

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи



Сологубов Андрей Юрьевич

**ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫЕ СОЛНЕЧНЫЕ ЭНЕРГОУСТАНОВКИ НА
БАЗЕ СФЕРИЧЕСКОГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МАНИПУЛЯТОРА**

Специальность 2.4.5 – Энергетические системы и комплексы

ДИССЕРТАЦИЯ

диссертации на соискание учёной степени

кандидата технических наук

Научный руководитель –
доктор технических наук, профессор
Кирпичникова Ирина Михайловна

Екатеринбург – 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ.....	11
1.1 Архитектура энергетического комплекса	11
1.2 Современные сенсорные технологии в системах слежения за Солнцем	20
1.3 Типы электрических машин, используемых в системах слежения за Солнцем	36
1.4 Классические типы опорно-поворотных механизмов и новые конструкции	41
1.5 Алгоритмы управления, используемые для управления ОПУ	49
1.6 Обобщённая классификация современных систем слежения за Солнцем	65
1.7 Обоснование научной проблемы и целей исследования	73
1.8 Заключение и выводы по 1 главе	75
ГЛАВА 2. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГОУСТАНОВКИ НА БАЗЕ СФЕРИЧЕСКОГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МАНИПУЛЯТОРА.....	76
2.1 Общие сведения об астрономических алгоритмах, применяющихся для вычисления солнечной позиции	76
2.2 Формирование временных баз данных для формирования рабочего пространства энергетического комплекса.	79
2.3 Задача обратной кинематики	95
2.3 Задача обратной динамики	117
2.4 Вычислительные алгоритмы	131
2.5 Метод проектирования ВИРД	136
2.6 Заключение и выводы по главе 2	151
ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЕ СКОРОСТИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ.....	153
3.1. Предусловки для синтеза системы управления.	153
3.2 Устройство системы управления и некоторых подходы к синтезу	163
3.3 Заключение и выводы по главе 3:	173
ГЛАВА 4. ВИРТУАЛЬНОЕ ПРОТОТИПИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГОУСТАНОВКИ НА БАЗЕ СФЕРИЧЕСКОГО МАНИПУЛЯТОРА.....	175

4.1. Конечно-элементная модель энергетического комплекса для слежения за Солнцем на базе сферического параллельного манипулятора	175
4.2. Функциональная физическая модель энергетического комплекса для слежения за Солнцем на базе СПМ.	178
4.3 Заключение и выводы по главе 4:	181
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	182
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	184
ПРИЛОЖЕНИЕ А. ПРОГРАММА ФОРМИРОВАНИЯ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ СЕКТОР ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СОЛНЕЧНОЙ ПОЗИЦИИ И ОБРАБОТКИ УГЛОВЫХ ДАННЫХ РАСЧЁТА.....	207
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. ПРОГРАММА РАСЧЁТА ТАХОГРАММ И НАГРУЗОЧНЫХ ДИАГРАММ ДЛЯ СФЕРИЧЕСКОГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МАНИПУЛЯТОРА	250
ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПРОГРАММА ДЛЯ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ	259
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. ПРОГРАММА ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА ДОПУСТИМЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРИВОДНОГО ДВИГАТЕЛЯ	262
ПРИЛОЖЕНИЕ Д. СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ВНЕШНИМ КОНТУРОМ, ЗАДАЮЩИМ ИСКУССТВЕННЫЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОЛЯ, И С ВНУТРЕННИМ КОНТУРОМ, ЗАДАЮЩИМ ДЕФОРМАЦИЮ ГРАДИЕНТНОГО ПОТОКА	267
ПРИЛОЖЕНИЕ Е. ИНФОРМАЦИЯ О ГРАНТЕ РФФИ	271

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Солнечная энергия – наиболее доступная и перспективная по масштабам своего распространения из всех возобновляемых источников энергии (ВИЭ) [1]. Принципы преобразования этой энергии в виды, удобные для практического использования, просты, надёжны и безопасны. Прогнозируемая продолжительность жизненного цикла Солнца делает этот источник энергии практически неисчерпаемым [2, 3]. Благодаря этому солнечная энергетика за последнее десятилетие стала развиваться быстрыми темпами [4, 5].

Существует три ключевых способа дальнейшего совершенствования технологии производства и распределения солнечной энергии. Первым направлением является совершенствование материалов фотоэлементов. Второе направление заключается в создании аккумуляторов с более высокой ёмкостью для обслуживания энергетических комплексов в ночное время суток или в пасмурные дни.

Мотивацией для рассматриваемой диссертации является третье направление, а именно разработка новых систем ориентации солнечных батарей на базе параллельных манипуляторов, которые обеспечивают преимущества двухосевых систем слежения, обладая при этом потенциалом для устранения их недостатков. Эта менее распространенная альтернатива может стать ключом к созданию улучшенных солнечных трекеров. Есть много преимуществ, которые имеют параллельные манипуляторы. Параллельные манипуляторы по своей природе обладают большей жесткостью и грузоподъемностью за счёт распределения нагрузки на кинематические цепи и приводы. Высокая точность параллельных манипуляторов также снижает количество ошибок, накапливаемых современными системами ориентации. Это позволяет использовать новую элементную базу.

Дополнительной мотивацией является разработка новых алгоритмов управления на базе систем поиска экстремума. Это повышает уровень

автоматизации и автономности таких систем. Таким образом, вышеизложенное определяет актуальность вопросов, рассматриваемых в диссертации.

Мнения относительно применения систем слежения за Солнцем достаточно полярны. Результаты некоторых исследований поддерживают идею того, что внедрение систем слежения существенно повышает выработку энергии (вплоть до 40% дополнительной энергии по сравнению с фиксированными установками). Придерживающиеся альтернативной точки зрения полагают, что системы самонаведения сложны, требуют большого энергопотребления для собственной работы, поэтому их не всегда целесообразно применять.

Степень разработанности темы исследования: общим проблемам развития солнечной энергетики посвящены работы Безруких П.П., Щеклеина С.Е., Велькина В.И., Елистратова В.В., Стребкова Д.С., Обухова С.Г., Григораша О.В., Митрофанова С.В. Значительный вклад в развитие систем ориентации солнечных батарей внесли Турдзеладзе Д.А., Терехов В.М., Овсянников В.М., Сорокин Г.Ю., Аржанов К.В., Gosselin K., Rolland L., Ghosal A.

Целью диссертации является разработка и исследование системы ориентации солнечных батарей на базе сферического параллельного манипулятора (СОСБ на базе СПМ), обеспечивающего качественный поиск точки максимальной энергоэффективности (ТМЭ) в условиях её дрейфа за счёт использования специально разработанных алгоритмов.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

1. Выбор архитектуры высокоэффективных солнечных энергоустановок на базе сферического параллельного манипулятора;

2. Определение взаимосвязи движения Солнца в выбранном географическом местоположении с формой рабочего пространства энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора в режиме идеальной ориентации на Солнце;

3. Исследование особенностей кинематики и динамики солнечной энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора в этом рабочем пространстве, оптимизация ключевых параметров состояния

энергетического комплекса и разработка математических моделей;

4. Разработка и исследование системы экстремальной ориентации солнечной энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора на основе поиска экстремума с вспомогательной модуляцией;

5. Экспериментальное исследование солнечной энергоустановки в режиме идеальной ориентации на Солнце на виртуальном прототипе и разработка базового физического образца.

Объектом исследования выступает сферический манипулятор с установленной на подвижную платформу солнечной батареей, приводимый в движение тремя вентильно-индукторными двигателями под управлением системы экстремального регулирования для отслеживания ТМЭ.

Предметом исследования являются кинематические, динамические и энергетические свойства солнечной энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора, а также показатели качества разработанных алгоритмов управления при отслеживании ТМЭ в разных условиях.

Методология и методы исследования. При решении поставленных задач использованы приёмы визуализации и анализа многомерных данных, методы вариационного исчисления, матричный и тензорный аппарат, анализ систем нелинейных дифференциальных уравнений, структурных схем и передаточных функций, методы многомерной оптимизации, объектно-ориентированного инжиниринга. Исследование синтезируемых систем выполнялось методами имитационного моделирования и виртуального прототипирования.

Достоверность результатов научных положений, результатов и выводов обосновываются корректностью постановки задач, применением математического аппарата, методик экспериментов и подтверждением адекватности математического моделирования, выполненного в программных пакетах MATLAB/Simulink результатам исследований на конечно-элементной модели.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Архитектура высокоэффективных солнечных энергоустановок на базе

сферического параллельного манипулятора;

2. Метод и результаты построения рабочего пространства рабочего пространства и идентификации кинематических и динамических свойств энергоустановки в режиме идеальной ориентации на Солнце;

3. Набор минимизируемых/максимизируемых критериев и ограничений, а также алгоритм выбора рациональных параметров энергокомплекса, обеспечивающих эффективное использование электроэнергии;

4. Блок-схема трёхконтурной системы экстремальной ориентации на Солнце, особенности её функционирования и настройки;

5. Методы разработки виртуального прототипа высокоэффективных солнечных энергоустановок на базе сферического параллельного манипулятора, результаты моделирования и экспериментальных исследований, а также элементы технико-экономического анализа для проектного менеджмента;

Научная новизна:

1. Предложена новая архитектура высокоэффективных солнечных энергоустановок на базе сферического параллельного манипулятора;

2. Разработана методика построения рабочего пространства и идентификации кинематических и динамических свойств применительно к энергоустановкам на базе сферического параллельного манипулятора в режиме идеальной ориентации на Солнце;

3. Описаны существенные особенности систем экстремальной ориентации на Солнце и разработан новый критерий достижения конечного состояния системы поиска точки максимальной эффективности энергетического комплекса;

4. Впервые разработан виртуальный прототип высокоэффективной энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора;

5. Предложена методика технико-экономической оценки высокоэффективных энергоустановок на базе сферического параллельного манипулятора, позволяющая прогнозировать затраты, определять точку безубыточности и границы рациональной применимости. Эта методика

базируется на статистически значимых коэффициентах и опыте эксплуатации энергетических объектов в аналогичных промышленных условиях.

Теоретическая и практическая значимость: решение поставленных в проекте задач позволяет получить научно-технический задел для разработки и дальнейшей реализации проектов по совершенствованию крупных солнечных электростанций с большим количеством систем слежения за Солнцем, а также созданию новых конструкций телескопов и автоматизированных комплексов на их основе.

Реализация результатов работы: получили внедрение в учебный процесс на кафедре электрических станций, сетей и систем электроснабжения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (имеется акт о внедрении). Разработанная программа используется в ООО НПП «Астраэнергоэффект», г. Астрахань (организация проводит энергоаудит и разрабатывает программы энергосбережения для ряда бюджетных образовательных и медицинских организаций, промышленных предприятий и организаций, осуществляющих регулируемые виды деятельности).

Апробация результатов исследований: основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих научно-технических конференциях:

1. «Международная научно-практическая конференция. Электротехнические комплексы и системы. 2017 и 2018 гг». г. Уфа.;
2. Научные конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов и сотрудников кафедры «Электрические станции, сети и системы электроснабжения», Энергетический факультет, г. Челябинск, ЮУрГУ (НИУ), 2018-2021 г.г.
3. International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM, 2018 – 2023;
4. Внутренний семинар исследовательского центра процессов управления.

Институт программных систем имени А.К. Айламазяна (ИПС РАН), г. Переславль-Залесский, 19 ноября 2023 года.

5. 12-я научная конференция аспирантов и докторантов ЮУрГУ, Энергетический факультет, Политехнический институт, г. Челябинск, ЮУрГУ (НИУ), 10-16 марта 2020 года.

6. Международная школа молодых ученых «Моделирование и оптимизация сложных систем» (MOCS-2020)., г. Суздаль, Россия, 3–8 июля 2020 г.

7. Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Энерго- и ресурсосбережение. Энергообеспечение. Нетрадиционные и возобновляемые источники энергии. Атомная энергетика» — Даниловские чтения, посвященные памяти профессора Данилова Н. И. (1945–2015). Екатеринбург, 09–13 декабря 2023 г.

8. Энергоэффективность. Ценология. Экология и Энергобезопасность. Материалы научной конференции. 16–19 сентября 2020 года.

Соответствие научной специальности: Диссертация соответствует **пункту 2** паспорта специальности 2.4.5 – Энергетические системы и комплексы: математическое моделирование, численные и натурные исследования физико-химических и рабочих процессов, протекающих в энергетических системах и установках на органическом и альтернативных топливах и возобновляемых видах энергии, их основном и вспомогательном оборудовании и общем технологическом цикле производства электрической и тепловой энергии; и **пункту 4:** разработка научных подходов, методов, алгоритмов, технологий конструирования и проектирования, контроля и диагностики, оценки надежности основного и вспомогательного оборудования энергетических систем, станций и энергокомплексов и входящих в них энергетических установок.

Публикации по теме диссертационной работы. По теме диссертации опубликована 21 печатная работа, в том числе 10 в рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК при Министерстве науки и

высшего образования РФ и Аттестационными советом УрФУ, 10 в сборниках докладов и трудах российских и международных конференций РИНЦ, получено 1 свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

Личный вклад автора заключается в постановке целей и задач исследования; разработке программ идентификации кинематических и динамических свойств энергоустановки; разработке программ выбора рациональных параметров энергокомплекса; разработке математической модели энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора; разработке системы экстремального управления мощностью энергокомплекса; разработке виртуального прототипа и базовой физической модели.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, перечня сокращений и условных обозначений, списка литературы из 243 наименований (отечественных и зарубежных авторов) и 6 приложений. Общий объем диссертации составляет 271 страницу, в том числе 183 страницы основного текста, включающего в себя 31 рисунок, 13 таблиц и 65 страниц приложений.

Исследование выполняется при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90156.

ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

В первой главе даётся обзор развития систем слежения за Солнцем, определяются основные направления развития, выявляются ключевые проблемы и задачи, возникающие при проектировании и эксплуатации систем ориентации солнечных батарей, особенности систем преобразования энергии Солнца в электрическую энергию, тенденции развития, анализ литературы, проводится морфологический анализ и формулируются задачи диссертации.

1.1 Архитектура энергетического комплекса

Системы слежения за Солнцем можно рассматривать в качестве особого класса астроследящих энергетических комплексов, обладающих собственными отличительными особенностями. Для разработки энергокомплексов подобного типа, включая новые, необходимо проведение анализа ряда весьма специфических режимных и конструктивных факторов. Необходимы анализ и уточнение требований, сформулированных к солнечным энергоустановкам в предшествующих работах. Необходимо принять во внимание ограничения, свойственные системам ориентации солнечных батарей с традиционными типами двигателей, сенсоров и алгоритмов управления, и рассмотреть новые возможности, связанные с использованием сферических позиционных манипуляторов, вентильно-индукторных двигателей и систем экстремального регулирования. Необходимо также проведение исследований известных систем управления энергокомплексами, с целью выбора наиболее рационального принципа управления. С единых методологических позиций необходимо выполнить обзор полученных на данный момент результатов, включая способы управления двигателями, принципы построения систем управления, технические решения для элементов электропривода. Затем выявить проблемы

совершенствования энергокомплексов, сформулировать задачи исследования и определить подходы к их решению. Решению перечисленных задач посвящается настоящая глава.

Системы слежения за Солнцем - это специальный класс энергетических комплексов, представляющих собой объединение взаимосвязанных через поворотный механизм позиционно-следящих энергокомплексов и алгоритмов управления ими. Вместе они реализуют сложную программу позиционирования приёмной поверхности в точку максимально возможной эффективности конверсии энергии солнечного излучения в электрическую энергию [6–8], используя фотоэлектрический принцип преобразования энергии [9]. Гелиоэнергетические установки представляют интерес как со стороны машиностроительной отрасли в целом [10, 11], так и в электротехнической и энергетической отрасли в частности.

