ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ ФИЗИКИ МЕТАЛЛОВ ИМЕНИ М. Н. МИХЕЕВА УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Попов Михаил Рудольфович

КВАНТОВЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА В ОДИНОЧНЫХ И ДВОЙНЫХ КВАНТОВЫХ ЯМАХ НА ОСНОВЕ ТЕЛЛУРИДА РТУТИ

1.3.11. Физика полупроводников

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор физико-математических наук Якунин Михаил Викторович

Екатеринбург – 2023

Оглавление

Введение	4
1 Литературный обзор	
1.1 Бесщелевые полупроводники	
 1.1.1 Энергетический спектр бесщелевых полупроводников 1.1.2 Роль релятивистских эффектов 1.1.3 Энергетический спектр кристаллов Hg_{1-x}Cd_xTe 	
1.2 Одиночные и двоиные квантовые ямы на основе теллурида ртути	
 1.2.1 Особенности выращивания квантовых ям HgTe/HgCdTe 1.2.2 Зонная структура квантовых ям (Hg, Cd)Te 1.2.3 Двойные квантовые ямы на основе HgTe	19 21 24
1.5 Квантовый эффект долла в полупроводниковых 2D-структурах	
 1.3.1 Открытие квантового эффекта Холла	
2.1 Описание экспериментальных установок	
2.2 Исследуемые образцы	
3 Квантовые фазовые переходы в режиме КЭХ в квантовой яме HgTe с инверти	рованным
зонным спектром	
3.1 Введение	42
3.2 Экспериментальные результаты для продольного и хо	лловского
магнитосопротивления	42
3.3 Обсуждение результатов в рамках концепции скейлинга	47
3 4 Расходимость длины докадизации в области перехода плато – плато К'Э	X 50
3.5 Bubonu k France 3	5/
ч квантовыи магнитотранспорт в двоиных квантовых ямах неге инвертированной зонной структурой	ungre c
4.1 Вреление	55
4.2 Экспериментальные результаты и их обсуждение	
 4.2.1 Зависимости продольного и холловского сопротивления от магнит изменении напряжения на затворе 4.2.2 Модель суперпозиции электронных и дырочных уровней Ландау 4.3 Разделение вкладов в проводимость электронов и дырок во всем и 	тного поля при 56 59 интервале
изменения V _g	62
4.3.1 Классическое рассмотрение	
4.3.2 Фурье анализ осцилляций Шубникова - де Гааза и общая карт концентраций и подвижностей свободных носителей заряда в зависимости 4.4 Выводы к Главе 4	ина поведения от V _g 67 71

5 Энергетический спектр и особенности квантового эффекта Холла в двойной квантовой
яме HgTe/CdHgTe с широкими слоями73
5.1 Введение
5.2 Вычисление энергетического спектра HgTe/CdHgTe ДКЯ при В=073
5.3 Распределение свободных зарядов между подзонами в ДКЯ 75
5.4 Интерпретация особенностей квантового эффекта Холла
5.5 Выводы к главе 5
6 Особенности квантового магнитотранспорта в двойной квантовой яме <i>p</i> -HgTe/CdHgTe
со слоями HgTe критической толщины85
6.1 Введение
6.2 Экспериментальные результаты для магнитосопротивления
6.3 Энергетический спектр ДКЯ HgTe/CdHgTe. Расчёт уровней Ландау. Уровни
Ландау и боковой максимум90
6.4 Уровень Ферми как функция магнитного поля и его стабилизация в боковом
максимуме
6.5 Модель двух типов носителей97
6.6 Особенности магнитотранспорта в двойной квантовой яме HgTe/CdHgTe с
промежуточной степенью инверсии зон
6.7 Выводы к Главе 6106
Заключение108
Список литературы111

Введение

Актуальность темы исследования и степень её разработанности

В последние годы для экспериментального исследования стали доступны гетероструктуры на основе HgTe с высокой подвижностью благодаря достижениям в технологии молекулярно-лучевой эпитаксии (MBE) (см., например, [1], [2] и ссылки в них). В настоящее время изучение магнитотранспорта, в том числе в режиме квантового эффекта Холла (KЭХ), в системах HgTe/HgCdTe представляет собой обширную и быстро развивающуюся область исследований.

Примечательным свойством гетероструктур на основе теллурида ртути является то, что путем изменения ширины квантовой ямы HgTe, *d*QW, могут быть достигнуты переходы между фазами обычного (зонного) изолятора, топологического изолятора и полуметалла [2], [3], [4], [5], [6], [7]. Физическая модель формирования подзон размерного квантования в квантовой яме CdTe/HgTe/CdTe, основанная на информации об объемной структуре HgTe и CdTe, представлена в [8].

Хорошо известно, что объемные материалы как HgTe, так и CdTe, имеют решетку цинковой обманки, актуальные зоны которой расположены в Г-точке зоны Бриллюэна и представляют собой зону s-типа (Гб) и зону p-типа, расщепленную спин-орбитальным взаимодействием на подзоны Г8 (со значением полного момента J = 3/2) и Г7 (с J = 1/2).

СdTe имеет энергетический спектр с обычным («нормальным») порядком расположения зон: зона Г6 является зоной проводимости, а зоны Г7 и Г8 являются валентными зонами. Наивысшая валентная зона Г8 отделена от зоны проводимости большой энергетической щелью $\varepsilon_g = 1.6$ эВ ($\varepsilon_g \equiv E(\Gamma 6) - E(\Gamma 8)$).

В объемном HgTe, из-за влияния релятивистских эффектов [9], зона Г8, которая «нормально» формирует валентную зону, находится выше зоны Г6, $E(\Gamma 8) > E(\Gamma 6)$, что приводит к отрицательной величине энергетической щели $\varepsilon_g = -300$ мэВ. При этом подзона легких дырок зоны Г8 формирует зону проводимости, а подзона тяжелых дырок становится первой валентной зоной. Основываясь на этой необычной последовательности состояний Г6 и Г8, такая зонная структура называется «инвертированной».

Формирование квантовой ямы (КЯ) HgTe происходит при выращивании структур CdTe/HgTe/CdTe или Cd(Hg)Te/HgTe/Cd(Hg)Te для состава сплава Cd_{1-x}Hg_xTe с большой запрещенной щелью. Для тонкого слоя HgTe влияние барьеров приводит к «нормальной» последовательности уровней размерного квантования: как и в CdTe, зоны преимущественно с

Г6-симметрией являются подзонами проводимости, а зоны Г8 вносят вклад в валентные подзоны (фаза зонного изолятора).

По мере увеличения толщины слоя HgTe материал становится все более и более похожим на объемный HgTe, и для широких КЯ зонная структура имеет тенденцию быть «инвертированной». Инвертированный режим достигается, когда ширина dQW превышает критическое значение $d_c = 6.3$ нм. При $dQW = d_c$ дно зоны проводимости (с-зона) и вершина валентной зоны (v- зона) касаются друг друга, что приводит к бесщелевой двумерной (2D) системе дираковских фермионов [10], [11], где благодаря чрезвычайной малости эффективной массы и, как следствие, большой величине энергетических щелей между уровнями Ландау, квантовый эффект Холла можно наблюдать вплоть до азотных температур [12].

При критической толщине d_c (6.3 нм) происходит топологический фазовый переход от двумерного зонного изолятора с «нормальным» порядком зон к двумерному топологическому изолятору (TI) с «инвертированной» зонной структурой [13]. В последние годы наблюдается поразительный рост исследований топологических изоляторов - материалов, которые имеют объемную запрещенную щель как в обычном изоляторе, но поддерживают проводящие состояния на краю образца, состояния так называемого спинового квантового эффекта Холла [14], [15]. Причинами такого повышенного интереса можно считать более глубокое понимание природы конденсированного состояния в концепции топологических состояний, что, в частности, может быть полезным для создания ИК-приборов и термоэлектрических приложений, не требующих экстремальных условий, например, сильных магнитных полей или низких температур.

2D ТІ впервые были обнаружены именно в квантовых ямах HgTe/Cd(Hg)Te [2], [3], [13]. Происхождение 2D - фазы ТІ в системах HgTe/Cd(Hg)Te обусловлено специфическим размерным квантованием спектра КЯ HgTe с инвертированной зонной структурой.

В работах [5], [6] было показано, что в широких КЯ HgTe с инвертированной структурой энергетических зон ($dQW \ge 18$ нм) существует новая электронная система: двумерный полуметалл (SM). Существование фазы 2D SM в этой системе связано с перекрытием на несколько мэВ состояний с -зоны в центре зоны Бриллюэна (в точке Г) с боковыми максимумами v- зоны. Расчет энергетической структуры [6] показал, что основной причиной образования перекрытия с- и v- подзон в широких КЯ HgTe является деформация, обусловленная несоответствием рассогласованием постоянных решетки HgTe и CdTe.

В КЯ HgTe был обнаружен ряд интересных транспортных свойств, обусловленных одновременным присутствием (сосуществованием) двумерных электронов и дырок. Такая ситуация реализуется, когда уровень Ферми одновременно пересекает как валентную зону, так и зону проводимости.

В области SM (начиная с первых работ Квона с соавторами [5]) акцент был сделан на классическом магнитосопротивлении, диаграмме осцилляций Шубникова - де Гааза (ШдГ) и КЭХ для двух типов носителей в одной КЯ, как в слаболегированных структурах [5], так и при различной концентрации двумерных электронов и дырок в структурах с приложенным напряжением затвора V_g [5], [16], [17].

В случае перекрытия зон на краю образца появляется два типа топологических состояний – электронные и дырочные, что создает новые условия для квантовых кинетических эффектов. Это делает актуальными исследования эффектов перекрытия с- и v- подзон для квантовых ям HgTe в различных ситуациях, например, для двойной KЯ, чему и посвящена первая часть данной диссертации (главы 3 и 4). Мы представляем первое экспериментальное исследование системы с двумя квантовыми ямами (ДКЯ), состоящей из 2D слоев HgTe с инвертированным энергетическим спектром.

Используя систему из двух относительно широких квазидвумерных слоев HgTe, разделенных тонким барьером CdHgTe (то есть ДКЯ HgTe), можно изменять и регулировать in situ перекрытие подзон путем приложения напряжения V_g затвора.

Напряжение на затворе вызывает сдвиг всей картины энергетического спектра в верхнем слое HgTe (который находится ближе к затвору) относительно аналогичного энергетического спектра нижнего слоя HgTe, что приводит к изменению перекрытия подзоны проводимости в одном слое и валентной подзоны в другом.

Картина магнитных уровней (Ландау) в таком «межслойном» полуметалле состоит из двух перекрывающихся веерных диаграмм, противоположно направленных по энергии. Здесь возникает возможность исследования электронных процессов в условиях направленного изменения величины перекрытия зон, добавляя к естественному перекрытию в пределах одного слоя еще и межслойное перекрытие. Таким образом можно существенно увеличить величину перекрытия.

Особый интерес представляет ДКЯ со слоями малой толщины, поскольку здесь в актуальный интервал энергий (в котором находится уровень Ферми, при характерных для таких образцов концентрациях носителей заряда) попадают уровни размерного квантования электронной природы. Они характеризуются малой эффективной массой, и потому велика туннельная связь между состояниями этих уровней в двух слоях. В результате в такой ДКЯ формируется специфический энергетический спектр. При определенных геометрических соотношениях параметров ДКЯ спектр похож на таковой в двуслойном графене [18], хотя и со своими особенностями. Представляют интерес исследования известных эффектов в таких новых условиях. Например, квантового эффекта Холла, который особенно интересен тем, что чувствителен к специфике топологических состояний. Квантовый эффект Холла является эффективным методом экспериментального исследования спектра носителей в двумерных (2D) системах. Пики продольного магнитосопротивления (как и переходы между квантованными плато) соответствуют делокализованным состояниям в центрах уровней Ландау, а области плато КЭХ определяются величиной циклотронных (или спиновых) щелей между этими уровнями.

Анализ структуры КЭХ позволяет восстанавливать вид энергетического спектра 2Dсистемы в квантующем магнитном поле (спектра уровней Ландау). Этот метод актуален для КЯ и ДКЯ HgTe с их разнообразием типа конкретных структур и сложного вида законов дисперсии электронов и дырок.

Цели и задачи

<u>Целью диссертационной работы</u> является выявление характерных экспериментальных особенностей квантового эффекта Холла в одиночных и двойных квантовых ямах теллурида ртути с инвертированным зонным спектром и их интерпретация на основе расчетов энергетического спектра и уровней Ландау.

Для достижения цели исследования были поставлены следующие задачи:

1. В рамках представлений гипотезы скейлинга проанализировать температурную зависимость ширины переходов плато-плато квантового эффекта Холла для широкой одиночной квантовой ямы HgTe.

Проследить эволюцию квантового эффекта Холла в системе из двух широких (20.3 нм) квантовых ям HgTe под действием напряжения на затворе, определить параметры энергетического спектра и носителей заряда.

3. Выяснить природу «возвратного» квантового эффекта Холла в системе из двух квантовых ям HgTe критической (6.5 нм) ширины и его эволюцию под воздействием ИК-подсветки и при вариации напряжения на затворе.

Научная новизна

1. Впервые показана реализуемость режима скейлинга для квантового фазового перехода между плато квантового эффекта Холла в 2D-структурах на основе теллурида ртути.

2. Впервые экспериментально, методом изучения квантового эффекта Холла, исследована двойная квантовая яма, состоящая из 2D-слоев HgTe с инвертированным зонным

7

спектром (ДКЯ-1). Обнаружены новые особенности магнитопроводимости: повторяющиеся знакопеременные состояния квантового эффекта Холла и состояния с нулевым фактором заполнения. Получена возможность регулировать перекрытие зон, притом можно сделать его существенно больше, чем в одиночном слое.

3. Впервые экспериментально исследована двойная квантовая яма HgTe/CdHgTe со слоями HgTe критической толщины (ДКЯ-2). Обнаружен ряд ранее не наблюдавшихся аномалий кинетических свойств: «возвратное» поведение квантового эффекта Холла, существенное различие эффективных концентраций дырок, участвующих в проводимости, в разных диапазонах магнитных полей.

Содержание диссертации соответствует формуле паспорта специальности 1.3.11. Физика полупроводников, основой которой являются «экспериментальные и теоретические исследования физических свойств полупроводниковых материалов и композитных структур на их основе (включая гетероструктуры, МОП структуры и барьеры Шоттки), а также происходящих в них физических явлений...» и, в том числе, пунктам 5) Электронные спектры полупроводниковых материалов и композиционных соединений на их основе, 13) Транспортные и оптические явления в структурах пониженной размерности. Исследование имеет общефизический характер, поэтому соответствует отрасли физико-математических наук.

Теоретическая и практическая значимость работы

Полученные экспериментальные результаты представляют интерес для понимания фундаментальных закономерностей в квантовом эффекте Холла: о природе состояния с нулевым фактором заполнения уровней Ландау; об электронном либо дырочном характере состояний на уровнях Ландау в области бокового максимума валентной подзоны; также – для имеющихся в HgTe аномальных уровней Ландау (такой уровень с ростом поля выходит из края валентной подзоны, но, при этом, имеет электронную природу и наоборот); о поведении КЭХ при возможности регулирования величины перекрытия подзон; о проявлениях в КЭХ связанного с боковым максимумом валентной подзоны резервуара малоподвижных дырок и об особенностях КЭХ в условиях сочетания дырок в этом резервуаре и высокоподвижных дырок в центральном максимуме валентной подзоны.

Практическая значимость полученных результатов может быть связана с применением КЭХ в метрологии (полученные в эксперименте необычно широкие плато КЭХ способствуют повышению точности измерения холловского сопротивления в области плато) и с активно разрабатываемой в настоящее время физикой топологических краевых состояний.

Методология и методы исследования

В работе представлены экспериментальные исследования магнитотранспорта гетероструктур на основе квантовой ямы HgTe в широком диапазоне магнитных полей и температур. Применялась уникальная методика проведения эксперимента в наклонных магнитных полях. Для обработки экспериментальных результатов были написаны специальные программы в среде Mathcad и Origin, с использованием таких инструментов, как быстрое преобразование Фурье, восьмизонный *kp*-метод и др. Для анализа переходов платоплато КЭХ применялась теория скейлинга.

Положения, выносимые на защиту

1. Для одиночной широкой КЯ HgTe:

- Степенная температурная зависимость ширины области перехода между плато КЭХ в широкой квантовой яме HgTe соответствует представлениям гипотезы двухпараметрического скейлинга для неупорядоченных 2D – систем в квантующем магнитном поле со значением критического индекса, свидетельствующем о крупномасштабном характере примесного потенциала в исследованной системе.

2. Для ДКЯ с широкими (ДКЯ-1) слоями HgTe:

– В двойных квантовых ямах с широкими слоями HgTe реализуется полуметалл с энергетическим спектром, сформированным наложением спектров отдельных КЯ; степень перекрытия зон проводимости и валентной в котором, по сравнению с одиночной КЯ, может быть увеличена с помощью перпендикулярного слоям электрического поля (встроенного и внешнего).

– Немонотонный закон энергетической дисперсии тяжелых дырок приводит к осцилляциям края валентной зоны при изменении магнитного поля, с чем связана многократная смена знака холловского магнитосопротивления при определенных концентрациях дырок.

3. Для ДКЯ с узкими (ДКЯ-2) слоями HgTe:

- Энергетический спектр двойной квантовой ямы с узкими слоями HgTe формируется туннельной связью между легкими носителями отдельных КЯ, нулевыми уровнями Ландау, наличием бокового максимума (БМ), который стабилизирует уровень Ферми в малых

магнитных полях и перекрывается с зоной легких дырок, что обуславливает возвратное поведение квантового эффекта Холла.

- До возвратного перехода КЭХ не чувствителен к приложению внешних воздействий (подсветка, напряжение затвора) из-за стабилизации уровня Ферми у БМ, но в сильных магнитных полях магнитосопротивление существенно зависит от указанных факторов.

- Возвратный КЭХ является обобщением классической модели магнитопроводимости с двумя типами носителей на область квантующих магнитных полей, переход между классическим и квантовым режимами возможен при изменении температуры.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность полученных результатов, аргументированность заключений и выводов данной работы обусловлена использованием аттестованных образцов и аттестованного современного экспериментального оборудования, а также систематическим характером исследований. Приведённые в работе результаты исследований согласуются между собой и не противоречат известным научным представлениям и выводам.

Основные результаты работы были представлены и обсуждены на научных семинарах лаборатории полупроводников и полуметаллов ИФМ УрО РАН, на международных и всероссийских симпозиумах, конференциях, школах и семинарах: XVI Всероссийская школасеминар по проблемам физики конденсированного состояния вещества (СПФКС-16) 12-19 ноября, 2015 Екатеринбург; XXI Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников (UIWSPS-2016), 15-20 февраля, 2016 Екатеринбург-Алапаевск; XIX Всероссийская молодежная конференция по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и наноэлектронике, 27 ноября – 1 декабря, 2017 Санкт-Петербург; XIII Российская конференция по физике полупроводников «Полупроводники-2017», 2-6 октября, 2017 Екатеринбург; XXII Уральская межд. зимняя школа по физике полупроводников (UIWSPS-2018), 19-24 февраля, 2018 Екатеринбург; XX Юбилейная Всеросс. школа-семинар по проблемам физики конденсированного состояния вещества (СПФКС-20), 21-29 ноября, 2019 Екатеринбург.

Связь работы с научными программами и темами

Работа выполнена в рамках гос. задания при поддержке Проектов РФФИ №18-02-00172 (исполнитель), №18-32-00382 (руководитель), №19-32-0040 (исполнитель) и гранта Министерства науки и высшего образования РФ 075-15-2020-797 (13.1902.21.0024).

Личный вклад автора

Диссертационная работа выполнялась Поповым М.Р. под научным руководством д.ф.м.н. Якунина М.В. Автором работы совместно с руководителем были поставлена цель и конкретные задачи диссертационной работы. Автор готовил образцы (выращенные группой Дворецкого С.А. и Михайлова Н.Н. в ИФП СО РАН) к измерениям: резка образцов, изготовление контактов, холловских мостиков и затворов напряжения методом литографии. Совместно с Неверовым В.Н. проводил измерения тензора сопротивления на установке для исследования гальваномагнитных явлений в сильных магнитных полях и при сверхнизких температурах фирмы Oxford Instruments В Центре коллективного пользования «Испытательный центр нанотехнологий и перспективных материалов» - ЦКП ИФМ УрО РАН. Автор лично проводил обработку полученных экспериментальных данных. Автор совместно с коллегами по лаборатории полупроводников и полуметаллов принимал активное участие в обсуждении результатов исследований, подготовке и написании совместных статей и представлении результатов в виде докладов на конференциях (лично – 5 выступлений по теме диссертации).

Публикации

По теме диссертации опубликовано 6 статей в рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК и индексируемых системами цитирования РИНЦ, Scopus, Web of Science, а также 47 тезисов докладов в материалах российских и международных конференций. Перечень основных публикаций приведён в конце автореферата.

Список статей:

1. Temperature scaling in the quantum-Hall-effect regime in a HgTe quantum well with an inverted energy spectrum / Yu. G. Arapov, S. V. Gudina, V. N. Neverov, S. M. Podgornykh, **M. R. Popov**, G. I. Harus, N. G. Shelushinina, M. V. Yakunin, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretsky // Semiconductors. — 2015. — V. 49, № 12 — P. 1545—1549; 0,31 п.л. / 0,05 п.л. (Scopus, WOS).

2. HgTe/CdHgTe double quantum well with a spectrum of bilayer graphene and peculiarities of its magnetotransport / M. V. Yakunin, S. S. Krishtopenko, S. M. Podgornykh, **M. R. Popov**, V. N. Neverov, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretsky // JETP Letters. — 2016. — V. 104, № 6 — P. 403—410; 0,5 п.л. / 0,07 п.л. (Scopus, WOS).

3. Magnetotransport in double quantum well with inverted energy spectrum: HgTe/CdHgTe / Yakunin M.V., Suslov A.V., **Popov M.R.**, Novik E.G., Dvoretsky S.A., Mikhailov N.N. // Physical Review B. — 2016. — V. 93, № 8 — 85308; 0,88 п.л. / 0,15 п.л. (Scopus, WOS).

4. On the Thermal Activation of Conductivity Electrons in a p-Type HgTe/CdHgTe Double Quantum Well with HgTe Layers of Critical Width / S. M. Podgornykh, M. V. Yakunin, S. S. Krishtopenko, **M. R. Popov**, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretskii // Semiconductors. — 2019. — V. 53, № 7 — P. 919—922; 0,25 п.л. / 0,04 п.л. (Scopus, WOS).

5. Unconventional reentrant quantum Hall effect in a HgTe/CdHgTe double quantum well / M. V. Yakunin, S. S. Krishtopenko, W. Desrat, S. M. Podgornykh, **M. R. Popov**, V. N. Neverov, S. A. Dvoretsky, N. N. Mikhailov, F. Teppe, B. Jouault // Physical Review B. — 2020. — V. 102, № 16 — 165305; 0,63 п.л. / 0,08 п.л. (Scopus, WOS).

6. Features of Magnetotransport in a HgTe/CdHgTe Double Quantum Well with an Intermediate Degree of Band Inversion / M. V. Yakunin, V. Ya. Aleshkin, S. M. Podgornykh, V. N. Neverov, **M. R. Popov**, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretsky // JETP Letters. — 2022. — V. 116(6). — P. 385—393; 0,56 п.л. / 0,07 п.л. (Scopus, WOS).

Структура и объём диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы. Полный объём работы составляет 119 страниц, включая 55 рисунков, 1 таблица, 20 формул. Список литературы содержит 117 наименований.

1 Литературный обзор

1.1 Бесщелевые полупроводники

1.1.1 Энергетический спектр бесщелевых полупроводников

Во второй половине XX века был обнаружен особый класс веществ, занимающий промежуточное положение между металлами и полупроводниками - бесщелевые полупроводники (БП) - кристаллы, у которых расстояние между валентной зоной и зоной проводимости равно нулю [19]. Встречаются бесщелевые проводники двух типов:

- отсутствие запрещённой зоны обусловлено симметрией кристаллов и вырождением электронных состояний; примеры подобных бесщелевых проводников — α-Sn, HgTe и HgSe;
- ширина запрещённой зоны равна нулю лишь при определенных условиях (давлении, температуре, концентрации компонентов в случае твердого раствора и т. п.). Наиболее типичные представители — сплавы BiSb, системы Cd_xHg_{1-x}Te, Pb_{1-x}Sn_xTe и др.

Бесщелевые полупроводники 1-го типа образуют своеобразную границу между полуметаллами и полупроводниками. Так как в них для перехода электронов из валентной зоны в зону проводимости не нужна энергия активации, то они имеют высокую диэлектрическую проницаемость. Сравнительно слабое электрическое поле увеличивает концентрацию подвижных носителей заряда, приводя к существенному отклонению от закона Ома. В бесщелевых полупроводниках большую роль, чем в обычных полупроводниках, играет кулоновское взаимодействие электронов между собой и с примесными ионами.

Энергетический спектр (закон дисперсии) — зависимость энергии частицы от импульса. Для свободной частицы закон дисперсии зависит квадратично от импульса. Параболический закон дисперсии часто встречается в физике твёрдого тела, поскольку при движении электрона в кристалле низкоэнергетический предел имеет параболическую зависимость от квазиимпульса, и по аналогии со свободной частицей вводят эффективную массу для частиц в твёрдом теле, отличную от массы частицы в вакууме. Энергетический спектр в твёрдом теле имеет более сложную структуру по сравнению со свободной частицей. Его знание очень важно для предсказания транспортных, оптических свойств электронного и дырочного газа в полупроводниках. На двумерной гексагональной решётке закон дисперсии линеен по волновому вектору, что делает квазичастицы безмассовыми.

Энергетический спектр БП обусловлен симметрией кристалла. Если сравнить два полупроводника с одинаковой симметрией кристаллической решетки, то порядок расположения энергетических зон в «нормальном» полупроводнике и в БП оказывается взаимно обратным, что наглядно просматривается на примере «нормального» полупроводника InSb и БП HgTe.

Оба кристалла имеют структуру цинковой обманки и близкие параметры энергетического спектра. На рисунке 1.1 представлена структуру зон InSb вблизи центра зоны Бриллюэна (окрестность точки Г).



Рисунок 1.1 – Зонная схема полупроводника со структурой алмаза или цинковой обманки: а) без учета спин-орбитального взаимодействия; б) с учетом спин-орбитального взаимодействия (указаны величины *J*=1/2, 3/2 и 1/2) (по [1]).

Зона проводимости, отделенная от валентной зоны энергетическим промежутком E_{g} (запрещенная зона), описывается в окрестности минимума волновыми функциями *s*-симметрии (неприводимое представление Γ_{6}).

Валентная зона вблизи ее вершины описывается функциями *p*-симметрии. С учетом спина вырождение зоны проводимости и валентной зоны было бы соответственно двух- и шестикратным. Однако спин-орбитальное взаимодействие приводит к частичному снятию вырождения валентной зоны, и состояния классифицируются не по орбитальному моменту l, а по полному моменту J = l + s (s — спиновый момент). Зона проводимости остается дважды вырожденной (J = 1/2). Для состояний в валентной зоне J может принимать два значения: J = 3/2 и J = 1/2. Значению J = 3/2 соответствуют зоны легких и тяжелых дырок, каждая из которых

двукратно вырождена при k = 0 (k — волновой вектор). При k = 0 зоны сJ = 3/2 четырехкратно вырождены. Зоны легких и тяжелых дырок принадлежат одному и тому же неприводимому представлению Γ_8 . Значение J = 1/2 отвечает валентной зоне, отщепленной в точке Γ от двух верхних зон на величину энергии спин-орбитального взаимодействия А. Реальный спектр валентной зоны InSb несколько сложнее из-за отсутствия центра симметрии в структуре цинковой обманки. Однако возникающие вследствие этого линейные по квазиимпульсу члены в законе дисперсии дырок дают для InSb незначительный вклад в общую энергию.

