Garcia A.V., Zago M.G. Three-phase fast decoupled power flow for distribution networks // Transmission and Distribution IEE Proceedings - Generation, 1996. Vol. 143, № 2. P. 188–192.
68. Lin W.-M., Teng J.-H. Three-phase distribution network fast-decoupled power flow solutions // International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 2000. Vol. 22, № 5. P. 375–380.
69. ARAVINDHABABU P. A New Fast Decoupled Power Flow Method for Distribution Systems // Electric Power Components and Systems, 2003. Vol. 31, P. 869-878
70. Lin W.M., Teng J.H. Phase-decoupled load flow method for radial and weakly-meshed distribution networks // Transmission and Distribution IEE Proceedings - Generation, 1996. Vol. 143, № 1. P. 39–42.
71. Lin W.-M. et al. Three-phase unbalanced distribution power flow solutions with minimum data preparation // IEEE Transactions on Power Systems, 1999. Vol. 14, № 3. P. 1178–1183.

72. Ahmadi H., Marti J.R., Von M. A Linear Power Flow Formulation for Three-Phase Distribution Systems // *IEEE Transactions on Power Systems*, 2016. Vol. 31, № 6. P. 5012–5021.
73. Muruganantham B., Gnanadass R., Padhy N.P. Unbalanced load flow analysis for distribution network with solar PV integration // *2016 National Power Systems Conference (NPSC)*. 2016. P. 1–6.
74. Wang Y. et al. Linear three-phase power flow for unbalanced active distribution networks with PV nodes // *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, 2017. Vol. 3, № 3. P. 321–324.
75. Zimmerman R.D., Chiang H.-D. Fast Decoupled Power Flow for Unbalanced Radial Distribution Systems // *IEEE Transactions on Power Systems*, 1995. Vol. 10, № 4. P. 2045–2052.
76. Marinho J.M.T., Taranto G.N. A Hybrid Three-Phase Single-Phase Power Flow Formulation // *IEEE Transactions on Power Systems*, 2008. Vol. 23, № 3. P. 1063–1070.
77. Teng J.-H. A modified Gauss–Seidel algorithm of three-phase power flow analysis in distribution networks // *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2002. Vol. 24, № 2. P. 97–102.
78. Vieira J.C.M., Freitas W., Morelato A. Phase-decoupled method for three-phase power-flow analysis of unbalanced distribution systems // *Transmission and Distribution IEE Proceedings - Generation*, 2004. Vol. 151, № 5. P. 568–574.
79. Chen T.-H., Yang N.-C. Loop frame of reference based three-phase power flow for unbalanced radial distribution systems // *Electric Power Systems Research*, 2010. Vol. 80, № 7. P. 799–806.
80. Yang N.-C. Three-phase power flow calculations by direct ZLOOP method for microgrids with electric vehicle charging demands // *IET Generation, Transmission and Distribution*, 2013. Vol. 7, № 9. P. 1002–1010.

81. Yang N.-C. Three-phase power flow calculations using direct ZBUS method for large-scale unbalanced distribution networks // IET Generation, Transmission and Distribution, 2016. Vol. 10, № 4. P. 1048–1055.
82. Владимировна С.О., Олеговна У.М. Расчет установившихся режимов радиальной электрической сети на напряжении 0,4 кВ интервальным методом // Вестник Иркутского Государственного Технического Университета. 2015. № 3 (98).
83. Кононов Ю.Г. Разработка методов моделирования режимов распределительных электрических сетей на базе современных информационных технологий: диссертация д.т.н.: 05.14.02 Кононов Юрий Григорьевич. – Ставрополь, 2001. – 390 с.
84. Идельчик В.И. Электрические системы и сети. Энергоатомиздат. Москва: Энергоатомиздат, 1989. 592 р.
85. Cespedes R.G. New method for the analysis of distribution networks // IEEE Transactions on Power Delivery, 1990. Vol. 5, № 1. P. 391–396.
86. Eminoglu U., Носаоглу М.Н. Distribution systems forward/backward sweep-based power flow algorithms: A review and comparison study // Electric Power Components and Systems, 2009. Vol. 37, № 1. P. 91–110.
87. Ju Y. et al. An Extension of FBS Three-Phase Power Flow for Handling PV Nodes in Active Distribution Networks // IEEE Transactions on Smart Grid, 2014. Vol. 5, № 4. P. 1547–1555.
88. Teng J.-H., Chang C.-Y. A branch voltage based three phase load flow method for unbalanced distribution systems // PowerCon 2000. 2000 International Conference on Power System Technology. Proceedings (Cat. No.00EX409). 2000. Vol. 2. P. 601–606 vol.2.
89. Teng J.-H. A direct approach for distribution system load flow solutions // IEEE Transactions on Power Delivery, 2003. Vol. 18, № 3. P. 882–887.
90. Teng J.-. Modelling distributed generations in three-phase distribution load flow // Transmission Distribution IET Generation, 2008. Vol. 2, № 3. P. 330–340.