Развитие современных солнечных энергоустановок связано с совершенствованием электромеханического преобразователя (ЭМП), в частности, с оптимизацией процесса электромеханического преобразования энергии. Долгое время решение этой задачи связывалось с применением более эффективных материалов, технологий производства и конструктивных решений, но требования, предъявляемые к современным энергетическим комплексам, продолжают расти, а резервы развития их показателей и характеристик исключительно за счёт перечисленных в определенной степени исчерпаны.

Классические системы представляют собой перекрёстно-взаимосвязанную гироскопическую систему с динамическим дисбалансом. На рисунке 1.1 показана обобщённая архитектура энергетического комплекса.

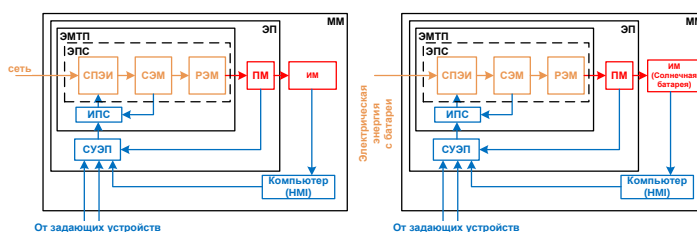


Рисунок 1.1 – Архитектура энергетического комплекса гелиоустановки

Современный уровень унификации подразумевает обобщённую функциональную и элементную базу, компонентный состав [12]. Каждый из энергокомплексов гелиоустановок (ЭК ГУ) управляется от общего центрального вычислительного устройства (ЦВЧУ), которое решает траекторные задачи движения и выдаёт сигналы для систем управления отдельных энергетических подсистем более низкого уровня. Они управляют приводами в соответствие сигналами от ЦВЧУ и датчиков Солнца (при их наличии). Функциональная схема на рисунке 1.2 отражает системные взаимосвязи между указанными элементами.

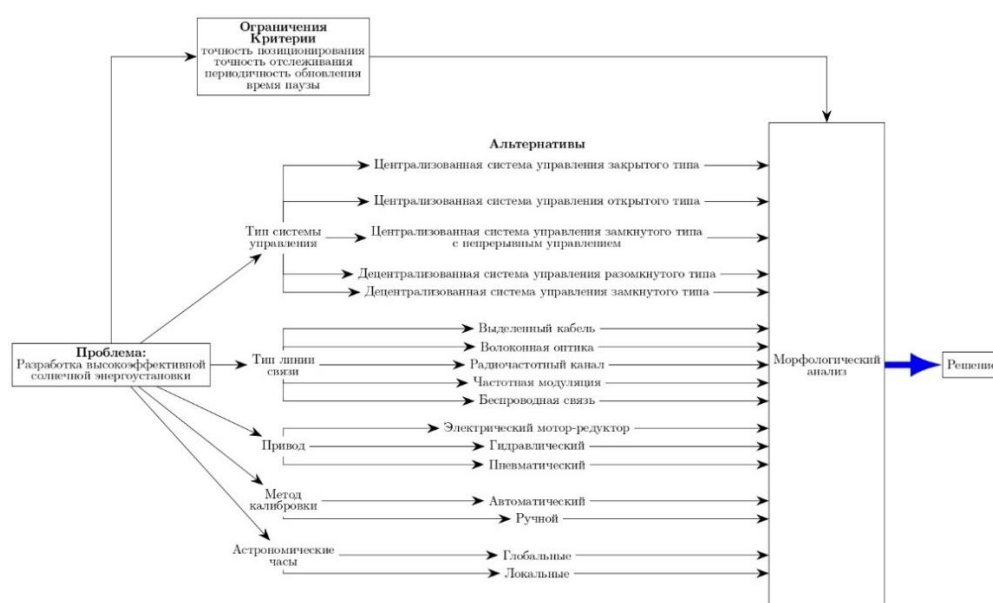


Рисунок 1.2 – Проблемно-ориентированное проектирование ЭК ГУ
(включающее классические и нестандартные подходы)

В целом, солнечная энергоустановка представляет собой технологический объект, включающий следующие электромеханические подсистемы (ЭПМ):

- азимутальный редукторный ЭПМ – регулирует положение по углу азимута (аналог «крена» в терминах углов Крылова);
- зенитный редукторный ЭПМ – регулирует положение по углу Зенита (аналог «тангажа» в терминах углов Крылова);

С точки зрения системного подхода к системам слежения за Солнцем, энергетические комплексы солнечных энергоустановок обладают рядом

присущих сложным системам свойств:

1. ЭК ГУ может быть подсистемой более крупной гелиосистемы (например, солнечной электростанции);

2. ЭК ГУ является иерархической технической системой в функциональном, организационном или в каком-либо другом плане;

3. ЭК ГУ является открытой системой, т.е. допускающей своё развитие, расширение на аппаратном и информационном уровнях, а также активно взаимодействующей с окружающей средой и испытывающей её влияние.

Решение задачи максимизации эффективности обуславливает декомпозицию ЭК ГУ на типовые подсистемы, в число которых входят (в соответствии с [11, 13, 14]):

– Модуль I. Фотоэлектрическая подсистема: данный модуль осуществляет преобразование энергии солнечного излучения в электрическую энергию с помощью набора фотоэлектрических преобразователей и модулей (ФП, ФМ). Совершенствование материалов ФП и их характеристик в представленной диссертации не рассматривается.

– Модуль II. Электромеханическая подсистема ЭК ГУ: включает в свой состав приёмную поверхность (Модуль I, см. пункт 1 выше); опорно-поворотное устройство (ОПУ), на котором закрепляется приёмная поверхность; электродвигатель (ЭД), осуществляющий движение одной из степеней свободы поворотного механизма; редуктор, необходимый для снижения скорости вращения вала двигателя; силовой преобразователь (СП), предназначенный для подачи электрической энергии в обмотки ЭД. Этот модуль осуществляет электромеханическое преобразование энергии.

– Модуль III. Программно-аппаратная подсистема: включает в себя сенсоры, измеряющие системные параметры; алгоритмы интерпретации сигнала с датчиков, алгоритмы для непрерывного вычисления положения Солнца; программируемое устройство для координации режимов работы, а также стратегии управления электромеханической подсистемой в соответствии с

алгоритмом положения Солнца или координатами с сенсоров.

Для разработки качественной альтернативы классическим системам необходимо сформулировать проектную задачу, включающую основные эксплуатационные требования [15]. На рисунке 1.2 представлена блок-схема проблемно-ориентированного проектирования ЭК ГУ [15].

Анализ рисунка 1.2 показывает, что главными критериями проектирования являются [14–16]:

- достижение как можно более высокой точности отслеживания;
- обновление положения гелиостата каждые 4 секунды (если необходим шаговый режим);
- возможность перехода ГУ в защитную позицию в минимально возможное время; минимальное энергопотребление, для максимизации глобальной эффективности установки и оптимального соотношения производительности и затрат;
- надежность при различных возмущающих условиях (ветер, пыль, дождь, важные перепады температур);
- общая простота компоновки электропривода (по возможности отказ от редуктора), чтобы уменьшить стоимость и повысить жизнеспособность;
- возможность системной интеграции в централизованную структуру мониторинга и управления.

Основу проектных проблем составляет то, что система должна быть способна контролировать состояние системы и фиксацию в точке максимальной эффективности конверсии энергий с необходимой точностью, при этом стоимость не должна быть достаточно высокой (по оценкам некоторых источников, не превышать \$15/м [15]). Подобный подход является целесообразной мерой повышения эффективности [17].

Таким образом, этапы разработки ЭК ГУ будут включать в себя проектирование электромеханической подсистемы (Модуль II), т.е. внедрение механической поворотной платформы с координатными электродвигателями и

редукторами (возможен безредукторный вариант), а также программно-аппаратной подсистемы (Модуль III), т.е. электронное или цифровое электронное управление для реализации принятых алгоритмов управления для качественного позиционирования приёмной поверхности в точке максимальной эффективности конверсии энергии.

Повышение технического уровня существующих ЭК ГУ направлен на решение проблем использования возобновляемой энергии, а также её хранения [12]. Эта не только чрезвычайно важная, но и практически ценная задача требует дальнейшего рассмотрения.

ЭК ГУ стали одним из лучших методов для сбора солнечной энергии. Как правило, такие системы состоят из нескольких координатных (1-го либо 2-ух) приводов, чья совместная работа предназначена для аккуратного позиционирования фотоэлемента в точке максимально возможной энергоэффективности [6] и компенсации суточных и сезонных изменений углов Азимута и углов Зенита. Такие системы, обычно, состоят из механизма, имеющего одну или две степени свободы (по числу координатных приводов), управляемые центральным вычислительным устройством (ЦВЧУ) – траекторным контроллером. Траектория может быть сформирована в реальном времени (с использованием светочувствительных сенсоров) [18] или с помощью алгоритмов вычисления солнечной позиции [6, 16]. Рассчитываемая в реальном времени траектория базируется на массиве светочувствительных сенсоров с разными конфигурациями, зависящими от числа степеней свободы опорно-поворотного устройства системы самонаведения на Солнце. Выбор типа датчика солнца чрезвычайно важен, поскольку некоторые схемы начинают неустойчиво работать в облачные дни [18], а что касается коммерческих предложений, то они требуют специальных рабочих условий для качественной и аккуратной работы [15, 19].

Необходимость повышения функциональности и технического уровня энергетического комплекса приводит к необходимости применения более сложных систем и инновационных подходов. По причине того, что каждая

подсистема энергетического комплекса является совокупностью компонентов разной физической природы, должно учитываться взаимодействие между ними.

Тогда для энергетического комплекса применим мехатронный подход:

– как результат мультидисциплинарного анализа (включающий в себя синтез знаний по электрическим машинам, силовой электронике, преобразовательной технике, теории автоматического управления энергокомплексами, теоретической механики, динамики машин и механизмов автоматизации технологических процессов);

– как составной объект, включающий в себя различные компоненты и подсистемы, которые гармонично интегрированы для наиболее эффективной организации требуемого характера протекания технологического процесса (в данном случае, выработки электрической энергии).

Для решения сложных инженерных проблем инновационными методами можно ознакомиться с методологией проектирования мехатронных систем VDI-2206, разработанной ассоциацией немецких машиностроителей. Эта методология стремится интегрировать и комбинировать разные дисциплины, такие как машиностроение, электронику и информационные технологии. Недостатком этой методологии является её итеративный характер. Проверка степени соответствия требуемых характеристик энергокомплекса требуемым показателям осуществляется на каждой итерации. Основные характеристики данной методологии таковы:

1. Солнечная энергоустановка разделяется на модули, также называемые подсистемами, от вышестоящих исходных подсистем к нижестоящим. Модули разделены на т.н. «фреймы». Синтез подсистем в общую систему может приводить к возникновению синергетических эффектов;

2. Процесс является сквозным, моделирование осуществляется для проверки требуемого характера протекания технологического процесса;

3. Системная интеграция осуществляется от нижестоящих модулей к вышестоящим и начинается с интеграции компонентов (электродвигателей,

преобразователей, сенсоров, системы управления, опорно-поворотного механизма) в «фреймы» и модули и, наконец, в законченный энергетический комплекс с проверкой и валидацией на всех уровнях. Это позволяет достигать исходных требований непосредственно к моменту окончания процесса проектирования солнечной энергоустановки.

4. Вышеописанная последовательность проектирования может быть сгруппирована в четыре основные стадии, включающие входные требования и выходные результаты, такие, что системный выход должен являться окончательным решением для требуемой мехатронной системы самонаведения на Солнце.

Эти стадии кратко представляются следующим образом.

1. Проектирование системы: система представляется единым функционально-обособленным объектом, а затем разделяется на уровневые компоненты. Другими словами, система разделяется на модули, образующие системные ограничения. Детализация модулей находится в корреляции с техническим заданием на проектирование следяще-позиционного электропривода, требованиями передачи и функциями генерации энергии, информации и функциями управления, сенсорами, человеко-машинным интерфейсом.

2. Компоненты создаются в соответствие со специфическим назначением, которые им принадлежат.

3. Анализ и моделирование: математические модели компонентов разрабатываются с использованием моделей различных видов и средств моделирования. Эти модели анализируются и должны демонстрировать, что системный характер работы и системная интеграция выполняется.

4. Системная интеграция с оборудованием: стадии системной интеграции включают пространственную интеграцию компонентов, сенсоров, приводов, кабелей, соединителей, необходимые адаптации, калибровки, синергетические эффекты и прецизионную настройку системы. Программная интеграция стадии включает разработку прототипов для верификации и

валидации. Наконец, необходимые эксперименты всех модулей исследуются в реальных условиях, оценивается рентабельность, безопасность и электромагнитные возможности. После принятия системы – следующий шаг, это производство.

Разрабатываемые системы включают две ключевые подсистемы: систему самонаведения, основной целью которой являются сбор энергии и вторую подсистему – «то, чем управляют». Результирующий вариант энергетического комплекса оценивается на предмет возможности редуцирования энергопотребления двигателей, а также достижение нужного сбора энергии, даже в облачные дни.

К современному приводу ЭК ГУ предъявляются высокие требования по:

- погрешности позиционирования;
- погрешности стабилизации скорости позиционирования (не путать с погрешностью позиционирования);
- стабилизации момента;
- перегрузочной способности;
- высокой динамике.

Принципиально, перечисленные выше качества достигаются с использованием классических приёмов и набора оборудования для эксплуатации солнечных энергоустановок.

В настоящее время существует достаточно большое количество публикаций по этим направлениям. Их анализ показывает, что современное направление научных исследований в области управления на базе традиционных однокоординатных [20–24] и двухкоординатных кинематических конструкций [25–31] ЭТК ГМ (допускающих независимое изменение угла по одной из координат при неизменном значении угла другой координаты [32, 33]) можно охарактеризовать, как ту или иную степень гибридизации чётко разграничиваемых ранее типов [16]: хронологического (в диссертации подробно не рассматриваются), микро-процессорного и оптико-электронного.

Так, в [16] были рассмотрены наиболее важные разработки в области открытых и закрытых контуров регулирования.

1.2 Современные сенсорные технологии в системах слежения за Солнцем

Замкнутые типы систем слежения основаны на управлении взаимодействием энергетической подсистемы с поворотным механизмом путём детектируемого в реальном времени индуцированного сигнала обратной связи по положению Солнца [34] и предоставлении ЦВЧУ для корректировки ошибок (связанных с механическими зазорами в передаче, погрешностями расчёта траектории, воздействием ветра и другими нарушениями в позиционировании гелиоустановки [12, 35, 36]) между заданной, вычисленной по алгоритму, и текущей позицией ЭК ГУ.

Основными требованиями к сенсорам выступают, как правило, максимальная чувствительность, малая инерционность, однозначность статической характеристики. В основе их работы лежит применение светочувствительных электронных компонентов [11, 37] (фотодиодов [11], фоторезисторов [38–40], фототранзисторов [37, 41] и т.д.), которые изменяют электрические параметры под воздействием действующего солнечного излучения (т.н. принцип вычисления видимого положения Солнца путём оценки разницы значений токов или напряжений фотоприёмников при разном уровне их освещённости [37]). В качестве примера можно привести сопротивление у LDR-фоторезисторов [42, 43]). На их основе создаются различные композиционные датчики 2Q для одноосевых систем и 4Q для двухосевых систем) [44]. В настоящее время доступен широкий спектр датчиков положения Солнца.