При инверсной зонной структуре, реализующейся в HgTe, зона с *s*-симметрией расположена ниже зон с J = 3/2 и имеет отрицательную кривизну. В результате инверсии кривизна одной из зон с J = 3/2 оказывается положительной, а другой – отрицательной (Рисунок 1.2). В такой структуре запрещенная зона тождественно равна нулю, а $E_g < 0$, если по-прежнему вести отсчет энергии от вершины валентной зоны и обозначать через E_g энергетический зазор между экстремальными точками зон с *s*-симметрией (неприводимое представление Γ_6 в HgTe или Γ_7^- в α -Sn) и с J = 3/2 (неприводимое представление Γ_8 в HgTe или Γ_8^+ в α -Sn). Для этой зонной модели равенство нулю запрещенной зоны не является случайным, поскольку все четыре зоны с J = 3/2 принадлежат одному неприводимому представлению. Поэтому запрещенная зона может возникнуть лишь в результате внешнего воздействия, понижающего симметрию кристаллической решетки, например при одноосном сжатии.



Рисунок 1.2 – Инверсная схема зон (по [1]).

Инверсная зонная структура была предложена Гровсом и Полом в 1963 г. [20] для α-Sn, чтобы объяснить возникшие к тому времени противоречия между различными

экспериментальными данными. Одна группа экспериментов свидетельствовала о том, что ширина запрещенной зоны α -Sn очень мала; согласно другим экспериментам, эффективная масса электронов по порядку величины такая же, как и в других алмазоподобных полупроводниках. Однако из теории известно, что эффективная масса пропорциональна ширине запрещенной зоны, если переход между валентной зоной и зоной проводимости прямой и разрешенный, причем коэффициент пропорциональности незначительно изменяется внутри группы алмазоподобных полупроводников. Поэтому при нормальной зонной структуре малость ширины запрещенной зоны влечет за собой пропорциональное уменьшение эффективной массы электронов. Предложенная Гровсом и Полом инверсная структура снимает это противоречие. Действительно, масса электронов определяется в основном взаимодействием зон с *s*- и *p*- симметриями, разделенных энергетической щелью величины E_g , которая в случае нормальной зонной структуры положительна, а для инверсной зонной структуры отрицательна. Именно поэтому в полупроводнике с нулевой запрещенной зоной эффективная масса электронов отлична от нуля.

1.1.2 Роль релятивистских эффектов

Обсудим причины инверсии зон в бесщелевых полупроводниках. Если проследить за порядком расположения зон в точке k = 0, можно заметить, что с ростом атомного номера элементов, образующих кристалл, например, в ряду элементов IV группы C-Si-Ge- α -Sn, прямая энергетическая щель между зонами *s* и *p*-симметрии уменьшается. Эта тенденция к сближению *s* и *p*-зон в конечном счёте приводит к их инверсии у α -Sn. C другой стороны, известно, что роль релятивистских эффектов возрастает, при увеличении атомного номера элемента. Так, оказалось, что именно релятивистские эффекты приводят не только к значительному сдвигу, но и к изменению порядка расположения энергетических уровней. Расчёт этих эффектов основан на релятивистском уравнении Дирака. Поскольку скорость электрона в кристалле $v \ll c$ (с – скорость света), уравнение Дирака может быть аппроксимировано уравнением Паули, релятивистские члены в котором имеют вид:

$$H_{\rm rel} = H_{\rm mv} + H_{\rm D} + H_{\rm so}.$$
 (1.1)

Здесь $H_{\rm mv} = -p^4/(8m_0^3 c^2)$, (где p – импульс, m_0 – масса электрона) – поправка к оператору кинетической энергии, обусловленная релятивистским увеличением массы в первом приближении по $(v/c)^2$; $H_D = -\hbar^2 \nabla^2 U(r)/8m_0^2 c^2$ - член Дарвина – поправка к потенциальной энергии электрона, обусловленная его взаимодействием с ядром; $H_{so} = \hbar [\nabla U, p] \sigma / 4m_0^2 c$ - оператор спин-орбитального взаимодействия, т. е. взаимодействия спинового магнитного

момента электрона с магнитным полем, создаваемым его орбитальным движением вокруг ядра; σ – вектор-оператор, тремя компонентами которого являются спиновые матрицы Паули

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$$
 оператор спина $s = \sigma/2$.

Особенно существенно влияет на расположение энергетических уровней спинорбитальное взаимодействие. Оно вызывает не только смещение уровней, но и расщепление вырожденных состояний, причём последние тем сильнее, чем больше заряд ядра элемента. В отличии от спин-орбитального взаимодействия, поправки к операторам кинетической $H_{\rm mv}$ и потенциальной $H_{\rm D}$ энергии не изменяют симметрии кристаллического потенциала U(r) [они обладают той же симметрией, что и U(r)] и не вызывают поэтому расщепления вырожденных уровней. Эти поправки приводят лишь к смещению уровней на величины $\varepsilon_{\rm mv}$ и $\varepsilon_{\rm D}$, которые для состояний с *s*-симметрией значительно больше, чем для состояний с *p*-симметрией. Поправка Дарвина $\varepsilon_{\rm D}$ для *p*-состояний вообще равна нулю.

Качественная картина влияния релятивистских эффектов на зонную структуру представлена на Рисунке 1.3. Здесь приведена схема образования зон в точке k = 0 при учёте релятивистских эффектов для CdTe и HgTe, у которых постоянные решётки различаются менее чем на 0.5 %, и, следовательно, можно было ожидать, что различие величин энергетической щели между зоной проводимости и валентной зоной, связанное с различным межатомным расстоянием, мало. Это позволяет в более или менее «чистом» виде проследить роль релятивистских эффектов в формировании зонной картины.

Теоретические расчёты зонных структур α-Sn и HgTe «из первых принципов» показали, что возникновение инверсной структуры обусловлено именно влиянием релятивистских эффектов. Нерелятивистские расчёты приводят к «нормальному» порядку зон для серого олова и халькогенидов ртути, характерному для полупроводников с конечной энергетической щелью.



Рисунок 1.3 – Роль релятивистских эффектов в формировании зонной структуры при k = 0 для CdTe (a) и HgTe (b). 1 – расположение уровней без учёта релятивистских поправок; 2 – смещение уровней *s*-симметрии на ε_D^s ; 3 – смещение уровней *s* и *p*-симметрии на ε_D^s , ε_{mv}^s , и ε_{mv}^p ; 4 – расположение уровней с учётом поправок ε_{mv} , ε_D И ε_{SO} (по [8]).

1.1.3 Энергетический спектр кристаллов Hg_{1-x}Cd_xTe

Зонная структура бесщелевых полупроводников второго типа была объяснена на основе инверсной модели, предложенной Гровсом и Полом (1963) [20] для серого олова (см. монографию Цидильковского [21], обзор [22] и ссылки там). На Рисунке 1.4 схематически показана зонная структура кристаллов $Hg_{1-x}Cd_xTe$ ($0 \le x \le 1$) в окрестности центра зоны Бриллюэна. Точка вырождения зон, волновые функции которых при k = 0 преобразуются по представлению Γ_8 , соответствующие полному моменту импульса j = 3/2, берётся за начало отсчёта по энергии. Зона Γ_7 (j = 1/2), отделённая спин-орбитальным взаимодействием, лежит ниже по энергии на величину $\Delta = \varepsilon(\Gamma_8) - \varepsilon(\Gamma_7)$. Блоховские амплитуды волновых функций зон Γ_8 и Γ_7 при k = 0 являются линейными комбинациями кубических гармоник *p*-типа. Экстремум зоны Γ_6 (*j* = 1/2), соответствующий блоховским функциям *s*-типа, может лежать как ниже (*x* < x_0), так и выше ($x > x_0$) экстремума зоны Γ_8 . При $x = x_0$ происходит случайное вырождение зон Γ_8 и Γ_6 , и в этой точке кривизна зоны Γ_6 и крутой ветви зоны Γ_8 меняется на противоположную. Обусловленное симметрией кристаллического потенциала вырождение зон Г₈ имеет место при любом х. Однако это вырождение приводит к бесщелевому состоянию только в области составов, $x \le x_0$, когда энергетическая щель $\varepsilon_g = \varepsilon(\Gamma_6) - \varepsilon(\Gamma_8)$ является отрицательной и ветви зон Г₈ имеют противоположную кривизну.



Рисунок 1.4 – Энергетический спектр Hg_{1-x}Cd_xTe в зависимости от *x* (содержания Cd) (по [13]).

1.2 Одиночные и двойные квантовые ямы на основе теллурида ртути

1.2.1 Особенности выращивания квантовых ям HgTe/HgCdTe

Простейшая квантовая структура — это достаточно тонкий слой полупроводника, ограниченный потенциальными барьерами из другого материала, так что толщина этого слоя сопоставима с дебройлевской длиной волны, поэтому здесь реализуются условия для размерного квантования энергии. Именно на тонких пленках полуметалла висмута и полупроводника InSb в 60-х годах эффект размерного квантования и был обнаружен [23], [24]. В настоящее время технология изготовления полупроводниковых наноструктур находится на несравненно более высоком уровне и постоянно продолжает совершенствоваться. Для получения совершенных структур чрезвычайно важно, чтобы периоды кристаллических решеток двух соседних слоев, имеющих различный состав, были почти одинаковыми. Тогда слои точно повторяют друг друга и в кристаллической решетке выращенной структуры не будет дефектов. Наилучшие результаты в изготовлении квантовых структур достигнуты с помощью метода молекулярно-лучевой эпитаксии. Для того чтобы с помощью этого метода вырастить ту или иную структуру, нужно направить поток или одновременно несколько потоков атомов, на тщательно очищенную поверхность полупроводника. Потоки атомов получают испарением вещества из отдельных нагретых источников. Выращивание структур осуществляется в глубоком вакууме, химический состав контролируется в процессе роста. Метод молекулярно-лучевой эпитаксии позволяет выращивать совершенные монокристаллические слои толщиной всего в несколько периодов решетки. Данным методом можно получить очень резкую (с точностью до монослоя) границу между двумя полупроводниками, причем поверхность получается гладкой на атомном уровне [25].

В [26] отражены результаты выращивания квантовых ям на основе HgTe методом молекулярно-лучевой эпитаксии (МЛЭ). Схематический разрез выращенных структур представлен на Рисунке 1.5.

Термодинамический анализ показывает, что при МЛЭ рост пленок CdHgTe осуществляется в условиях, когда две фазы CdHgTe и Te являются устойчивыми. Попадающие на поверхность двухатомные молекулы теллура участвуют в двух процессах: диссоциации молекул и кристаллическом росте совершенной пленки CdHgTe, а также кристаллизации теллура в виде самостоятельной фазы. Эффективный рост твердых растворов CdHgTe проводится преимущественно на подложках с ориентациями поверхности (013) и (012), отклоненных от соответствующих сингулярных плоскостей примерно на 19°. При малых скоростях роста даже существенные отклонения от оптимальных условий не приводят к катастрофическим изменениям структурного совершенства выращивания слоев, и отсутствие ступенек не столь существенно. Поэтому использование поверхности (100) при росте квантовых ям, толщина которых очень мала, не приводит к заметной генерации дефектов. Но авторы отметили, что благодаря ступенчатой структуре поверхности (013) рост КЯ на ней может дать их лучшее качество.



Рисунок 1.5 – Схематический разрез структуры с HgTe квантовой ямой [9].

1.2.2 Зонная структура квантовых ям (Hg, Cd)Те

Из численных расчетов уравнения Шредингера в приближении Хартри следует, что энергетический спектр двумерных электронных систем (ДЭС) в HgTe имеет своеобразный характер и в большой степени зависит от толщины квантовой ямы (Рисунки 1.5, 1.6). При толщинах КЯ d < 6.3 нм спектр характеризуется стандартным положением зон: зона проводимости формируется *s*-подобными волновыми функциями, а валентная зона – *p*-подобными (Рисунок 1.6). По мере приближения *d* к значению 6.3 нм эти зоны сближаются, и при критической толщине (6.3 – 6.5 нм) происходит их слияние. Затем по мере дальнейшего увеличения толщины пленки снова возникает щель между зонами, но уже инвертированными: зона проводимости и валентная зона формируются *p*- и *s*-состояниями соответственно. При дальнейшем увеличении толщины ветвь, соответствующая *s*-состоянию (Ψ_s), уходит вниз, и при d > 8 нм обе зоны описываются уже *p*-подобными функциями (Ψ_p).



Рисунок 1.6 – Зонная диаграмма объемных HgTe (*a*), уровни энергии в HgTe КЯ с прямой (слева) и инвертированной зонной структурой (справа) (*б*) [26], [8].

Такую картину объясняют тем, что при малых толщинах волновые функции электронов формируются под сильным влиянием широкозонного $Cd_{0,7}Hg_{0,3}Te$, имеющего стандартную зонную структуру. Далее это влияние ослабевает и приводит к результату, отраженному на Рисунках 1.6 и 1.7.



Рисунок 1.7 – Зависимость от толщины КЯ щели между валентной и зоной проводимости в HgTe KЯ. Вставка: ход электроно-подобных и дырочно-подобных зон при изменении толщины КЯ [26]. Треугольники - поле пересечения $B_{c\perp}$, круги - энергетическая щель E_g , значения получены в результате расчета восьмизонным kp методом. Экспериментально наблюдаемые точки пересечения обозначены пустыми квадратами.

Для расчета зонной структуры и волновых функций одиночной КЯ HgTe/Hg1-xCdxTe обычно используется приближение огибающей функции, основанное на восьмизонном *kp*гамильтониане [27]. Параметры зонной структуры для HgTe и Hg1-*x*CdxTe считаются кусочной функцией для каждого из слоев с резким изменением на границах раздела, согласно профилю края зоны на Рисунке 1.8. Использование корректных граничных условий в соответствии с подходом огибающей функции, предложенный Бертом [28], позволяет определить параметры зонной структуры КЯ. Подробное описание модели зонной структуры дано в [27].



Рисунок 1.8 – Профиль края полосы КЯ HgTe/Hg_{1-x}Cd_xTe толщиной *d*. Профили зоны проводимости и валентной зоны показаны вместе с зоной расщепления (с параметром расщепления Δ) (по [29]).

Эволюция зонной структуры одиночной квантовой ямы HgTe с изменением ее ширины схематически представлена на Рисунке 1.9 из работы Криштопенко и др. [7].



Рисунок 1.9 – Типичная зонная структура КЯ HgTe ориентации (001) при нулевой температуре и различной ширине КЯ: (a) фаза диэлектрика, $d < d_c$, (b) конус Дирака, $d = d_c$, (c) фаза ТИ $d > d_c$, (d) бесщелевое состояние, d = dSM, (e) фаза ПМ, d > dSM (по [7]). Электроноподобная подзона E1 показана синим цветом, а красные кривые соответствуют подзонам тяжелых дырок. На графиках (d) и (e) подзона E1 лежит значительно ниже по энергии. Здесь мы не различаем состояние ТИ, в котором ширина запрещенной зоны определяется зазором между подзонами H1 и E1, и состояния ТИ, в которых подзона E1 лежит ниже нескольких подзон, подобных тяжелым дыркам.

1.2.3 Двойные квантовые ямы на основе HgTe

Двойная квантовая яма (ДКЯ) HgTe представляет собой систему, в которой две КЯ разделены тонким промежутком толщиной *t*, обеспечивающим туннелирование, как показано на Рисунке 1.10, которую можно рассматривать как двумерную двухслойную систему.

Известно, что низкоэнергетическая физика одиночной КЯ HgTe/CdTe описывается моделью Берневига-Хьюза-Чжана [13], которая в первом приближении является блочнодиагональной по спиновой степени свободы. Модель Берневига-Хьюза-Чжана также была обобщена на случай ДКЯ HgTe [29].

В [29] представлена оценка параметров модели двойной квантовой ямы как расширения 4-зонного эффективного гамильтониана [13] для КЯ HgTe/Hg_{1-x}Cd_xTe на структуру ДКЯ.

Авторы рассмотрели геометрию ДКЯ, как показано на Рисунке 1.11, где для простоты предполагается симметричная структура.

Две КЯ HgTe толщиной d разделены барьером шириной t из Hg_{1-x}Cd_xTe. Когда барьер достаточно тонкий, электронные состояния, принадлежащие разным слоям, имеют конечное перекрытие.



Рисунок 1.10 – (а) Схематическое изображение ДКЯ HgTe/CdTe, образованной верхней и нижней ямами с конечным перекрытием их огибающих функций $\chi_0^{f}(z)$ и $\chi_0^{b}(z)$, как показано на (b) ([14]).

Следует отметить, что экспериментальных исследований магнитотранспорта в ДКЯ HgTe/CdHgTe до наших работ не проводилось. В данной работе опробованы расчеты спектра и уровней Ландау в сопоставлении с результатами эксперимента, найдено бесщелевое состояние в образцах второго типа и обнаружены значительные эффекты приводящего к перекосу профиля потенциала ДКЯ перпендикулярного электрического поля, обусловленного наличием и перезарядкой ловушек на поверхности и гетерограницах структуры.



Рисунок 1.11 — Схема профилей края зоны ДКЯ $HgTe/Hg_{1-x}Cd_xTe$. Профили зоны проводимости и валентной зоны показаны вместе с зоной расщепления (с параметром расщепления Δ). d — толщина одиночной КЯ HgTe, t — толщина барьера $Hg_{1-x}Cd_xTe$ (по [29]).

1.3 Квантовый эффект Холла в полупроводниковых 2D-структурах

1.3.1 Открытие квантового эффекта Холла

Рассмотрение квантового эффекта Холла стоит начать с упоминания классического эффекта. Явление, открытое Холлом в 1879 году [30], состоит в том, что в проводнике с током, помещенном в магнитное поле, перпендикулярное направлению тока, возникает электрическое поле в направлении, перпендикулярном направлениям тока и магнитного поля. Возникающее в проводнике электрическое поле, называемое полем Холла, вызвано действием силы Лоренца $F_L = eBv$, заставляющей электроны отклоняться в направлении, перпендикулярном скорости v. В результате это поле E_H уравновешивает силу Лоренца, и между боковыми гранями образца возникнет разность потенциалов V_H , которая поддается измерению.

Ток через образец равен I = nevS, где n – концентрация электронов, S — площадь поперечного сечения проводника, S = bd, b — ширина, d — толщина.

Условие равновесия силы Лоренца и силы, вызванной холловским полем $eE_{\rm H} = evB = eV_{\rm H}/b$. Отсюда следует, что $V_H = bvB = IvB/nevd = IB/end = IR_{\rm H}$, где $R_{\rm H}$ называется холловским сопротивлением. В двумерных системах $R_{\rm H} = B/en_s$, где n_s — поверхностная концентрация.

Важно отметить, что $R_{\rm H}$ — это отношение возникающей поперечной разности потенциалов к продольному току, $R_{\rm H} = R_{xy} = V_y/I_x$. При этом продольное сопротивление, $R_{xx} = V_x/I_x$, слабо зависит от индукции магнитного поля, оставаясь по величине близким к своему значению при B = 0.

К. фон Клитцингом [19] было замечено, что при измерении эффекта Холла в двумерной (2D) полупроводниковой структуре, а именно, в инверсном слое кремниевого МОП транзистора при низких температурах ($T \sim 1$ K) и в сильных магнитных полях (B > 1 Tл), линейная зависимость холловского сопротивления сменяется чередой ступеней (плато) как показано на Рисунке 1.12 [31], [32], [33]. Величина сопротивления на этих ступеньках равна комбинации фундаментальных физических констант, деленной на целое число v: $R_H = \frac{h}{ve^2}$. Явление, открытое фон Клитцингом в 1980 году, получило название квантовый эффект Холла (КЭХ). Значение холловского сопротивления не зависит от геометрических размеров образца.



Рисунок 1.12 – Зависимости холловского сопротивления и удельного сопротивления от магнитного поля при постоянной концентрации носителей (по [33]).

Когда на зависимости холловского сопротивления R_H наблюдается плато, продольное электрическое сопротивление становится очень малой величиной. При низких температурах ток в образце может течь без диссипации (рассеяния).

Прецизионные измерения также показали, что на точности квантования R_H не сказываются такие существенные параметры эксперимента, как размеры образцов, влияние границ и важное в обычном эффекте Холла закорачивание холловского напряжения омическими контактами, а также степень совершенства структур, то есть наличие большого количества примесей и дефектов, тип материала, в котором находится 2D-электронный газ, температура и сила измерительного тока. Экспериментальная точность квантования так высока, что встал вопрос о метрологических применениях КЭХ: проверке формул квантовой электродинамики с помощью прецизионного определения постоянной тонкой структуры или создания нового эталона сопротивления [31]. При v = 1, R = 25812.807557(18) Ом, и это значение сейчас используется для калибровки сопротивлений.

Целочисленный квантовый эффект Холла является основным методом исследований, использованным в данной работе. Квантовый эффект Холла (КЭХ) - одно из самых замечательных явлений в физике конденсированного состояния [31], [32], открытых во второй половине 20 века. В 1985 году К. фон Клитцинг получил за своё открытие Нобелевскую премию. Этот эффект конкурирует со сверхпроводимостью по своему фундаментальному значению как проявление квантовой механики на макроскопическом уровне (для обзора см., например, [33], [34]).

Основное экспериментальное наблюдение – квантование холловской проводимости

 $\sigma_{xy} = i(e^2/h)$, где i – целое число, при почти исчезающей диссипации, $\sigma_{xx} \rightarrow 0$, для реального транзисторного устройства, содержащего двумерный электронный газ, находящийся в сильном магнитном поле. Это квантование универсально и не зависит от таких микроскопических деталей, как тип полупроводника, чистота образца, точное значение магнитного поля и т. п.

Квантовый эффект Холла является также эффективным методом экспериментального исследования спектра носителей в двумерных (2D) системах. Пики продольного магнитосопротивления (как и переходы между квантованными плато) соответствуют делокализованным состояниям в центрах уровней Ландау, а области плато КЭХ определяются величиной щелей подвижности между этими уровнями [35].

Таким образом, анализ структуры КЭХ позволяет восстанавливать вид энергетического спектра 2D-системы в квантующем магнитном поле (спектра уровней Ландау). Этот метод, на

ряду, например, со спектроскопией [36], [37], [38], актуален для КЯ и ДКЯ HgTe с их вариативностью типа конкретных структур и многообразием вида законов дисперсии.

1.3.2 Переходы плато-плато КЭХ как квантовые фазовые переходы

Состояния Ландау в 2D-системе вырождены со степенью n_B на единицу площади, где $n_B = \frac{eB}{h} = \frac{B}{\Phi_0}$ есть плотность квантов потока в системе, $\Phi_0 = h/e$. Важной величиной является фактор заполнения, $v_B = \frac{n_e}{n_B}$, который определяется соотношением электронной плотности и плотности квантов потока. Целочисленные факторы заполнения $v_B = j$ соответствуют jполностью заполненным уровням Ландау. При соответствующей концентрации электронов, холловское сопротивление кратно h/e^2 .

Однако, это не объясняет наличие широких плато $\rho_{xy}(n_e)$, поскольку в идеализированной картине δ -образной плотности состояний на уровнях Ландау с увеличением n_e уровень Ферми перескакивает между уровнями Ландау. Для появления наблюдаемых широких плато необходимо держать уровень Ферми между уровнями Ландау при изменении n_e .

Механизмом, позволяющим объяснить это, является локализация волновых функций из-за беспорядка, вызванного наличием примесей и дефектов в системе. Введением беспорядка в модель Ландау, $H = H_0 + V(r)$, вырождение уровней Ландау снимается. Здесь, V(r) – случайный потенциал, который обычно определяется через статистические свойства. Уровни Ландау уширены беспорядком в зоны Ландау с локализованными состояниями в хвостах зон. Эти локализованные состояния могут закрепить уровень Ферми на соответствующих энергиях. Качественная картина плотности состояний такой модели представлена на Рисунке 1.13.



Рисунок 1.13 – Схематическая картина плотности состояний (сплошные линии) и длин локализации (пунктирные линии) как функций энергии (в ед. циклотронной энергии) в модели локализации (по [39]).

Локализованные состояния соответствуют случайным волновым огибающими функциям, экспоненциально затухающим на больших расстояниях от некоторого центра локализации. Это означает экспоненциальное затухание корреляционных функций, указывающее на то, что локализованные состояния не вносят вклад в проводимость при нулевой температуре. Следовательно, магнитопроводимость, а значит и магнетосопротивление, падает до нуля при факторах заполнения, соответствующих областям энергий локализованных состояний, в то время как холловская проводимость, а значит и холловское сопротивление, остаётся константой.

С другой стороны, делокализованные состояния вблизи центров зон, которые не затухают экспоненциально и разбросаны случайным образом по всей системе, могут давать вклад в электронный транспорт. Для факторов заполнения близких к полуцелым значениям, соответствующим энергиям вблизи центров зон Ландау, можно ожидать пики в магнетосопротивлении с ширинами, отражающими ширины полос делокализованных состояний. Одновременно холловское сопротивление должно перейти с одного плато на следующее. Часто эти области спектра обозначаются как сжимаемые, поскольку энергия Ферми практически не меняется с увеличением количества электронов $(\partial E_F / \partial n \approx 0; \$ сжимаемость $\kappa \to \infty)$, в то время как локализованные состояния связаны с несжимаемыми областями спектра, где уровень Ферми сильно меняется при изменении количества электронов $(\partial E_F / \partial n \to \infty; \kappa \to 0)$.

Пока уровень Ферми остаётся в области локализованных состояний, компоненты проводимости при нулевой температуре не меняются. Предполагая, что делокализованные состояния обеспечивают строгое квантование значений холловской проводимости, и одновременное падение до нуля магнитопроводимости, получим экспериментально наблюдаемое поведение проводимости. Однако, то, что холловская проводимость остаётся строго квантованной точно на целые значения e^2/h в областях локализации, требует более пристального рассмотрения.

1.3.3 Скейлинг в режиме КЭХ

Все аналитические и численные результаты, полученные до недавнего времени, согласуются с такой картиной, что при температуре абсолютного нуля длина локализации расходится только при определённых энергиях вблизи центров уровней Ландау с универсальным индексом *у*, который не зависит от беспорядка и номера уровня.

$$\xi(E - E_n) = \frac{\xi_n}{|E - E_n|^{\gamma}},$$
(1.2)

где константа ξ_n зависит от микроскопических особенностей беспорядка и номера уровня Ландау *n*.

В обзоре [36] в Таблице 1 представлены значения критических индексов γ , определённых численно с помощью различных теоретических методов. Если индексы являются универсальными, квантовый эффект Холла может рассматриваться как пример истинного универсального квантового фазового перехода. Из совокупности работ, представленных в [39] (ссылки [19 – 38] обзора), следует, что рассчитанные значения γ находятся в пределах $\gamma = 2.35 \pm 0.05$, что можно рассматривать как аргумент в пользу их универсальности (в рамках современных теоретических представлений).