91. Паздерин А.В. Разработка моделей и методов расчета и анализа энергораспределения в электрических сетях: автореферат диссертации д.т.н.: 05.14.02 Паздерин Андрей Владимирович. – Екатеринбург, 2006. – 41 с.
92. Паздерин А.В., Мухлынин Н.Д. Поточковая Модель Оценивания Состоянияи Оптимизации Режимов Работы Распределительных Сетей // Известия Высших Учебных Заведений Проблемы Энергетики. 2016. № 9–10. С. 3–15.
93. Мухлынин Н.Д. Управление распределительными сетями с использованием потоковой модели установившегося режима: диссертация к.т.н.: 05.14.02 Мухлынин Никита Дмитриевич. – Екатеринбург, 2018. – 218 с.
94. Bannykh P. Distribution grid power flow algorithm based on power-energy flow model / P. Bannykh, S. Lozhkin, N. Mukhlynin, A. Pazderin, O. Malozemova // IEEE 59th Annual International Scientific Conference on Power and Electrical Engineering of Riga Technical University, RTUCON 2018. P. 1-6.
95. Bannykh P., Lozhkin S., Pazderin A. Software package for power flow mathematical modeling with single-phase and three-phase power-energy flow model. 5th International Young Scientists Conference on Information Technologies, Telecommunications and Control Systems, ITTCS 2018; Yekaterinburg; Russian Federation. Volume 2298. pp. 1-6
96. Compute RLC parameters of overhead transmission line from its conductor characteristics and tower geometry - MATLAB power_lineparam [сайт]. URL: https://www.mathworks.com/help/physmod/sps/powersys/ref/power_lineparam.html (дата обращения: 22.01.2019).
97. Resources | PES Test Feeder [сайт]. URL: <https://site.ieee.org/pes-testfeeders/resources/> (дата обращения: 21.10.2019).
98. Паздерин А.В. Гибридная трехфазно-однолинейная режимная модель для решения задачи оценивания состояния / А.В. Паздерин, Н.Д. Мухлынин, П.Ю. Банных, И.Д. Поляков // Электричество. – 2019. – №3. – С. 15-23.

99. Регламент использования параметров фазных токов и линейных напряжений в ОИК «СК-2007» филиала АО «СО ЕЭС» ОДУ Урала и филиалов АО «СО ЕЭС» РДУ операционной зоны ОДУ Урала.
100. Акимжанов Т.Б. Разработка методики расчета добавочных потерь в воздушных линиях электропередач и оценки их уровня в электрических сетях: автореферат диссертации к.т.н.: 05.14.02 Акимжанов Темирболат Балтабаевич. – Томск, 2015. – 20 с.
101. Дед А.В. К проблеме современного состояния уровней показателей несимметрии напряжений и токов в сетях 0,4 кВ // Омский Научный Вестник. – 2017. – № 2 (152). – С. 63–65.
102. Rudnick H., Munoz M. Influence of modeling in load flow analysis of three phase distribution systems // Proceedings of the 1990 IEEE Colloquium in South America. 1990. P. 173–176.
103. Chusovitin P., Polyakov I., Pazderin A. Three-phase state estimation model for distribution grids // 2016 IEEE International Conference on the Science of Electrical Engineering (ICSEE). 2016. P. 1–5.
104. Гамм А.З. Статистические методы оценивания состояния электроэнергетических систем. Москва: Наука, 1976. 220 с.
105. Кочнева, Е.С. Использование метода контрольных уравнений для анализа достоверности и наблюдаемости измерений электроэнергии / А.О. Егоров, Е.С. Кочнева, А.В. Паздерин, П.Г. Скворцов // Электрические станции. – 2011. – №11. – С. 42-46.
106. Мухлынин, Н.Д. Перспективные топологии и информационное обеспечение в распределительных сетях / Н.Д. Мухлынин, А.В. Паздерин // Вестник науки Сибири Изд-во Томский политехнический университет. – 2015. – № 15. – С. 72-76.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. СВИДЕТЕЛЬСТВА О ГОСУДАРСТВЕННОЙ РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММ ДЛЯ ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018660547

**Программное обеспечение для расчёта режима
электроэнергетической системы в трёхфазных координатах
на основе уравнений узловых напряжений**

Правообладатель: *Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования «Уральский
федеральный университет имени первого Президента России
Б.Н. Ельцина» (RU)*

Авторы: *Банних Павел Юрьевич (RU),
Чусовитин Павел Валерьевич (RU)*

Заявка № **2018617398**

Дата поступления **16 июля 2018 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **23 августа 2018 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Г.П. Ивлиев



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018663684

**Программное обеспечение для расчёта режима
электроэнергетической системы в трёхфазных координатах
на основе потоковой модели.**

Правообладатель: *Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования «Уральский
федеральный университет имени первого Президента России
Б.Н.Ельцина» (RU)*

Авторы: *Банных Павел Юрьевич (RU), Чусовитин Павел
Валерьевич (RU), Мухлынин Никита Дмитриевич (RU), Паздерин
Андрей Владимирович (RU)*

Заявка № 2018660530

Дата поступления 01 октября 2018 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 01 ноября 2018 г.



*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Г.П. Ивлиев Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018663393

**Программное обеспечение для оценивания состояния
электроэнергетической системы в трёхфазных координатах
на основе потоковой модели.**

Правообладатель: **Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования «Уральский
федеральный университет имени первого Президента России
Б.Н.Ельцина» (RU)**

Авторы: **Банных Павел Юрьевич (RU), Чусовитин Павел
Валерьевич (RU), Мухлынин Никита Дмитриевич (RU), Паздерин
Андрей Владимирович (RU)**

Заявка № **2018660455**

Дата поступления **01 октября 2018 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **26 октября 2018 г.**

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

 **Г.П. Ивлиев**