Классические фотоэлектрические датчики (КФЭД). В зависимости от количества регулируемых координат, «квадратурная матрица» КФЭД [29, 35, 41]

состоит их типовых компонентов [37, 45–48]: (2;4)-х CdS-фоторезисторов, разделённые пластиной или крестовиной (в качестве материала может применяться металл [45]), создающей световую и теневую область в случае отклонения лучей Солнца от нормали, что приводит к разнице в значениях R между 2-мя или 4-мя LDR [37] и, как следствие, в токах в разных фотоэлементах [45].

Несмотря на простоту конструкции и отсутствие необходимости точной калибровки [18], КФЭД обладают высокой электронной инерционностью [37, 45–47], а при изготовлении требуют максимального совпадения характеристик ФЧЭ. Кроме того, полупроводники ускоренно стареют под влиянием интенсивного солнечного излучения [49].

Дифференциальные сигналы могут быть напрямую включены в токовые цепи электродвигателей, но подобное управление приводами, направляющими солнечную батарею, приводит к некачественной динамике [50], поэтому без САУ применять сенсоры нецелесообразно.

Проблемы систем управления с КФЭД могут быть сведены к минимуму с помощью n -матричного датчика, содержащего n фоторезисторов вокруг «затеняющего цилиндра» (в [49] $n=8$).

Коллиматорные датчики положения Солнца (КДС). КДС - сенсор, разработанный для замены КФЭД и устранения влияния диффузного излучения на его работу [13, 51]. Он оснащён фокусирующей системой для «захвата» солнечного света при прохождении через фокусирующую трубку [18]. Этот датчик в основном состоит из коллиматора, датчика изображения (массива фотоприемников), маски и системы управления.

В [52] КДС был применён для позиционирования фотоэлектрических панелей перпендикулярно солнечному свету. В [53] предложен КДС, конструкция которого основана на размещении четырех фотодиодов (расположенных под углом 30°) в NSWE-направлении и одного фотодиода в центре (для уменьшения погрешности слежения). Недостатком является необходимость точной калибровки перед использованием. В [54] был разработан

КДС с коническим объективом. Принцип его работы основан на прохождении света через пять отверстий ($D=2$ мм) к ФЧ-массиву. Данные интерпретировались микроконтроллером и сравнивались с астрономическим положением Солнца. Чтобы гарантировать работу на рассвете, закате и в пасмурную погоду, фотодиоды были запрограммированы на работу с максимальным и минимальным облучением 150 Вт/м^2 и 30 Вт/м^2 .

В [55] сконструировали компактный и экономичный трёхсекционный КДС: верхняя секция выполнена из выпуклой линзы ($D=20$ мм и $f=80$ мм), установленной на металлической конструкции между первой и второй частями. Вторая секция состояла из вогнутой линзы ($D=12$ мм и $f=12$ мм), а фотодиод был помещен в третью секцию. Принцип работы основан на измерении относительного положения светового пятна (3 мм) относительно рабочей плоскости. Солнечный свет направлялся и концентрировался выпуклой линзой. Вогнутая линза поглощает свет и генерирует параллельные лучи. Впоследствии они переходили в третью секцию и достигали фотодиода. Если датчик не был направлен точно к Солнцу, лучи солнца не достигали бы центра датчика. Результаты показали, что точность слежения составила $0,1^\circ$, как и в [54]. Недостатком этого датчика было то, что пользователь должен предварительно откалибровать датчик перед использованием, по аналогии с [53].

В [56] предложен и смоделирован цифровой КДС на основе первой дифракционной формулы Рэيلي-Соммерфельда. Этот КДС состоит из кругового массива светочувствительных элементов размерности 6×6 , «маски» и датчика изображения. Датчик положения солнца был разделен на четыре сектора. Когда солнечный свет попадает через отверстия в маске внутрь сенсора, один квадрант подсвечивается. Датчик изображения получает и обрабатывает этот сигнал. Математический алгоритм затем вычисляет вектор Солнца с помощью специального программного модуля. Для повышения точности работы этого датчика авторы сосредоточили внимание на оптимизации диаметров, количестве отверстий, и расстояния между «маской» и датчиком изображения. Их работа показала, что эти параметры являются ключевыми для получения высокой

точности КДС. В [57] был разработан датчик положения, аналогичный по конструкции и принципу работы [56], преимуществами которого являются небольшие размеры, лёгкость и небольшое потребление электроэнергии в процессе эксплуатации (< 100 мВт).

Несмотря на простоту сборки и высочайшую точность среди датчиков положения Солнца, из-за применения очень маленькой конфигурации отверстий, КДС подвержен воздействию пыли и дождевых осадков в грубых сельских экологических и сельскохозяйственных условиях.

Пирамидальные датчики-гибридные сенсоры (ПД-ГС). В [23] предложен новый сенсор для фотоэлектрических панелей (2Q-систем), которые следовали за Солнцем с востока на запад. Он состоял из двух фоторезисторов, соединенных последовательно и установленных на две наклонные плоскости, на которых ФЧЭ закреплены в форме, приближенной к пирамидальной. Принцип действия основан на сравнении интенсивности света на гранях пирамиды. Фотоприемник с большим напряжением или током будет указывать на положение Солнца. В [35, 58] и в [59] использовался пирамидальный датчик, в форме четырехгранной усеченной пирамиды (для 4Q-систем), на боковых гранях которой имеются посадочные места под четыре фотоэлемента. В основании - посадочное место под пятый фотоэлемент, в верхней грани - посадочное место под шестой фотоэлемент. Все фотоэлементы зафиксированы в посадочных местах и закрыты защитными стеклами. В основании пирамиды заложены элементы крепления датчика к раме [35].

В [60] предложен улучшенный дизайн солнечного датчика Dual Axis 5 Photo-Diode. Эта конструкция выполняется с нечётным количеством фотодиодов (на основе пяти фотоэлементов), прикреплённых на усечённом участке пирамиды (в [60] покрытых стеклом, а в [59] – боросиликатным толщиной 500 мкм). Дифференциальный сигнал от угловых светодиодов из-за разностей углов падающего света используется для отслеживания Солнца, что позволяет обеспечить повышение выработки энергии и большую точность благодаря практически полному солнечному обзору пятого светодиода на вершине

пирамиды [11], по сравнению с аналогичными проектами фотоэлементов с пирамидным типом.

В [61] предложен, построен и испытан прототип тетраэдрального сенсора. Три LDR должны получать одинаковую интенсивность света, чтобы сенсор был выровнен перпендикулярно лучам Солнца. Такая конструкция имеет преимущество перед другими сенсорами благодаря низкой стоимости, что позволяет этому типу сенсоров быть достаточно конкурентоспособным, сочетая в себе преимущества КФЭД и ПМД).

В [62] описан сенсор, сочетающий в себе свойства ПД-ГС и КДС. Он имеет форму скошенной пирамиды с оптимальной геометрией. В качестве детектора положения использовался ФЧ-массив с активной площадью 9×9 мм. Этот сенсор измеряет ориентацию в пространстве с помощью двух фотодиодов. Для вычисления угловых координат (угла азимута и зенита) сенсор измеряет падающий свет, который проходит через специальное отверстие в центре пирамиды. Результаты исследования показали, что данное устройство имеет чувствительность положения $\sim 1,5$ мкм, рабочий диапазон температур от -20 °C до 60 °C и поле зрения 120° .

Ряд интересных работ представлен в [63–65], в которых в качестве каркаса датчика использовался куб, на сторонах которого были размещены ФЧЭ. Авторы оценили положение Солнца методом геометрического преобразования координат. Данная методика была разработана для оценки координат фотодиода с большим током, т.е. авторы учитывали интенсивность освещения, падающего на каждую грань кубической структуры. Для проверки его производительности было сделано несколько тестов. Авторами установлено, что точность этого датчика составляла $3,55^\circ$.

В [66] разработан и построен датчик положения солнца полусферической формы, радиус которой составил 80 мм. Принцип работы основан на измерении интенсивности солнечного излучения с помощью трёхмерных фоточувствительных матриц. Полученные сигналы сложной пространственной формы затем обрабатываются микроконтроллером по алгоритму,

запрограммированному в Matlab. Авторы рассчитали положение Солнца, используя метод наименьших квадратов для оценки погрешности слежения, протестировали прототип и рассчитали его точность. Согласно экспериментальным результатам, максимальная ошибка слежения составила 5° для угла азимута и 1° по углу зенита.

Корпорация ADCOLE предложила различные солнечные датчики, особенностью которых является то, что они состоят из групп фотосенсоров, распределённых по двум перпендикулярным осям. По данным компании, они имеют точность от $0,1$ до $0,25^\circ$ с рабочей областью $\pm 32^\circ$ по углу зенита и $\pm 120^\circ$ по углу азимута. Эти датчики обеспечивают более высокую точность измерений по сравнению с фотодиодами [67].

Пространственные многоканальные датчики (ПМД). Достаточно интересная концепция сенсора и его прототип были изобретены в 1980 г. (Патент US №4361758) [68]. Этот датчик был специально разработан для адаптации к сложным погодным условиям. Он включает в себя многогранную солнечную поверхность с более мелкими внешними плоскими поверхностями, каждая из которых, в свою очередь, включает множество солнечных датчиков, имеющих различное угловое положение по отношению к солнечным лучам, как показано на рисунке 1.3.

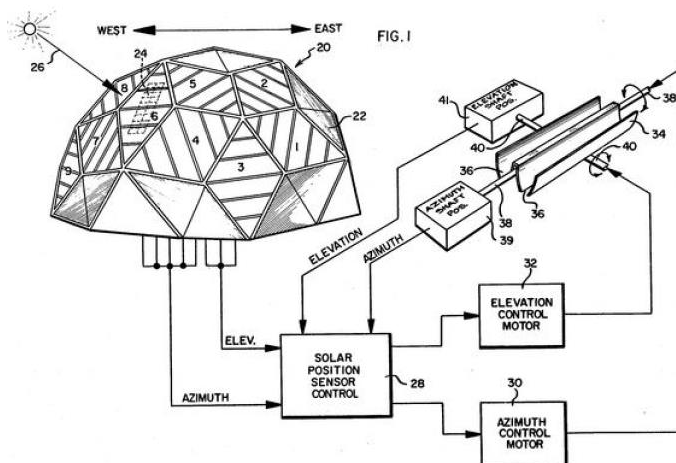


Рисунок 1.3- Конструкция многоканального солнечного датчика

Каждый датчик соединён со средством кодирования данных для декодирования соответствующего азимутального или зенитного угла [68]. Подобные сенсоры были рассмотрены и применены в [69] и в монографии [70].

Данный тип датчика был применён для управления одновременно несколькими трекерами [71]. Указано, что значительное влияние погодных условий (туман, облака и т.д.) на работу систем ориентации на Солнце было сведено к минимуму. Было отмечено, что количество малых поверхностей при условии сохранения формы каркаса датчика, близкой к полусферической, практически не влияет на среднеквадратичные ошибки позиционирования. При этом, акцентируется внимание на том, что рост количества малых поверхностей приводит к значительному росту скорости выхода солнечной энергоустановки в точку максимальной энергоэффективности.

В качестве ФЧ элемента может применяться PV-ячейка, которые преобразуют световую энергию в электрическую энергию постоянного тока [42]. Формирование крошечных фотоэлементов в конфигурации пирамиды приводит к дифференциальному разграничению уровней электрических сигналов и может давать информацию о положении Солнца. Так же гибкие солнечные ячейки могут быть расположены на каркасе сферической формы. Эти концепции были взяты за основу при разработке измерительных фотоэлектрических схем, рассматриваемых в [72, 73].

Количество доступного тока от солнечного элемента зависит от интенсивности света и размера отдельной ячейки. При разработке солнечных энергоустановок, сигналы этих мини-фотогальванических элементов могут быть направлены на соответствующие входы управляющего микроконтроллера, в то время как даже простая схема алгоритма или аппаратной обработки электрических сигналов может начать работу по достижению оптимального баланса энергии в процессе управления солнечным трекером. Таким образом, рассчитанные данные о местоположении Солнца на основе сигналов PV-ячеек и данные, соответствующие положению солнечной энергоустановки, могут вводиться в ЦВЧУ для определения уровня ошибки между положением

установки и истинным положением Солнца и обеспечения сигнала управления до тех пор, пока их положения не выравниваются.

Камеры и веб-камеры. Более сложным решением является использование камеры для фиксации ориентации на Солнце [74–77]. Такой тип систем слежения насыщен прототипами и пока наименее популярен из-за высокой электронной чувствительности оптических систем к солнечной радиации.

Ряд публикаций [44, 78–81] направлен на решение проблемы влияния рассеянного излучения на работу ФЭД и на оптимизацию конструкции сенсора с целью обеспечения максимальной чувствительности.

Выбор оптической системы является достаточно важным этапом при разработке нового класса ЭК ГУ, поскольку наделяет его возможностями очувствления. Тем не менее, заострять внимание только на сенсорах нельзя, поскольку, несмотря на хорошее их развитие, в полной мере применение того или иного типа датчика без системы управления, с которой он будет работать, не приведёт к решению задач управления, поскольку многие насущные проблемы, связанные с датчиками Солнца в целом, не решены до конца. Здесь речь идёт о влияющих на них погодных эффектах и других условиях окружающей среды.

Важно отметить, что большинство классических схем относится к классу механизмов последовательной структуры. Структурные схемы классических поворотных механизмов показаны на рисунке 1.4.

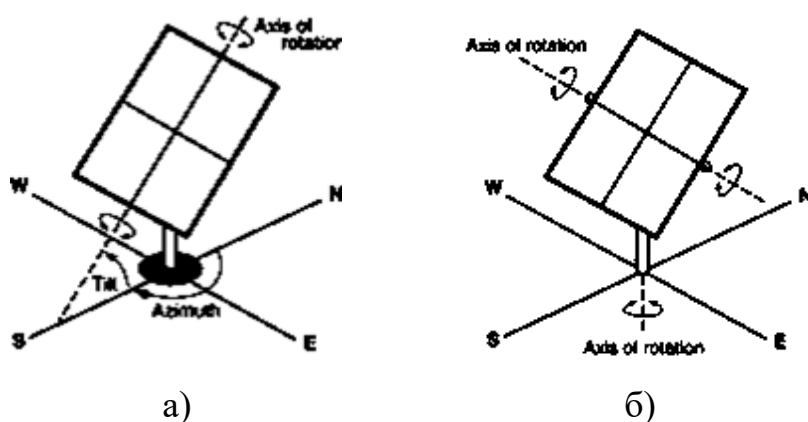


Рисунок 1.4 – Классические типы поворотных механизмов гелиоустановок

В таблице 1.1 приведено обобщение типов, достоинств и недостатков существующих датчиков положения Солнца

Таблица 1.1 – Краткая оценка датчиков положения Солнца

Тип датчика	Достоинства	Недостатки
Классические фотоэлектрические датчики (2Q и 4Q – датчики)	Масштабируемость Лёгкая установка Небольшой вес Простой дизайн Несложная электрическая схема	Чувствителен к коррозии и пыли Низкая точность Склонность к неточностям изготовления Зависимость от климатических условий
Коллиматорные датчики	Масштабируемость Лёгкая установка, размер, простой дизайн Высочайшая точность	Сложная система интерпретации сигнала с датчика Сложная оптическая система для 4-Quad сенсора Необходимость калибровки
Пространственные многоканальные датчики	Высокая чувствительность Высокая точность Низкий вес Гибкий дизайн Удовлетворительная работа в условиях облачности	Высокая сложность изготовления Некоторые виды датчиков требуют точной калибровки Датчики подвержены повышению ошибок от качества изготовления
Камеры	Большой угол зрения Чувствительность	Масса Стоимость Сложный алгоритм

		интерпретации изображения (система технического зрения) Высокое энергопотребление
--	--	--

Необходимо понимать, что все классические типы поворотных механизмов популярны и находят свои применения. Широкое поле работ в этом направлении подтверждается широким списком патентов [82]. Выбор зависит от целей, назначения, функций, географического расположения, климата, финансовых возможностей разработчика, соотношения эффективности и затрат на реализацию [82, 83]. Тем не менее, продолжаются попытки создать универсальный и унифицированный энергетический комплекс [12, 84, 85].