При введении случайного статического потенциала в модель Ландау, уровни Ландау расширяются в полосы, состоящие из «несжимаемых» областей спектра, соответствующих локализованным состояниям в хвостах уровней, и «сжимаемых» областей делокализованных состояний (зеленые полосы) вблизи центров уровней. В последних областях длина

локализации превышает размер системы *L*. При конечной температуре размер системы заменяется температурно-зависимой длиной фазовой когерентности *L*_{*\varphi}.</sub>*

При ненулевой температуре неупругие процессы рассеяния приведут к сбою фазы между различными собственными состояниями. Последнее может быть объяснено температурной зависимостью времени сбоя фазы $\tau_{\varphi}(T)$, которое будет увеличиваться с уменьшением температуры по закону

$$\tau_{\varphi}(T) \propto \frac{1}{T^p},\tag{1.3}$$

с показателем степени *p* порядка 1. В течение интервала времени τ_{φ} , движение электрона может рассматриваться как диффузионное под влиянием рассеяния на примесях. Это предполагает определение длины фазовой когерентности

$$L_{\varphi}(T) = \sqrt{D\tau_{\varphi}(T)},\tag{1.4}$$

где D – коэффициент диффузии, связанный с проводимостью системы, σ , соотношением Эйнштейна $\sigma = e^2 D(E_F) \rho(E_F)$, $\rho(E_F)$ – плотность состояний на уровне Ферми.

Для связи уникального поведения длины локализации с результатами эксперимента важно отметить, что локализованные состояния становятся протяженными (делокализованными), если их длина локализации становится больше размера системы L или, при ненулевой температуре, больше длины фазовой когерентности L_{φ} (Рисунок 1.13).

Таким образом, предполагается, что ширина пиков магнетосопротивления, ΔE , в центрах подзон Ландау берётся из условия $\xi(\Delta E) = \min \{L, L_{\varphi}(T)\}$. Полученное поведение характеристической температуры находится в соответствии с экспериментальными данными.

2 Методика эксперимента

2.1 Описание экспериментальных установок

Измерения производились в центре коллективного пользования (ЦКП) «Испытательный центр нанотехнологий и перспективных материалов» Института физики металлов имени М.Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук, а также в Национальной лаборатории сильных магнитных полей в Таллахасси (США) и в лаборатории Шарля Кулона университета Монпелье (Франция).

Измерения в ЦКП «Испытательный центр нанотехнологий и перспективных материалов» проводились на двух установках:

1. Установка для измерения физических свойств PPMS-9 фирмы Quantum Design, USA, при температурах 1.8 К и выше в магнитных полях до 9 Тл;

2. Установка для исследования гальваномагнитных явлений в сильных магнитных полях до 12 Тл, при температурах от 0.4 К до 1.8 К и выше.

Установка для измерения гальваномагнитных эффектов в сильных магнитных полях до 12 Тл в полупроводниковых структурах приведена на Рисунке 2.1. Блок-схема установки приведена на Рисунке 2.2. Установка включает в себя криостат фирмы "Oxford Instruments", сверхпроводящий соленоид с программируемым источником питания этой же фирмы. Это оборудование позволяет варьировать магнитное поле в пределах (0 – 12) Тл, а температуру – в пределах (0.4 – 300) К.



Рисунок 2.1 – Установка Oxford Instruments для исследования гальваномагнитных явлений в сильных магнитных полях до 12 Тл при температурах от 0.4 К.



- 3 вставка для получения температур 1.5-300 К
- 4 образцы

Рисунок. 2.2 – Блок схема установки для исследования гальваномагнитных явлений в сильных магнитных полях до 12 Тл и при сверхнизких температурах от 0.4 К до 1.8 К фирмы Oxford Instruments.

Измерительная часть установки состоит из коммутатора фирмы "Solartron", вольтметра той же фирмы, а также источника питания тока образцов (TEC-20 или батарея). Измерения проводились на постоянном токе (≈ 1 мкА), снимались показания при разном направлении тока I+, I-, а также, по необходимости, при разной полярности поля. Источник питания соленоида, вольтметр и коммутатор при помощи интерфейса GPIB соединены с персональным компьютером, через который по заданной программе осуществляется управление ходом эксперимента в автоматическом режиме. Большое количество каналов коммутатора (16) и держатель специальной конструкции позволяют проводить эксперимент сразу с несколькими образцами (одновременно до 6-ти образцов).

Температура ниже 4.2 К получается путем откачки паров гелия. Имеется возможность стабилизации температуры при определенном значении с помощью регулятора откачки. Для получения температур выше 4.2 К используется температурный контроллер фирмы "Oxford Instruments". Для определения температуры используются резистивные температурные датчики.

Для получения температур от 0.4 К до 1.5 К используется вставка He³, которая вставляется в тот же самый криостат с соленоидом до 12 Тл. В данной вставке вначале ожижается He³. А затем он откачивается крионасосом, в результате чего достигается минимальная температура 0.36 К.

Образцы крепились и распаивались на специальных платах. Обработка файлов данных велась при помощи вспомогательных программ, позволявших по известным значениям напряжения рассчитать зависимости продольной (ρ_{xx}) и холловской (ρ_{xy}) компонент тензора сопротивления от магнитного поля.

Вид установки для измерения физических свойств PPMS-9 фирмы Quantum Design, USA приведена на Рисунке 2.3. Это оборудование позволяет варьировать магнитное поле в пределах (0 – 9) Тл, температуру в пределах (1.8 – 350) К. Измерения на переменном токе: частота – (0.01 – 10000) Гц, амплитуда - до 4 Э. Измеряется действительная и мнимая компоненты динамической восприимчивости. Транспортные свойства: ток по образцу – (0.01 – 5000) мкА, напряжение – (1 – 95) мВ, температура – (1.8 – 400) К.



Рисунок 2.3 – Установка PPMS-9 фирмы Quantum Design, USA.

2.2 Исследуемые образцы

Исследования проводились на серии образцов с различной конфигурацией КЯ HgTe, выращенных методом молекулярно-лучевой эпитаксии (МЛЭ) [40] в Институте физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН (г. Новосибирск) в группе С.А. Дворецкого.

1. Одиночная широкая КЯ. Профиль структуры представлен на Рисунке 2.4. Параметры двумерного электронного газа в КЯ, измеренные при 4.2 К: концентрация электронов $n = 1.5 \times 10^{15}$ м⁻², подвижность – $\mu = 22$ м²/(В·с). Легирование барьеров HgCdTe индием до объемной концентрации ~10¹⁶ см⁻³. Подложка (013) GaAs, ориентация сохраняется и при выращивании всех остальных слоев.


Рисунок 2.4 – Профиль структуры с одиночной широкой КЯ HgTe.

2. Двойная КЯ (ДКЯ) с широкими слоями HgTe. Рабочий сектор структуры представляет из себя две КЯ HgTe шириной d = 20 нм, разделённых барьером HgCdTe шириной d = 6 нм. Одиночная КЯ такой толщины имеет инвертированный энергетический спектр. Остальные слои соответствуют структуре с одиночной КЯ. Профиль состава структуры показан на Рисунке 2.5.



Рисунок 2.5 – Распределение кадмия, X_{Cd}, вдоль направления роста для структур с широкими слоями HgTe.

3. Двойная узкая КЯ. В данном случае две КЯ HgTe имеют критическую ширину слоев d = 6.5 нм. В одиночной яме такой толщины соприкасаются крайние уровни в системах уровней размерного квантования электронов и дырок, и формируется их энергетический спектр «двуслойного графена». Ширина барьера HgCdTe $d_b = 3$ нм. Легирование отсутствует, исходная концентрация носителей заряда формируется имеющимися вакансиями ртути [41], [42]. Профиль структуры приведен на Рисунке 2.6.



Рисунок 2.6 – Распределение содержания CdTe по ширине для двойной узкой КЯ. Содержание кадмия в барьерах *X*_{CdTe}=0,71.

Для определения продольной ρ_{xx} и поперечной ρ_{xy} составляющих тензора магнитосопротивления, методом фотолитографии всем исследуемым образцам была придана форма холловского мостика. Установка экспонирования и совмещения МЈВ4, расположенная в ЦКП Института физики металлов, показана на Рисунке 2.7.

Процедура фотолитографии состояла из следующих этапов:

1) Чистка: в ацетоне, затем – в парах ИПС.

- 2) Нанесение фоторезиста (ФП 9120-1) на центрифуге.
- 3) Сушка: при комнатной температуре 15 мин.

На термостоле $(95^{0}C) - 25$ мин.

- 4) Совмещение маски и образца, засветка.
- 5) Проявка: Проявитель 1:5 с водой.

6) Закрепление: Термостол 95^{0} C – 5 мин.

125⁰С – 25 мин.

Дальнейшие операции – на следующий день:

7) Травление: ~ 30 с. (Травитель – 5 г. СгО₃ + 3 мл. HCl + 15 мл. воды).

8) Снятие фоторезиста: ~ 5 мин. в кипящем снимателе (диметилформамид).

Самое сложное в работе с теллуридом ртути – не поцарапать поверхность образца, структура достаточно «нежная» в сравнении с тем же арсенидом галлия. Кроме того, HgTe не следует сильно нагревать, что тоже создаёт определённые сложности.

Готовый холловский мостик изображён на Рисунке 2.8.



Рисунок 2.7 – Установка экспонирования и совмещения МЈВ4 для проведения фотолитографии.



Рисунок 2.8 – Структура холловского мостика после фотолитографии.

Напыление металлических площадок, обеспечивающих затвор, проводилось на образцы, заранее покрытые слоем диэлектрика (Parylene/SiO₂ ~ 200 нм). Мы использовали

Рагуlепе, но на некоторые образцы был нанесён SiO₂ в Институте полупроводников им. Ржанова в Новосибирске. Металлический слой имел разный состав, в зависимости от наличия того или иного материала (Al; Ti(80 нм) + Au(1 нм); Ti(80 нм) + Pt(1 нм)). Металл подбирался из соображений удобства дальнейшей пайки контактов, кроме того, по совету технологов, мы избегали использования Ag, которое могло диффундировать в рабочие слои структуры. Для изготовления затвора проводилась вторая литография, остатки металла удалялись «взрывом» в ультразвуковой ванне. Приложение затворного напряжения V_g схематически изображено на Рисунке 2.9.



Рисунок 2.9 – Схема приложения затворного напряжения V_g к исследуемой ДКЯ.

3 Квантовые фазовые переходы в режиме КЭХ в квантовой яме НgTe с инвертированным зонным спектром

3.1 Введение

Квантовый эффект Холла (КЭХ) – это универсальное явление для всех двумерных (2D) электронных систем в перпендикулярном магнитном поле. Уже в пионерских работах (см. ссылки в обзоре [43]), посвящённых объяснению природы КЭХ, было показано, что его реализация требует наличия узких полос делокализованных состояний вблизи центров уровней Ландау, при условии, что все остальные состояния локализованы.

Переходы между плато на картине холловского магнетосопротивления в режиме КЭХ могут быть описаны последовательным прохождением уровня Ферми через полосы локализованных – делокализованных – локализованных состояний, соответствующих квантовым фазовым переходам изолятор – металл – изолятор.

Эффекты локализации – делокализации в режиме КЭХ детально исследовались на различных электронных 2D системах: InGaAs/InP [44], [45], AlGaAs/GaAs [46], [47], Al_xGa_{1-x}As/Al_{0.33}Ga_{0.67}As [48], *p*-Ge/GeSi [49], *n*-InGaAs/GaAs [50], а недавно и в монослоях графена [51], [52].

В [53] переходы плато – плато КЭХ, наряду с переходом плато КЭХ – изолятор, в высококачественных гетероструктурах на основе теллурида ртути с инвертированным спектром были впервые изучены и проанализированы в рамках концепции скейлинга. В данной главе представлены новые данные по температурным зависимостям квантового магнитотранспорта для гетероструктуры HgCdTe/HgTe/HgCdTe с инвертированным энергетическим спектром.

3.2 Экспериментальные результаты для продольного и холловского магнитосопротивления

Исследуемая гетероструктура Hg_xCd_{1-x}Te/HgTe/Hg_xCd_{1-x}Te, $x \approx 0.7$, с квантовой ямой HgTe шириной d = 20.3 нм, выращенная методом молекулярно-лучевой эпитаксии на подложке GaAs (013), была симметрично легирована индием с обеих сторон от квантовой ямы со спейсерами ~ 10 нм. Концентрация электронов $n = 1.5 \times 10^{15}$ м⁻², подвижность – $\mu = 22$ м²/(B·c). Образец был изготовлен в форме двойного холловского мостика. Продольное ρ_{xx} и холловское ρ_{xy} сопротивления измерялись одновременно в магнитных полях вплоть до 9 Тл при температурах от 2.9 К до 50 К. Измерения проводились на установке PPMS в Центре коллективного пользования Института физики металлов.

Зависимость энергии уровней размерного квантования от ширины квантовой ямы HgTe для гетероструктуры HgCdTe/HgTe/HgCdTe, рассчитанная в рамках изотропной $6 \times 6 kp$ модели [54], приведена на Рисунок 3.1. На вставке схематически показана дисперсия нижней электронной (*h*1) и верхней дырочной (*h*2) подзон размерного квантования для квантовой ямы HgTe с инвертированным энергетическим спектром ($d > d_c \approx 6.5$ нм).

В исследуемой системе, проводимость осуществляется носителями заряда в зоне проводимости *h*1 с непараболическим законом дисперсии [55]. Нужно отметить крайне малую эффективную массу носителей: для $n = 1.5*10^{15}$ м⁻², масса на уровне Ферми $m = 0.022m_0$ [53] – 0.026 [56] и большой *g*-фактор, $g \approx 50$ [56].



Рисунок 3.1 – Зависимость энергии уровней размерного квантования от ширины квантовой ямы HgTe для гетероструктуры HgCdTe/HgTe/HgCdTe, рассчитанная в $6 \times 6 kp$ модели (по [54]). Нумерация подзон соответствует работе [54]. Заштрихованные области соответствуют энергетическим щелям при k = 0.

На Рисунке 3.2 показаны магнитополевые зависимости холловского сопротивления ρ_{xy} для исследуемого образца при различных температурах. На вставке показаны данные для

температур T = 2.9, 6.1 и 10 К. Можно видеть, что характерные особенности режима КЭХ, то есть области плато на зависимостях $\rho_{xy}(B)$ и довольно резкие переходы между ними наблюдаются вплоть до T = 15-20 К. При низких температурах для $B \ge 2$ Тл, видны плато с номерами i = 4, 3, 2, 1 (смотри вставку на Рисунке 3.2).



Рисунок 3.2 – Зависимость холловской компоненты тензора магнетосопротивления ρ_{xy} от магнитного поля *B* при различных температурах. На вставке приведены данные при низких температурах.

Сосредоточим внимание на области перехода между первым и вторым плато КЭХ и проанализируем температурную зависимости ширины перехода в окрестности критического магнитного поля ($B_c = 4.1$ Тл). На Рисунке 3.3 показаны продольная σ_{xx} (Рисунок 3а) и холловская σ_{xy} (Рисунок 3.3b) проводимости как функции фактора заполнения v ($v = n/n_B$, $n_B = eB/h$ – кратность вырождения уровня Ландау), рассчитанные из экспериментальных данных для ρ_{xy} и ρ_{xx} в интервале 1 < v < 2 с критическим значением $v_c = 1.5$.



Рисунок 3.3 – Зависимости продольной σ_{xx} (a) и холловской σ_{xy} (b) компонент тензора магнитопроводимости от фактора заполнения v для перехода между плато КЭХ 1 \rightarrow 2.

Для корректной обработки зависимостей продольной $\sigma_{xx}(\Delta v)$ (Рисунок 3.3a) и холловской $\sigma_{xy}(\Delta v)$ (Рисунок 3.3b) проводимости в области перехода плато-плато 1 \rightarrow 2, использовались формулы интерполяции через так называемый параметр рассеяния *s* (смотри, например, [57]):

$$\sigma_{xx} = s/(1+s^2), \, \sigma_{xy} = 2 - s^2/(1+s^2), \tag{3.1}$$

где параметр *s* меняется от 0 до ∞ , равен единице в критической точке $v = v_c$ и экспоненциально зависит от фактора заполнения в окрестности критической точки:

$$s(\nu) = exp(-\Delta\nu/\nu_0(T))$$
(3.2)

Здесь $\Delta v = |v - v_c|$ - отклонение фактора заполнения от критического значения, а $v_0(T)$ – эффективная ширина полосы делокализованных состояний при температуре *T*.

На Рисунке 4 показана зависимость $1/v_0$ от T для перехода $1 \rightarrow 2$ в исследуемом образце в двойном логарифмическом масштабе. Видно, что зависимость $v_0(T)$ с хорошей точностью описывается прямой линией в широком температурном диапазоне $2.9 \le T \le 30$ К. Таким образом, температурное поведение ширины перехода определяется зависимостью $v_0(T) \sim T^{\kappa}$ с критическим коэффициентом $\kappa = 0.54 \pm 0.01$.



Рисунок 3.4 – Температурная зависимость величины обратной эффективной ширины полосы делокализованных состояний v_0 для перехода 1 \rightarrow 2 в двойной логарифмической шкале. Для сравнения на вставке показаны температурные зависимости производной холловской компоненты сопротивления от магнитного поля, dR_{xy}/dB в области перехода КЭХ 3 \rightarrow 4 для системы Al_xGa_{1-x}As/Al_{0.33}Ga_{0.67}As с различным содержанием Al (в соответствии с [6]).

На Рисунке 3.5 представлено сравнение температурной зависимости производной $(d\rho_{xy}/dB)|_{B=B_c}$ в области перехода 1 \rightarrow 2, полученной в настоящем исследовании при T > 2.9 K, с данными работы [53] при $0.3 \le T \le 3$ K. Стоит отметить что данные находятся в хорошем соответствии, если результаты [53] интерполировать с $\kappa = 0.49$ (линия 3 на Рисунке 3.5), откуда можно сделать вывод, что параметр к уменьшается с уменьшением температуры. Ранее такое поведение неоднократно наблюдалось для систем с крупномасштабным примесным потенциалом [46], [48]. Однако ситуация может быть описана и другим способом: все данные, результаты [53] при $0.6 \le T \le 3$ K и наши – при $2.9 \le T \le 30$ K, можно описать (в пределах экспериментальной ошибки) общей зависимостью $d\rho_{xy}/dT \sim T^{\kappa}$, с $\kappa = 0.54 \pm 0.03$ (линия 4 на Рисунке 3.5). Сравнивая Рисунки 3.4 и 3.5, видно, что обработка экспериментальных данных в области плато-плато КЭХ, с использованием формул (3.1) и (3.2) для $\sigma_{xx}(v)$ и $\sigma_{xy}(v)$, является несколько более надёжной и точной в сравнении с прямым дифференцированием зависимости

 $\rho_{xy}(B) \{ (d\rho_{xy}/dB)|_{B=B_c} \}$, как это было показано ранее при тщательном анализе методов обработки данных (см., например, [57]).



Рисунок 3.5 – Температурная зависимость производной холловской компоненты магнитосопротивления по магнитному полю $(d\rho_{xy}/dB)|_{B=Bc}$ для перехода 1 \rightarrow 2 в двойной логарифмической шкале: (1) и (3) - данные из [53], (2) – результаты, полученные в данном исследовании, и (4) – аппроксимация всех данных в температурном интервале T = 0.6-20 К.

3.3 Обсуждение результатов в рамках концепции скейлинга

Переход плато-плато (между соседними квантово-холловскими жидкостями через промежуточную металлическую фазу) рассматривался как электронный квантовый фазовый переход локализация-делокализация-локализация уже в первых работах по интерпретации КЭХ, и такой подход широко используется в настоящее время (смотри, например, обзоры [43], [48], [49], [50], [51], [52], [53], [54], [55], [56], [57], [58], [39], [59]). В целом, режим КЭХ может рассматриваться как последовательность квантовых фазовых переходов диэлектрик-металлдиэлектрик, по мере сканирования уровнем Ферми плотности состояний неупорядоченный 2D системы в квантующем магнитном поле. Мы анализируем данные магнитополевой и температурной зависимостей проводимости в области перехода плато-плато $1 \rightarrow 2$ в рамках теории скейлинга для квантового фазового перехода [43], [60], [61]. Концепция скейлинга основана на предположении расходимости по степенному закону длины локализации ξ (*E*), когда энергия электрона *E* приближается к критической энергии $E = E_c$ фазового перехода в центре уширенного уровня Ландау,

$$\xi(E) \sim |E - E_c|^{-\gamma}$$
 или $\xi(\nu) \sim |\nu - \nu_c|^{-\gamma}$, (3.3)

где ү - критический индекс длины локализации.

Численные расчеты для короткодействующего случайного примесного потенциала в различных теоретических моделях дают $\gamma = 2.35 \pm 0.03$ (смотри обзор [1] и подробную таблицу в обзорах [58], [39]).

Область делокализованных состояний в центре уровня Ландау соответствует области энергетического спектра, в которой длина локализации $\xi(E)$ возрастает до значения некой характеристической длины L (*размера образца*): $\xi(E) > L$; тогда как при $\xi(E) < L$ электронные состояния остаются локализованными. При конечной температуре ширина полосы делокализованных состояний, v₀, определяется из условия $\xi(E) \approx L_{\varphi}$, где длина фазовой когерентности $L_{\varphi} \sim T^{\rho/2}$, а экспонента *p* зависит от механизма неупругого рассеяния. Таким образом, в рамках концепции скейлинга [43], [60], [61] ширина v₀ перехода между соседними плато КЭХ, как и ширина соответствующего пика в магнитополевой зависимости $\rho_{xx}(B)$, должны стремиться к нулю по степенному закону $v_0 \sim T^{\kappa}$, где $\kappa = p/2\gamma$.

Критический индекс впервые экспериментально был определен в классической работе [44] для систем InGaAs/InP ($\kappa = 0.42 \pm 0.04$), что находится в отличном соответствии с выводами новых уникальных исследований систем Al_xGa_{1-x}As/Al_{0.33}Ga_{0.67}As в области сплавного рассеяния ($\kappa = 0.42 \pm 0.01$) [48] и с результатами последних исследований первого и второго уровней Ландау (электронных и дырочных) в монослойном графене [51], [52]. Хотя значение параметра к в настоящее время является предметом обсуждения, существует консенсус, что $\kappa = 0.42$ действительно описывает переходы в режиме КЭХ для систем с короткодействующим примесным потенциалом [62], [63].

Наблюдаемая величина параметра $\kappa = 0.42$ совместима с численным значением критического индекса $\gamma \approx 2.3$ при значении ферми-жидкостной экспоненты p = 2 для короткодействующего потенциала рассеяния, как предполагается, например, в работах Вея и др. [44], а также Ли и др. [48].

В исследованном нами образце температурное поведение ширины перехода определяется степенной (скейлинговой) зависимостью $v_0 \sim T^{\kappa}$ с коэффициентом $\kappa = 0.54 \pm 0.01$. Это значение не соответствует классическому результату $\kappa \approx 0.42$ для короткодействующего рассеивающего потенциала, однако оно соответствует экспериментальным результатам для систем с крупномасштабным примесным потенциалом. Например, детальные исследования фазового перехода плато-изолятор КЭХ для гетероструктур на основе квантовых ям InGaAs/InP и InGaAs/GaAs в серии работ Пруискена и де Виссера с соавторами (см. [45] и ссылки там) выявили универсальное скейлинговое поведение ширины перехода со средним критическим показателем $\kappa = 0.56 \pm 0.02$.

В [47] была исследована температурная зависимость ширины Δv перехода 1 \rightarrow 2 платоплато КЭХ в легированных гетероструктурах GaAs/AlGaAs. Для трёх исследованных гетероструктур скейлинговые зависимости $\Delta v \propto T^{\kappa}$ не соответствуют универсальному значению $\kappa \approx 0.42$: наблюдались значения $\kappa = 0.66 \pm 0.02$, $\kappa = 0.60 \pm 0.02$ и $\kappa = 0.62 \pm 0.03$ при температурах до T = 60 мК.

Зависимость коэффициента к от x для гетероструктур Al_xGa_{1-x}As/Al_{0.33}Ga_{0.67}As, тщательно исследованная Ли и соавт. [48] в широком диапазоне концентраций Al, показана на вставке Рисунке 3.4. В зависимости от значения x в [48] были выделены три режима. Для образцов в первом режиме (x < 0.65%), где концентрация нейтральных примесей замещения очень мала, основным становится потенциал рассеяния на удалённых ионизированных примесях. Экранирование 2D электронами приводит к тому, что флуктуации кулоновского потенциала становятся медленно меняющимися с большой длиной корреляции (крупномасштабный потенциал). В этом режиме κ достигает величины 0.56-0.58.

Для второго режима (0.65% < x < 1.6%) вероятность сплавного рассеяния становятся значительно выше, чем вероятность рассеяния на ионизованных примесях. В этом режиме рассеяние на мелкомасштабных флуктуациях сплавного потенциала (короткодействующий потенциал) является доминирующим; транспорт имеет квантовую природу, и $\kappa = 0.42$ для всех образцов.

Наконец, при x > 1.6% система переходит в третий режим, где к снова возрастает до 0.57-0.59. В третьем режиме появляются кластеры Al, что приводит к изменению характера беспорядка в системе (макроскопические неоднородности), тем самым нарушая универсальный скейлинг. В [48] предполагается, что процессы квантового туннелирования (для короткодействующего примесного потенциала) сменяются процессами классического протекания (для крупномасштабного потенциала) с увеличением масштаба беспорядка.

В исследуемой нами системе основным источником рассеяния являются удаленные заряженные примеси In, отделенные спейсерами от 2D слоя, поэтому вполне вероятно, что мы действительно имеем дело с крупномасштабным примесным потенциалом.

3.4 Расходимость длины локализации в области перехода плато – плато КЭХ

В отличие от короткодействующего потенциала рассеяния в образцах InGaAs/InP [38], классическая и наиболее изученная гетероструктура AlGaAs/GaAs имеет дальнодействующее кулоновское рассеяние на удаленных (спейсером) ионизированных примесях, что приводит к неуниверсальности температурного показателя κ (см. как ранние [46], [64], [65], [66], так и недавние [47], [67], [68], [69], [70] работы).

В гетероструктурах GaAs/AlGaAs, модуляционно допированных, регулярно наблюдаются значения $\kappa > 0,42$, например: $\kappa = 0,54$ для спин-расщепленных уровней Ландау [65]; $\kappa = 0,62$ для перехода 3 \rightarrow 4, измеренного по уширению пика проводимости с увеличением как температуры, так и тока в [66]; $\kappa = (0.60 \div 0.66)$ для трех исследованных гетероструктур для перехода 1 \rightarrow 2 до T = 60 мК в [47]; $\kappa \approx 0,69$ для высококачественного GaAs, хорошо ограниченного с каждой стороны нелегированными и δ -легированными слоями Si Al_{0,35}Ga_{0,65}As в [67]; $\kappa \approx 0,75$ для переходов локализация-делокализация в области смешения уровней Ландау при нескольких факторах заполнения (от 5 до 11) для двухподзонных образцов в [68]; $\kappa = (0,54 \div 0,67)$ для нескольких гетероструктур с различной подвижностью, плотности носителей и ширины спейсерного слоя в [69]; $\kappa \approx 0,52$ для трех переходов платоплато (ППТ) КЭХ (2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4 и 4 \rightarrow 5) для системы GaAs/AlGaAs, легированной углеродом р-типа, в недавней работе [70].

Тот факт, что медленно меняющийся потенциал оказался основным типом беспорядка в стандартной гетероструктуре AlGaAs/GaAs, исторически привел к полуклассическим представлениям (перколяционной картине) делокализации вблизи центра уровня Ландау. Идеи, связывающие локализацию с классической перколяцией в контексте целочисленного квантового эффекта Холла, интенсивно развивались рядом авторов (исчерпывающую информацию см. в статье Прейнджа в [71]).