Поворотный механизм с одной осью вращения. Эти механизмы имеют одну степень свободы, которая выступает в качестве оси вращения (см. Рисунок 1.4 а).

Несмотря на то, что однокоординатные ЭК ГУ менее энергоэффективны, чем двухосевые трекеры, а регулирование по второй координате периодически осуществляется вручную (либо не осуществляется вообще), они до сих пор находят применение благодаря своей простоте и надёжности [1]. В информационных изданиях максимальному повышению энергоэффективности одноосевых трекеров. уделяется большое внимание.

В работе [24] рассматривается повышение энергоэффективности простейшего одноосевой трекера. Достоинством является простота, недостатком – невозможность промышленного применения. В работе [86] рассмотрено повышение энергоэффективности одноосевого трекера для маломощных автономных систем электроснабжения. Плюсами данного устройства являются простота и дешевизна. Среди минусов, по аналогии с [24], можно отметить невозможность промышленного применения и нестабильную работу в облачную и пасмурную погоду [86].

Особенностью системы является то, что микроконтроллер сам настраивает

обе оси в зависимости от географического местоположения трекера, а дальше трекер работает как одноосный [86].

В [87] предлагается аналогичный подход, только оптимальное положение одноосного трекера предлагается рассчитывать не по астрономическим алгоритмам, а по оптимальной-дискретно линейной функции, в зависимости от местоположения и климатических условий, задающей траекторию движения трекера по соответствующей оси. Особенностью является то, что, как и в случае [86], трекер не требует фотоэлектронных модулей для управления механическим приводом. Это позволяет снизить капитальные затраты и расходы на их обслуживание. Недостатком является то, что для расчёта требуется коэффициент прозрачности атмосферы, который не поддается точному расчету, из-за чего данная методика может приводить к погрешностям. В настоящее время, простые аналитические зависимости, позволяющие корректно рассчитывать коэффициент прозрачности атмосферы [87], не разработаны, поэтому представленный вариант нуждается в модернизации для повышения точности.

В работе [88] предложен 1-осевой 3-позиционный трекер (1А-3Р), который может быть легко установлен на крыше зданий. Трекер предназначен для работы в 3-разных позициях с соответствующими углами. Трекер является достаточно простым с конструктивной точки зрения. Трекинг осуществляется в соответствии с таймером, который обеспечивает сигнал для запуска, позиционирования и остановки двигателя [88].

В [89] предлагается специальный анализ энергоэффективности одноосевых систем на основе ряда критериев, на примере большой солнечной электростанции мощностью 800 кВт. Каждый трекер снабжён астрономическим часовым алгоритмом положения Солнца. Стоит отметить, при разработке этого трекера проблема затенения оказала значительное влияние на его работу. Специально применённый на закате и на рассвете backtracking-режим не позволил полностью устранить влияние затенений. 17%-ый прирост энергоэффективности по сравнению с фиксированными панелями мог быть значительно увеличен благодаря оптимальной работе в условиях затенения.

Кроме этого, в работе [89] показана энергетическая оценка от затрат на управление двигателями. Суммарный годовой прирост энергии по сравнению с фиксированными панелями составил 81%.

В работе [90] предлагается методика расчёта и оценки суммарной ошибки позиционирования одноосевых гелиоустановок.

В [91] рассматривается простой одноосный трекер для бытового применения. Особенностью системы является предельная простота. Недостатком данной системы является её несоизмеримая с промышленными образцами энергоэффективность (что особенно важно в том случае, если энергоустановка является мощным источником энергии и подключена к сети или является частью электростанции, как в [89]), поэтому решения, использованные в [91], можно считать устаревшими (однако для бытового решения они вполне подходят).

Целенаправленное сравнение энергоэффективности фиксированной панели и одноосевого трекера, произведённое в работе [22], показавшее прирост 10%, подтверждает необходимость совершенствования энергетических комплексов ЭК ГУ. Рассматриваемый солнечный трекер, по аналогии с [89], является частью крупной электростанции мощностью 1-4 МВт. Все 400 трекеров являются одноосевыми и вращаются в вертикальном направлении. Особенностью является то, что трекеры размещены таким образом, чтобы не создавать затенений, что не требует дополнительных алгоритмических решений в виде backtracking-режима [89]. Недостатком является большая занимаемая площадь. В работе в общем виде показаны теоретические аспекты взаимосвязи дизайна трекеров и оценка их энергоэффективности.

В работе [20] представлен одноосевой трекер, особенностью которого является комбинированный датчик, состоящий из трёх фоторезисторов. Этот трекер предназначен для устранения влияния таких вредных факторов, как затенение, ветер и пыль, что особенно заметно у трекеров с классическими датчиками. Логика включения двигателя реализована особым образом, в соответствии с работой датчиков. Включение происходит примерно каждые 2

мин.

Произведённый литературный обзор одноосевых конструкций [20–24, 86–89, 91] показывает, что главной мотивацией для совершенствования одноосных систем слежения является возможность повышения энергоэффективности с сохранением простоты и относительной дешевизны. Тем не менее, данный подход постепенно исчерпывает свои возможности, что, так или иначе, заставляет исследователя обращать внимание на более совершенные технические устройства и структуры, их объединяющие.

Поворотный механизм с двумя осями вращения. Следующим по уровню являются двухосевые трекеры, которые благодаря конструкции способны в любой точке Земли и в любое время суток поддерживать перпендикулярную ориентацию приёмной панели на Солнце (см. Рисунок 1.4 б). Двухкоординатные системы являются самыми распространёнными, поскольку обладают наибольшей точностью и энергоэффективностью среди классических систем [92], но имеют более сложную систему управления [1].

В работе [93] приведены экспериментальные данные с физической модели двухосевого трекера и рассмотрены перспективы создания программно-аппаратного комплекса.

В [26, 94] разработаны двухосевые системы слежения, разработанные для повышения тепловых характеристик составного параболического концентратора и облегчения точной фокусировки отражателей в концентрирующей системе. В отличие от непрерывного режима в [26], в [94] система отслеживает положение солнца каждые 3–4 минуты в горизонтальной плоскости и каждые 4–5 минут в вертикальной плоскости.

В [95, 96] разработана электромеханическая двухосная система слежения с микропроцессорным управлением, в которой отслеживание выполнялось на основе астрономических координат Солнца. Для этого был реализован алгоритм разомкнутого управления с помощью программируемого логического контроллера ПЛК). Предлагаемая система включала в себя два отдельных двигателя слежения. Один двигатель предназначен для вращения системы

слежения за Солнцем вокруг горизонтальной оси Север-Юг, т. е. для регулировки наклона приёмной поверхности, а другой для поворота системы слежения за Солнцем вокруг вертикальной оси, т. е. для регулировки азимутального угла. Экспериментальные результаты показали, что двухосная система слежения увеличила суммарную выработку электроэнергии примерно на 41,34% по сравнению с тем, что было получено от неподвижной поверхности, наклоненной на 32° к югу.

В работе [97], являющейся продолжением работы [96], подробно исследованы четыре различные электромеханические систем слежения за Солнцем и соответствующие токовые и мощностные характеристики. Результаты исследования показали, что каждая из четырёх рассматриваемых систем слежения за Солнцем позволили увеличить вырабатываемую электроэнергию примерно на 43,87%, 37,53%, 34,43% и 15,69% соответственно, по сравнению с фотоэлектрической системой с неподвижной поверхностью, наклоненной на 32° к северу.

В [98] сравнивалась двухосная система с двумя автоматическими стратегиями отслеживания. Одна из них выполняет функцию непрерывного отслеживания. В другом случае корректировка положения солнечной панели производилось ручным способом. Первая стратегия слежения была направлена на сохранение погрешностей слежения меньше заданных значений для повышения производительности концентрирующих фотоэлектрических систем. Затем авторы реализовали гибридную стратегию. На основе местного времени, трекер управлялся, чтобы достичь расчётного положения, а затем датчик положения Солнца, с помощью сигнала обратной связи и системы управления замкнутого типа, минимизировал ошибку отслеживания. Для одноосных фотоэлектрических систем высокая степень точности не является существенной и, следовательно, была использована простая стратегия ежедневной корректировки в ручном режиме. Угол наклона корректировался один раз в день таким образом, чтобы фотоэлектрическая панель была перпендикулярна солнечным лучам в полдень. Затем второстепенные оси корректировались на

0,5° каждые 2 минуты до момента остановки.

Сравнение классических трекеров проводилось в [83, 92, 99]. В таблице, приведённой в [92], показаны технические возможности и ограничения классическим поворотных механизмов.

Двухосевой поворотный механизм с новой геометрией был разработан в [100]. Его конструкция направлена на снижение затрат на установку за счёт обеспечения оптимального размещения системы слежения за Солнцем в наземных условиях, а также улучшение компоновки входящих в состав ЭК ГУ узлов для создания меньшего теневого следа, чем обычные трекеры. Эти модификации поворотных механизмов двухосевых структур являются переходным этапом на пути к применению механизмов параллельной кинематики для солнечных энергоустановок.

Обзор литературных источников позволяет выделить используемые для ориентации гелиоустановок системы энергокомплексов следующих типов:

- шаговый электропривод в режиме программного управления от ЭВМ [90];
- шаговый электропривод в режиме часовой заводки с управлением от задающего генератора импульсов [88, 98];
- следящий непрерывный электропривод в режиме автосопровождения с управлением от датчика рассогласования [14, 101];
- следящий шаговый электропривод в режиме автосопровождения с управлением от датчика рассогласования [43]
- моментный электропривод для прецизионных следящих систем [102];
- следящий электропривод с реактивно-вентильной электрической машиной [103].

ЭД является одним из ключевых узлов энергетического комплекса гелиоэнергетической установки (ЭК ГУ), управление которым обеспечивает не

только динамичное, но и безопасное (для ЭК ГУ) движение в пространстве и адекватное значение вырабатываемой электроэнергии [104].

Но традиционно используемые двигатели постоянного тока (ДПТ) [12, 14, 105–114, 24, 115, 116, 29, 38, 50, 86, 88, 94, 101] и шаговые двигатели (ШД) [1, 38, 122–126, 43, 51, 111, 117–121] отличаются достаточно низкой надёжностью (что обеспечивается наличием щёточно-коллекторного узла у ДПТ) и невысокими эксплуатационными характеристиками в целом (невозможность противостоять высоким ветровым нагрузкам у ШД).

Это особенно заметно при работе ЭК ГУ в сложных погодных условиях, которые накладывают ограничения на режимы работы координатных приводов и заставляют инженерапроектировщика искать адекватные решения выхода из сложившейся ситуации.

Переход на новые типы электрических машин является не только выходом, но и рациональным путем повышения эксплуатационной надёжности, а также уменьшения энергопотребления (благодаря более высокому коэффициенту полезного действия (КПД) у вентильно-индукторного реактивного двигателя (ВИРД)).

Правильный выбор двигателя - важный этап. Его тип определяется на одной из начальных стадий проектирования. Электрический двигатель должен быть (для приводимого в движение объекта) не просто одним из узлов, но и практически идеальным источником управляемого момента (силы) или скорости [127].

Основными требованиями, предъявляемыми к двигателям для ЭК ГУ, в основном сосредоточены в том направлении, что они должны выдерживать высокие температуры, работать в средах с высококоррозионными солевыми распылениями, в условиях высоких ветровых нагрузки, влажности и высокой концентрации мелких твёрдых частиц различного происхождения органического или минерального). Также они должны иметь максимально высокий коэффициент полезного действия, лёгкость обслуживания, плавность регулирования скорости и момента, высокие массогабаритные показатели,

высокую перегрузочную способность для противостояния высоким ветровым нагрузкам, надёжность, простоту, удобство обслуживания, невысокую стоимость и долговечность.

1.3 Типы электрических машин, используемых в системах слежения за Солнцем

Существует достаточно много типов электродвигателей, которые могут стать основой для координатных энергокомплексов систем слежения за Солнцем. В настоящее время в области самонаводящихся систем слежения за Солнцем по всему миру используется несколько типов двигателей [111]:

- коллекторный двигатель постоянного тока (КДПТ);
- шаговый двигатель (ШД);
- асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором (АД с КЗ).
- вентильный двигатель и его разновидности (реактивно-вентильная электрическая машина (РВЭМ, ВИРД)).

На рисунке 1.5 показана условная динамика основных характеристик старых и относительно новых типов электрических машин.

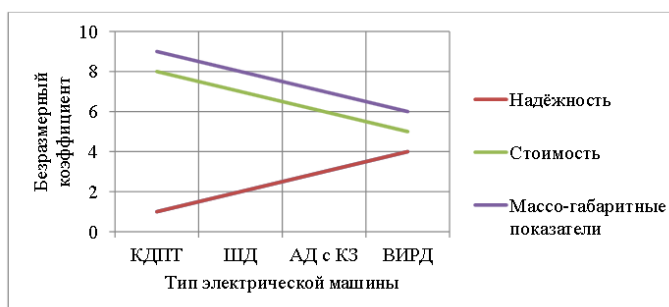


Рисунок 1.5 - Условная динамика основных характеристик электрических машин

Рисунок 1.5 показывает, что по мере создания новых электрических машин их надёжность повышается, а стоимость и массогабаритные показатели

снижаются.

Тем не менее, обзор различных типов электрических машин, пригодных для ЭК ГУ, показал, что самыми распространёнными электроприводами ЭК ГУ разрабатываются на базе коллекторного двигателя постоянного тока (ДПТ) [12, 14, 105–114, 24, 115, 116, 29, 38, 50, 86, 88, 94, 101] и шаговых двигателей (ШД) [1, 38, 122–126, 43, 51, 111, 117–121], несмотря на то, что не удовлетворяют в полной мере указанным требованиям, используются до сих пор. Это не позволяет назвать вопрос выбора типа и конструкции электрической машины в полной мере однозначным и окончательным [111]. Причина этого заключается в недостаточной проработке вопросов касательно координатных приводов с другими типами машин.

Благодаря тому, что фотоэлектрический преобразователь (ФЭК) вырабатывает постоянное напряжение, наиболее легко сопряжение ЭК ГУ осуществляется с КДПТ [12, 36, 128]. Он имеет широкий диапазон регулировки скорости, его легко контролировать, они могут работать достаточно продолжительное время (около 5000 ч до капитального ремонта), обладают высокой перегрузочной способностью, благодаря чему можно противостоять высоким ветровым нагрузкам [12, 35, 36, 128]. Создание энергокомплексов солнечных установок на базе постоянного тока рассмотрено в диссертации Овсянникова В.М. 2003 г. на соискание учёной степени доктора технических наук [12].

Возникновение и совершенствование новых, потенциально более качественных электрических машин, а также систем управления ими, ставит под вопрос целесообразность дальнейшего применения КДПТ [129], особенно с учётом его недостатков: время от времени он требует обслуживания, а наличие щёточно-коллекторного узла, трущиеся механические части усложняют эксплуатацию гелиоустановки с подобными двигателями [35, 111]. Кроме того, он дороже в изготовлении и обладает наихудшими массогабаритными показателями в сравнении с другими двигателями.