Модель перколяции для КЭХ, дополненная квантовыми эффектами [72] (см. четкое изложение аргументов в ряде обзоров [58], [39], [73], [74]), обеспечивает физическую основу сетевой модели Чалкера-Коддингтона [75] - общая модель, которая, как предполагается, описывает универсальные квантово-механические свойства невзаимодействующих электронов в двух измерениях в присутствии случайного потенциала, подверженного сильному перпендикулярному магнитному полю. Обзор модели случайной сети, построенной Чалкером и Коддингтоном, и ее обобщения можно найти в [58], [39].

В основополагающей статье о перколяции и квантовом туннелировании в целочисленном квантовом эффекте Холла [75] была представлена сетевая модель локализации

в режиме КЭХ, которая позволила численно смоделировать систему, в которой потенциал беспорядка медленно изменяется на масштабе магнитной длины. Используя упрощающие особенности медленно меняющегося потенциала, в модель были включены квантовое туннелирование и эффекты интерференции.

Оказалось, что сетевая модель содержит особенности, необходимые для качественного понимания целочисленного квантового эффекта Холла: локализованные состояния в хвостах уровней Ландау и расходящиеся состояния в центре уровней, существующие только при одной энергии. В этом смысле, классическая картина остается актуальной при введении квантового туннелирования.

Однако существуют количественные различия. В классической картине, как было показано ранее [76], [77], длина локализации расходится с показателем $\gamma = 4/3$. Для сетевой модели [75] значение $\gamma = 2,5 \pm 0,5$ было найдено в оценках разумного согласования для быстро меняющегося потенциала.

Современные теоретические сетевые модели для крупномасштабного примесного потенциала с квантовым туннелированием дают численное значение критического индекса $\gamma \approx 2.33$ в непосредственной близости от критической энергии $E = E_c$ ($v = v_c$) (см. [43], [58], [39] и ссылки в нем) в соответствии с выводами [75]. С другой стороны, вдали от критической энергии зависимость ξ от $E = E_c$ (от $v = v_c$) определяется моделью классической перколяции с $\gamma = 4/3$ (см. Таблицу 1 и Рисунок 3.6).

В Таблице 1 кратко представлены результаты теоретических модельных расчетов для значений критического индекса длины локализации γ. Обозначения: γ_p – значение γ в моделях классической перколяции (протекания) [76], [77]; γ_q - значение γ в рамках моделей с учетом квантового туннелирования [43], [58], [39], [72], [75].

Таблица 1 – Теоретические значения критического индекса *у* для разного типа беспорядка.

Потенциал	Модель	Критический индекс	Ссылки
Крупномасштабный	Классическая	$\gamma_p = 4/3$	Trugman [76], DH.
	перколяция		Lee et al. [77]
Крупномасштабный		$\gamma_q = 7/3$	Mil'nikov, Sokolov
	Квантовое		[72]
	туннелирование	$\gamma_q = 2.5 \pm 0.5$	Chalker, Coddington
			[75]

Короткодействующий	Квантовое туннелирование	$\gamma_q = 2.35 \pm 0.03$	Huckestein [43], Kramer et al. [58], [39], и ссылки там
--------------------	-----------------------------	----------------------------	---

На Рисунке 3.6 представлена схематическая картина расходимости длины локализации: $\xi(v) \sim |v - v_c|^{-\gamma}$ (3.4)

в критической области перехода плато–плато КЭХ (*ν* → *v_c*) для короткодействующего (вставка) и крупномасштабного примесного потенциала [78], [79].

Сплошные линии на Рисунке 3.6: зависимость (4) с $\gamma = \gamma_p = 4/3$ в областях классической перколяции (синие линии) и с $\gamma = \gamma_q$ в областях квантово-туннельных процессов (красные линии). Здесь $\gamma_q = 7/3$ в модифицированной модели перколяции [72] и $\gamma_q \approx 2.3$ в рамках современной сетевой модели [43], [58], [39].

Штриховые и пунктирные линии на Рисунке 3.6 показывают промежуточную область уравнения (3.4) с 4/3 <ү <7/3 (или 2.3), которая находится в промежуточном пространстве перехода от классической перколяции к квантовому туннелированию, как указано у Ли и др. [48].

Напомним, что в рамках концепции скейлинга [43] ширина v_0 перехода между соседними плато КЭХ, как и ширина соответствующего пика в магнитополевой зависимости $\rho_{xx}(B)$, должны стремиться к нулю по степенному закону $v_0 \sim T^{\kappa}$, где экспериментально наблюдаемая величина, показатель степени к, определяется выражением $\kappa = p/2\gamma$. Полагая параметр рассеяния p = 2, имеем соотношение:

$$4/3 \le \gamma \le 7/3 \ (2.3) \implies 0.42 \le \kappa \le 0.7$$
 (3.5)



Рисунок 3.6 – Зависимости длины локализации от фактора заполнения v в рамках современной теоретической концепции крупномасштабного примесного потенциала в режиме КЭХ. На вставке: зависимости $\xi(v)$ для короткодействующего примесного потенциала, теоретический критический индекс длины локализации $\gamma \approx 2,3$ для - $|v - v_c| \le 0$. (по [78], [79]).

Предполагается, что полученное значение критического индекса для ширины полосы делокализованных состояний $\kappa = 0.54 \div 0,01$, а также ряд результатов с $\kappa = (0.5 \div 0.75)$ для систем с крупномасштабными примесными потенциалами [47], [67], [68], [69], [70], обусловлены ситуацией, схематично представленной на Рисунке 3.6: линия $L_{\phi}(v) = const$ пересекает кривые $\xi(v)$ как раз в промежуточной области значений γ . Такая ситуация, вполне возможно, типична для гетероструктур GaAs/AlGaAs с модуляционным легированием [47], [67], [68], [69], [70], приводя к «неуниверсальным» значениям параметра κ в интервале (0,5 ÷ 0,7).

Для гетероструктуры на основе HgTe с инвертированным зонным спектром ($d_W = 21$ нм, $n = 1.5 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$) масштабный режим в КЭХ исследовался ранее Ольшанецким и др. в [53], а для перехода плато-плато $1 \rightarrow 2$ меньшее значение $\kappa = 0,49$ было получено при гелиевых температурах ($0,3 \div 3,0$) К.

С другой стороны, в недавнем исследовании квантовой ямы HgTe с $d_W = 5,9$ нм, что ниже критической толщины d_c , при высокой концентрации носителей ($n = 4,6 \times 10^{15}$ м⁻²) Хоури

и др. [80] наблюдали квантово-холловскую проводимость до 60 К. Из скейлингового поведения, реализованного для переходов плато-плато в широком диапазоне температур (0,3 \div 30) К, они нашли коэффициент $\kappa = 0.45 \pm 0.04$ для перехода $\nu = 2 \rightarrow 1$ и $\kappa = 0.40 \pm 0.02$ для перехода $\nu = 3 \rightarrow 2$, что отлично согласуется с универсальной теорией скейлинга для систем, описываемых рассеянием на короткие расстояния (см., например, [43]).

Высокая концентрация носителей, достигнутая в [80] путем приложения напряжения на затворе для продвижения энергии Ферми глубоко в зону проводимости, по-видимому, способствует эффективному экранированию крупномасштабных флуктуаций потенциала, а также любых неоднородностей.

3.5 Выводы к главе 3

Проведены исследования зависимостей продольного (ρ_{xx}) и холловского (ρ_{xy}) сопротивлений от магнитного поля в режиме КЭХ для одиночной широкой (20.3 нм) квантовой ямы (КЯ) HgTe, где процессы переноса полностью определяются вкладом высокоподвижных электронов зоны проводимости.

Степенная зависимость ширины перехода от температуры (реальный скейлинг), $v_0(T) \sim T^{\kappa}$, наблюдается для перехода плато-плато $1 \rightarrow 2$ ($v_c = 1.5$) в широком интервале температур T = 2.9 - 30 К; в этом случае критический индекс $\kappa = 0.54 \pm 0.01$. Это значение находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными для высокоподвижных 2D структур на основе GaAs с крупномасштабными флуктуациями примесного потенциала.

Для исследованной структуры на основе HgTe, интервал простирается до $T \approx 30$ К вследствие больших циклотронного и спинового расщеплений уровней Ландау, из-за чрезвычайно малой эффективной массы и большого *g*-фактора.

Широкий температурный интервал *T* = 3 – 50 К, применённый в настоящей работе, создает более благоприятные условия для наблюдения реальных скейлинговых закономерностей, чем в предшествующих исследованиях.

Результаты, представленные в данной главе диссертации, были опубликованы в работе 1 списка публикаций по теме диссертации.

4 Квантовый магнитотранспорт в двойных квантовых ямах HgTe/CdHgTe с инвертированной зонной структурой

4.1 Введение

Здесь представлено первое экспериментальное исследование системы двойной квантовой ямы (ДКЯ), состоящей из 2D-слоев с инвертированным энергетическим зонным спектром: HgTe. Пространственно квантованный энергетический спектр ямы HgTe шире $d_w = d_{cr} \approx 6.3$ нм очень специфичен из-за своего инверсионного характера [8]. В этом случае подзона проводимости и валентная подзона близки по энергии из-за их квазивырожденности, и для dw > ~8.3 нм обе построены из волновых функций Г8-симметрии в отличие от традиционных полупроводниковых структур с энергетической щелью, образованной сверху подзоной проводимости Г6.

Более того, подзона проводимости может перекрываться здесь с боковыми максимумами валентной подзоны [5], что приводит к образованию полуметалла с сосуществующими электронами и дырками. Перекрытие происходит в относительно широкой квантовой яме (КЯ) HgTe в зависимости от характеристик гетероструктуры, из которых, вероятно, основной является напряжение кристаллической решетки [6], [81].

В таком полуметалле проявляются новые разнообразные физические эффекты. Картина магнитных (Ландау) уровней в этом полуметалле очень сложна, так как состоит из двух перекрывающихся веерных диаграмм, противоположно направленных по энергии. Мы представляем наши исследования метода изменения и регулирования перекрытия подзон in situ с использованием системы двух относительно широких квазидвумерных слоев HgTe, разделенных тонким барьером CdHgTe, то есть в двойной квантовой яме HgTe с инвертированным энергетическим спектром.

Приложение напряжения затвора V_g вызывает сдвиг всей картины энергетического спектра в верхнем слое HgTe (который находится ближе к затвору) по сравнению с аналогичным энергетическим спектром нижнего слоя HgTe, поскольку свободные заряды верхнего слоя экранируют нижний слой, так что его энергия практически нечувствительна к V_g [82].

Это приводит к изменению перекрытия между подзоной проводимости (с) в одном слое и валентной подзоной валентности (v) в другом.

4.2 Экспериментальные результаты и их обсуждение

Образцы были выращены на (013)-ориентированной подложке GaAs с активной зоной, состоящей из двух слоёв HgTe шириной 20 нм каждый, разделённых барьером Cd_{0.65}Hg_{0.35}Te шириной 6 и 10 нм. ДКЯ симметрично легирована In в наружных барьерах на расстоянии 10 нм от внешних границ. Легирование этих структур привело к уменьшению концентрации дырок, но проводимость остается *p*-типа. Здесь приведены результаты для двух образцов из двух групп, отличающихся, в основном, концентрацией дырок р. Первый (образец 1) имеющий умеренную величину $p = 6.5 \times 10^{15}$ м⁻² при $V_g = 0$ и другой (образец 2) с большим p вследствие большего количества вакансий Hg: $p \approx 10^{16} \, \text{m}^{-2}$. Образцы имеют форму двойного холловского мостика и покрыты затвором на изолирующем слое кремния, как в [83]. Результаты исследования ДКЯ сравниваются с результатами для одиночной КЯ выращенной с идентичными параметрами в таком же технологическом цикле (ширина 20 нм, симметричное легирование), но с более широкими легирующими слоями, поэтому она имела *n*-тип проводимости даже без приложения напряжения затвора. Продольное и холловское магнетосопротивления (MC), $\rho_{xx}(B)$ и $\rho_{xy}(B)^1$, были измерены одновременно с помощью техники реверсивного постоянного тока используя улучшенную версию оригинальной экспериментальной установки [84] при постоянном токе 0.25 – 2 мкА в магнитных полях до 31 Тл и температуре 0.31 К при фиксированном V_g или при сканировании по V_g (Рисунки 4.1 и 4.2). В последнем случае, непрерывная последовательность треугольных или пилообразных импульсов подавалась на затвор с амплитудами, соответствующими заранее установленному интервалу V_g с периодом на порядок больше, чем время измерения при достаточно медленной развертке по полю. На основании этих данных, ρ_{xv} (*B*, *V*_g) и $\rho_{xx}(B, V_g)$ были построены как непрерывные функции двух переменных [смотри Рисунки 4.2(c) и 4.2(d)].

4.2.1 Зависимости продольного и холловского сопротивления от магнитного поля при изменении напряжения на затворе

Кривые $\rho_{xy}(B)$ и $\rho_{xx}(B)$ в слабых полях для отрицательных и малых положительных напряжениях на затворе –3 В $\leq V_g \leq$ +1 В имеют вид классической модели двух типов свободных носителей при малой концентрации высокоподвижных электронов и большой концентрации дырок с низкой подвижностью, т.е. N-образная зависимость $\rho_{xy}(B)$ и соответствующая параболическая $\rho_{xx}(B)$ (Рисунки 4.1 и 4.2), как впервые было обнаружено в [6] для этих гетеросистем. Осцилляции МС накладываются на этот классический фон.



Рисунок 4.1 – (а) Холловское $\rho_{xy}(B)$ и продольное $\rho_{xx}(B)$ магнитосопротивления ДКЯ образца 1 при напряжении на затворе V_g = (-3 — +4.5) В. Цвета значений V_g соответствуют цветам кривых, и эта цветовая схема сохраняется для всех рисунков (а), (b), (c) и (d).

В этом интервале $V_g \rho_{xy}(B)$ положительно и достигает плато КЭХ при h/e^2 для дырочной компоненты проводимости в сильных полях с одновременным уменьшением $\rho_{xx}(B)$ до нуля. Также, в окрестностях $\rho_{xy}(B) = h/2e^2$ существует особенность, представляющая искаженное состояние КЭХ i = +2 для дырок. Наблюдается резкое отличие в поведении $\rho_{xy}(B)$ в режиме КЭХ для отрицательных и малых положительных V_g , с одной стороны, и для больших $V_g - c$ другой.

Особенности КЭХ в дырочной компоненте проводимости сдвигаются по полю линейно с V_g в первом случае, как и должно быть для обычной картины магнитных уровней и постоянной ёмкости между затвором и двумерной проводящей системой. Для демонстрации этой линейной зависимости, проведена пунктирная линия через середину i = +1 плато КЭХ для образца 2 на Рисунке 2(с). Также, такой линейный сдвиг наблюдается для перехода платоплато i = +1 к i = +2 в $\rho_{xy}(B)$ для обоих образцов на Рисунках 4.1(а) и 4.2(а).

57



Рисунок 4.2 – (а), (с) Холловское $\rho_{xy}(B)$ и (b), (d) продольное $\rho_{xx}(B)$ магнитосопротивления ДКЯ образца 2. Рисунки (а) и (b) для серий фиксированных значений $V_g = -3 - +3$ B, а (c) и (d) получены непрерывным сканированием по V_g и B и представлены в виде цветовой карты. Наклонная пунктирная линия на (c) отмечает середину плато KЭХ i =+1, как линейный сдвиг поля B с изменением V_g .

Но при дальнейшем увеличении V_g наблюдается более сложное поведение. Вместо дальнейшего сужения масштаба по полю, как ожидалось в простом случае при уменьшении p, мы видим, что указанный переход плато-плато останавливает движение к более слабым полям при 15 Т, затем $\rho_{xy}(B)$ постепенно опускается до отрицательных значений, проходя через состояния, где несколько раз меняет знак (Рисунок 4.1). Одновременно минимум $\rho_{xx}(B)$ в сильных полях поднимается вверх от нуля. Это поведение отличается от наблюдаемого в одиночной КЯ, где переход от положительного к отрицательному $\rho_{xy}(B)$ при почти неискаженной форме КЭХ происходит довольно резко (смотри, например, [85] для узкой КЯ и [16] для ямы шириной 20 нм).

Анализ данных по квантовому магнитотранспорту в двойной квантовой яме HgTe/CdHgTe/HgTe свидетельствует о том, что исследуемая система является полуметаллом с существенным перекрытием состояний валентной зоны (дырок) и состояний зоны

проводимости (электронов), которое можно (до некоторой степени) регулировать с помощью приложенного к затвору напряжения V_g.

4.2.2 Модель суперпозиции электронных и дырочных уровней Ландау

Описанное поведение может быть объяснено в рамках упрощённой схемы наложения чисто электронного и чисто дырочного вееров уровней Ландау (Рисунок 4.3). Здесь, при достаточно большом p (в нашем случае соответствует отрицательным V_g) E_F находится достаточно глубоко в валентной зоне, вышележащие электронные уровни пусты, как будто они вовсе отсутствуют, и мы имеем только обычный веер заселённых дырочных магнитных уровней. В этом случае особенности КЭХ будут двигаться линейно с увеличением V_g и, следовательно, с увеличением p.



Рисунок 4.3 – Расчёт эволюции уровня Ферми в модели пересечения вееров абстрактных дырочных и электронных магнитных уровней с уменьшением плотности дырок (*p* - *n*) (сплошные линии) по сравнению с соответствующими случаями без электронных

уровней: n = 0 (пунктирные линии). Плотности, указанные на Рисунке, даны в 10^{15} м⁻². Предполагается лоренцевская форма плотности состояний на уровне Ландау с шириной $\Gamma = 0.5$ мэВ. Вставка: заполнение электронного и дырочного уровней свободными электронами и дырками, соответственно. Стрелка показывает переход электронов из нижней части дырочного уровня на электронный уровень, по мере того как дырочный уровень движется вверх по отношению к электронному с уменьшением поля.

Мы моделировали конечную ширину уровней Ландау Г, вводя лоренцовскую форму плотности состояний. Использование гауссовой или полуэллиптической формы для Г не имеет серьёзного влияния на результат. Особенности КЭХ на этой картине соответствуют интервалу полей, где уровень Ферми находится в щели между уровнями Ландау на достаточном удалении от обоих соседних уровней.

Представление конечной ширины уровней позволяет отобразить особенности КЭХ (в частности, получить плато конечных размеров), но главное, что эти расчёты позволяют автоматически представлять поведение E_F в области суперпозиции электронных и дырочных уровней. На картине перекрытия дырочных и электронных уровней, дырочный уровень заполнен свободными дырками выше E_F одновременно со свободными электронами, занимающими электронный уровень ниже E_F (Рисунок 4.3, вставка).

Когда, с уменьшением p, E_F достигает электронного уровня и этот уровень начинает заполняться свободными электронами, соответствующая особенность КЭХ (переход плато – плато) перестаёт двигаться в более низкие поля. Для более ясного отображения такого поведения рассчитанная кривая E_F для полного набора уровней (сплошные линии на Рисунок 4.3) была сравнена с E_F , рассчитанным для случая без электронных уровней: n = 0, точечные линии. Видно, что заселение электронных уровней значительно меняет положение точки перехода между состояниями i = 1 и 2, а следовательно, и расположение особенностей КЭХ вблизи от точки пересечения электронного и дырочного уровней.

Когда E_F , двигаясь вдоль дырочного уровня с уменьшением поля, достигает пересечения с электронным уровнем, часть электронов, занимающих дырочный уровень ниже E_F , начинает переходить на электронный уровень (Рисунок 4.3, вставка), так что появляются электроны и их концентрация *n* растёт. Именно поэтому, при фиксированной разности p - n, pрастёт, и соответствующая особенность КЭХ в наборе дырочных уровней появляется в более высоких полях, чем без электронного уровня. Этот процесс препятствует дальнейшему сдвигу особенностей КЭХ с увеличением V_g в низкие поля. Таким образом, экспериментальное поле, где особенности КЭХ прекращают движение с V_g , указывает на примерное положение точки пересечения уровней. Ещё одно важное следствие перехода E_F на электронный уровень состоит в увеличении вклада электронных состояний в магнитотранспорт, что будет проявляться в стремлении $\rho_{xy}(B)$ к отрицательным значениям.

Возвратное знакопеременное поведение $\rho_{xy}(B)$ было обнаружено в одиночной КЯ HgTe в [83] в гораздо более низких полях (несколько Тесла), где величина перекрытия зон была порядка 1 мэВ. Более высокие поля смены знака $\rho_{xy}(B)$ в наших ДКЯ структурах указывает на сильное перекрытие и более высокие характеристические поля для пересечения дырочного и электронного уровней.

Для больших положительных V_g , в образце 1 $\rho_{xy}(B)$ становится полностью отрицательным и обнаруживает ряд плато КЭХ в промежуточных полях из-за электронной составляющей проводимости. Однако, кривая $\rho_{xy}(B)$ поворачивает обратно к нулю в более высоких полях [Рисунки 4.1(a) и 4.1(c)] достигая плато-подобного состояния вблизи нуля.

Чтобы подчеркнуть это аномальное поведение $\rho_{xy}(B)$ в отличие от традиционного КЭХ, на Рисунки 4.1(а) и 4.1(с) добавлен график для одиночной КЯ НgTe *n*-типа (без затвора). Одновременно с падением $\rho_{xy}(B)$ в ДКЯ, наблюдается резкий рост $\rho_{xx}(B)$, а не падение как в обычном КЭХ. Это квазинулевое плато $\rho_{xy}(B)$ хорошо воспроизводится в проводимости (Рисунок 4.4) и может означать состояние с нулевым фактором заполнения [16].

Мы не видим электронного КЭХ и его дальнейшего развития в образце 2, из-за меньшей величины достижимого положительного напряжения ($V_g = +3$ B), вследствие менее надёжного изолятора под затвором. Тем не менее, обратная смена знака $\rho_{xy}(B)$ в сочетании с резким ростом $\rho_{xx}(B)$ хорошо видны на Рисунке 4.2 в максимальных полях и при максимальном положительном V_g .

В интервале самых больших V_g , когда значителен электронный вклад в $\rho_{xy}(B)$, удивительным является то, что наклон этой кривой в слабых полях не меняется с V_g , вопреки данным для одиночных КЯ [85], [17], где увеличение плотности свободного заряда с V_g проявляется в монотонном уменьшении её наклона, т.е. в монотонном снижении холловского напряжения.



Рисунок 4.4 – МС и проводимость образца 1 для $V_g = +3.5$ В. Обратите внимание на падение $\sigma_{xy}(B)$ к нулю в сильных полях с соответствующим минимумом $\sigma_{xx}(B)$.

Расчёт положения уровня Ферми в простой модели пересечения вееров дырочных и электронных уровней Ландау позволяет качественно описать эволюцию наблюдаемой картины КЭХ в двойной квантовой яме HgTe/CdHgTe/ HgTe при изменении напряжения на затворе.

4.3 Разделение вкладов в проводимость электронов и дырок во всем интервале изменения V_g

4.3.1 Классическое рассмотрение

Для оценки параметров свободных носителей заряда в наших структурах, мы сначала используем простую классическую модель для магнитотранспорта с двумя типами носителей (смотри [86]), электроны с концентрацией n и подвижностью μ_e и дырки с концентрацией p и подвижностью μ_h :

$$\rho_{xx} = \frac{B}{|e|} \frac{(p-n)\mu_h^2 \mu_e^2 B^2 + (p\mu_h^2 - n\mu_e^2)}{(p-n)^2 \mu_h^2 \mu_e^2 B^2 + (p\mu_h + n\mu_e)^2},\tag{4.1}$$

$$\rho_{xy} = \frac{1}{|e|} \frac{(p\mu_e + n\mu_h)\mu_h\mu_e B^2 + (p\mu_h + n\mu_e)}{(p-n)^2 \mu_h^2 \mu_e^2 B^2 + (p\mu_h + n\mu_e)^2},\tag{4.2}$$

Для извлечения этих четырёх параметров, были использованы следующие экспериментальные особенности $\rho_{xy}(B)$ и $\rho_{xx}(B)$: (1) сопротивление в нулевом поле ρ_0 ; (2) наклон холловского сопротивления в больших полях $R_{H^{\infty}}$, где он достигает значения 1/e(p - n)в классической модели; (3) наклон холловского сопротивления вблизи нуля $R_{H^{0}}$; и (4) значения поля при первой инверсии B_0 . Таким образом получаем систему из четырёх уравнений с четырьмя неизвестными:

$$p - n = \frac{1}{eR_H^{\infty'}} \tag{4.3}$$

$$n\mu_e + p\mu_h = \frac{1}{e\rho_0},$$
(4.4)

$$\mu_e \mu_h = \frac{\sqrt{-R_H^0 R_H^\infty}}{\rho_0 B_0},\tag{4.5}$$

$$n\mu_e^2 - p\mu_h^2 = -\frac{R_H^0}{e\rho_0^2},\tag{4.6}$$

которая решалась численно.

Классическое описание должно быть корректным в слабых полях, тогда как отклонения от него в высоких полях могут быть вызваны неучтённым усложнением вследствие квантования. Такая подгонка действительно работает в наших образцах при отрицательных V_g . Таким образом, для образца 1 подгонка в слабых полях отлично подходит для $V_g = -3$ В (Рисунок 4.5), при $n = 1.89 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$, $\mu_e = 3.8 \text{ м}^2/\text{B·c}$, $p = 8.87 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$, $\mu_h = 0.66 \text{ M}^2/\text{B·c}$, а в более высоких полях осцилляции Шубникова-де Гааза (ОШГ) накладываются на классическую горизонтальную линию для $\rho_{xx}(B)$, и проявляется отклонение от наклонной прямой для $\rho_{xy}(B)$ при значении холловского сопротивления $\rho_{xy} = h/2e^2$. Эта подгонка выглядит надёжной до V_g = 0 [Рисунок 6(а)], где получены значения $n = 1.53 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$, $\mu_e = 4.42 \text{ м}^2/\text{B·c}$, $p = 6.48 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $\mu_h = 0.47 \text{ м}^2/\text{B}\cdot\text{c}$. Как видно из этих и последующих оценок, изменения MC с увеличением V_g связаны в основном с падением концентрации дырок, в то время как изменение *n* является незначительным в пределах $n = (1.5-2) \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$ для всех отрицательных и положительных значений Vg. Слабая зависимость концентрации электронов от Vg хорошо видна для больших $V_g > \sim 3.5$ В, где слабополевая часть $\rho_{xy}(B)$ демонстрирует монотонное линейное поведение, обусловленное только одним типом носителей, только электронов: $\rho_{xy} = B/en$, и наклон этой зависимости почти не зависит от V_g (Рисунок 4.1).



Рисунок 4.5 – Магнитосопротивление (цветные линии) и его подгонка по двум типам носителей (пунктир) в образце 1 для $V_g = 3$ B, с увеличением на вставке.