Дискретный привод с ШД имеет достаточно невысокую стоимость и для

точного управления положением не требуется синтез замкнутой системы управления (см. «пассивные контроллеры») [6, 35, 111], но он не имеет возможности перегрузки [35, 120]. Поскольку ШД фактически не обладает перегрузочной способностью, в условиях воздействия высоких ветровых нагрузок потребуется гораздо больший (избыточный) размер ШД. В этом случае, возможен эффект «ступенчатой ошибки» или полной блокировки, когда стартовая нагрузка (нагрузочный момент) чрезмерно высока. В некоторых случаях, обуславливающих повышенные требования по устойчивости движения, быстродействию и надёжности, следует отдавать предпочтение иным типам двигателей [111].

Вполне очевидной заменой ДПТ и ШД может стать асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором (АД с КЗ) [21, 111, 130, 131] с векторным управлением или прямым управлением моментом (Direct torque Control - DTC). При наличии настроенной системы управления (привод может быть настроен и иметь «контур позиции» и «контур скорости» - аналог систем подчинённого регулирования) АД с КЗ не уступают по регулирующим свойствам КДПТ, хотя в то же время обладают лучшими массогабаритным показателям, не требуют высоких затрат на обслуживание, имеют хорошую надёжность и долговечность [111, 130]. Кроме того, система координатных приводов переменного тока не будет иметь эффект «ступенчатой ошибки», т.к. имеет достаточный максимальный выходной крутящий момент ($M_{\max}/M_{\text{ном}} \approx 3$), запас которого можно использовать для преодоления инерционной и ветровой нагрузки, поэтому эта система более надёжна, чем система с КДПТ и ШД. К примеру, Siemens выпускает продукцию для гелиоустановок на основе двигателей переменного тока [19, 132]. Существует ряд публикаций, в которых в качестве приводного двигателя используется асинхронный двигатель [21, 39, 130, 131, 133].

К числу недостатков нельзя отнести использование для этого двигателя внутренних системных сенсоров (например, энкодеров), необходимых для создания замкнутой СУЭК, хотя это и несколько повышает конечную стоимость привода. Отметим, что энкодер можно установить на выходном вале редуктора

(с целью получения сигнала положения приёмной поверхности в пространстве), только в этом случае система может испытывать значительное влияние двухмассовости системы [35]. Существенным недостатком координатных приводов с АД с КЗ можно назвать некоторое снижение КПД при работе двигателя в зоне низких скоростей (что является одной из особенностей ЭКТ ГУ). Итоговая стоимость такого привода (со всем оборудованием, включая силовые преобразователи, двигатели, сенсоры и др.) может быть достаточно высокой, что пока сдерживает их применение для координатных приводов ЭК ГУ. Тем не менее, успехи силовой электроники позволяют оправдать их использование в будущем (при условии решения ряда проектно-конструкторских, эксплуатационных и экономических вопросов). Следует помнить, что стоимость привода переменного тока постепенно снижается в последние годы.

Сервопривод переменного тока мог бы стать новым техническим стандартом, доминантом в вопросе создания координатных приводов ЭК ГУ, однако с ним конкурирует получивший определённое развитие в последние 3-5 лет электропривод на базе реактивно-вентильных индукторных двигателей.

Данные двигатели обладают даже большей надёжностью и простотой устройства, чем асинхронный двигатель [129]. Кроме того, КПД вентильного реактивного двигателя несколько выше асинхронного двигателя. По основным рабочим характеристикам он не уступает КДПТ. ВИРД имеют улучшенные массо-габаритные показатели. Конструкция ротора позволяет снизить электромеханическую постоянную времени, т.е. уменьшить его инерционность.

Благодаря тому, что для питания обмоток ВИРД необходимы импульсы напряжения, возможно осуществить настолько же удобное сопряжение с ФЭК, как и у КДПТ, при этом, топологии преобразователей будут похожи. Вышесказанное, с учётом достоинств ВИРД, делает его основным кандидатом на тип электродвигателя для координатных энергокомплексов. Однако, это произойдёт при условии, что его удастся превратить в практически идеальный источник момента (скорости). Причина этого замечания в том, что такие

двигатели обладают существенным недостатком: из-за зубчатой формы ротора работа сопровождается повышенным уровнем колебаний электромагнитного момента. В силу того, что работа современного вентильно-индукторного электропривода подразумевает работу при переменной нагрузке, со сложными законами регулирования момента и скорости, необходимо предусмотреть систему снижения колебания электромагнитного момента ВИРД.

В России, применению ВИРД в системах слежения за Солнцем посвящена диссертационная работа Кыонг Н.С. [103] и ряд публикаций [134]. За рубежом этот вопрос практически не рассматривался, за исключением [129]. В этих работах в полной мере не рассмотрен ряд важных вопросов: проектирование двигателя под конкретные условия эксплуатации, глубокой математическое моделирование и исследование переходных процессов, работа в зоне инфранизких скоростей, снижение колебательности момента.

Таким образом, можно выделить два основных типа двигателя, которые следует рассмотреть в качестве основы координатного привода: АД с КЗ и ВИРД. КДПТ и ШД были временно исключены из данного списка из-за своей дороговизны (у КДПТ) и низких эксплуатационных свойств (у ШД). В исследованиях по электроприводу ЭК ГУ, которые будут осуществляться авторами в дальнейшем, с учётом перехода координатных приводов на новые типы электрических машин, должны быть рассмотрены следующие вопросы:

- относящиеся к структуре, динамическим и точностным показателям гелиоустановок;
- к динамике и системе управления;
- к учету нелинейностей редукторного СЭК, компенсации влияния люфта и синтезу СУЭК;
- вопрос повышения энергетических показателей и снижения электрических потерь в электроприводе с учётом особенностей тихоходных следящих приводов.

Каждый из вышеприведённых ЭД обладает своими достоинствами и

недостатками. Тем не менее, новые типы ЭД на основе АД с КЗ и ВИРД вполне способны выполнить основные требования, предъявляемые к приводам ЭК ГУ по энергетическим показателям, перегрузочной способности, диапазону регулирования скорости и момента, надежности, долговечности, простоты обслуживания, допуска по перегреву и ценового фактора. Следует отметить, что многие показатели эксплуатации ЭК ГУ зависят не только от электрической машины, но и от системной конструкции опорно-поворотного устройства и выходной части кинематической цепи, которые должны обладать, по возможности, наибольшими механическими жесткостями и наименьшими моментами инерции поворотных частей.

1.4 Классические типы опорно-поворотных механизмов и новые конструкции

Несмотря на это, выбор электрической машины является чрезвычайно важным этапом в создании и исследовании новых типов координатных приводов, что будет осуществляться авторами в следующих работах при рассмотрении проектно-конструкторских, эксплуатационных и исследовательских вопросов [8].

Проблемы одноосевых и двухосевых поворотных механизмов [12, 36] обусловлены последовательной структурой [135]. Обобщённая конструкция представляет собой металлический стержень, на который «навешаны» приёмная поверхность и другие массивные элементы, под действием массы которых конструкция испытывает изгиб. Чтобы свести его влияние и деформации к минимуму, приходится дополнительно «упрочнять» конструкцию (утолщать стержень, предусматривать пассивные опорные металлоконструкции).

Повышение материалоёмкости, в свою очередь, повышает стоимость. Отказ от упрочнения приводит к тому, что ГУ становится менее жёсткой и

устойчивой для ветровых нагрузок. В этих случаях ошибка при слежении одного привода (для однокоординатных систем) и суммарная ошибка при слежении обоих приводов (для двухкоординатных систем) имеет наибольшее значение, что уменьшает срок эксплуатации, а в некоторых случаях может привести к поломке.

В последние 3-4 года с целью устранения недостатков однокоординатных и двухкоординатных систем, конструкции традиционных поворотных механизмов начали претерпевать коренные изменения в связи с появлением нового класса поворотных механизмов ГУ "параллельной" структуры, у которых все координаты связаны, и перемещение по любой одной координате требует одновременного согласованного изменения всех других. Механизмы параллельной кинематики находят применение в различных областях технической деятельности (станкостроение, металлургия, медицинская техника и др.).

Анализ литературной информации демонстрирует спектр механизмов параллельной структуры, используемых в ГУ, что показано на рисунке 1.6..

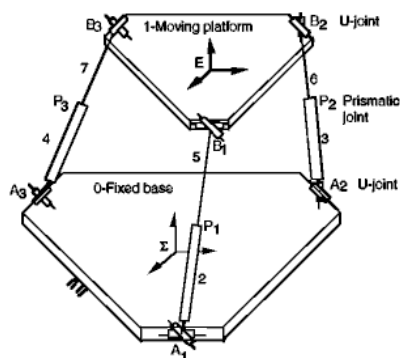
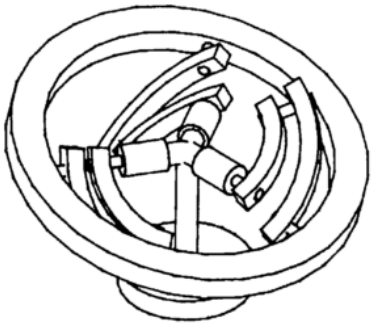
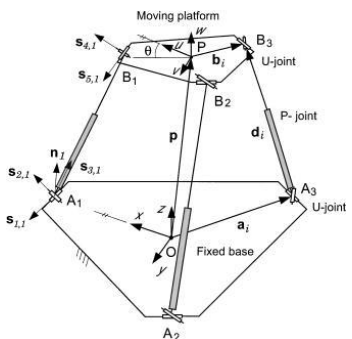
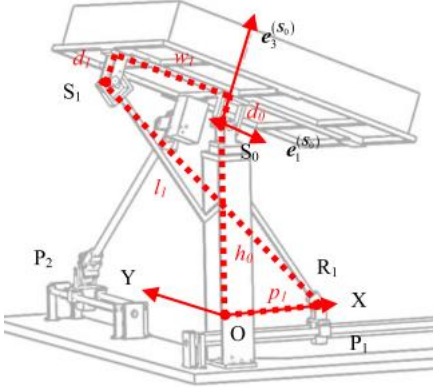
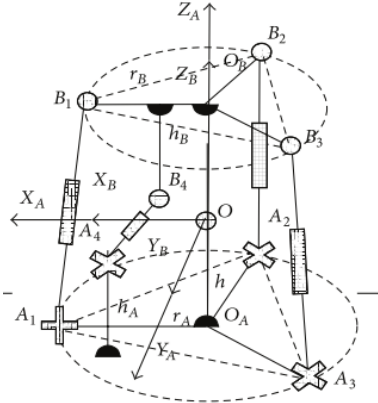
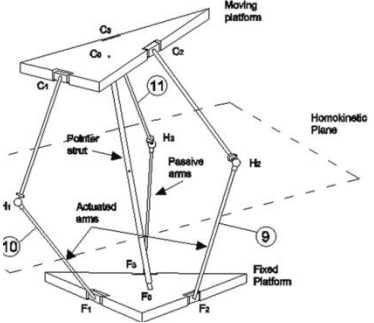
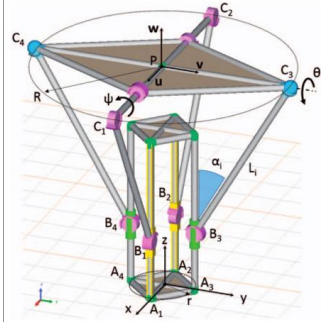
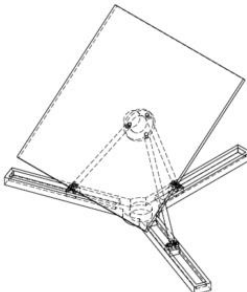
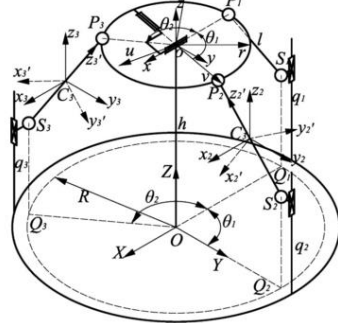


Рисунок 1.6 - Крепление этой же батареи на более жёстком параллельном манипуляторе потребует меньшего количества материала

Их высокая жёсткость и кинематическая точность позволяет заменить обычные последовательные поворотные механизмы [136]. Анализ патентной информации, проведённый исследовательской группой в [82], показал, что это направление перспективно с позиции создания нового класса ЭК ГУ. Одним из

первых обоснований применения мультикоординатного манипулирования в ГУ является работа [136], датирующаяся 1993 годом. В качестве ориентирующей платформы было предложено использовать один из представленных в классификации сферических манипуляторов. В числе вопросов, требующих рассмотрения, были названы оптимизация данных конструкций, нахождение компромиссного варианта с сохранением положительных свойств и конструктивно-эксплуатационной простотой, поэтому дальнейшие работы в области применения механизмов параллельной кинематики посвящены решению данных вопросов. В таблице 1.2 показано обобщение всех существующих на данный момент механизмов параллельной кинематики, используемых в солнечных энергоустановках.

Таблица 1.2 – Спектр механизмов последовательной структуры, используемых в гелиоэнергетических установках

			
Сферический [136]	Трипод [137–141]	«Параллельный манипулятор двойного скольжения» [135]	Трипод с центральной опорой
			
Трипод [122, 126]	Квадропод	Трипод планарный [142]	Трипод линейный

В [139] предлагается «трипод», состоящий из нижней опорной платформы (база-основание) и верхней подвижной, соединённые тремя линейно-перемещающимися штангами. Благодаря повышенной жёсткости и точности прогнозируется снижение влияния высоких ветровых нагрузок, вызывающих повышенную структурную деформацию несущей рамы, что приводит к отклонению трекеров от требуемой траектории [143]. Авторы указывают, что стоимость таких ГУ можно снизить благодаря применению безредукторного линейного электропривода постоянного тока и более низкой материалоемкости самого механизма по сравнению с классическими.

Работа [135] предлагает «параллельный манипулятор двойного скольжения» с очень широким рабочим пространством, используемого в качестве платформы для солнечной батареи. Даны описание, две кинематических схемы. Недостатком лабораторного прототипа является то, что для обеспечения настолько широкой рабочей зоны потребовалась значительная площадь размещения конструкции.

Работа [144] предлагает в качестве единственно возможного варианта платформы сферический манипулятор, предложенный в [136]. Недостатком указанного манипулятора является высокая материалоемкость, сложность и стоимость изготовления.

В работе [145] предлагается методика оптимизации конструкции параллельного манипулятора. В [146] рассмотрен параллельный механизм для прецизионного солнечного трекинга.

В работе [126, 147] предложен вариант расширения рабочей области ПМ для солнечных батарей. Приведена структура манипулятора, представляющая собой манипулятор с введением дополнительной, четвёртой степени свободы. При этом, по аналогии с работой [139], один из «узлов» был выбран пассивным (два других в качестве приводных механизмов используют шаговые двигатели). Кроме этого, в системе присутствуют редукторы, что усложняет конструкцию. В качестве датчиков используется четырёхквадрантный датчик с фоторезисторами и датчики положения для электродвигателей. В качестве схемы управления используется комбинированная схема (и сигналы от датчика, и прямая кинематика для платформы). Был разработан прототип, который был протестирован в наружной

среде для проверки возможности выравнивания плоскости фотоэлектрических модулей на солнце. Результаты показали, что предлагаемая система способна обеспечить ориентацию фотоэлектрического модуля, сохраняя рассогласование в пределах требования, предъявляемого для использования фотоэлектрических модулей высокой концентрации ($<0,4^\circ$), вместе с низким потреблением энергии. Несмотря на это, авторы ставят задачу дальнейшего исследования энергоэффективности и повышения качества управления в условиях воздействия окружающей среды.