С дальнейшим увеличением V_g , появляются некоторые несоответствия. Первым звоночком является сдвиг вниз фундаментальных значений КЭХ $\rho_{xy} = h/ie^2$, сначала для искажённой особенности при i = 2 для $V_g \ge +1.5$ В [Рисунок 4.6(a) и 4.6(b)], затем для плато с i = 1 для $V_g = +2.5$ В [Рисунок 4.6(c) и 4.6(d)]. Развитие этой тенденции ведёт к появлению дополнительных точек инверсии $\rho_{xy}(B)$: Рисунок 4.6(c) для $V_g = 2$ В и, при дальнейшем снижении $\rho_{xy}(B)$, для $V_g = +2.5$ В [Рисунок 4.6(d)] и $V_g = +3$ В (Рисунок 4.1). Природа этих точек инверсии, очевидно, отличается от обсуждённых выше, так что пользоваться ими как подгоночными точками становится проблематично. Ещё одна характеристическая особенность, использованная при подгонке, т. е. линейный наклон $\rho_{xy}(B)$ в высоких классических полях, исчезает при большом V_g . Т. о. описание классической моделью двух носителей становится проблематичным в этом интервале V_g . Происхождение этих изменений может быть связано с добавкой дополнительных электронных состояний к состояниям дырочных магнитных уровней (в духе упрощенных рассуждений, анализируемых на Рисунке 4.3). Предположение, объясняющее это сложное поведение в терминах классической теории, состоит в проявлении дополнительного типа частиц с низкой подвижностью. Их природа может быть связана со сложной структурой верха валентной подзоны, где существует электроноподобная кривизна $E(k_{\parallel})$ в некотором интервале значений волновых векторов между нулём и боковым максимумом. Эти частицы должны вести себя как тяжёлые электроны, т. к. кривая $E(k_{\parallel})$ здесь более пологая, нежели в проводящей подзоне. Добавление низкоподвижной электронной компоненты проводимости приведёт к модификации уравнений (4.1, 4.2) в уравнения (4.7, 4.8), полученное обращением тензора проводимости в тензор сопротивления:

$$\rho_{xy} = \frac{B}{|e|} \frac{(p - n_1 - n_2)B^4 + [p(b_1^2 - b_2^2) - n_1(b_2^2 - b_h^2) - n_2(b_1^2 + b_2^2)]B^2 + pb_1^2b_2^2 - n_1b_2^2b_h^2 - n_2b_1^2b_h^2}{(p - n_1 - n_2)^2B^4 + [(n_1b_2 + n_2b_1)^2 + c.p.1 + 2(n_1n_2b_h^2 - n_2pb_1^2 - n_1pb_2^2)]B^2 + (n_1b_2b_h + c.p.2)^2},$$
(4.7)

$$\rho_{xx} = \frac{1}{|e|} \frac{(n_1b_1 + n_2b_2 - pb_h)B^4 + [n_1b_1(b_2^2 + b_h^2) + n_2b_2(b_1^2 + b_h^2) + pb_h(b_1^2 + b_2^2)]B^2 + b_1b_2b_h(n_1b_2b_h + n_2b_1b_h + pb_1b_2)}{(p - n_1 - n_2)^2B^4 + [(n_1b_2 + n_2b_1)^2 + c.p.1 + 2(n_1n_2b_h^2 - n_2pb_1^2 - n_1pb_2^2)]B^2 + (n_1b_2b_h + c.p.2)^2}, (4.8)$$

где

$$c. p. 1 \equiv (n_2 b_h + p b_2)^2 + (n_1 b_h + p b_1)^2,$$
(4.9)

$$c. p. 2 \equiv n_2 b_1 b_h + p b_1 b_2, \tag{4.10}$$

$$b_{1,2,h} \equiv \frac{1}{\mu_{1,2,h}}.$$
(4.11)

Используя уравнения (4.7, 4.8), становится возможным получение второй инверсии $\rho_{xy}(B)$ (Рисунок 4.7) для реалистичного набора параметров $n_1 = 1 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$, $\mu_1 = 4.53 \text{ м}^2/\text{B·c}$, n_2 = 0.14×10^{15} м⁻², $\mu_2 = 0.28$ м²/В·с, $p = 1.13 \times 10^{15}$ м⁻², $\mu_h = 1.14$ м²/В·с (n_1, n_2, μ_1 , и μ_2 – плотности и подвижности двух типов электронов). Конечно, эти значения являются менее надёжными, чем в случае с одной инверсией, т. к. используется шесть подгоночных параметров, и мы пользуемся общей подгонкой по всему интервалу слабых полей. Этот подход является скорее иллюстрацией возможности проявления тяжёлых электронов. Следующая инверсия $\rho_{xv}(B)$ к положительным значениям на Рисунке 4.7 не может быть объяснена в модели трёх носителей заряда. Для этого необходим второй тип тяжёлых дырок с ещё большей массой, следовательно, придётся иметь дело с моделью четырёх типов носителей заряда. Необходимость добавления дополнительного типа дырок видна из того, что $\rho_{xy}(B)$ становится положительна в высоких полях, показывая, что суммарная концентрация дырок больше, чем электронов, что противоречит представленным значениям найденным из подгонки по трём типам носителей. Природа дырок второго типа может быть объяснена асимметрией боковых максимумов валентной подзоны, приводящей к различным значениям dE/dk на противоположных склонах. Некоторая асимметрия в профиле потенциала ДКЯ приведёт к тому, что в двух слоях ДКЯ в

магнитотранспорте будут участвовать разные части из верхнего сегмента валентной подзоны, т. о. обеспечивая тяжёлые электроны из одного слоя и второй тип дырок из другого. Мы не выполняли подгонку по четырём типам носителей, ввиду сложности и ненадёжности значений, ожидаемых из подгонки по восьми переменным, но качественно объяснение видится правдоподобным в рамках классического подхода.



Рисунок 4.6 – Подгонка МС по двум типам носителей образца 1 при (а) $V_g = 0$ с увеличением на вставке; (b) $V_g = +1.5$ B; (c) $V_g = +2$ B; и (d) $V_g = +2.5$ B. Обратите внимание на неточности в подгонке по двум типам носителей для больших положительных значений V_g .

Суммируя, можно заключить, что классическое описание, выраженное в подгонке зависимостей $\rho_{xy}(B)$ и $\rho_{xx}(B)$ по формулам для двух типов носителей заряда, даёт хорошее качественное соответствие с экспериментальной картиной в малых полях (до 2-3 Тл). Введение ещё одного типа носителей (тяжёлых электронов) позволяет продлить качественное описание экспериментальных кривых до 10 Тл. Введение четвёртого типа носителей (тяжёлых дырок) может объяснять наблюдаемые несоответствия, но представляется мало плодотворным.



Рисунок 4.7 – Подгонка ρ_{xy} (*B*) по трём типам носителей при $V_g = +2$ В. Указаны полученные концентрации электронов и дырок (в 10¹⁵ м⁻²) и их подвижности (в м²/В·с).

4.3.2 Фурье анализ осцилляций Шубникова - де Гааза и общая картина поведения концентраций и подвижностей свободных носителей заряда в зависимости от V_g

Неопределённость получения параметров носителей свободного заряда из классического магнитотранспорта при $V_g \ge 0$ вынудила нас искать другие способы их определения. Экспериментальные кривые $\rho_{xx}(B)$ содержат богатые картины осцилляций, пусть

и скрытые сильным немонотонным фоном [Рисунки 4.1, 4.2, 4.8(а)]. Мы извлекли осцилляции, взяв их вторую производную $-d^2\rho_{xx}/dB^2(B)$ [Рисунок 4.8(b)], что значительно усиливает частые осцилляции в слабых полях. Осцилляции демонстрируют несколько периодов в обратном магнитном поле $-d^2\rho_{xx}/dB^2(1/B)$ [Рисунок 4.8(c)], что ожидается для нескольких заселённых подзон. Чтобы сделать анализ осуществимым, учитывая слабые изначальные амплитуды и ограниченное число осцилляций, мы провели отдельные быстрые преобразования Фурье (БПФ) в областях высоких полей, где большая концентрация дырок проявляется в высокополевых осцилляциях при отрицательных V_g , и в низко-полевом окне, где осцилляции должны быть за счёт низкой концентрации электронов [Рисунки 4.8(d) и 4.8(e)]. Верхняя ось добавлена для концентрации электронов и дырок, связанной с частотой БПФ *f* при *n*, *p* = 2*f e/h* для неразрешённых спиновых расщеплений.



Рисунок 4.8 – (а) ρ_{xx} (*B*) образца 1 при различных V_g , для ясности вертикально сдвинутые от нижнего $V_g = -3$ В к верхнему $V_g = +4.5$ В; (b) их вторые производные $-d^2\rho_{xx}/dB^2$; (c) $-d^2\rho_{xx}/dB^2$ от обратного поля и (d), (e) их БФП. (d) Результаты БФП для низких полей соответствующие большим концентрациям электронов. Две пунктирные вертикали соответствуют некоторым средним положениям пиков БФП для n_1 и n_2 . (e) Результаты БФП для высоких полей, соответствующих большим концентрациям дырок. Стрелки показывают значения *p*, найденным из классической обработки по двум типам носителей.

В интервале низких частот кривые быстрого Фурье-преобразования (БФП) показывают два основных пика: один около $n_1 = 1.5 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$ и второй при $n_2 \approx 0.5 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$, как показано

двумя пунктирными вертикалями на Рисунке 4.8(d). Движения этих пиков с V_g не наблюдается. На высокочастотной картине пики БПФ обнаружены для V_g между -1 и -3 В. Один пик близок к значению, полученному из подгонки по двум типам носителей (обозначенный стрелками), если выполняются оценки для спин неразрешённого случая p = 2fe/h. Второй пик на Рисунке 4.8(e) при приблизительно удвоенной частоте должен быть связан с разрешенной по спину компоненте тех же осцилляций и дает те же значения p, если в этом случае делать оценки для расщепленных по спину осцилляций: p = f e/h. При изменении V_g к отрицательным значениям наблюдается стабильное смещение дырочных пиков БФП.

Результаты всех оценок для всех типов носителей собраны на Рисунке 4.9: для подгонки по двум типам носителей, дающей информацию о концентрациях электронов и дырок, а также их подвижностях при $V_g \leq 0$; для простой слабо-полевой классической линейной ρ_{xy} (*B*), показывающей *n* при максимальных положительных V_g ; и Фурье анализа осцилляций. Рассматривая результаты БФП для электронов и оценки для *n* по методу двух типов носителей, следует учитывать, что в последнем случае подгонка не учитывает возможность обмена электронами между двум подзонами, если они имеют схожую подвижность, в то время как с помощью БФП можно оценить разницу в их концентрациях. Т. о. сумма $n_1 + n_2$, найденная из БФП, должна сравниваться со значением *n*, найденным из подгонки по двум типам носителей. Как видно на Рисунке 4.9, точки для $n_1 + n_2$ находятся в разумном соответствии с данными из подгонки по двум типам носителей и простым классическим линейным слабо-полевым $\rho_{xy}(B)$. Общее заключение об электронах таково, что *n* практически не зависит от V_g .

У нас имеются достоверные данные о *p* только для $V_g \leq 0$ из подгонки по двум типам носителей и из анализа БФП. Однако мы можем присовокупить одну дополнительную оценку для положительных V_g . Холловское МС ρ_{xy} (*B*) в своей эволюции с увеличением V_g становится полностью отрицательным при $V_g = 3.5$ В (Рисунок 4.1). Это должно произойти, когда *n* превысит *p*. Т. о. мы можем добавить сведения о точке зарядовой нейтральности (charge neutrality point, CNP) к функции $p(V_g)$: p = n при $V_g = 3.5$ В. Пунктирная линия на Рисунке 4.9 изображает такое оценочное продление $p(V_g)$ к положительным V_g . Общее заключение о поведении концентрации дырок: *p* явно уменьшается с V_g от $p \approx 9 \times 10^{15}$ м⁻² при $V_g = -3$ В, стремясь к нулю при $V_g = +5$ В.



Рисунок 4.9 – Результаты для электронной (линии и символы красного цвета) и дырочной (зелёного цвета) концентраций (круги, треугольники, ромбы, звёздочки), а также подвижности (квадраты), найденные для образца 1 из подгонки по двум типам носителей (пустые круги для концентраций), из слабо-полевого линейного Холла (треугольники вершиной вверх) и БФП (треугольники вершиной вниз и ромбы для двух компонент электронов и закрашенные круги для их суммы, звёздочки для дырок).

Итак, в данной главе сведены вместе данные о концентрациях и подвижностях свободных носителей заряда, полученные из подгонки по формулам для двух типов носителей заряда, простой слабополевой классической линейной зависимости $\rho_{xy}(B)$ и Фурье анализа осцилляций. Из общего графика видно, что *n* практически не меняется с V_g , в то время как *p* непрерывно убывает с ростом V_g и стремится к нулю при $V_g \cong 5$ В.

4.4 Выводы к Главе 4

Проведены исследования зависимостей продольного (ρ_{xx}) и холловского (ρ_{xy}) сопротивлений от магнитного поля в режиме КЭХ в системе из двух широких (20.3 нм) КЯ HgTe (ДКЯ-1) под действием напряжения на затворе.

Во всем исследованном диапазоне положительных и отрицательных V_g было обнаружено сосуществование электронов и дырок:

1) из *N*-образного слабополевого $\rho_{xy}(B)$,

2) из Фурье-анализа осцилляций $\rho_{xx}(B)$,

3) из особенностей поведения квантового эффекта Холла.

Важным моментом является то, что в исследуемой системе удалось достигнуть сбалансированного состояния с равными концентрациями электронов и дырок (точка зарядовой нейтральности, CNP), что является примечательным свойством исследуемой системы.

Особенностью здесь является то, что найденная концентрация электронов n остается почти неизменной во всем исследуемом диапазоне V_g , в то время как концентрация дырок p падает от значения, в 6 раз превышающего n, при большом отрицательном V_g почти до нуля при большом положительном V_g , проходя через точку зарядовой нейтральности (p = n), что указывает на существенное отличие в плотности состояний электронов и дырок.

Результаты, представленные в данной главе диссертации, были опубликованы в работе 2 и 3 списка публикаций по теме диссертации.
5 Энергетический спектр и особенности квантового эффекта Холла в двойной квантовой яме HgTe/CdHgTe с широкими слоями

5.1 Введение

В этой главе мы интерпретируем наблюдаемое возвратное знакопеременное холловское сопротивление $\rho_{xy}(B)$ между электронной и дырочной проводимостью и его стремление к нулю в диапазоне полей квантового эффекта Холла на основе рассчитанного энергетического спектра и картины магнитных уровней в ДКЯ.

Указанное поведение может быть связано с:

(1) осцилляциями вершины валентной подзоны в зависимости от поля в общей картине ее магнитных уровней,

(2) уменьшенным зазором между нижним электронным и верхним дырочным магнитными уровнями, где локализованные состояния электронного и дырочного типа накладываются друг на друга,

(3) возможное образование межслойных электронно-дырочных экситонов.

Специфическая форма валентной подзоны с центральным минимумом и боковыми максимумами вызывает осциллирующее поведение вершины профиля подзоны в зависимости от квантующего магнитного поля. Эти осцилляции могут ощущаться в квантовом магнитотранспорте, если их масштаб сравним с типичными расстояниями между уровнями валентных подзон, когда связанные с этими уровнями квантовые особенности разрешаются экспериментально.

5.2 Вычисление энергетического спектра HgTe/CdHgTe ДКЯ при B=0

Энергетическая зонная структура одиночной КЯ, из которых состоит наша ДКЯ, была рассчитана в приближении огибающих функций в рамках восьмизонной *kp* теории самосогласованно с уравнением Пуассона для распределения заряда. Для расчетов мы использовали ориентацию образца [001], несмотря на направление роста наших структур [013], и надеемся, что отклонение между этими направлениями в 18° не будет существенно влиять на результаты нашего анализа, носящего преимущественно качественный характер. Результирующая зонная структура представлена на Рисунке 5.1.

В валентной зоне $E_v(k_{\parallel})$ отличается для направлений (1,0) и (1,1) в плоскости (k_x,k_y) (сплошные и пунктирные кривые на Рисунок 5.1, соответственно), так что форма изоэнергетического контура отличается от окружности. Мы пренебрегли этим фактом при оценке плотностей носителей, использовав усреднённые кривые для закона дисперсии валентной зоны (тонкие зелёные кривые на Рисунке 5.1) в дальнейшем численном анализе.



Рисунок 5.1 – Рассчитанная зонная структура одиночной КЯ с параметрами для слоёв HgTe, из которых состоит ДКЯ. Жирные сплошные линии для $(k_x,k_y) = (1,0)$, пунктирные линии для $(k_x,k_y) = (1,1)$. Тонкие сплошные зеленые кривые – для усреднённых по направлениям структур подзон. Штрихпунктирная горизонтальная линия – пример положения уровня Ферми при $n = 1 \times 10^{15}$ м⁻².

На Рисунке 5.1 для одиночной КЯ видно значительное перекрытие (около 6.5 мэВ) валентной зоны и зоны проводимости, когда деформация включается в расчёты (в то время как в отсутствие деформации перекрытия нет). Однако это перекрытие не будет чувствоваться экспериментально в одиночной КЯ при электронных плотностях $n > \sim 1 \times 10^{15}$ м⁻², поскольку уровень Ферми будет расположен выше области перекрытия. Поэтому попытки использовать

эту картину без изменений для интерпретации наших экспериментов с ДКЯ не будут успешны, так как мы имеем $n > \sim 1.5 \times 10^{15}$ м⁻².

Вычисление энергетических спектров для $HgTe/CdHgTe \ ДКЯ$ показывают, что туннельная щель между состояниями Γ_8 исчезающе мала. Поэтому энергетический спектр ДКЯ может быть получен путём простой суперпозиции картин, рассчитанных для одиночных КЯ, соединённых в ДКЯ, с относительным их сдвигом по энергии. Здесь примечательно то, что мы видим плато КЭХ i = 1 в ДКЯ даже при нулевом напряжении на затворе. Для нулевой туннельной щели состояние КЭХ i = 1 в ДКЯ при симметричном профиле потенциала невозможно. В этом случае плато КЭХ i = 1 в каждой из двух идентичных КЯ, составляющих ДКЯ, будут давать результирующее холловское сопротивление всей структуры вдвое меньше, чем для каждого из этих двух параллельно включённых слоев, таким образом, соответствуя плато с i = 2 для ДКЯ.

Другими словами, равные КЯ имели бы равные наборы магнитных уровней, и объединение этих уровней в структуре ДКЯ с симметричным профилем потенциала было бы простым удвоением всех уровней. *Таким образом, единственной возможностью для появления щелей с нечётными факторами заполнения в данном случае является сдвиг по энергии между двумя слоями*. Существование такого сдвига при $V_g = 0$ может быть связано с асимметрией в распределении фиксированных зарядов (ионизированных и неконтролируемых примесей и др.), приводящее к встроенному перпендикулярного слоям электрического поля, или из-за некоторых отличий в форме КЯ.

5.3 Распределение свободных зарядов между подзонами в ДКЯ

Мы можем построить энергетический спектр наших ДКЯ и его эволюцию с V_g , используя данные для концентраций свободных носителей заряда в подзонах. Во-первых, мы берём энергетический спектр, рассчитанный для одиночной КЯ, и определяем, где уровень Ферми должен пересечь эту картину при экспериментально наблюдаемом p. Например, для $p = 8.87 \times 10^{15}$ м⁻², измеренном при $V_g = -3$ В, мы вычисляем площадь S_k занятую дырками в двумерном k-пространстве, используя соотношение $p = S_k/2\pi^2$ для спин-вырожденных состояний, и устанавливаем положение E_F относительно бокового максимума валентной зоны таким образом, чтобы отрезанное уровнем Ферми кольцо имело соответствующую площадь (на Рисунке 5.2 этому соответствуют фрагмент бокового максимума на сплошной красной линии выше E_F и соответствующее кольцо на вставке).

Полученная горизонталь E_F срезает часть зоны проводимости этого слоя (другая верхняя сплошная красная кривая вблизи k = 0), и схожие вычисления дают $n_2 = 0.55 \times 10^{15}$ м⁻². Это значение существенно меньше измеренного $n = 1.89 \times 10^{15}$ м⁻². Недостающая часть электронов находится в зоне проводимости другого (нижнего) слоя ДКЯ: $n_1 = 1.34 \times 10^{15}$ м⁻². Чтобы выполнить это условие, энергетический спектр нижнего слоя (чёрные нижние кривые на Рисунке 5.2) накладывается на спектр верхнего слоя со сдвигом по энергии вниз на 7.2 мэВ. Это даёт площадь отрезанной уровнем E_F окружности от зоны проводимости нижнего слоя, соответствующую необходимому значению n_1 . Таким образом определено значение энергетического сдвига между слоями. Это наложение приводит к увеличенному перекрытию между зоной проводимости и валентной зоной от 6.5 мэВ в одном слое до 13.7 мэВ между слоями за счёт включения межслойного перекрытия. Перекрывающиеся состояния двух слоёв вносят вклад в общую проводимость ДКЯ с учетом всех возможных межслойных взаимодействий между ними.



Рисунок 5.2 – Зонная структура ДКЯ, полученная наложением двух одинаковых картин для одиночной КЯ (усреднение на Рисунке 5.1) со сдвигом по энергии верхнего слоя (верхние красные кривые) относительно нижнего (чёрные нижние кривые). Энергия верхнего слоя

чувствительна к V_g , в то время как E_F фиксирована в нижележащей структуре ДКЯ. Сплошные красные линии для $V_g = -3$ В, розовые пунктирные линии для положения, когда p = 0(ожидается при $V_g = +5$ В). Обратите внимание, что одновременное изменение *n* крайне мало. Вставка: соответствующие контуры уровня Ферми в плоскости (k_x , k_y) (для усреднённой по направлениям энергии в валентной зоне в пренебрежении гофрировкой подзоны Γ_8). Отметьте огромную разницу заполненных площадей (плотности состояний) зоны проводимости и валентной зоны.

Вариация V_g ведёт к сдвигу энергии верхнего слоя по отношению к энергии нижнего слоя, в то время как последний нечувствителен к V_g , так как нижний слой экранирован от верхнего затвора свободными носителями заряда верхнего слоя. Энергия верхнего слоя также сдвигается относительно E_F , который фиксирован относительно нижнего слоя и более низкой части структуры.

Экспериментально было найдено, что увеличение V_g к положительным значениям ведёт к падению p от существенного значения к нулю, тогда как n остаётся практически неизменной. Найденный спектр ДКЯ (Рисунок 5.2) позволил, таким образом, объяснить это поведение. Главное в том, что основная часть общей концентрации электронов n находится в нижнем слое зоны проводимости (n_1), которая нечувствительна к V_g .

Большая плотность состояний соответствует дыркам в боковых максимумах. Эти дырки занимают кольцо (деформированное кольцо, если быть более точным) в 2D пространстве k с площадью на порядок больше, чем площади кругов, соответствующих электронам [Рисунок 5.2 (вставка)]. Этим дыркам соответствует большая эффективная масса. Поэтому небольшое снижение вершины валентной зоны относительно E_F ведёт к сильному падению p. Так, для падения от $p = 8.87 \times 10^{15}$ м⁻² (при $V_g = -3$ В) до нуля (ожидается при $V_g = +5$ В), необходимо снижение энергии верхнего уровня лишь на 0.9 мэВ (пунктирные розовые кривые на Рисунке 5.2).

Этот сдвиг ведёт к малому увеличению концентрации электронов в зоне проводимости верхнего слоя, от $n_2 = 0.55 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ до $0.63 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$, что составляет только около 4% от общего увеличения *n*, на фоне большого n_1 . Это также показано на вставке Рисунка 5.2 для подобного сдвига: в то время как с понижением энергии верхнего слоя занятое дырками кольцо валентной зоны сжимается в розовый пунктирный круг (нулевой площади), занятый электронами круг в зоне проводимости для n_2 , ограниченный красной сплошной окружностью, расширяется совсем немного только до пунктирного розового контура, в то время как контур для n_1 остаётся неизменным.

Эту интерпретацию подтверждает наличие двух компонент электронной проводимости, наблюдаемой в осцилляциях Фурье спектров, где были получены пики БФП для n_1 и n_2 [Рисунок 4.8(d)]. Представленный на Рисунке 5.2 спектр ДКЯ объясняет также, почему состояние КЭХ с i = +1 существует в ДКЯ: валентная зона нижнего слоя смещена намного ниже E_F во всём интервале V_g . Поэтому она всегда свободна от дырок и не вносит вклада в дырочную компоненту КЭХ.

Почему мы выбрали схему с энергией верхнего слоя смещённого вверх относительно нижнего слоя? Это связано с наблюдаемой динамикой картины магнитотранспорта при изменении V_g . В противоположном случае (смена цветов на Рисунке 5.2 между красным цветом и чёрным), р не будет зависеть от V_g , так как это будет в валентной зоне нижнего уровня, и все изменения с увеличением V_g должны были бы быть за счёт больших сдвигов вниз энергии дна зоны проводимости верхнего слоя, то есть за счёт большого увеличения n_2 и общей концентрации электронов n, что полностью противоречит нашим экспериментальным данным.

Энергетическая картина ДКЯ получена наложением энергетических спектров идентичных одиночных КЯ со смещением друг относительно друга.

На ней наглядно продемонстрирована разница в плотностях дырочных и электронных состояний, что и выражается в постоянстве концентрации электронов и резком падении (до нуля при $V_g = +5$ B) концентрации дырок при изменении V_g .

Из анализа данных для концентраций свободных носителей заряда в подзонах определено значение энергетического сдвига между слоями (7.2 мэВ при $V_g = 0$). Этот сдвиг приводит к увеличению перекрытию между зоной проводимости и валентной зоной от 6.5 мэВ в одном слое до 13.7 мэВ между слоями за счёт включения межслойного перекрытия.

5.4 Интерпретация особенностей квантового эффекта Холла

В данном параграфе на основе вычисленных магнитных уровней ДКЯ и полученных концентраций свободных зарядов рассчитаны траектории движения уровня Ферми в системе уровней Ландау перекрывающихся электронных и дырочных подзон и интерпретированы особенности КЭХ на зависимостях $\rho_{xy}(B)$ исследованных образцов.

Описанная схема вычисления $E(k_{\parallel})$ была обобщена для дальнейших расчётов магнитных уровней (спектра уровней Ландау) [16]. Картина уровней Ландау для спектра Рисунка 5.1 представлена на Рисунке 5.3. Здесь показан пример динамики уровня Ферми для $n = 1 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-2}$ в простейшем случае δ-образной плотности состояний на уровне. Примечательно, что пока E_F не касается валентной зоны в $E(k_{\parallel})$ для данной *n* (Рисунок 5.1), он, тем не менее,

входит в набор валентных магнитных уровней между 4 и 5 Тл на Рисунке 5.3, что может быть связано с аномальной природой нижнего электронного магнитного уровня.

Это так называемый нулевой магнитный уровень [87], [88]: он стартует из валентной зоны при B = 0, но монотонно поднимается вверх с увеличением поля, как электронный уровень, в то время как все остальные уровни валентной зоны, которые также стартуют из валентной зоны при B = 0 и двигаются как электронные уровни, позже в определённом поле достигают своего бокового максимума по энергии и далее двигаются вниз как дырочные уровни. Немонотонное поведение основного набора уровней валентной зоны хорошо понятно из квазиклассического взгляда на валентную зону, но аномальное поведение нулевого магнитного уровня не имеет квазиклассического объяснения. Мы считаем, что данный нулевой уровень даёт отрицательный вклад в холловское напряжение, тем самым доказывая свой электронный характер. Это подтверждено расчётом поведения этого уровня, при достижении им края образца: он движется вверх [89], [85] как и все электронные уровни, в то время как дырочные движутся вниз. На Рисунке 5.3 виден другой нулевой уровень, но дырочной природы: при B = 0 он стартует из зоны проводимости, но монотонно движется вниз, как дырочный уровень. Будучи пустым дырочным уровнем, ниже E_F , он не должен давать вклада в проводимость. Здесь же представлена упрощенная траектория движение $E_F(B)$ для δ образной плотности состояний. На самом деле эта траектория более сложная при учете конечной ширины плотности состояний на уровнях, особенно в интервалах полей, где электронные и дырочные уровни пересекаются, согласно смоделированной картине уровней на Рисунке 5.3.



Рисунок 5.3 – Картина магнитных уровней, рассчитанная для энергетического спектра Рисунка 5.1, с примером схематического движения уровня Ферми для $n = 1 \times 10^{15}$ м⁻².

Структура магнитных уровней для ДКЯ получается аналогично тому, как это было сделано для получения энергетического спектра на Рисунке 5.2: веер уровней, рассчитанный для одиночной КЯ на Рисунке 5.3, накладывается на такой же веер со сдвигом по энергии на уже известное значение 7.2 МэВ. Мы использовали полученную диаграмму уровней ДКЯ для интерпретации наблюдаемых особенностей в интервале сильных полей, где реализуется режим КЭХ. Конечно, эта интерпретация не является точной, но она должна помочь нам, по крайней мере, понять некоторые основные тенденции. Динамика уровня Ферми в полученной картине магнитных уровней ДКЯ была рассчитана для плотности состояний на уровнях лоренцевой формы конечной ширины, аналогично Рисунку 4.3. В этих схематических расчётах предполагалось, что уровни валентной зоны имеют дырочную природу во всём интервале полей (несмотря на их электроноподобное поведение в низких полях), т. е. их вклад в $\rho_{xy}(B)$ предполагается положительным, за исключением нулевого уровня, который ведёт себя как электронный уровень аналогично обычным уровням зоны проводимости. Более подробное рассмотрение природы состояний на этих уровнях остаётся на будущее. Результаты наших расчётов представлены на Рисунке 5.4 для различных концентраций свободных зарядов (р *n*), соответствующих экспериментальным значениям V_g , и в сравнении с измеренным $\rho_{xy}(B)$.

Плато КЭХ i = 1, наблюдаемое при $V_g = 0$, соответствует положению уровня Ферми внутри щели квазитреугольной формы, ограниченной сверху дугообразной линией на уровне бокового максимума, а с боков - уровнями с отрицательным и положительным наклоном. Переходная область между состояниями КЭХ v = 1 и v = 2 соответствует левому краю треугольника. С уменьшением V_g точка пересечения этого края траекторией $E_F(B)$ смещается вправо, что коррелирует с наблюдаемыми смещениями перехода плато-плато $i = 1 \rightarrow 2$.

Щель для фактора заполнения v = 2, слева от треугольной щели для v = 1, сформирована двумя уровнями с отрицательным наклоном и одним - с положительным. Она отличается от щели v = 1 формой и большей узостью. E_F проходит через эту щель вблизи трёх точек, где пересекаются уровни. Существование группы близко расположенных уровней, вызывающей схожие искажения плато КЭХ, уже наблюдались (например, в традиционной ДКЯ [90], [91]). Возможная причина такого искажения в виде ямки на плато i = 2 может быть связана с взаимодействием проводящих полос на краях образца [92], притом близкое положение соседних уровней может усилить этот эффект.

С увеличением $V_g > 0$, концентрация дырок уменьшается, и рассчитанный уровень Ферми смещается вверх, наконец, проникая в щель над боковым максимумом валентной зоны и под нижним электронным уровнем [Рисунок 5.4(b) и 5.4(c)]. На общей картине дырочных и электронных уровней заселённость дырочных уровней описывается положительным фактором заполнения v = +1, +2, ..., а заселённость электронных уровней – отрицательным v= -1, -2, ... Соответственно, щель выше бокового максимума валентной зоны формально обозначается v = 0. Она характеризуется интерференцией дырочных и электронных состояний в результате падения $\rho_{xy}(B)$ до нуля в окрестности точки зарядовой нейтральности. Одновременно, $\rho_{xx}(B)$ расходится: Рисунки 4.1 и 4.2, как это наблюдалось в одиночной КЯ HgTe в гораздо меньших полях при локальном [83] и нелокальном [93] транспорте. Возможные физические причины резкого падения $\rho_{xy}(B)$ до нуля при одновременном росте $\rho_{xx}(B)$ могут быть связаны с формированием межслойных электрон-дырочных экситонов [94], приводящих к характерным соотношениям для вероятностей рассеяния между различными каналами [83].



Рисунок 5.4 – Особенности КЭХ на $\rho_{xy}(B)$ образца 1 (а) - (с) и образца 2 (d) интерпретируются на основе вычисленных магнитных уровней ДКЯ и полученных

82

концентраций свободных зарядов. Красные (чёрные) магнитные уровни — для верхнего (нижнего) слоя, как на Рисунок 11. (а) для $V_g \le 0$; (b) для $V_g > 0$ в серии множественных инверсий; (c) в окрестности точки зарядовой нейтральности. E_F рассчитан аналогично, как для Рисунка 4.3. Щели для факторов заполнения окрашены в соответствующие цвета.

Траектории $E_F(B)$ для увеличенных V_g проходят через край валентной зоны, оказываясь то выше, то ниже магнитных дырочных уровней [Рисунки 5.4(b) и 5.4(c)]. Это связано с осциллирующим профилем края валентной зоны, в квантующих магнитных полях образованного немонотонным движением дырочных уровней с различными номерами в окрестностях энергий бокового максимума. Из-за этого, а также из-за наложения электронных уровней, баланс состояний на E_F , имеющих дырочную или электронную природу, тоже меняется. Вклад электронных состояний усиливается, когда E_F идёт по электронному уровню между 8 и 9 Тл. Всё это приводит к нескольким инверсиям $\rho_{xy}(B)$.

Основанные на смоделированной картине уровней, представленной на Рисунке 4.3, предположения о том, что движение дырочных особенностей КЭХ с V_g прекращается, когда E_F достигает точки пересечения дырочных и электронных уровней, подтверждаются картиной рассчитанных уровней, показанной на Рисунке 5.4. Первая точка остановки – пересечение двух уровней валентной зоны около B = 13 Тл (левый угол треугольной щели v = 1), которая проявляется из-за того, что дырочный уровень ведёт себя как электронный слева по полю от бокового максимума. Эта точка пересечения отвечает за остановку движения по полю перехода плато-плато (i=1) – (i=2), с увеличение V_g . В вычислениях также появляется другая точка пересечения (более в духе модели на Рисунке 4.3): пересечение нижнего электронного уровня с краем валентной зоны между B = 8 и 9 Тл. Эта точка соответствует минимуму $\rho_{xy}(B)$ возле 10 Тл, который опускается до отрицательных значений при почти постоянном поле, проявляя увеличение вклада электронных состояний в магнитотранспорт при E_F .

Схожее поведение квантового магнитотранспорта наблюдалось в образце 2 в сильных полях [Рисунок 5.4(d)]. Чёткое плато КЭХ i = +1 при $V_g \le +2$ В (смотри также Рисунок 4.2) связано с положением E_F внутри треугольной щели для v = +1. Кривая для $V_g = -3$ В имеет точку перегиба при $\rho_{xy}(B) \approx \frac{1}{2}$, что соответствует прохождению E_F внутри щели v = +2, но близко к её верхнему краю, вот почему особенности КЭХ слабо разрешены. Плато i = 1довольно велико при $V_g = 0$. Это соответствует прохождению E_F через две соседние треугольные щели v = +1, через точку их соприкосновения. Удивительно, что это пересечение не отражается на форме плато. Возможно, имеет место некоторый антикроссинг, сглаживающий ожидаемую особенность. Особенность i = +2 весьма размыта, вероятно, из-за узости треугольной щели v = +2. E_F попадает в щель v = 0 при $V_g = +3$ В в сильных полях, в соответствии с поворотом $\rho_{xy}(B)$ к отрицательным значениям. Осциллирующее поведение края валентной зоны ясно показывает, что E_F проходит через щель v = 1 близко к её круглой вершине между B = 13 и 21 Тл, приводя к тому, что $\rho_{xy}(B)$ стремится достигнуть плато i = +1, но в дальнейшем разворачивается к отрицательным значениям в более слабых полях.

5.5 Выводы к главе 5

Из сопоставления экспериментально определенных величин концентраций электронов и дырок с рассчитанным энергетическим спектром ДКЯ-1 определена величина сдвига по энергии между слоями при разных величинах напряжения на затворе. В том числе определена и величина сдвига ~7 мэВ в отсутствие напряжения затвора, что указывает на наличие остаточных зарядов на поверхности и/или встроенных в структуру асимметрично распределенных зарядов на гетерограницах или в объеме слоев.

Перекрытие зон проводимости и валентной в ДКЯ больше, чем в одиночном слое, поскольку здесь оно складывается из перекрытия в одиночном слое и межслойного, которое может регулироваться напряжением затвора.

Показано, что обнаруженный разный характер зависимости от напряжения затвора концентраций электронов и дырок, связанный с сильно различающейся плотностью состояний этих носителей, объясняется разной формой соответствующих зон: электроны находятся в центральном минимуме с малой площадью сечения зоны уровнем Ферми, а дырки – в боковом максимуме с сечением Ферми большой площади в форме (гофрированного) кольца.

Выполнение расчетов плотности состояний и зависимости энергии Ферми от магнитного поля, $E_F(B)$, по известному спектру магнитных уровней ДКЯ с инвертированной зонной структурой позволило описать экспериментально наблюдаемые зависимости $\rho_{xy}(B)$ в режиме КЭХ для всего интервала значений V_g : от чисто дырочного КЭХ при отрицательных V_g , через область сосуществования дырок и электронов при промежуточных значениях V_g , до стремления к чисто электронному КЭХ при больших положительных V_g .

Знакопеременное поведение холловского сопротивления при промежуточных значениях напряжения на затворе V_g обусловлено прохождением уровня Ферми через осциллирующий край валентной зоны.

Результаты, представленные в данной главе диссертации, были опубликованы в работах 2 и 3 списка публикаций по теме диссертации.

6 Особенности квантового магнитотранспорта в двойной квантовой яме *p*-HgTe/CdHgTe со слоями HgTe критической толщины

6.1 Введение

Квантовый эффект Холла (КЭХ) при фиксированной концентрации носителей тока типично проявляется как последовательность плато в холловском магнитосопротивлении (MC), расположенных наподобие лестницы при монотонно возрастающих величинах $\rho_{xv}(B) =$ h/ie² для целочисленных или дробных величин фактора заполнения i [103]. Эта картина нарушается в виде немонотонного возвратного поведения $\rho_{xy}(B)$ для целочисленного КЭХ (ВЦКЭХ) в некоторых особых случаях: при двухподзонной проводимости из-за перемешивания состояний на уровнях Ландау (УЛ) или в подзонах [95]; в традиционных двойных квантовых ямах (ДКЯ) в наклонных магнитных полях [96], когда определенные состояния КЭХ повторным образом разрушаются с возрастанием параллельной слоям компоненты поля В_{||} из-за осциллирующего поведения туннельной щели; и вокруг полуцелых значений і в возбужденных УЛ в структурах с рекордно высокой подвижностью при сверхнизких температурах [18], [97], [90], [98], [99], [100] из-за повторных переходов между коллективными состояниями квантовой электронной жидкости и пиннингованными пузырьковыми состояниями квантовой твердой фазы [101], [102]. Мы обнаружили ярко выраженное поведение ВЦКЭХ, возникающее в сложном спектре ДКЯ со слоями HgTe критической толщины, проявляющееся при температуре жидкого гелия и умеренных подвижностях, которое может быть объяснено на основе особенностей спектра без привлечения коллективной природы электронных фаз.

В этой главе представлены результаты исследований ДКЯ из двух слоев HgTe толщиной 6.5 ± 0.2 нм, разделенных барьером Cd_xHg_{1-x}Te толщиной 3 ± 0.1 нм с x = 0.71, располагающихся между такими же слоями Cd_xHg_{1-x}Te, выращенных через систему буферных слоев ZnTe и CdTe на подложке GaAs ориентацией (013), без злонамеренного легирования. Толщины слоев контролировались по ходу роста с помощью одноволновой эллипсометрии [103], так что возможные отклонения в толщинах слоев не превышали указанные погрешности.

Образцы изготавливались в форме двойного холловского креста с помощью фотолитографии с припаянными контактами на контактных площадках, которые проникали через оба слоя HgTe. На эти структуры нанесен затвор в виде диэлектрического слоя парилена с нанесенным на него слоем алюминия. Измерялось продольное и холловское

магнитосопротивление (МС) $\rho_{xx}(B)$ и $\rho_{xy}(B)$ при температурах до 0.3 К в полях до 13 Т. Измерения проведены на двух образцах с затворами и двух без затворов. Получены идентичные результаты. Без приложения напряжения затвора V_g образцы имеют проводимость *p*-типа.

6.2 Экспериментальные результаты для магнитосопротивления

Возвратный квантовый эффект Холла в ДКЯ со спектром двуслойного графена

Мы обнаружили весьма необычную картину КЭХ в ДКЯ с квазидираковским спектром (Рисунок 6.1). В полях менее примерно 1.4 Т наблюдается традиционная картина КЭХ, в которой сами плато и переходные области между ними на зависимости $\rho_{xy}(B)$ центрированы относительно наклонной прямой, экстраполированной из классического холловского МС в области слабых полей. В этой части $\rho_{xy}(B)$ соответствует концентрации двумерного дырочного газа $p_s = 0.4 \cdot 10^{15}$ м⁻². Однако дальнейший ход $\rho_{xy}(B)$ с ростом поля нетрадиционен: начинающийся переход плато–плато 2–1 возвращается назад на плато i = 2, которое растягивается в неожиданно широкий интервал полей.



Рисунок 6.1 – Холловское МС в сопоставлении с продольным в охлажденном в темноте образце (BI) в перпендикулярном и наклонных полях от функции перпендикулярной компоненты поля. То же после освещения образца (IL, розовые кривые: большой пик ρ_{xy} с существенно смещенным в слабые поля стабильным переходом 2–1 и ρ_{xx} с инвертированной вершиной аномального пика). На вставке: фрагмент картины уровней в месте прохождения E_F : через перешеек между двумя секторами щели i = 2. Представлено два положения E_F : до подсветки (BI, ниже) и после (IL) относительно точки пересечения уровней в перпендикулярном поле. Скругленные линии отображают предполагаемый формирующийся антикроссинг в наклонном поле, в результате чего два сектора щели i = 2 непрерывно перетекают друг в друга, а уровень Ферми теперь не выходит за пределы сформировавшейся таким образом непрерывной щели, так что исчезает причина формирования аномального пика.

Таким образом на месте ожидаемого перехода плато–плато 2–1 формируется пик холловского МС неизвестной природы. Далее плато i = 2 все же переходит в устойчивое плато i = 1, однако положение этого перехода существенно сдвинуто в большие поля от экстраполированного из слабых полей хода классического МС $\rho_{xy}(B)$. Концентрация дырок, рассчитанная по положению перехода 2–1 (т.е. для i = 1.5): $p_s = 1.66 \cdot 10^{15}$ м⁻².

Обнаруженный аномальный пик $\rho_{xy}(B)$ отображается и в продольном МС в виде аналогичного пика $\rho_{xx}(B)$ в том же поле. Также в $\rho_{xx}(B)$ имеется пик, отвечающий стабильному переходу плато–плато 2–1 в сильном поле, который находится, как и положено, напротив середины этого перехода в $\rho_{xy}(B)$. Картина $\rho_{xy}(B)$ при противоположной полярности поля в высокой степени антисимметрична, а $\rho_{xx}(B)$ симметрична, что исключает связь природы аномального пика с перемешиванием двух компонент МС или присутствием макронеоднородностей.

После ИК (940 нм) подсветки сопротивление образца остаточным образом [104] увеличивается примерно на 40 %, что указывает на уменьшение концентрации дырок. Однако это удивительным образом не отражается ни в изменении наклона классического холловского МС, ни в положениях осцилляций в полях до аномального пика и положении самого пика (Рисунок 6.1). Ширина осцилляций также не меняется, так что рост сопротивления не связан с падением подвижности.

В то же время подсветка сильно влияет на $\rho_{xy}(B)$ в больших полях: амплитуда аномального пика увеличивается, почти достигая плато КЭХ с i = 1, и его ширина также увеличивается. Кроме того, стабильный переход плато–плато 2–1 сильно смещается в меньшие поля, так что теперь его положение дает $p_s = 1.0 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-2}$.

Интересно, что в $\rho_{xx}(B)$ после подсветки характер особенности в поле аномального пика изменяется: центральная часть этого пика переворачивается, и он превращается в минимум на фоне двух окружающих его максимумов (Рисунок 6.1). Положения этих максимумов соответствуют серединам склонов аномального пика в $\rho_{xy}(B)$. Если рассматривать левый склон как незавершившийся переход плато–плато 2–1, то левый максимум в $\rho_{xx}(B)$ соответствует середине этого перехода, как и должно быть для традиционного КЭХ в связи с пересечением уровнем Ферми полосы делокализованных состояний в центре некоторого магнитного уровня, разделяющего состояния КЭХ i = 2 и i = 1. Наличие правого пика напротив середины правого склона аномального пика $\rho_{xy}(B)$, отображающего обратный переход 1–2, является чем-то новым и может указывать на пересечение уровнем Ферми аналогичной полосы делокализованных состояний, но в обратную сторону, из состояния КЭХ i = 1 в i = 2. Вероятно, в состоянии образца до подсветки указанные два максимума в $\rho_{xx}(B)$ просто не разрешились.

Исследование МС при помощи напряжения на затворе

Как известно, ДГ имеет нетрадиционный КЭХ с аномальной последовательностью квантовых плато Холла, $i = \pm 4, \pm 8, \pm 12...$ Можно задаться вопросом, как КЭХ проявится в нашем «искусственном ДГ». На Рисунке 6.2(а) показано холловское МС $\rho_{yx}(B)$ при разных напряжениях затвора V_g и при температуре T = 260 мК, когда магнитное поле *B* изменяется от 0 Тл до 1,7 Тл. При B < 0.2 Тл очевиден классический эффект Холла, и наклон дает плотности дырок, изменяющиеся от $p_s \cong 0.38 \cdot 10^{15}$ м⁻² при $V_g = -1$ В до $p_s \cong 0.27 \cdot 10^{15}$ м⁻² при $V_g = 1,7$ В. Изменение плотности дырок с V_g происходит очень медленно, $dp_s/dV_g \cong 0.037 \cdot 10^{15}$ м⁻²/В и несравнимо меньше, чем оценка геометрической емкости (1/е) $dQ/dV_g \cong 0.6 \cdot 10^{15}$ м⁻²/ В. Такое отклонение уже наблюдалось для одиночных квантовых ям HgTe, см. [96], и было приписано сосуществованию двух типов дырочных состояний: состояний в центральном и боковом максимумах валентной подзоны. Последние имеют гораздо меньшую подвижность и не вносят вклада в квантовый магнитотранспорт в слабых полях.

Удельное сопротивление образца как функция напряжения на затворе проходит через максимум около $V_g = 3$ В, что указывает на точку зарядовой нейтральности (CNP). Одновременно холловское сопротивление меняет знак, указывая на переход к *n*-типу проводимости при высоких значениях V_g .

При более высоких полях на Рисунке 6.2(а) наблюдается традиционная последовательность плато КЭХ $\rho_{yx} = h/ie^2$, где *i* изменяется примерно от 8 до 1 при увеличении *B* до 1,5 Тл. Экстраполяция классического сопротивления Холла пересекает плато КЭХ вблизи

их центров, о чем свидетельствует черная пунктирная линия при $V_g = 0$. КЭХ не обнаруживает здесь каких-либо интересных особенностей.

Однако Рисунок 6.2(б) показывает, что при еще более высоких магнитных полях поведение ρ_{yx} становится необычным. Для напряжений затвора $V_g \leq 0.5$ B, плато i = 1 схлопывается около $B \cong 1.8-2$ Tл, а ρ_{yx} возвращается на плато КЭХ i = 2. Впоследствии в более высоких магнитных полях $B \cong 3-6$ Tл, ρ_{yx} снова увеличивается, и снова появляется плато i = 1. При еще более высоких полях ρ_{yx} и ρ_{xx} увеличиваются и расходятся. Предполагая, что магнитное поле, при котором происходит второй переход плато-плато $i = 2 \rightarrow 1$, соответствует фактору заполнения i = 1.5, это дает плотность дырок $p_s \cong 1.66 \cdot 10^{15}$ м⁻² при $V_g = 0$, примерно в четыре раза больше, чем полученное в слабом *B*. Реакция значения p_s , найденного таким образом, на приложенный V_g составляет $dp_s / dV_g \cong (0.52 \pm 0.05) \cdot 10^{15}$ м⁻²/B, что близко к рассчитанному геометрически значению и в 14 раз больше, чем в режиме слабого поля.



Рисунок 6.2 – (а) Поперечное магнитосопротивление $\rho_{yx}(B)$ при T = 260 мK, для B = 0– 1.7 Тл и V_g от -1 В до 1,7 В; (б) поперечное и продольное магнитосопротивления $\rho_{yx}(B)$ и $\rho_{xx}(B)$ в расширенном диапазоне магнитных полей, B = 0–13 Тл, для той же температуры и напряжения затвора V_g , как в (а).

6.3 Энергетический спектр ДКЯ HgTe/CdHgTe. Расчёт уровней Ландау. Уровни Ландау и боковой максимум

Параметры ДКЯ были выбраны для воспроизведения так называемой фазы «двухслойного графена» (ДГ), описанной в [18]. Зонный спектр каждой из двух квантовых ям HgTe/CdHgTe, взятых отдельно, представляет собой конус Дирака, поскольку номинальная толщина квантовых ям соответствует критической толщиной *d_c*, при которой исчезает щель.

Энергетический спектр E(k) и картины УЛ рассчитывались 8-зонным kp методом с включением в гамильтониан членов, отвечающих за упругих механические напряжения, совместно с решением уравнения Пуассона для получения корректного профиля потенциала [18].

Картина размерно-квантованного спектра одиночной КЯ характеризуется двумя группами уровней, имеющих преимущественно природу тяжелых дырок (*HH*) и легких носителей (*E*). Уровни этих групп быстро двигаются навстречу друг другу с ростом толщины слоя *d*. При критической толщине d_c крайние уровни обеих серий пересекаются и в точке пересечения формируется дираковский конусообразный спектр. ДКЯ из слоев HgTe критической толщины имеет специфический энергетический спектр, поскольку уровни группы *E* в ДКЯ сильно связаны туннельным взаимодействием, в отличие от уровней типа *HH*, для которых межслойная туннельная связь при k = 0 практически отсутствует, а проявляется только с ростом *k*: Рисунок 6.3.

По оценкам, отклонения в энергетическом спектре и положениях УЛ в пределах указанных погрешностей толщин слоев не должны превышать ± 3 мэВ, что не должно приводить к радикальному перестроению E(k) и картины УЛ. Качественные изменения возникают только в случае, когда отклонения в толщинах слоев происходят в противоположные стороны. Тогда из-за нарушения симметрии профиля потенциала ДКЯ между *НН*-ветвями спектра открывается щель величиной не более 2 мэВ для указанных возможных отклонений ширины слоев. Такого рода щель также возникает (либо дополнительно меняется) при приложении электрического поля перпендикулярно слоям вследствие возникновения (либо изменения) наклона профиля потенциала [16]. Природа структурной асимметрии в ДКЯ HgTe/CdHgTe изучена в [105], там же определены вклады встроенного электрического поля, разницы толщин квантовых ям и порядок их расположения в структуре.



Рисунок 6.3 – Энергетический спектр исследуемой ДКЯ, если ее потенциальный профиль симметричен. Верхний индекс означает первую или вторую разделенную подзону в ДКЯ, происходящую от соответствующего уровня одиночной ямы. Указаны положения E_F для концентрации дырок, определенной в области малых полей из $\rho_{xy}(B)$ (0.4 · 10¹⁵ м⁻²) и в области больших полей по переходу плато–плато 2–1 до подсветки (1.6·10¹⁵ м⁻²) и после (1·10¹⁵ м⁻²), как если бы не было боковых максимумов.

Энергетический спектр на Рисунке 6.3 рассчитан для симметричного профиля потенциала ДКЯ. Однако отклонения от симметрии из-за несовершенства геометрии структуры, несимметричного распределения примесей, наличия поверхностных зарядов, и тем более – при приложении поперечного электрического поля в структуре с затвором приведут к качественным изменениям этого спектра: в нем открывается щель между ветвями подзон *HH*1 [18].

Пример такого спектра для исследуемой структуры – на Рисунке 6.4а, где заложена предельная асимметрия распределения акцепторов относительно ДКЯ для суммарной концентрации дырок в ДКЯ $p_s = 1.66 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$.

В продолжение расчетов энергетического спектра исследуемой ДКЯ [18] были получены соответствующие им картины магнитных уровней: см. Рисунок 6.4б, где в используемых здесь обозначениях уровней взяты номера соответствующих им блоков численной матрицы, начиная с минимального номера n = -2.

Кроме вееров дырочных и электронных уровней, происхождение которых из спектра на Рисунке 6.4а в общем понятно из квазиклассических соображений, имеются аномальные уровни. Это, прежде всего, два медленно смещающихся вниз уровня "нулевой моды" [100], [101], соответствующие n = -2. В симметричном профиле потенциала ДКЯ эти два уровня совпадают, а щель между ними появляется только в асимметричном потенциале и напрямую связана со щелью в энергетическом спектре между подзонами *HH*1 в асимметричной ДКЯ (Рисунок 6.4а).

Нестандартно поведение с полем и уровней с n = 0, особенно того, что стартует с края подзоны $E1^1$: несмотря на то, что это дырочная подзона, поскольку имеет отрицательную кривизну E(k), выходящий из нее уровень n = 0 с полем движется вверх, как электронный.

Примечательной особенностью картины уровней валентной подзоны здесь является скопление большого количества уровней в интервале энергий вблизи бокового максимума. На Рисунке 6.46 представлены только уровни с $n \le 3$, тогда как на самом деле имеется бесконечное число уровней, и все они выходят на энергию бокового экстремума. Поэтому уровни плотно заполняют всю область энергии ниже бокового максимума, начиная с нулевого поля [96], формируя высокую плотность состояний в окрестностях энергии этого максимума.



Рисунок 6.4 – Энергетический спектр исследуемой ДКЯ в случае асимметрии профиля потенциала (а) и соответствующая ему картина магнитных уровней (б) с номерами от n = -2 до n = 3 (различаются цветом).

Из квазиклассического подхода следует, что УЛ с разными *n* достигают фиксированной энергии при полях $B_n \propto 1/n$. Таким образом, кривые E_n (*B*) сжимаются вдоль оси *B* с увеличением *n*. Это также соответствует энергии БМ, и максимумы этих УЛ следуют по линии постоянной энергии до B = 0 при $n \rightarrow \infty$. Это означает, что бесконечный массив УЛ заполняет

плотной сеткой весь диапазон слабых полей ниже энергии БМ до $B \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, образуя что-то вроде полосы УЛ (учитывая, что отдельные УЛ практически не разрешаются в такой плотной сетке). Это подтверждается численными расчетами фрагмента для n = 1000-1005, представленными на Рисунке 6.5(а). При $n \le 45$ плотность состояний в наших расчетах занижена до $B \approx 1$ Тл. Пунктирная серая горизонтальная линия в слабополевой части Рисунка 6.5(а) указывает направление, в котором должен следовать верхний край этой полосы УЛ.



Рисунок 6.5 – (а) Веерная диаграмма УЛ ДКЯ с асимметричным профилем потенциала из-за перпендикулярного электрического поля (как найдено экспериментально при нулевом и отрицательном V_g). Каждая область, ограниченная УЛ, помечена индексом *i*, определяющим ожидаемую поперечную проводимость $\sigma_{xy} = ie^2/h$ (*i* отрицательно для электронов). Энергия Ферми $E_F(B)$, рассчитанная для $p_s = 2.4 \cdot 10^{15}$ м⁻² (экспериментально найденная для $V_g = -1$ B), обозначена пурпурным штрихпунктиром. (b) То же, что и (a), но с учетом только

уменьшенного количества УЛ. Траектория $E_F(B)$, найденная в этом случае, неверна, так как влияние БМ не учитывается.