В работе [122], [148] и [149] рассмотрены дизайн и динамика трекера. Работа [150] является продолжением работы [139]. В ней представлен трёхступенной параллельный манипулятор с тремя линейными приводами постоянного тока для каждой из ног. Показана кинематика и численный расчёт конструкции. В качестве дальнейших работ авторы указывают разработку опытного образца и алгоритмов управления им при проверке в условиях окружающей среды.

В работе [122] также рассматривается параллельный манипулятор для солнечной батареи в высококонцентрирующих солнечных установках. Указано, что для дальнейшего повышения энергоэффективности установок требуется изменять их либо в механическом аспекте, либо в алгоритмическом. Представлена немного отличная от [147] конструкция, но также используется комбинированная схема управления и четырёхквadrантный фотодатчик. Представлены достаточно успешные результаты тестирования лабораторного образца.

Работа [138] является продолжением [139] и [150], в которой приведён метод расчёта оптимальной конструкции параллельного манипулятора. Собран примитивный лабораторный образец. В процессе тестирования возникла проблема повышенного уровня ошибок регулирования, снижению которых и посвящены будущие работы авторов (помимо исследования в условиях ветровой нагрузки), т.е. разработке алгоритмов. В работе [140] показаны исследования в ANSYS и повышенная стойкость к ветровым нагрузкам параллельного манипулятора.

В работе [151] рассмотрена системная интеграция солнечного сенсора и

параллельного манипулятора. В [123] рассмотрен трипод. В [142] рассмотрен планарный манипулятор с линейными приводами с достаточно широкой рабочей зоной. Роль скользящих режимов для управления триподом рассмотрена в [137]. В таблице 1.3 приведено сравнение массогабаритных показателей и характерных погрешностей от траектории двухосевого механизма.

Таблица 1.3 – Сравнение масс и отклонений от траектории двухосевого механизма и 3-RPS (по данным [139–141])

Скорость ветра 10 м/с						
Размер приёмной поверхности (LxB) (м х м)	Масса поворотного механизма, W, кг			Отклонение, δ, мм		
	3-RPS W_{3-RPS}	Двухосевой W_{AZ-EL}	Процент снижения массы W_{3-RPS}/W_{AZ-EL}	3-RPS W_{3-RPS}	Двухосевой W_{AZ-EL}	Процент разницы отклонений
2x2	15	20.94	28,37 %	1.93	1.87	3,1 %
3x3	45	53.53	15,9 %	2.45	2.65	7,5 %
5x5	198	356.97	44,53 %	4.90	4.74	3,265 %
Скорость ветра 22 м/с						
Размер приёмной поверхности (LxB) (м х м)	Масса поворотного механизма, W, кг			Отклонение, δ, мм		
	3-RPS W_{3-RPS}	Двухосевой W_{AZ-EL}	Процент снижения массы W_{AZ-EL}	3-RPS W_{3-RPS}	Двухосевой W_{AZ-EL}	Процент разницы отклонений
2x2	30	35,5	15,5 %	1.82	1.93	5,7 %
3x3	93	181,2	48,67 %	2.66	2.87	7,3 %
5x5	535	1332,55	59,8 %	4.92	4.74	3,658 %

Анализ таблицы 1.3 показывает, что для обеспечения аналогичного уровня отклонений для трекеров на базе параллельных манипуляторов требуется в

среднем на 29,6% меньше материалов для скорости ветра $V=10$ м/с, и на 41% для скорости ветра 22 м/с. Данные нельзя принимать абсолютно достоверными, поэтому они требуют проверки.

Несмотря на положительные кинематические свойства, недостатком механизмов параллельной кинематики является большее число кинематических ограничений, что обуславливает необходимость и актуальность разработки чёткой и ясной методологии определения основных параметров механизма и оптимизации размеров с учётом движения Солнца в отдельно взятой точке планеты для обеспечения необходимой рабочей области, что тоже отсутствует.

Следует сказать о том, что большая часть публикаций о параллельных манипуляторах опубликована за рубежом. В российской периодике эта тема не развита.

В [37] предложены основные критерии оценки свойств поворотных механизмов, что с учётом произведённого выше обзора позволяет обобщить представленную информацию в виде таблицы 1.4:

Таблица 1.4 – Характеристики опорно-поворотных механизмов гелиоустановок

Ключевые критерии оценки	Одноосевой трекер	Двухосевой трекер	Параллельное манипулирование
Стоимость установки	дешёвый	дорогой	низкая (требуется проверки)
Конструктивная сложность	простой	сложный	низкая (требуется проверки)
Производственные затраты	низкие	высокие	низкие (требуется проверки)
Измерительные движения	Вертикальный либо горизонтальный	вертикальный и горизонтальный	сферическое пространство

Продолжение таблицы 1.4

Вычислительная сложность	Средняя	Высокая	Требует проверки
Устойчивость	Средняя	Низкая	Высокая (требует проверки)
Энергоэффективность	низкая	Высокая	Высокая (требует проверки)

1.5 Алгоритмы управления, используемые для управления ОПУ

Правильная ориентация приёмной поверхности в точку максимальной энергоэффективности гарантирует максимум вырабатываемой энергии. Качество обеспечиваемого движения и динамики обеспечивается соответствующим каждой оси электроприводом и является следующим этапом в рассмотрении гелиоэнергетических установок.

Электропривод отслеживает траекторию Солнца путём перемещения поворотного механизма с приёмной поверхностью по рассчитываемому математическому образу движения Солнца с требуемой точностью в любой точке планеты. Определяет траекторию и характер движения Солнце. Существуют некоторые особенности, которые делают управление энергокомплексами ГУ уникальным и достаточно сложным [152]:

1. Необходимость настройки динамики системы, имеющей нелинейный и нестационарный характер (переменный момент инерции);
2. Ярко выраженные стохастические возмущения (ветровые нагрузки и др.);
3. Помехи и неточности из-за низкой разрешающей способности аналого-цифрового преобразователя устройства (АЦП), погрешности датчиков, отсутствие

прогнозирования экологической информации;

4. Взаимодействие и конфликт контуров управления;

Движение электропривода по одной координате влияет на движение электропривода, действующего по другой координате, создавая дополнительные возмущающие воздействия или изменяя тот или иной параметр. В таких случаях для сохранения заданного закона перемещения индивидуального привода может потребоваться адаптивное управление [153]. Управление движением гелиоустановки подразумевает выполнение ЦВчУ двух подфункций:

1. Формирование траектории движения – данная подфункция формирует необходимую траекторию движения гелиоустановки для поддержания падения солнечных лучей по нормали к приёмной поверхности на основе различных программно-реализуемых алгоритмов расчёта солнечного положения (САУ I уровня);

2. Обеспечение требуемых статических и динамических свойств электропривода (локальные контуры управления – САУ II уровня) – данная подфункция предназначена для обеспечения требуемых статических и динамических свойств движения электромеханической системы в процессе слежения за Солнцем и отработки возмущающих воздействий.

Следует отметить, что в системе без явно заданных алгоритмов расчёта положения Солнца, использующих фоточувствительные сенсоры, траектория движения задаётся в неявном виде в виде динамики дифференциального сигнала с датчика Солнца (или других датчиков). Тем не менее, отработка сигналов рассогласования зависит от статических и динамических свойств электропривода, обусловленных САУ II уровня гелиоустановки. В гелиотехнике существуют три ключевых типа систем управления электромеханическими системами гелиоустановок [6, 15, 34]:

На рисунке 1.7 представлены ключевые структуры управления солнечными энергоустановками.



Рисунок 1.7 – Схема системы открытого цикла (а), закрытого цикла (б) и комбинированного цикла (в)

В системах открытого цикла положение Солнца вычисляется по алгоритмам вычисления солнечной позиции. Редукторный ЭК с ШД. В системах закрытого цикла (в которых используются датчики, плохо работают в условиях облачности, затенения и т.д.). Редукторный ЭК с любым двигателем, кроме ШД. В системах комбинированного типа каждый из подходов дополняет другой. Редукторный ЭК с любым ЭД, кроме ШД.

Ориентируясь на слова Растригина Л.А., задачей управления позицией ГУ является достижение экстремума некоторого функционала. В качестве такого экстремума выступает максимум потребляемой мощности. ГУ позиционируется в такое состояние, в котором этот функционал достигает экстремального (максимального) значения. Поэтому, управление ГУ имеет ярко выраженный экстремальный характер. Экстремальный подход реализованы в [154], а его элементы в т.н. терминальном управлении ЭД [113].

Исходя из основной цели, под которой подразумевается максимизация, можно выделить два типа достижения максимума вырабатываемой мощности:

1. Косвенный (трекинг) – в этом способе достижение максимума гарантируется правильным следованием по рассчитанным траекториям движения Солнца. При этом, возможны погрешности в работе алгоритма, а также функционирование в условиях облачности, затенения и др. Не происходит прямой анализ экстремальной характеристики солнечной батареи.

2. Прямой – в этом способе происходит прямой анализ либо модели ВАХ

СБ, либо анализ ВАХ СБ с целью определения максимума мощности. Следует помнить, что реальная ВАХ СБ, под влиянием факторов окружающей среды, может иметь несколько экстремумов. Поиск наибольшего из них значительно усложняется, особенно в реальных условиях, ведь экстремумы под влиянием перемещения Солнца «дрейфуют», т.е. перемещаются. Кроме прочего, непонятно, как будут работать СЭР в условиях существенных нелинейностей.

Наблюдается заметное увеличение внимания к разработке САУ в целом [1, 6], однако существуют пробелы в исследованиях, поэтому выделены будущие направления.

Эти контроллеры используют солнечные алгоритмы позиционирования [6, 11] для преобразования в пропорциональные сигналы для ШД. В таблице 1.5 показаны некоторые астрономические калькуляторы, которые используются для вычисления положения Солнца в заданном географическом местоположении.

Таблица 1.5 – Некоторые алгоритмы вычисления позиции Солнца

Название алгоритма	Достоинства	Недостатки
Sun Position Algorithm (SPA)	Высочайшая точность ($\pm 0,0003^0$), расчёт осуществляется в диапазоне -2000...+6000 лет	Высокая вычислительная сложность
SunCalc Java/C code by Vladimir Agafonkin		
SolPos		
Fortran Michalsky	Простота реализации, невысокие вычислительные требования	Расчёт мог осуществляться до 2015 года [155], поэтому на текущий момент не действует

Продолжение таблицы 1.5

NASA Jet Propulsion Lab HORIZONS Web, Telnet and eMail Interfaces		
Panasonic Solar Tracker Solar Position Algorithm		
Algorithms for Real Time Data (DNI, Atmospheric) Compiled		

Примеры систем с астрономическими алгоритмами представлены в [25, 90, 95, 96]. В статье [43] приведена схема, в которой положение солнца рассчитывается по сигналам с двух фоторезисторов и преобразуется в импульсы для шагового двигателя.

Отмеченный в [6] аспект о том, что в сфере промышленного управления солнечными батареями и концентраторами прослеживается тенденция к использованию контроллеров с открытым контуром, является спорным. Среди недостатков систем открытого цикла можно выделить, как уже упоминалось в пункте о двигателях, то, что их работа обусловлена с ЭК с ШД, недостатки которого известны, поэтому, в настоящее время их развитие обусловлено применением в гибридных системах управления.

Сравнительный анализ систем открытого и закрытого цикла (таблица) представлена в [16]. Из этой таблицы видно,

В [58, 124] представлена линейная адаптивная САУ с сигнальной самонастройкой в контуре регулирования скорости вращения двигателя.

Контроллеры замкнутые (или активные контроллеры) достигают оптимальной точности отслеживания с помощью светочувствительной электроники. Она необходима для наблюдения за перемещением солнца,

относительно которого система динамически будет менять положение батарей или концентратора относительно солнца. Что касается САУ II уровня, то в современной литературе прослеживается три направления к созданию САУ гелиоустановками:

1. на базе классической теории линейных систем автоматического управления (самый распространённый вариант, основа – теория синтеза регуляторов в классе систем подчинённого управления электромеханическими системами);

2. построение адаптивных систем управления гелиоустановками, достаточно эффективный, позволяющий улучшить динамические характеристики, повысить точность слежения и устойчивость в возмущениях.

3. применение методов искусственного интеллекта. Эти методы могут повысить как качество управления движением гелиоустановки, так и повысить устойчивость к возмущающим воздействиям со стороны окружающей среды.

4. экстремальные системы автоматического регулирования (гораздо менее распространённый вариант, встречается ряд аппаратных и алгоритмических трудностей при реализации, в ряде случаев ухудшает эксплуатацию гелиоустановки);

Линейные алгоритмы управления (On/Off; P, PI, PID–управление). Линейное управление является одним из первых и самых простых типов СЭЖ ГУ. Классические контроллеры наиболее часто используют методов управления, таких как управление включением/выключением (On/Off-управление) и P, PI, PID–управление. Контроллер включения / выключения использует верхний и нижний пороговые значения для регулирования процесса в пределах заданных границ. P, PI, PID –регуляторы используют динамику ошибок и модуляции контролируемой переменной для достижения точного контроля процесса. On/Off; P, PI, PID–управление используется до сих пор во многих системах фотоэлектрических системах благодаря простоте реализации и множеству проработанных методик синтеза.

В [16, 94, 156] приведена обобщённая функциональная схема типовых

энергокомплексов гелиоустановок с датчиком рассогласования. В состав входит: датчик, регулятор положения, управляемый преобразователь, двигатель, редуктор и поворотный механизм [101].

Ключевую роль играет внешний контур регулирования положения. Регулятор положения реализуется посредством пропорционально-интегрально-дифференциального звена в контуре угла стандартный вид [12, 36, 101, 128]:

Интегральная составляющая $1/T_0 \cdot p$ повышает астатизм следящего электропривода до второго порядка, а дифференцирующие составляющие $(T_{k1} \cdot p + 1)$ и $(T_{k2} \cdot p + 1)$ расширяют полосу пропускания и увеличивают устойчивость системы [12, 101, 128].

В числе недостатков данной системы можно указать необходимость настройки параметров ПИД-регулятора по инженерным методам Зиглера-Николса или Ротача, низкое качество переходных процессов и необходимость большого числа экспериментов в случае отказа от использования инженерных методик по настройке параметров ПИД-регулятора.

ПИД-регулятор производит многообещающие результаты, но настройка параметров регулятора является громоздким, а производительность контроллера деградирует, если условия эксплуатации отличаются от условий, тюнинг.

В [157] рассмотрен важный класс адаптивно-интеллектуальных механизмов адаптации параметров линейного регулятора с помощью нелинейных алгоритмов. Перенастройки или авто-тюнинга подходы для ПИД-регулятора [28] может быть трудоемким. В некоторых случаях автонастройка может оказаться неприемлемой из-за ее интрузивного характера относительно нормальной работы [152].

Иногда, в качестве ПИ-регулятора выступает РС, а РП – в качестве П-регулятора [158]. В работе [47] использовался ПИ-регулятор положения и внутренний нелинейный контур. В работе [159] представлен ПИ регулятор положения. В работе [125] представлена комбинированная система управления, которая работает в двух режимах: непрерывный и пошаговый. В непрерывном режиме возможно управление поворотом с применением П или ПИ регулятора

положения, а также комбинированного управления с каналом компенсации скоростной ошибки. Для выполнения непрерывного режима механизма поворота должен двигаться со скоростью, вдвое меньшей скорости часовой стрелки, что требует механической передачи с большим передаточным отношением i_p , но этот способ имеет большую точность определяемую добротностью D_ω . Режим пошагового движения предполагает поворот солнечной батареи с высокой скоростью и остановку через равные интервалы времени Δt на угол $\Delta\varphi = 24\text{ч}/\Delta t$. Здесь возможно управление либо в функции времени, либо по сигналу датчика разности световых потоков с зоной нечувствительности. Для такого режима привод может быть безредукторным, либо с малым передаточным отношением редуктора, что удешевляет систему. Однако слежение за солнцем выполняется с погрешностью зависящей от зоны нечувствительности, что снижает энергоэффективность. В непрерывном режиме может быть применён любой из регуляторов. Алгоритм с ПИ-регулятором даёт большую точность поскольку установившееся значение ошибки e равно 0.

В работе [160] использовалась двухконтурная система регулирования. В работе [112] используется трёхконтурная система подчинённого регулирования с внутренним контуром регулирования тока, с внешним по отношению к нему контуру регулирования скорости и внешнему контуру регулирования положения. В систему заложен астатизм 2-ого порядка для снижения требований к полосе пропускания и исключения скоростной и позиционной ошибки. При этом система работает недостаточно качественно из-за наличия в системе люфта и значительная ошибка по ускорению.

В работе представлена трёхконтурная система управления асинхронным двигателем в системе DTC [133]. В работе [161] рассмотрена попытка дополнить классические системы различными компенсационными каналами и синтезировать инвариантный следящий электропривод. Моделирование исследуемой системы показало эффективность применения упреждающей коррекции для снижения динамических ошибок без повышения колебательности.

Проведенные в [161] исследования показали, что:

- увеличение количества инвариантных сигналов приводит к снижению амплитуды динамической ошибки;
- введение сигнала по третьей производной и выше приводит к нарастанию пульсаций скорости;
- инвариантные цепи повышают колебательности системы, поэтому необходимо контролировать (ограничивать) динамические параметры задающего сигнала;
- для снижения динамических ошибок системы можно использовать упреждающую коррекцию.

Для двухмассовой системы в работы [101] производится дополнительная коррекция. Подбирается передаточная функция корректирующего устройства при компенсации возмущающих воздействий.

В работах [112, 128, 161] в общем случае рассматриваются простейшие системы подчинённого регулирования, основанные на классической теории автоматического управления.

В ряде источников повышенное внимание уделяется внешнему контуру регулирования положения. Диссертационная работа Тхеин Лин У [162] и публикация [163] посвящены работе солнечной энергетической установки в условиях длительного затенения. В этом случае необходима экстраполяция движения Солнца. Принцип управления становится комбинированным, и должен работать в замкнутом режиме и в разомкнутом в случае затенения Солнца. С целью экономии электроэнергии выгодно иметь наивысшую точность, чтобы обеспечить плавность перемещения платформы фотоэлементов, исключив переходные процессы. Важную роль играет экстраполирующее устройство. Оно влияет не только на точность работы, но и на переходные процессы.

Периодичность затенения определяется переходными процессами, связанными с восстановлением замкнутого цикла слежения и требует дополнительного исследования переходных процессов системы с учётом

нелинейностей с конкретным типом привода. В этой системе чем больше интервал затенения, тем больше угловая ошибка слежения, а, следовательно, и время отработки данной ошибки. Увеличатся так же потери энергии на отработку углового рассогласования, что также не желательно.

Стоит отметить, что линейная теория встречается с рядом недостатков: расчёт коэффициентов линейных регуляторов требует точного знания модели объекта и его параметров. При этом линейная СУ остаётся чувствительной к изменению параметров ОУ и внешним возмущениям. Для снижения данной чувствительности в СУ вводятся дополнительные внутренние обратные связи или дополнительные компенсационные и управляющие каналы [101, 161]. Хотя контроллер включения / выключения является наиболее интуитивно понятным и простым в реализации, он не может контролировать движущиеся процессы с задержками во времени. Из-за высокой тепловой инерции многих процессов HVAC, процесс, который контролируется с помощью включения/выключения контроллера отображает большие колебания от заданных точек.

В принципе, линейные алгоритмы управления электромеханическими установками достаточно однотипны и однородны, применяются чаще всего, однако постепенно их ресурс исчерпывается. Кроме прочего, линейным алгоритмам посвящён достаточно большой пласт отечественной литературы. В зарубежных же источниках прослеживается тенденция к применению нестандартных систем управления гелиоустановками. Пробелом в исследованиях линейных систем управления гелиоустановками является отсутствие описания работы системы при наличии зазоров и других нелинейностей, поскольку в таких случаях линейное корректирующее звено окажется недостаточно эффективным. Тогда потребуется некоторая нелинейная коррекция алгоритма, реализуемая с помощью, например, нечёткой логики и других методов искусственного интеллекта.

Мягкое управление. С достижениями в области хранения данных, вычислительных и коммуникационных устройств, в настоящее время представляется возможным принять и внедрить надлежащий подход к управлению,

чтобы преодолеть присущие проблемы в управлении. Данный подход получил распространение в последнее время благодаря учёту различных видов нелинейностей, присущих следящим электроприводам, а также их способности качественно управлять гелиоустановкой при их наличии, на что линейные алгоритмы зачастую неспособны. Интеллектуальные алгоритмы:

1. Нейронные сети [107, 164, 165];
2. Нечёткая логика [29, 38, 74, 165–169];

Работа [165] показывает, что чаще всего для управления используется Fuzzy, а NN для расчёта вспомогательных величин, в т.ч. для предсказания солнечной радиации [152].

В работе [168] рассмотрено применение нечёткого агент-оператора (Fuzzy контроллера с развитой базой правил) который управляет фотоветроэлектростанцией.

В работе [107] рассмотрены адаптивные возможности НС к адаптации к заданными траекториям.

В работе [74] рассмотрено управление позиционированием ГУ с помощью фуззи на основе измерений облачности с помощью камеры.

В [29] рассмотрено управление фуззи на основе КФЭД 4-Quadr.

В [169] рассмотрен пример управления нежёсткой двухмассовой системой с помощью нечёткой логики.

В работе [164] рассмотрено влияние нелинейностей и попытка их устранить с помощью НС.

В работе [166] ANFIS использовалась для расчёта солнечной радиации вместо солнечных алгоритмов.

Внедрение нечеткого логического контроля требует всесторонних знаний о работе установки и ее различных режимах, в то время как разработка системы контроля на основе ANN требует подготовки данных о широком диапазоне условий эксплуатации, которые могут быть недоступны для многих систем. Кроме того, промышленность обычно неохотно принимает и использует подход "черного

ящика".

Гибридное управление. Смысл гибридного управления следует из своего названия. Это подход, в котором сочетаются два и более других подходов. Например астрономические алгоритмы и работы от датчиков (в этом случае, они устраняют недостатки друг друга). Существуют так же и другие комбинации. Недостатком такого подхода является то, что Так же, как гибридный контроль выгоды от качества как жестких и мягких методов управления, он также наследует проблемы, связанные с этими методами. Например, для проектирования компонента мягкого управления требуется опыт пользователя и большой объем данных для обучения, а жесткий компонент управления может быть затруднен в проектировании и настройке в широком диапазоне условий эксплуатации.

В работе [167] представлен пример гибридизации двух алгоритмов. Один из них, СЭР, осуществляет поиск максимальной мощности. Второй – Fuzzy - сглаживает пульсации СЭР возле точки максимума.

Современное направление развития САУ ГУ (Комплексное объединение). Значительную роль в разработке и исследовании новых систем ориентации солнечных панелей начинают играть неклассические системы управления и методы их изучения [170]. В этом случае часто приходится иметь дело с нелинейными методами управления, и иногда возникают вопросы о том, какие методы выбрать для исследования. Системы ориентации солнечных элементов выполняют очень специфическую функцию, которая естественным образом накладывает отпечаток на внешний вид всего энергетического комплекса. Эти особенности включают необходимость поиска точки максимальной энергоэффективности [171], фиксацию в этой точке и обеспечение отслеживания в инерциальной системе координат при достижении дрейфа максимума мощности. Уже только этот набор обстоятельств способен усложнить управление координатными энергокомплексами и обуславливает использование некоторых специальных управляющих структур. Они включают, например, поиск экстремума на основе возмущения.

На основе простейших принципов экстремального поиска [172], так называемых МРРТ-контроллеров, разработка и исследование которых занимает очень большое место в научном мире. Так, согласно некоторым библиографическим базам данных, за последние 15 лет было опубликовано около 4000 статей о контроллерах МРРТ, включая краткие отчеты, обзоры, результаты теоретических и экспериментальных исследований, вопросы для обсуждения и доклады на конференциях. С разных сторон элементы этих работ в той или иной степени обобщены в обзорах [1, 172, 181–183, 173–180], аналитических и экспериментальных исследованиях [184, 185]. Количество данных на МРРТ-контроллерах продолжает расти, вплоть до самых экзотических, связанных с использованием искусственного интеллекта [175, 179, 182].

Системы ориентации солнечных батарей не уступают по количеству выпускаемых статей по МРРТ-контроллерам. С 2012 года выходит >4000 статей в год. Наиболее ценная информация сосредоточена в обзорах [1, 16, 191, 37, 92, 156, 186–190]. Такое огромное количество публикаций само по себе является определённой проблемой, но если говорить о «технической стороне» вопроса, то направления исследований МРРТ-контроллеров и систем ориентации солнечных батарей плохо стыкуются друг с другом. По нашему мнению, это связано с тем, что все контроллеры МРРТ имеют один существенный недостаток: они могут найти максимальную мощность в ограниченных условиях, а именно только путем нахождения «оптимального сопротивления» электрической цепи, к которой подключена нагрузка, так что ток и напряжение работа дает желаемый результат [173]. В этом случае, если солнечная панель не ориентирована на Солнце идеально, максимальная генерируемая мощность также существует, но она заметно ниже. Из этого следует, что на самом деле два экстремума должны быть объединены в один: первый экстремум - максимальное излучение (для его достижения необходимо найти оптимальное угловое положение), а второй экстремум связан с наличием максимальной мощности на кривой вольт-ваттной. Мы не будем подробно останавливаться на контроллерах МРРТ, потому что интересующие нас данные, в

сочетании с тем, что было сказано выше, лежат в области принципов проектирования конструкций, методов анализа и синтеза многопараметрических систем экстремального регулирования.

Три большие монографии [192–194] посвящены представлению специального математического бэкграунда для поиска экстремума [192], обширному описанию различных приложений [193], и некоторым специальным вопросам в рамках стохастических систем управления [194]. Есть также несколько интересных работ по использованию экстремального управления для лазерных комплексов [195]. Формирование углового положения объекта, основанное на [192], рассмотрено в [196]. Данных о системах ориентации солнечных элементов не так много, как хотелось бы.

Системы экстремального регулирования имеют ряд особенностей:

Требования к качеству переходных процессов редко предъявляются к закрытым поисковым системам. Основным требованием является скорость сходимости к точке минимума/максимума как можно быстрее (изучается в рамках асимптотической устойчивости [192, 197]), которая определяется параметрами экстремальных контуров управления, а также амплитудами и частоты модулирующих сигналов.

Многопараметрическая система экстремального регулирования обладает свойствами многосвязности и требует использования нелинейных методов анализа (некоторые из них были упомянуты в [192]).

Введение в систему нелинейного элемента, который трудно свести к простой квадратичной функции со смещением по осям абсцисс и ординат [198], увеличивает сложность точных аналитических исследований и не позволяет им быть сделанными прямыми путями.

Наш научный интерес исходит из вопроса: а что если объединить все регулируемые параметры системы в одну систему экстремального регулирования? Многопараметрические системы в этом отношении намного сложнее и требуют особого подхода. Экстремум, основанный на возмущениях, который в настоящее

время находится на переднем крае интересов исследователей, еще не использовался для ориентации солнечных элементов, хотя он является одной из наиболее развитых структур систем управления. Например, основы для исследования многопараметрических систем были получены в [199] и [200]. Их результаты были для процессов с постоянными параметрами, чего нельзя сказать о системах ориентации солнечных батарей. Одной из наиболее важных и сложных задач контроллера МРРТ является достижение МРР в условиях частичного затенения. Равномерное затенение является явлением, которое происходит в фотоэлектрическом массиве. Как правило, изменение облучений может происходить из-за прохода облаков, теней и т.д. Следует отметить, что в частично затененных условиях; $P-V$ кривая содержит один или более пиков. Поэтому отслеживание МРР становится сложным и крайне важным. В следующей таблице приводится критический обзор различных методов управления, представленных в литературе по управлению ГУ.

При рассмотрении системы управления выявлено, что разработка качественной системы управления имеет много преимуществ. Многие процессы в системах PVST медленно двигаются с задержками во времени, и временные изменения внутренних и внешних возмущений действуют на систему. Система подвергается широкому спектру условий эксплуатации. Приводы имеют ограничения по скорости и диапазону. Во многих областях энергетика имеет переменную ценовую структуру. При наличии всех этих проблем идеальная САУ должна иметь возможность обрабатывать колебания во времени, широкие условия эксплуатации, ограничения привода и переменные структуры цен.

По-видимому, многие системы управления показывают несколько недостатков в их применении к управлению. Например, классические контроллеры требуют ручной настройки и выполняют управления вяло или слишком агрессивно вне диапазона настройки. Жесткие контроллеры требуют тщательного математического анализа и определения устойчивых равновесных точек для конструкции контроллера. Мягкий контроль требует больших объемов данных для

обучения и укрепления, а методы обучения требуют длительного времени, что делает их непрактичными для промышленных внедрений. Гибридный метод способен обеспечить решение многих из перечисленных проблем, и, следовательно, стоит в центре внимания данного исследования [98].

Рост количества, разнообразия, а так же элементной базы обуславливает необходимость систематизации и классификации существующих на современном этапе ЭК ГУ. *Необходимо* в достаточно широком объеме проанализировать всю структуру и возможные компоновочные решения благодаря развитой современной элементной базе для проектирования ЭК ГУ, наиболее существенные направления, поскольку большая часть из колоссального количества предлагаемых решений достаточно однотипны. В таблице 1.6 обобщены основные алгоритмы управления энергокомплексами гелиоустановок.

Таблица 1.6 – Сравнение алгоритмов управления энергокомплексами гелиоустановок

Метод управления	Достоинства	Недостатки
Вычисление позиции Солнца по астрономическим алгоритмам (SPA и др.)	Точность, относительная простота, невысокая стоимость	Ненадёжность ШД, некорректная работа в условиях воздействия окружающей среды
Классические методы (П-, ПИ-, ПИД-управление энергокомплексами)	Простота, большое количество разных методик	Требует знания математической модели, некорректно работает в условиях нестационарности системы и нелинейностей

Продолжение таблицы 1.6

Адаптивное управление	Хорошо работает при переменных параметрах системы	Необходимость подбора подходящего алгоритма адаптации
Нелинейное управление (ANN и Fuzzy)	Возможность работы с нелинейностями	Для составления базы правил Fuzzy-регулятора требуется экспертная оценка, а для обучения ANN-регулятора большой объём обучающих данных, которые не всегда можно получить и трудно формализуемы
Экстремальное регулирование (Поиск точки максимальной мощности СБ)	Прямой анализ ВАХ СБ и соответствующая корректировка положения	Требует наличия дополнительных датчиков тока и напряжения для СБ, некачественная приводная динамика (требует настройки)

1.6 Обобщённая классификация современных систем слежения за Солнцем

В результате будет сформирована обобщенная классификация ЭК ГУ по широкому спектру параметров, характеризующих ЭК ГУ как отдельный класс

устройств благодаря их многообразию и особенностям. С использованием этой классификации станет возможным более точный, детальный и выверенный структурный синтез ЭК ГУ, что поможет наиболее чётко осознать и обосновать совокупность технических решений в области проектирования, создания и эксплуатации нового класса ЭК ГУ.