6.4 Уровень Ферми как функция магнитного поля и его стабилизация в боковом максимуме

Для объяснения наблюдаемых особенностей КЭХ мы рассчитали траектории, по которым уровень Ферми движется с полем между УЛ: $E_F(B)$. Это было сделано для конечных DOS в УЛ (использовалась лоренцева функция с фиксированной полушириной 0.5 мэВ) для набора постоянных значений полной концентрации носителей в образце с учетом дырочного или электронного типа носителей в УЛ. В расчетах мы предположили, что дырочные (электронные) УЛ — это те, которые движутся вниз (вверх) по энергии с увеличением поля независимо от того, из какой подзоны они вышли. Это соображение подтверждается тем фактом, что УЛ смещаются в том же направлении при приближении к краю образца [89], [106], как и в магнитных полях; см. уравнения. (64) и (66) в работе [107], а также в работе [89]. Соответственно, мы рассматриваем вклад p_s в $\rho_{yx}(B)$ или проводимости $\sigma_{xy}(B)$, как положительное для дырочных, и отрицательное для электроноподобных УЛ.

Мы учитываем только геометрическую емкость системы, пренебрегая квантовой емкостью. Тогда постоянная V_g соответствует постоянной концентрации носителей p_s в ДКЯ. Чтобы выполнить это условие, p_s была рассчитана как разность между общей плотностью дырок в дырочных УЛ над $E_F(B)$ и электронной плотностью в электроноподобных УЛ под ним [96], [108], [109].

Когда природа проводимости в УЛ известна, будь то дырочная или электронная, каждый зазор между УЛ может быть помечен целым числом i, указывающим разницу между количеством заселенных дырочных и электроноподобных УЛ. Именно эти числа i должны соответствовать числам плато квантового эффекта Холла в эксперименте, когда $E_F(B)$ попадает в эту щель.

Точка перехода между разными *i*-состояниями соответствует пересечению рассчитанной траектории $E_F(B)$ с делокализованным состоянием в центре УЛ, разделяющее соответствующие промежутки. Учет конечной ширины плотности состояний в УЛ позволяет более точно оценить поле перехода, чем в упрощенном подходе для δ -образных пиков плотности состояний. В последнем случае по умолчанию предполагается, что переход происходит при полуцелом значении *i*. Таким образом, для случая без затвора такая упрощенная оценка для высокополевого РРТ 2-1 дает для $i = 1.5 p_s = 1.66 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-2}$, тогда как для нашего случая конечной DOS она несколько больше: $p_s = 1,9 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-2}$.

Когда рассматривается конечная плотность состояний в УЛ, можно правильно оценить роль БМ в квантовом магнитотранспорте. Мы полагаем, что наблюдаемое необычное экспериментальное поведение может быть объяснено свойствами энергетического спектра ДКЯ, в первую очередь, стабилизирующим влиянием БМ на $E_F(B)$, из-за высокой DOS в нем. Чтобы убедиться в этом, в расчеты необходимо включить достаточно большое количество УЛ ($n \le 45$ в нашем случае), чтобы воспроизвести плотную сетку УЛ ниже энергии БМ и, следовательно, связанную с этим высокую плотность состояний.

Если во внимание принимается слишком мало УЛ, эта сетка УЛ становится разреженной, DOS в валентной подзоне сильно занижается, а кривая $E_F(B)$ является традиционной, периодически пересекая УЛ через 1/*B* во всем диапазоне полей, см. Рисунок 6.5(б), который резко контрастирует с нашим экспериментом. Напротив, при достаточно детально построенной плотной УЛ-сетке БМ расчетное поведение $E_F(B)$ становится совершенно другим. В этом случае, когда $E_F(B)$ имеет тенденцию к понижению энергии, переходя с уменьшением поля к УЛ с большими номерами, он попадает в окрестности БМ и, в результате очень высокой локальной плотности состояний здесь, уменьшение $E_F(B)$ замедляется и даже останавливается в хвостах УЛ этой плотной сетки. Можно сказать, что $E_F(B)$ стабилизируется вблизи энергии БМ в области слабых полей (резервуарное поведение сетки БМ в малых полях).

Такое поведение можно сравнить с моделью «резервуара» для КЭХ, в которой резервуар поглощает часть носителей, исключая их из магнитотранспорта [110], [111]. Однако, в отличие от предыдущих работ, этот «резервуар» в нашем случае не связан с окружением квазидвумерной структуры [112], [113] и не связан с некоторой плоской неоднородностью [114]. Вместо этого резервуар индуцируется БМ, который является неотъемлемой частью проводящего слоя [115].

Более подробно эволюция экспериментальной картины с V_g показана на цветной карте на Рисунке 6.6(а), где она сравнивается с рассчитанной картиной УЛ для несимметричной ДКЯ с наложенными траекториями $E_F(B)$ для набора значений V_g ниже 1.3 В. Стабилизирующее влияние БМ на $E_F(B)$ выражается на карте в вертикальных границах полосы i = 1 в диапазоне B = 1-2 Тл и $V_g < 1$ В. Только при самых низких значениях $V_g = -2,5$ В эта вертикальная полоса сужается, отражая подход $E_F(B)$ к нижней вершине треугольной щели i = 1.

Левая граница этой вертикальной полосы начинает двигаться к слабым полям для $V_g > 1$ В, указывая на то, что для этих достаточно низких концентраций p_s , уровень Ферми начинает двигаться вверх, выходя из области высокой плотности состояний рядом с БМ.

Возвратное поведение КЭХ исчезает, когда при $V_g > 0,5$ В, траектории $E_F(B)$ больше не заходят в щель i = 2: Рисунок 6.6(b).



Рисунок 6.6 – Цветная карта холловской проводимости $\sigma_{xy}(B,V_g)$ при T = 260 мК. Белые линии показывают ожидаемые переходы плато-плато. Треугольники и круги — это положения первого и второго перехода $i = 2 \rightarrow 1$ соответственно, как следует из (б). (б) Веерная диаграмма УЛ, полученная для асимметричной ДКЯ (Рисунок 6.5). Уровни Ферми $E_F(B)$ для концентраций носителей $p_s = 2.4 \cdot 10^{15}$ м⁻² ($V_g = -1$ В), $1.9 \cdot 10^{15}$ м⁻² ($V_g = 0$), $0.9 \cdot 10^{15}$ м⁻² (1 В) и $0.5 \cdot 10^{15}$ м⁻² ($V_g = 1.3$ В) показаны в виде штрихпунктирных цветных линий. Толстые пунктирные красные линии — иллюстрации возможных антикроссингов.

6.5 Модель двух типов носителей

Наблюдение четкой линейной части классического эффекта Холла в $\rho_{yx}(B)$ при $B \rightarrow 0$ (Рисунок 6.1), которое дает p_s много меньше, чем значение, полученное с помощью КЭХ в сильных полях, можно считать неожиданным. Чтобы понять эту разницу, на Рисунке 6.7 КЭХ при низкой *T* сравнивается с МС при *T* = 30 K, когда КЭХ замывается. При *T* = 30 K $\rho_{yx}(B)$ также состоит из двух частей с существенно разными наклонами: наклон в слабом поле такой же, как при низких температурах, и часть в сильном поле с гораздо меньшим наклоном, пересекающая высокополевое плато КЭХ *i* = 1.

Высокотемпературное $\rho_{yx}(B)$ воспроизводится так называемой классической «двухжидкостной» моделью, которая учитывает два типа дырок: небольшое количество дырок с высокой подвижностью, $p_1 = 0.27 \cdot 10^{15}$ м⁻², $\mu_1 = 3.6$ м²/В·с, и большая концентрация дырок с низкой подвижностью, $p_2 = 1.3 \cdot 10^{15}$ м⁻², $\mu_2 = 0.16$ м²/В·с. Эти концентрации того же порядка, что и концентрации, определенные из квантового магнитотранспорта при низких температурах. Как видно на Рисунке 6.3, два типа дырок могут происходить из максимума центральной валентной подзоны и БМ.



Рисунок 6.7 – КЭХ при 1.8 К (тонкие чёрные крывые) и МС при 30 К (заполненные круги) с подгонкой по двум типам носителей заряда (зелёная и оранжевая линии).

6.6 Особенности магнитотранспорта в двойной квантовой яме HgTe/CdHgTe с промежуточной степенью инверсии зон

В данном параграфе описаны результаты магнитотранспортных исследований ДКЯ в гетеросистеме HgTe/CdHgTe со слоями HgTe несколько большей толщины: $d_w = 8.5$ нм. Для данной величины d_w спектр и одиночной ямы и ДКЯ имеет инвертированный характер, где зоной проводимости является подзона *HH*1, а валентной – гибридизованные подзоны *E*1 и *HH*2 (Рисунок 6.8; расчеты уровней и спектра выполнены 8-зонным *kp*-методом). В одиночной КЯ при такой ширине имеет место пересечение наинизшего уровня в серии электроноподобных состояний, образованных преимущественно сферическими волновыми функциями *s*-симметрии, *E*1, со вторым уровнем в серии с преимущественным вкладом функций *p*-типа тяжелых дырок, *HH*2 (на вставке Рисунка 6.9 этому соответствует правая стрелка, а левая – для d_c).



Рисунок 6.8 – Энергетический спектр исследуемой ДКЯ (утроенные кривые – для вариации толщины слоев в пределах погрешностей). На вставке: уровни в одиночной яме, их движение с ростом ширины ямы. В исследуемой ДКЯ ширина слоев HgTe соответствует правой зеленой стрелке. Состояния E1 при k = 0 в ДКЯ туннельно связаны сильно, расщепляясь на два уровня $E1^1$ и $E1^2$. Состояния *HH*2 практически не связаны, но с ростом k все четыре компоненты волновой функции перемешиваются и ветви *HH*2¹ и *HH*2² также расходятся.

Квазидвумерные структуры HgTe/Cd_xHg_{1-x}Te выращены молекулярно-лучевой эпитаксией на подложке GaAs ориентацией (013) поверх нескольких буферных слоев ZnTe и CdTe [116]. Исследовались ДКЯ, вырезанные из одной пластины, в ней слои HgTe толщиной $d_w = 8.5 \pm 0.2$ нм разделены барьером Cd_xHg_{1-x}Te в 3 ± 0.1 нм, центральный и боковые барьеры имеют долю Cd x = 0.67. Толщины слоев определялись по ходу роста методом одноволновой эллипсометрии, они однородны в пределах указанных погрешностей. Структуры специально не легировались. Из исходной пленочной структуры вытравливались холловские мостики общим размером 3×1 мм². Представлены результаты измерений продольного и холловского магнитосопротивления (MC), $\rho_{xx}(B)$ и $\rho_{yx}(B)$, при температуре 1.8 K на двух образцах.



Рисунок 6.9 – МС в образце b до (а) и после (b) ИК-подсветки. Вставка на Рисунке b – увеличенная часть вблизи нуля. Она указывает на магнитотранспорт с участием двух типов дырок.

На Рисунке 6.8 приведены результаты для образца **b**; здесь кривые MC наиболее близки к традиционной структуре слабо выраженного квантового эффекта Холла (КЭХ). Представлены результаты для образца, охлажденного в темноте (а), и после ИК-подсветки (b). Кривые $\rho_{yx}(B)$ имеют искажения, характерные для КЭХ в валентной зоне с БМ. Наличие хорошо выраженного линейного хода $\rho_{yx}(B)$ в полях умеренной величины позволяет оценить полную концентрацию дырок: $p_s = (1.7 \text{ и } 0.96) \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$ до и после подсветки, соответственно. ИК-подсветка уменьшает концентрацию дырок.

В состоянии после подсветки в $\rho_{xx}(B)$ вблизи нуля имеется острый минимум, похожий на эффект слабой антилокализации. Но наличие изгиба на $\rho_{yx}(B)$ вокруг нуля в том же диапазоне полей указывает скорее на классический магнитотранспорт с участием двух типов дырок, поскольку для интерференционных поправок к проводимости зависимость $\rho_{yx}(B)$ должна оставаться линейной. В рассчитанном спектре (Рисунок 6.8) понятна природа этих дырок: это большая концентрация дырок в БМ (p_2) с низкой подвижностью (μ_2) и малая концентрация высокоподвижных дырок (p_1 , μ_1) в центральном максимуме (ЦМ) $E1^2$, который при номинальных параметрах ДКЯ оказывается чуть выше БМ, но с учетом погрешностей толщин слоев балансирует на грани заполнения.

В исследуемых ДКЯ при дырочном типе проводимости уровень Ферми *E_F* жестко привязан к вершинам боковых максимумов (БМ) валентной зоны из-за высокой плотности состояний в них (Рисунок 6.8). Уровни Ландау (УЛ) здесь формируют густую сетку со значительным перекрытием уровней [116], поэтому эффекты, связанные с квантованием в перпендикулярном магнитном поле, при проводимости по этим состояниям выражены слабо.



Рисунок 6.10 – Результаты подгонки МС образца b до (а) и после подсветки (b) под классический магнетотранспорт с двумя типами дырок (штриховые кривые). Указаны найденные характеристики дырок: концентрации в единицах 10*15 м⁻², подвижности в м²/В·с.

Экспериментальные результаты мы пытались описать количественно в рамках классических уравнений (Рисунок 6.10):

$$\rho_{yx} = \frac{B}{|e|} \frac{(p_1 + p_2)\mu_1^2 \mu_2^2 B^2 + (p_1 \mu_1^2 + p_2 \mu_2^2)}{(p_1 + p_2)^2 \mu_1^2 \mu_2^2 B^2 + (p_1 \mu_1 + p_2 \mu_2)^2}$$
$$\rho_{xx} = \frac{1}{|e|} \frac{(p_1 \mu_2 + p_2 \mu_1)\mu_1 \mu_2 B^2 + (p_1 \mu_1 + p_2 \mu_2)}{(p_1 + p_2)^2 \mu_1^2 \mu_2^2 B^2 + (p_1 \mu_1 + p_2 \mu_2)^2}$$

В результате удается добиться хорошего воспроизведения $\rho_{xx}(B)$, хотя при этом наблюдаются некоторые отклонения от эксперимента для $\rho_{yx}(B)$. Отклонения могут быть связаны со сложной структурой валентной зоны (что можно было бы описать введением третьего типа носителей), некоторого участия электронов из близко расположенной подзоны проводимости и т.д.

101

Неожиданным в настоящих экспериментах оказалось то, что при аналитических указаниях на хорошую однородность слоев в исследуемой пластине (и это подтверждалось в наших предыдущих экспериментах при работе на пластинах из того же источника), в этом случае картины МС с разных образцов из одной платины существенно различаются. На Рисунке 6.11 представлены результаты на вырезанном из той же платины образце **с**, полученные в идентичных экспериментальных условиях. График $\rho_{3x}(B)$ здесь абсолютно нетрадиционный, наблюдается ярко выраженная ступенчатая структура с почти вертикальным ростом вокруг нуля. Амплитуда этой ступеньки еще вдвое увеличивается после ИК-подсветки (то есть после уменьшения полной концентрации дырок), так что быстрый рост вблизи нуля выводит $\rho_{3x}(B)$ на искаженное плато, положение которого стремится к фундаментальной величине h/e^2 (на Рисунке 6.11 это особенно хорошо видно при отрицательной полярности поля).



Рисунок 6.11 – МС в образце с до (BI) и после (IL) подсветки.

Результат подгонки под МС для этого образца после подсветки для классической модели двух типов дырок представлен на Рисунке 6.12. Полная концентрация бралась такая же, как для образца **b** после подсветки.



Рисунок 6.12 – МС в слабых полях в образце с после подсветки (толстые кривые) и попытка его анализа для классического двухкомпонентного дырочного газа (штриховые).

Эволюцию МС и представленные на Рисунке 6.12 отклонения от расчетов можно описать следующим образом. В самых слабых магнитных полях классическое описание работает. Но с ростом поля в энергетическом спектре проявляются щели между УЛ, и когда E_F попадает в такую щель, то $\rho_{xx}(B)$ устремляется к нулю, а $\rho_{yx}(B) - \kappa$ выходу на плато КЭХ. Необычность картины МС здесь в том, что $\rho_{yx}(B)$ сразу стремится к выходу на плато i = 1 с самых малых полей. Естественно, в классическом анализе такое поведение не смоделировать. Для сравнения на Рисунке 6.12 приведена расчетная прямая $\rho_{yx}(B)$ при отсутствии легких дырок ($p_1 = 0$, зеленая штриховая). Видно, что присутствие легких дырок, несмотря на их мизерную концентрацию, радикально меняет картину МС.

Выход $\rho_{yx}(B)$ на плато i = 1 в столь слабом магнитном поле ~0.2 Тл (Рисунок 6.11) выглядит необычно, как некий переключатель фазы. Хотя в некоторой степени похожая ситуация наблюдалась и в ДКЯ со слоями HgTe критической толщины 6.5 нм, только наклон зависимости $\rho_{yx}(B)$ в слабых полях там был много меньше [116], [117]. Мы полагаем, что общую специфику здесь создает та особенность энергетического спектра, что центральный максимум валентной зоны располагается на фоне чуть ниже расположенного БМ с высокой плотностью состояний.

При толщине слоя в 6.5 нм привязанный к БМ E_F отсекает от центрального максимума фрагмент высотой 15-20 мэВ, и это соответствует концентрации легких дырок около 0.4×10^{15} m⁻². Данной концентрации было достаточно, чтобы в массиве УЛ легких дырок

разрешить серию из нескольких плато, которые и формировали в слабых полях фрагмент традиционной картины КЭХ. В больших магнитных полях электронная система переходила в другой режим, где E_F движется в определенной фиксированной щели в широком интервале полей.

В ДКЯ со слоями HgTe в 6.5 нм это была щель i = 2, соответственно, наблюдалось аномально широкое плато i = 2. В рассматриваемой здесь ДКЯ отсекаемый фрагмент ЦМ значительно меньше и концентрации легких дырок в нем меньше более чем на порядок. В таком варианте E_F проходит весь массив УЛ легких дырок в очень слабых полях, где реализуется только классический эффект Холла.

Особенностью картины УЛ здесь является то, что E_F , выходя из веера легких дырок в очень слабых полях, сразу попадает в щель i = 1 (Рисунок 6.13). Здесь для определения номера щели берется алгебраическая сумма дырочных УЛ выше щели минус электронные УЛ ниже щели.



Рисунок 6.13 – Спектр ДКЯ симметричного профиля (а) и результат его квантования в УЛ (b). E_F привязан к вершинам БМ, отсекая острый центральный максимум. Расставленные номера *i* в щелях спектра УЛ должны соответствовать номерам плато КЭХ, когда E_F проходит через данную щель. Фактор заполнения v = 1.5 должен соответствовать переходу плато-плато 1 - 2 и положению соответствующего пика в ρ_{xx} (B). Заштрихованный сектор соответствует

всей сетке УЛ, связанных с БМ (если бы расчет шел для бесконечного числа уровней) [85]. Толстая штрихпунктирная кривая – движение уровня Ферми. Толстая штриховая линия, наложенная на сплошную для NL = -2 и знак '×2', – чтобы выделить, что здесь наложено два уровня.

Для реализации состояния КЭХ E_F должен проходить по щели i = 1 выше края густой сетки УЛ из БМ, где он движется по локализованным состояниям в хвостах уровней сетки, как это схематически представлено на Рисунке 6.14а. Если же в несимметричной ДКЯ или по другим причинам ЦМ находится ниже БМ, то $E_F(B)$ уже с нулевого поля идет по состояниям густой сетки УЛ БМ (Рисунок 6.14b), то есть по густому набору делокализованных состояний, когда проявления КЭХ невозможны, и только в сильных магнитных полях E_F поднимается в щель i = 1 [116], в результате в эксперименте появляется соответствующее плато (Рисунок 6.9). В рассматриваемой версии именно это различие приводит к полученным качественно разным картинам КЭХ. Хотя, конечно же, все это требует более глубокого теоретического анализа и не исключено, что специфика геликоидальных токов на периметре образцов, связанных с высокоподвижными дырками из ЦМ валентной подзоны, вносит свой дополнительный вклад в формирование картины КЭХ.



Рисунок 6.14 – Схематически, различные варианты движения траектории $E_F(B)$ относительно верхнего края густой сетки УЛ в БМ в слабых магнитных полях. (а) В симметричной ДКЯ $E_F(B)$ в самых слабых полях проходит по состояниям легких дырок ЦМ и сразу выходит в щель i = 1. (b) В несимметричной ДКЯ (например, в перпендикулярном электрическом поле F) ЦМ опускается ниже БМ и $E_F(B)$ сразу попадает в состояния густой сетки УЛ БМ, где уровни не разрешены, поэтому квантовый магнитотранспорт не проявляется.

Для количественных оценок учтем, что в образцах ДКЯ со слоями HgTe толщиной 6.5 нм переход в квантовые поля, где начинаются осцилляции Шубникова – де Гааза и изгибы на $\rho_{yx}(B)$, имел место с полей 0.17 Тл [116], [117]. В исследуемом здесь образце резкий слом зависимости $\rho_{yx}(B)$ находится в сопоставимых полях 0.2 – 0.3 Тл, значит УЛ здесь уже достаточно разрешены для проявления квантовых эффектов, что дает аргументы в пользу нашей интерпретации эксперимента.

Резюмируя, в ДКЯ с промежуточной толщиной слоев HgTe в 8.5 нм обнаружена необычная ступенеобразная форма холловского MC с почти вертикальным ростом вокруг нулевого поля и резким выходом на близкий к горизонтальному участок, положение которого стремится к h/e^2 . Предлагается объяснение на основе имеющегося в этих ДКЯ тонкого баланса между положениями бокового и центрального максимумов и переходом уровня Ферми уже в слабых магнитных полях из состояний центрального максимума в локализованные состояния в щели между уровнями Ландау для фазы КЭХ i = 1. Показано, что в ДКЯ данный баланс высокочувствителен к воздействиям, в частности, из-за встроенного неконтролируемого перпендикулярного слоям электрического поля картина КЭХ получается качественно разной в образцах, вырезанных из одной пластины, при хорошей геометрической однородности слоев. Этим ДКЯ отличаются от одиночного слоя HgTe толщиной 7 нм, где также положения центрального и бокового максимумов близки, но баланс между ними мало чувствителен к воздействиям.

6.7 Выводы к Главе 6

Проведены исследования зависимостей продольного (ρ_{xx}) и холловского (ρ_{xy}) сопротивлений от магнитного поля в режиме КЭХ в системе из двух туннельно-связанных КЯ HgTe критической (6.5 нм) ширины (ДКЯ-2), где процессы переноса определяются вкладом двух типов дырок: легких дырок центрального максимума валентной подзоны и тяжелых дырок её бокового экстремума.

В слабом магнитном поле первый набор квантовых плато инициируется только дырками из центрального максимума валентной подзоны с малой эффективной массой, в то время как значительное количество дырок в состояниях бокового максимума валентной подзоны не проявляется в КЭХ.

В более высоких полях появляется новый набор квантовых плато, положение которых, смещенное в сторону более высоких полей по отношению к первому набору, диктуется общей концентрацией дырок. При переходе между двумя режимами происходит возвратный КЭХ. Комбинация факторов ответственная за эту структуру КЭХ:

 боковой максимум в валентной подзоне на фоне веерной диаграммы УЛ, сформированной из состояний центрального максимума, и достижимая близость к нему E_F в образцах *p*-типа;

2) существование двух верхних дырочных УЛ с нулевой модой (*n* = -2), расположенных выше по энергии по сравнению с другими дырочными УЛ;

3) электроноподобный УЛ с нулевой модой (*n* = 0), наложенный на УЛ центрального максимума второй подзоны.

В двойной квантовой яме, состоящей из двух слоев HgTe толщиной 8.5 нм, обнаружена ступенеобразная структура холловского магнитосопротивления $\rho_{yx}(B)$ с почти вертикальным ростом вокруг нуля и дальнейшим ходом, сосредоточенным в окрестностях величины h/e^2 . Особенностью зонного спектра данных двойной квантовой яме является наличие острого максимума в центре зоны Бриллюэна, расположенного близко по энергии к боковому максимуму. Наблюдаемый резкий рост $\rho_{yx}(B)$ вблизи нуля согласуется с исчезающе малой концентрацией легких дырок в этом максимуме, а выход на почти горизонтальный дальнейший ход $\rho_{yx}(B)$ для большой концентрации малоподвижных дырок в боковом максимуме обусловлен квантовыми эффектами.

Результаты, представленные в данной главе диссертации, были опубликованы в работах 4, 5 и 6 списка публикаций по теме диссертации.

Заключение

Работа посвящена исследованию гальваномагнитных эффектов (продольного и холловского магнитосопротивления) в сильных (квантующих) магнитных полях при низких температурах (режим квантового эффекта Холла) в полупроводниковых гетероструктурах на основе теллурида ртути. Измерения проводились на серии образцов с различной конфигурацией квантовых ям HgTe. Исследовано три типа структур: достаточно широкая (20.3 нм) одиночная КЯ HgTe с инвертированным зонным спектром, двойная КЯ, образованная двумя слоями HgTe (по 20.3 нм) с инвертированным зонным спектром, а также двойная КЯ, состоящая из слоев HgTe критической ширины (6.5 нм) и обладающая спектром, близким к спектру двуслойного графена.

Полученные экспериментальные результаты и их дальнейший анализ позволяют сделать следующие выводы:

1. В одиночной КЯ HgTe с инвертированным зонным спектром в режиме КЭХ в широком интервале температур, (2.9 -30) К , обнаружена степенная температурная зависимость ширины пиков МС (перехода плато-плато КЭХ) в области квантовых фазовых переходов плато-плато КЭХ, что соответствует представлениям гипотезы двухпараметрического скейлинга для неупорядоченных 2D – систем в квантующем магнитном поле. Найденное значение критического индекса, $\kappa = 0.54$, свидетельствует о крупномасштабном характере хаотического примесного потенциала в исследованном образце.

2. Анализ данных по квантовому магнитотранспорту в двойной квантовой яме HgTe/CdHgTe/ HgTe с шириной слоёв по 20 нм (ДКЯ-1) свидетельствует о том, что исследуемая система является полуметаллом с существенным перекрытием состояний валентной зоны (дырок) и состояний зоны проводимости (электронов), которое можно регулировать с помощью напряжения V_g , приложенного к затвору образца.

3. Получена зависимость концентрации как электронов, так и дырок от V_{g} . Показано, что разница зависимости концентраций дырок и электронов от величины напряжения на затворе обусловлена стабилизацией уровня Ферми в боковом экстремуме валентной зоны верхнего слоя HgTe.

4. Установлено, что наблюдение возвратного квантового эффекта Холла в двойной квантовой яме HgTe / CdHgTe *p*-типа проводимости с шириной слоев HgTe ~ 6.5 нм (ДКЯ-2) обусловлено необычным видом энергетического спектра ДКЯ и установлена связь полученных экспериментальных результатов с конкретными особенностями в картине уровней Ландау.
5. Обнаружено, что общий ход зависимостей $\rho_{xy}(B)$ и $\rho_{xx}(B)$ в ДКЯ-2 можно описать в рамках модели двух типов носителей: высокоподвижных дырок максимума в центре зоны Бриллюэна (в точке Г) и тяжелых дырок бокового максимума валентной зоны, с учетом стабилизирующего влияния состояний бокового экстремума с большой плотностью состояний на положение уровня Ферми в энергетическом спектре.

6. Проведенный анализ энергетического спектра показал, что причиной возвратного КЭХ является следующий набор факторов:

- боковой максимум в валентной зоне на фоне веерной диаграммы УЛ, сформированной из состояний центрального максимума, и достижимая близость к нему *E_F* в образцах *p*-типа;

- существование двух верхних дырочных УЛ с нулевой модой (n = -2), расположенных выше по энергии по сравнению с другими дырочными УЛ;

- электроноподобный УЛ с нулевой модой (*n* = 0), наложенный на УЛ центрального максимума второй подзоны.

Перспективы дальнейшей разработки темы

Как следует из проведенных экспериментов с ДКЯ HgTe/CdHgTe и расчетов, данный объект демонстрирует большое разнообразие особенностей квантового магнитотранспорта при высокой чувствительности к геометрии структуры, концентрации дефектов, легированию, встроенным электрическим полям и всевозможных внешним воздействиям. Все это весьма информативно как для фундаментальной физики, так и для практического применения.

В будущем планируется разработка следующих направлений:

1. Продолжение исследования квантового магнитотранспорта в серии ДКЯ HgTe/CdHgTe со слоями HgTe вблизи критической толщины 6.3 нм в большую и меньшую сторону. Это позволит проследить динамику обнаруженных закономерностей, что даст дополнительную информацию об их природе.

2. Исследования в магнитном поле, параллельном слоям ДКЯ, а также в наклонных полях. Это позволит получить новую информацию о геометрии структур и особенностях их зонного спектра.

3. До сих пор все измерения на ДКЯ HgTe/CdHgTe были выполнены при *p*-типе их проводимости, то есть исследовалась их валентная зона. Поэтому ведутся переговоры с технологами о возможности легирования структур донорами для получения *n*-типа проводимости. В таком случае можно будет проводить исследования эффектов в зоне проводимости. Она проще, но по сравнению с традиционными полупроводниковыми

системами, здесь будут существенно больше спиновые расщепления, что актуально как для фундаментальной физики, так и для современной спинтроники.

Список литературы

 E. B. Olshanetsky Quantum Hall liquid-insulator and plateau-to-plateau transitions in a high mobility 2D electron gas in an HgTe quantum well / E. B. Olshanetsky, S. Sassine, Z. D. Kvon [et al.] // JETP Letters. – 2007. – Vol. 84. – P. 565.

Quantum Spin Hall Insulator State in HgTe Quantum Wells / M. Konig, S. Wiedmann,
 C. Brune [et al.] // Science. – 2007. – Vol. 318. – № 5851. – P. 766-770.

3. The Quantum Spin Hall Effect: Theory and Experiment / M. König, H. Buhmann, L.
W. Molenkamp [et al.] // Journal of the Physical Society of Japan. – 2008. – Vol. 77. – № 3. –
P. 31007.

4. B. A. Bernevig Quantum Spin Hall Effect and Topological Phase Transition in HgTe Quantum Wells / B. A. Bernevig, T. L. Hughes // Science. – 2006.

5. Two-dimensional electron-hole system in a HgTe-based quantum well / Z. D. Kvon,
E. B. Olshanetsky, D. A. Kozlov [et al.] // JETP Letters. – 2008. – Vol. 87. – № 9. – P. 502-505.

Two-dimensional electron-hole system in HgTe-based quantum wells with surface orientation (112) / Z. D. Kvon, E. B. Olshanetsky, E. G. Novik [et al.] // Physical Review B. – 2011.
 Vol. 83. – № 19. – P. 193304.

Pressure- and temperature-driven phase transitions in HgTe quantum wells / S. S.
 Krishtopenko, I. Yahniuk, D. B. But [et al.] // Physical Review B. – 2016. – Vol. 94. – № 24. –
 P. 245402.

M. K"onig The quantum spin Hall effect: theory and experiment / Z. M. K"onig, H.
 Buhmann, L. W. Molenkamp [et al.] // J Phys. Soc. – 2008. – Vol. 77. – P. 031007.

9. I.M. Tsidilkovski. Electron spectrum of gapless semiconductors / I.M. Tsidilkovski. – Springer, 1997. – 249 p.

Single valley Dirac fermions in zero-gap HgTe quantum wells / B. Büttner, C. X. Liu,
G. Tkachov [et al.] // Nature Physics. – 2011. – Vol. 7. – № 5. – P. 418-422.

D. A.Kozlov Quantum Hall effect in a system of gapless Dirac fermions in HgTe quantum wells / D. A.Kozlov, Z.D.Kvon, N. N. Mikhailov [et al.] // JETP Letters. – 2015. – Vol. 100.
 – P. 724.

D. A. Kozlov Quantum Hall effect in HgTe quantum wells at nitrogen temperatures /
D. A. Kozlov, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov [et al.] // Applied Physics Letters. – 2014. – Vol. 105. –
P. 132102.

Bernevig B. A. Quantum Spin Hall Effect and Topological Phase Transition in HgTe
Quantum Wells / B. A. Bernevig, T. L. Hughes, S.-C. Zhang // Science. – 2006. – Vol. 314. – № 5806.
– P. 1757-1761.

14. Qi X.-L. Topological insulators and superconductors / Qi X.-L., Zhang S.-C. // Rev.

Mod. Phys. - 2011. - Vol. 83. - P. 1057.

15. B. A. Bernevig Helical liquid and the edge of quantum spin Hall systems / B. A. Bernevig, T. L. Hughes // Physical Review Letters. – 2006. – Vol. 96. – P. 106802.

16. Quantum Hall Effect near the Charge Neutrality Point in a Two-Dimensional Electron-Hole System / G. M. Gusev, E. B. Olshanetsky, Z. D. Kvon [et al.] // Physical Review Letters. – 2010.
– Vol. 104. – № 16. – P. 166401.

17. Two-dimensional semimetal in a wide HgTe quantum well: Magnetotransport and energy spectrum / G. M. Minkov, A. V Germanenko, O. E. Rut [et al.] // Physical Review B. – 2013.
– Vol. 88. – № 15. – P. 155306.

18. Krishtopenko S. S. Phase transitions in two tunnel-coupled HgTe quantum wells: Bilayer graphene analogy and beyond / S. S. Krishtopenko, W. Knap, F. Teppe // Scientific Reports. $-2016. - Vol. 6. - N_{2} 1. - P. 30755.$

19. Цидильковский И. М. Электронный спектр бесщелевых полупроводников / И. М. Цидильковский. – УрО АН СССР, 1991.

20. Groves S.H. Band structure of gray tin / Groves S.H. // Physical Review Letters. – 1963. – Vol. 11. – P. 194.

21. I.M. Tsidilkovski. Electron spectrum of gapless semiconductors / I.M. Tsidilkovski. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997. – 249 p.

22. Tsidilkovski I. M. Impurity states and electron transport in gapless semiconductors / I.
M. Tsidilkovski, G. I. Harus, N. G. Shelushinina // Advances in Physics. – 1985. – Vol. 34. – № 1. –
P. 43-174.

23. В. Б. Сандомирский. К теории квантовых эффектов в электропроводности полупроводниковых пленок / В. Б. Сандомирский // Радиотехника и электроника. – 1962. – Vol. 7. – Р. 1971.

24. Ю. Ф. Огрин О наблюдении квантовых размерных эффектов в пленках Ві / Ю.
Ф. Огрин, В. Н. Луцкий // Письма в ЖЭТФ. – 1966. – Vol. 3. – Р. 114 — 118.

25. Б. А. Джойс Молекулярно-лучевая эпитаксия и гетероструктуры / Б. А. Джойс, Р. Хекингботтом, У. Менх и др. – 1989. – 582 р.

26. Двумерные электронные системы в квантовых ямах на основе HgTe / 3. Д. Квон,
Е. Б. Ольшанецкий, Н. Н. Михайлов и др. // ФНТ. – 2009. – Vol. 35. – Р. 10.

27. Band structure of semimagnetic $Hg_{1-y}Mn_yTe$ quantum wells / E. G. Novik, A. Pfeuffer-Jeschke, T. Jungwirth [et al.] // Physical Review B. – 2005. – Vol. 72. – No 3. – P. 35321.

28. M. G. Burt Fundamentals of envelope function theory for electronic states and photonic modes in nanostructures / M. G. Burt // J. Phys. Condens. Matter. – 1999. – Vol. 11. – P. 53.

29. P. Michetti Tunable quantum spin Hall effect in double quantum wells / P. Michetti,

J. C. Budich, E. G. Novik // Physical Review B. - 2012. - Vol. 85. - P. 125309.

30. Hall E. H. On a New Action of the Magnet on Electric Currents / E. H. Hall // American Journal of Mathematics. – 1879. – Vol. 2. – P. 287.

31. Klitzing K. New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance / K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper // Physical Review Letters. – 1980. – Vol. 45. – № 6. – P. 494-497.

D. C. Tsui Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit / D. C.
 Tsui, H. L. Störmer // Physical Review Letters. – 1982. – Vol. 48. – P. 1559.

 М. Кейдж Квантовый эффект Холла / М. Кейдж, А. Чэнг; Р. Прендж и др. – Мир, 1989. – 408 р.

34. Girvin S. M. The Quantum Hall Effect: Novel Excitations and Broken Symmetries /S. M. Girvin // Topological Aspects of Low Dimensional Systems. – 2000.

35. Huckestein B. Scaling theory of the integer quantum Hall effect / B. Huckestein // Reviews of Modern Physics. – 1995. – Vol. 67. – № 2. – P. 357-396.

36. Бовкун Л. С. Магнитоспектроскопия двойных квантовых ям HgTe/CdHgTe / Бовкун Л. С. и др. // Физика и техника полупроводников. – 2016. – Vol. 50. – № 11. – Р. 1554-1560.

37. Бовкун Л. С. Поляризационно-чувствительная фурье-спектроскопия квантовых ям HgTe/CdHgTe в дальнем ИК диапазоне в магнитном поле / Бовкун Л. С. и др. // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2018. – Vol. 108. – № 5. – Р. 352-358.

38. Николаев И. Д. Зондирование состояний двухзарядного акцептора в гетероструктурах на основе CdHgTe с помощью оптического затвора / Николаев И. Д. и др. // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2020. – Vol. 111. – № 10. – Р. 682-688.

39. Kramer B. Random network models and quantum phase transitions in two dimensions
/ B. Kramer, T. Ohtsuki, S. Kennemann // Physics Reports. – 2005. – Vol. 417. – № 5-6. – P. 211-342.

40. A. Shvets Molecular beam epitaxy of CdxHg1-xTe / V. A. Shvets, N. N. Mikhailov,
D. G. Ikusov [et al.] // Opt. Spectrosc. - 2019. - Vol. 127. - P. 318.

41. Козлов Д. В. Вакансии ртути как двухвалентные акцепторы в структурах HgTe/Cd _x Hg _1-х Te с квантовыми ямами / Козлов Д. В. и др. // Физика и техника полупроводников. – 2016. – Vol. 50. – № 12. – Р. 1690-1696.

42. Brebrick R. F. Thermodynamic properties of HgTe-CdTe solid solutions / Brebrick R.
F. et al. // High temperature science. – 1991. – Vol. 31. – № 3. – P. 181-207.

43. Huckestein B. Scaling theory of the integer quantum Hall effect / B. Huckestein // Rev.

Mod. Phys. - 1995. - Vol. 67. - P. 357.

44. Wei H. P. Experiments on delocalization and university in the integral quantum Hall effect / Wei H. P., Tsui D. C., Paalanen M. A. [et al.] // Physical Review Letters. – 1988. – Vol. 61. – P. 1294.

45. Pruisken M. M. Universal scaling results for the plateau-insulator transition in the quantum Hall regime / Pruisken M. M., N. de Lang D. T., Ponomarenko L. A. // Solid State Communications. – 2006. – Vol. 137. – P. 540.

46. Wei H. P. Effect of long-range potential fluctuations on scaling in the integer quantum
Hall effect / H. P. Wei, S. Y. Lin, D. C. Tsui // Physical Review B. – 1992. – Vol. 45. – P. 3926–
3928.

47. Hohls F. Hopping conductivity in the quantum Hall effect: Revival of universal scaling / Hohls F. [et al.] // Physical Review Letters. – 2002. – Vol. 88. – P. 036802.

48. Li W. Scaling and universality of integer quantum Hall plateau-to-plateau transitions / Li W., Csathy G. A., Tsui D. C. [et al.] // Physical Review Letters. – 2005. – Vol. 94. – P. 206807.

49. Probing the p-Ge 1- x Si x /Ge/p-Ge 1- x Si x quantum well by means of the quantum Hall effect / Y. G. G. Arapov, G. I. Harus, V. N. Neverov [et al.] // Nanotechnology. -2000. - Vol. 11. $- N_{0} 4. - P. 351-358.$

50. Arapov Yu. G. Scaling in the quantum Hall effect regime in n-InGaAs/GaAs nanostructures / Arapov Yu. G., Gudina S. V., Klepikova A. S. [et al.] // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2013. – Vol. 117. – P. 144.

51. Giesbers A. J. M. Scaling of the quantum Hall plateau-plateau transition in graphene / Giesbers A. J. M., Zeitler U., Ponomarenko L. A. [et al.] // Physical Review B. – 2009. – Vol. 80. – P. 241411.

52. K. Bennaceur Unveiling quantum Hall transport by Efros-Shklovskii to Mott variablerange hopping transition in graphene / K. Bennaceur, P. Jacques, F. Portier [et al.] // Physical Review B. – 2012. – Vol. 86. – P. 085433.

53. E. B. Olshanetsky Quantum Hall liquid-insulator and plateau-to-plateau transitions in a high mobility 2D electron gas in an HgTe quantum well / E. B. Olshanetsky, S. Sassine, Z. D. Kvon[et al.] // JETP Letters. – 2007. – Vol. 84. – P. 565.

54. G. M. Minkov Weak antilocalization in HgTe quantum wells with inverted energy spectra / G. M. Minkov, A. V. Germanenko, O. E. Rut [et al.] // Physical Review B. – 2012. – Vol. 85. – P. 235312.

55. Gerchikov L. G. Interface States in Subband Structure of Semiconductor Quantum Wells / L. G. Gerchikov, A. V Subashiev // physica status solidi (b). – 1990. – Vol. 160. – № 2. – P. 443-457.

56. Spin splittings in the n- quantum well with inverted band structure / M. V Yakunin, S.
M. Podgornykh, N. N. Mikhailov [et al.] // Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures.
2010. – Vol. 42. – № 4. – P. 948-951.

57. P. T. Coleridge Universality in an integer quantum Hall transition / P. T. Coleridge // Physical Review B. – 1999. – Vol. 60. – P. 4493.

58. B. Kramer Localization in the quantum Hall regime / T. O. B. Kramer, S. Kettemann // Physica E. – 2003. – Vol. 20. – P. 172.

59. Evers F. Anderson transitions / F. Evers, A. D. Mirlin // Rev. Mod. Phys. – 2008. – Vol. 80. – P. 1355.

60. H. Aoki Critical localization in two-dimensional Landau quantization / H. Aoki [et al.] // Physical Review Letters. – 1985. – Vol. 54. – P. 831.

61. A. M. M. Pruisken Universal singularities in the integral quantum Hall effect / A. M.
M. Pruisken // Physical Review Letters. – 1988. – Vol. 61. – P. 1297.

62. A. M. M. Pruisken Non-fermi liquid criticality and superuniversality in the quantum hall regime / A. M. M. Pruisken [et al.] // JETP Letters. – 2008. – Vol. 87. – P. 220.

63. I. S. Burmistrov Wave function multifractality and dephasing at metal–insulator and quantum Hall transitions / I. S. Burmistrov, S. Bera, F. Evers [et al.] // Ann. Phys. – 2011. – Vol. 326. – P. 1457.

64. S. Koch Size-dependent analysis of the metal-insulator transition in the integral quantum Hall effect / S. Koch [et al.] // Physical Review Letters. – 1991. – Vol. 67. – P. 882.

65. K.-H. Yoo Experiments on scaling and variable range hopping in the integral quantum Hall effect / K.-H. Yoo, H.C. Kwon [et al.] // Solid State Communications. – 1994. – Vol. 92. – № 10. – P. 821.

66. S. Koch Variable range hopping transport in the tails of the conductivity peaks between quantum Hall plateaus / S. Koch, R J Haug, K von Klitzing [et al.] // Superconductor Science and Technology. – 1995. – Vol. 10. – P. 209.

67. Tao Tu Scaling behavior and variable hopping conductivity in the quantum Hall plateau transition / Tao Tu, Yong-Jie Zhao, Guo-Ping Guo[et al.] // Phys. Lett. A. – 2007. – Vol. 368. – P. 108.

68. Y. J. Zhao Experimental studies of scaling behavior of a quantum Hall system with a tunable Landau level mixing / Y. J. Zhao, T. Tu, X. J. Hao [et al.] // PHYSICAL REVIEW B. – 2008.
– Vol. 78. – P. 233301.

69. N.A. Dodoo-Amoo Non-universality of scaling exponents in quantum Hall transitions
/ N.A.Dodoo-Amoo, K.Saeed, D. Mistry [et al.] // J. Phys. Condens. Matter. – 2014. – Vol. 26. –
P. 475801.

70. Xuebin Wang Scaling properties of the plateau transitions in the two-dimensional hole gas system / Xuebin Wang, Haiwen Liu, Junbo Zhu [et al.] // Physical Review B Rev. B. – 2016. – Vol. 93. – P. 075307.

71. R.E. Prange Graduate Texts in Contemporary Physics / R.E. Prange [et al.]. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1987.

72. G.V. Mil'nikov Localization of magnetic surface states in a nonuniform, twodimensional system / G.V. Mil'nikov [et al.] // JETP Letters. – 1989. – Vol. 48. – P. 536.

73. A. Hansen Criticality in the Integer Quantum Hall Effect /A. Hansen, E. H. Hauge, Joakim Hove [et al.] // Annual Reviews of Computational Physics. – 1997. – Vol. 5. – P. 201.

74. Бурмистров И.С. Введение в теорию целочисленного квантового эффекта Холла / Бурмистров И.С. – Редакционно-издательский отдел ИПХФ РАН, 2015.

75. J.T. Chalker Percolation, quantum tunnelling and the integer Hall effect / J.T. Chalker [et al.] // J. Phys. C: Solid State Phys. – 1988. – Vol. 21. – P. 2665.

76. S.A. Trugman. Localization, percolation, and the quantum Hall effect / S.A. Trugman // Physical Review B. – 1983. – Vol. 27. – P. 7539.

D.-H. Lee Quantum percolation and plateau transitions in the quantum Hall effect /
D.-H. Lee, Z. Wang [et al.] // Physical Review Letters. – 1993. – Vol. 70. – P. 4130.

78. S. V. Gudina Large-scale impurity potential in the quantum Hall effect for the HgTe quantum well with inverted band structure / S. V. Gudina, Yu.G. Arapov, V. N. Neverov [et al.] // ArXiv. – 2017. – Vol. 1712.04776.

79. S.V. Gudina К вопросу об универсальности критических индексов в режиме квантового эффекта Холла / S.V. Gudina, A.S. Klepikova, V.N. Neverov [et al.] // ФНТ. – 2019. – Vol. 45. – Р. 204.

High-temperature quantum Hall effect in finite gapped HgTe quantum wells / T.
 Khouri, M. Bendias, P. Leubner [et al.] // Physical Review B. – 2016. – Vol. 93. – P. 125308.

81. E. B. Olshanetsky Two-dimensional semimetal in HgTe-based quantum wells with surface orientation (100) / E. B. Olshanetsky, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov [et al.] // Solid State Communications. – 2012. – Vol. 152. – P. 265.

82. R. Fletcher Two-band electron transport in a double quantum well / R. Fletcher, M. Tsaousidou, T. Smith [et al.] // Physical Review B. – 2005. – Vol. 71. – P. 155310.

83. O. E. Raichev Unconventional Hall effect near charge neutrality point in a twodimensional electron-hole system / O. E. Raichev, G. M. Gusev, E. B. Olshanetsky [et al.]// Physical Review B. – 2012. – Vol. 86. – P. 155320.

84. A. V. Suslov Stand alone experimental setup for dc transport measurements / A. V.
 Suslov // Rev. Sci. Instrum. – 2010. – Vol. 81. – P. 075111.

M. K"onig Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells / M. K"onig, S.
Wiedmann, C. Br"une [et al.] // Science. – 2007. – Vol. 318. – P. 766.

K. Seeger Semiconductor Physics / K. Seeger. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg,
 1977.

M.Orlita Fine structure of zero-mode Landau levels in HgTe/HgCdTe quantum wells
/ M.Orlita, K. Masztalerz, C. Faugeras [et al.] // Physical Review B. – 2011. – Vol. 83. – P. 115307.

M. Schultz Crossing of conduction-and valence-subband Landau levels in an inverted HgTe/CdTe quantum well / M. Schultz, U. Merkt, A. Sonntag [et al.] // Physical Review B. – 1998.
Vol. 57. – P. 14772.

89. M. J. Schmidt Optical manipulation of edge-state transport in HgTe quantum wells in the quantum Hall regime / M. J. Schmidt, E. G. Novik, M. Kindermann [et al.] // Physical Review B. – 2009. – Vol. 79. – P. 241306.

90. M. V. Yakunin Tilted magnetic field quantum magnetotransport in the double quantum well with a sizable bulk g-factor: InxGa1- xAs/GaAs /M. V. Yakunin [et al.] // Physica E. – 2008. – Vol. 40. – P. 1451.

91. M. V. Yakunin Evolution of the spin-split quantum Hall states with magnetic field tilt in the InAs-based double quantum wells / M. V. Yakunin, A. de Visser, G. Galistu [et al.] // J. Phys.: Conf. Ser. – 2009. – Vol. 150. – P. 022100.

92. S. E. GulebaglanThe dip effect under integer quantized Hall conditions / S. E. Gulebaglan, S. B. Kalkan, S. Sirt [et al.] // Eur. Phys. J. B. – 2014. – Vol. 87. – P. 72.

93. G. M. Gusev Nonlocal transport near charge neutrality point in a two-dimensional electron-hole system / G. M. Gusev, E. B. Olshanetsky, Z. D. Kvon [et al.] // Physical Review Letters. – 2012. – Vol. 108. – P. 226804.

94. E. B. Olshanetsky Metal-insulator transition in a HgTe quantum well under hydrostatic pressure / E. B. Olshanetsky, Z. D. Kvon, Ya. A. Gerasimenko [et al.] // JETP Letters. – 2014. – Vol. 98. – P. 843.

95. Hasan M. Z. Colloquium: Topological insulators / M. Z. Hasan, C. L. Kane // Rev. Mod. Phys. – 2010. – Vol. 82. – P. 3045.

96. Magnetotransport in double quantum well with inverted energy spectrum: HgTe/CdHgTe / M. V Yakunin, A. V Suslov, M. R. Popov [et al.] // Physical Review B. – 2016. – Vol. 93. – № 8. – P. 85308.

97. M. V. Yakunin Spin effects in magnetoresistance induced in an n-InxGa1–x As/GaAs double quantum well by a parallel magnetic field / M. V. Yakunin, G. A. Alshanski, Yu. G. Arapov [et al.] // Semiconductors. – 2005. – Vol. 39. – P. 107.

98. M. V. Yakunin Effects of spin polarization in the HgTe quantum well / M. V. Yakunin,

A. V. Suslov, S. M. Podgornykh [et al.] // Physical Review B. - 2012. - Vol. 85. - P. 245321.

99. S. K. Lyo Transport and level anticrossing in strongly coupled double quantum wells with in-plane magnetic fields / S. K. Lyo // Physical Review B. – 1994. – Vol. 50. – P. 4965.

100. M. Orlita Fine structure of zero-mode Landau levels in HgTe/HgCdTe quantum wells / M. Orlita, K. Masztalerz, C. Faugeras [et al.] // Physical Review B. – 2011. – Vol. 83. – P. 115307.

101. M. Schultz Crossing of conduction- and valence-subband Landau levels in an inverted HgTe/CdTe quantum well / M. Schultz, U. Merkt, A. Sonntag, U. [et al.] // Physical Review B. – 1998. – Vol. 57. – P. 14772.

102. A. Hansen Tunneling and Universality in the Integer Quantum Hall Effect / A. Hansen,
E. H. Hauge, J. Hove [et al.] // arXiv. – 1997. – Vol. 9703026.

103. K. Suzuki Quantum Hall effect in back-gated InAs/GaSb heterostructures under a tilted magnetic field / K. Suzuki, S. Miyashita, K. Takashina [et al.] // Physica E. – 2004. – Vol. 20. – P. 232.

104. К.Е. Спирин Биполярная остаточная фотопроводимость в гетероструктурах HgTe/CdHgTe (013) с двойными квантовыми ямами /К.Е. Спирин и др. // ФТП. – 2018. – Vol. 52. – Р. 1482.

105. A. V. Ikonnikov Origin of Structure Inversion Asymmetry in Double HgTe Quantum Wells / A. V. Ikonnikov [et al.] // JETP Letters. – 2022. – Vol. 116. – P. 547.

106. M. König Quantum Spin Hall Insulator State in HgTe Quantum Wells / M. König,
S.Wiedmann, C. Brüne [et al.] // Science. – 2007. – Vol. 318. – P. 766.

107. A. Hansen Computational physics / A. Hansen, E. H. Hauge, J. Hove [et al.] // Annual Reviews of Computational Physics. – 1997. – Vol. 5. – P. 201.

108. E. E. Mendez Quantum Hall effect in a two-dimensional electron-hole gas /E. E. Mendez, L. Esaki [et al.] // Physical Review Letters. – 1985. – Vol. 55. – P. 2216.

109. K. Suzuki Landau-Level Hybridization and the Quantum Hall Effect in I n A s/(A l S b)/G a S b Electron-Hole Systems / K. Suzuki, K. Takashina, S. Miyashita [et al.] // Physical Review Letters. – 2004. – Vol. 93. – P. 016803.

110. W. Zawadzki Reservoir model for two-dimensional electron gases in quantizing magnetic fields: A review / W. Zawadzki [et al.] // physica status solidi (b). – 2014. – Vol. 251. – P. 247.

111. S. I. Dorozhkin Quantum Hall effect in a system with an electron reservoir / S. I. Dorozhkin // JETP Letters. – 2016. – Vol. 103. – P. 513.

112. G. A. Baraff Explanation of quantized-Hall-resistance plateaus in heterojunction inversion layers / G. A. Baraff [et al.] // Physical Review B Rev. B. – 1981. – Vol. 24. – P. 2274.

113. T. J. B. M. Janssen Anomalously strong pinning of the filling factor v=2 in epitaxial

graphene / T. J. B. M. Janssen, A. Tzalenchuk, R. Yakimova [et al.] // Physical Review B Rev. B. – 2011. – Vol. 83. – P. 233402.

114. M. Yang Puddle-induced resistance oscillations in the breakdown of the graphene quantum Hall effect / B. J. M. Yang, O. Couturaud, W. Desrat [et al.] // Physical Review Letters. – 2016. – Vol. 117. – P. 237702.

115. D. A. Kozlov Terahertz electron transport in a two-dimensional topological insulator in a HgTe quantum well / D. A. Kozlov, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov [et al.] // JETP Letters. – 2014.
– Vol. 100. – P. 724.

116. Unconventional reentrant quantum Hall effect in a HgTe/CdHgTe double quantum well / M. V Yakunin, S. S. Krishtopenko, W. Desrat [et al.] // Physical Review B. – 2020. – Vol. 102.
– № 16. – P. 165305.

117. HgTe/CdHgTe double quantum well with a spectrum of bilayer graphene and peculiarities of its magnetotransport / M. V Yakunin, S. S. Krishtopenko, S. M. Podgornykh [et al.] // JETP Letters. -2016. - Vol. 104. - No 6. - P. 403-410.