Необходимость систематизации и классификации существующих на современном этапе ЭК ГУ обусловлена ростом их количества, разнообразия, а также элементной базы. До сегодняшнего времени обобщённой и наиболее подробной классификации огромного разнообразия ЭК ГУ не существовало. Были попытки классифицировать ГУ как у нас в стране, так и за рубежом [1, 6, 124, 186, 188, 201, 16, 18, 32, 33, 82, 92, 101, 111]. Однако, в процессе их изучения была выявлена неполнота данных классификаций: они рассматривают либо единственный классификационный признак, либо узкую группу классификационных признаков. Например, в [101] рассмотрена классификация только по мощности. В [32, 33, 82] рассматриваются только поворотные механизмы. В [1, 16, 92, 156, 186, 188, 189, 201, 202] приведены достаточно широкие исследования источников, однако на текущий момент они являются неполными, поскольку состав включённых классификационных признаков (тип поворотного механизма, тип датчика и алгоритма). В [18] приводится только классификация датчиков, причём здесь не учитывается ряд существовавших на тот момент разработок. В [6] приведена достаточно узкая классификация некоторых математических алгоритмов управления позиционированием приёмной поверхности ЭК ГУ с помощью шаговых двигателей.

Авторы предприняли попытку классифицировать всё многообразие ЭК ГУ, присутствующих как в России, так и за рубежом, расширить и дополнить существующие классификации.

В этой публикации основные группы, на которые можно делить электроприводы по 14 наиболее распространенным критериям:

- 1) По мощности [101];

- 2) По типу приведения в действие [203];
- 3) По типу опорно-поворотного механизма [32, 100];
- 4) По типу движения координаты [11];
- 5) Использование редуктора [11];
- 6) По типу передачи от исполнительного двигателя к рабочему органу (в редукторном приводе) [11];
- 7) По типу используемой электрической машины [1, 38, 120, 121, 123, 43, 51, 79, 81, 111, 117–119];
- 8) По типу используемого датчика слежения за Солнцем [18];
- 9) По типу сигнала с датчика [18];
- 10) По типу алгоритма регулирования позиции в пространстве (управления координатными энергокомплексами) [25, 90, 95, 101, 152, 158, 163, 169];
- 11) По типу связи с основным управляющим компьютером (при его наличии) [15];
- 12) По месту установки [203];
- 13) По типу фундамента [203];
- 14) По типу окружающей среды [203].

Теоретическая часть. В соответствии с ГОСТ Р 57229-2016 (МЭК 62817:2014) «Системы фотоэлектрические. Устройства слежения за Солнцем». Технические условия» [203], фотоэлектрическая система - система, преобразующая солнечную энергию в электрическую с помощью прямого преобразования и использующая ее для частичного или полного покрытия электрических нагрузок потребителя и/или передачи ее в сеть.

Каждая из фотоэлектрических систем слежения за Солнцем может быть разделена на категории по количеству и направлению осей, компоновочным решениям исполнительных механизмов, типам приводов, климатическому исполнению, типу вертикального монтажа и фундамента, типу управления, типу формирования сигнала о направлении на Солнце и прочему, в том числе по указанным ниже характеристикам [203].

Вышеуказанный ГОСТ, несмотря на относительную полноту, не распространяется на немеханические факторы ЭК ГУ и не раскрывает конструктивные особенности ЭК ГУ.

В связи с большим ростом количества ЭК ГУ, их разнообразия и широкого спектра элементной базы, доступной разработчику, появилась необходимость неким образом классифицировать всё многообразие ЭК ГУ.

Практическая часть. Необходимость подробной классификации связана со стремительным ростом инженерных разработок в этой области и появлением большого количества лабораторных образцов с будущим заделом на внедрение в серийное производство. Данные разработки осуществляются конструкторами, но используют достижения из смежных областей (фотовольтаика сопрягается с энергокомплексами и теорией автоматического управления ими).

Для правильной оценки новизны и уровня предложенных конструкторских разработок и предназначена данная классификация, позволяющая достаточно полно и подробно рассмотреть основные инженерные, технические и конструктивные особенности ЭК ГУ. Кроме того, подобная классификация может служить информационной базой по уже созданной технике, что позволит избежать простого дублирования уже существующих конструкций и сосредоточиться на перспективных разработках специалистами, работающим в этой области, что, в дальнейшем, автор этой статьи и планирует осуществлять.

Очевидны проблемы, которые появятся при выпуске даже отдельных образцов такой техники. Сегодня полностью не решены проблемы проектирования и эксплуатации [15]. В таблице 1 приведена обобщенная классификация, куда внесено максимальное количество параметров для оценки огромного разнообразия ЭК ГУ. Рассматриваются только энергетические комплексы. В таблице 1.7 представлена разработанная **автором в соавторстве** с научным руководителем обобщённая классификация энергетических комплексов гелиоэнергетических установок.

Таблица 1.7 - Обобщённая классификация энергетических комплексов
гелиоэнергетических установок

№	Классификационный признак	Характеристика
1	По мощности	а) Малая (вырабатываемая мощность от долей кВт до 1 МВт)
		б) Средняя (от нескольким МВт до 10 МВт)
		с) Большая (выше 10 МВт)
2	По типу приведения в действие	а) Индивидуальные ЭК ГУ
		б) Комбинированные ЭК ГУ (в составе, например, солнечной электростанции)
3	Тип опорно-поворотного механизма	1. Одноосные:
		а) с горизонтальной осью;
		б) с вертикальной осью;
		с) наклонные.
		2. Двухосные:
		а) с горизонтальной основной осью;
		б) с вертикальной основной осью;
		с) с наклонной основной осью.
		3. Модифицированные двухосные механизмы:
		а) С пассивными опорами и стойками
		б) Карусельные
		с) Взаимозависимые по координатам
4	По типу движения координаты	а) Вращательное
		б) Поступательное (линейное)
5	Использование редуктора	а) Редукторный привод
		б) Безредукторный привод

Продолжение таблицы 1.7

6	По типу передачи от исполнительного двигателя к рабочему органу (в редукторном приводе)	а) Червячная
		б) Зубчатая цилиндрическая
		с) Коническая
		д) Планетарная
		е) Эксцентриковая
		ф) Винтовая (передача Винт-Гайка)
7	Тип используемой электрической машины	а) Коллекторный двигатель постоянного тока;
		б) Шаговый двигатель;
		с) Вентильный двигатель и его разновидности (реактивно-вентильная электрическая машина);
		д) Асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором.
		е) Линейные электродвигатели
8	Тип используемого датчика слежения за Солнцем	а) Дифференциальный четырёхквadrантный
		б) Коллиматорный
		с) Пирамидальный
		д) Пространственный многоканальный
		е) Видео- и веб-камера с алгоритмом интерпретации сигнала
9	По типу сигнала с датчика	а) Аналоговый
		б) Цифровой

Продолжение таблицы 1.7

10	Тип алгоритма регулирования позиции в пространстве (управления координатными энергокомплексами)	1. Открытый контур (астрономические и математические алгоритмы вычисления солнечной позиции)
		2. Замкнутый контур:
		а) Линейные
		б) С методами ИИ (нейронные сети, нечёткая логика)
		с) Системы автоматической оптимизации (терминальное управление)
		3. Комбинированное управление
11	По типу связи с основным управляющим компьютером (при его наличии)	а) Проводная
		б) Беспроводная
12	По месту установки	а) на земле;
		б) на воде;
		с) на здании (крыше, стене) или другом объекте;
		д) интегрированные в здание/объект.
13	По типу фундамента	а) на фундаменте глубокого залегания;
		б) на поверхностном фундаменте.
14	По типу окружающей среды	а) чистая
		б) условно-чистая
		с) промышленная
		д) морская
		е) приморско-промышленная

Данная классификация максимально полно раскрывает и структурирует всё многообразие ЭК ГУ. С использованием этой классификации станет возможным более точный, детальный и выверенный структурный синтез ЭК ГУ в предметном ключе, что поможет проектировщику-гелиотехнику наиболее чётко осознать и обосновать совокупность технических решений в области проектирования, создания и эксплуатации новых классов ЭК ГУ.

Обобщённая классификация помогает на стадии разработки технического задания (ТЗ) и технического условия (ТУ) системно сформулировать требования к эксплуатационным характеристикам и конструктивным особенностям создаваемых ЭК ГУ. Очевидна польза данной классификации для испытаний и оценки как существующих образцов, так и перспективной продукции. Причем оценка возможна на всех стадиях создания ЭК ГУ.

На основе данной классификации возможно создание целевых разработок по отдельным направлениям – двигатели для ЭК ГУ, требования безопасности всех групп ЭК ГУ и т.д.

Принципы и отдельные пункты классификации уже являются отдельными темами инженерных разработок и научных исследований как в области ЭК ГУ, так и в смежных областях научных дисциплин и технологических разработок. Классификация необходима для упорядочения вопросов стандартизации, сертификации продукции в этой области при развитии производства ЭК ГУ. Данная классификация может послужить основой для выработки принципов и норм ЭК ГУ, необходимых дополнений к действующим стандартам [203].

Структура данной классификации может служить основой для подготовки учебной программы по соответствующей инженерной специальности, программ профессиональной подготовки всех сопутствующих специальностей разного уровня, учебной и методической литературы.

Рассматривая различные подходы к классификации инноваций, необходимо учитывать, что обобщение и систематизация классификационных признаков и создание на этой почве научно-обоснованной классификации инноваций имеют

достаточно весомую практическую значимость, поскольку обладают потенциальной способностью дать детальное представление о характеристиках того или иного прогрессивного новшества. Это в свою очередь необходимо для развития инновационного процесса на макро- и микроуровнях. Именно такая классификация позволит более конкретно оценивать инновационную деятельность хозяйствующих субъектов, выявлять результативность и определять направления инновационного процесса, требующие корректировки или поддержки, а также определять неоднородность инноваций и подбирать методы управления каждой из них, адекватные особенностям инновационного процесса.

Предложенная обобщённая классификация может быть использована как для анализа и изучения существующих конструкций, так и для разработки ТЗ и ТУ на проектирование и разработку перспективных образцов ЭК ГУ. Классификация может быть использована для создания учебного курса по подготовке специалистов соответствующего направления.

1.7 Обоснование научной проблемы и целей исследования

Проведенный аналитический обзор показал актуальность исследования солнечных энергоустановок. Актуальными остаются задачи повышения энергоэффективности ГУ и разработки нового класса ЭК ГУ на базе сферического параллельного манипулятора.

Существующие на данный момент публикации, связанные с анализом способов повышения качества выработки электроэнергии и энергоэффективности современных ЭК ГУ не отражают комплексного подхода к исследованию способов повышения энергоэффективности. Анализ отечественных и зарубежных публикаций позволил определить основное направление диссертационного исследования, которое напрямую связано с разработкой новых ЭК ГУ.

На основании проведенного обзора были сформулированы задачи

диссертационного исследования:

1. Для создания энергетически эффективного производства электрической энергии был проведён анализ конструкций наземных ЭК ГУ, АСУ слежением СБ, следящих энергокомплексов, датчиков положения Солнца, выявлены особенности и сформированы требования, предъявляемые к системам слежения за Солнцем. В дальнейшем это определит архитектуру высокоэффективных солнечных энергоустановок на базе сферического параллельного манипулятора;

2. Определение взаимосвязи движения Солнца в выбранном географическом местоположении с формой рабочего пространства энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора в режиме идеальной ориентации на Солнце и разработка программ, позволяющих рассчитывать движение Солнца в течение дня и в течение года для определения требуемого рабочего пространства.

3. Исследование особенностей кинематики и динамики солнечной энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора в этом рабочем пространстве, оптимизация ключевых параметров состояния энергетического комплекса и разработка математических моделей;

4. Разработка и исследование системы экстремальной ориентации солнечной энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора на основе поиска экстремума с вспомогательной модуляцией;

5. Экспериментальное исследование солнечной энергоустановки в режиме идеальной ориентации на Солнце на виртуальном прототипе и разработка базового физического образца.

Представленные задачи не являются принципиально неразрешимыми, а их решение поможет разработать рекомендации по разработке прототипов, производству и эксплуатации солнечных энергоустановок на базе сферического параллельного манипулятора, то есть предложить решение ряда проблемных на сегодняшний день вопросов, а их объединение путём применения элементов энергетической мехатроники не является противоречивым.

1.8 Заключение и выводы по 1 главе

1. В главе 1 проведён морфологический анализ и синтез нового типа солнечных энергоустановок на базе сферического параллельного манипулятора. Дана новая классификация типов солнечных энергоустановок в части архитектуры компонентов системы.

2. Анализируя рассматриваемые компоненты, которые используются при разработке систем ориентации солнечных батарей, можно сделать вывод о том, что одноосевые установки являются наиболее простыми и недорогими, но в то же время наименее эффективными. Солнечные энергоустановки, работающие с использованием этого метода, не могут обеспечить эффективную выработку энергии в широком диапазоне углов изменения положения Солнца и требуют введения дополнительных переменных регулирования угловых координат.

3. Кроме этого, в исследовании поднята проблема выбора оптимальных параметров солнечной энергоустановки на базе сферического манипулятора, при которых установка гарантирует оптимальное энергопотребление. В связи с этим актуальной является проблема разработки новых методов выбора параметров.

4. Это позволяет сосредоточиться на изучении методов проектирования, моделирования и прототипирования и применить полученный опыт ко всему многообразию солнечных установок. В связи с этим диссертация посвящена исследованию проектирования, моделирования и прототипирования солнечных энергоустановок на базе сферического параллельного манипулятора.

ГЛАВА 2. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГОУСТАНОВКИ НА БАЗЕ СФЕРИЧЕСКОГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МАНИПУЛЯТОРА

Рассматривается параметрический синтез и вырабатываются основы для определения рациональных параметров солнечной энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора. Представлены алгоритмы кинематического, динамического расчёта и проектирования двигателя.

2.1 Общие сведения об астрономических алгоритмах, применяющихся для вычисления солнечной позиции

Синтез и исследование любых гелиоустановок сопряжён с необходимостью выявления регулярных особенностей движения рабочего органа, угловое положение которого регулируется в евклидовом пространстве. Эту информацию можно получать обработкой данных об угловом положении Солнца в заданных географических координатах. Локальность во времени всех алгоритмов вычисления солнечной позиции не позволяет анализировать годовой и суточный цикл движения Солнца в едином виде. Для решения этой задачи мы применили новый принцип обработки результатов расчёта, который заключается в следующей последовательности действий. Используя астрономический алгоритм NREL SPA, в основе которого лежат нелинейные тригонометрические уравнения, построены двумерные поверхности азимутальных из зенитных углов. Путём аппроксимации этих поверхностей полиномами высокого порядка и дифференцирования этих полиномов по времени получены поверхности азимутальных из зенитных угловых скоростей и ускорений (и рывков). Расчётные коэффициенты полиномов сведены в таблицы, чтобы в дальнейшем их можно было применять для оценочных расчётов

в рамках структурного и параметрического синтеза энергетических комплексов слежения за Солнцем в заданном географическом местоположении. Для проверки степени совпадения с готовыми локально-временными онлайн-алгоритмами мы выбрали онлайн-калькулятор MIDC SPA Calculator. Сопоставление результатов полиномиальной аппроксимации с данными расчётов по этому онлайн-калькулятору показывает хорошее совпадение результатов и низкий уровень ошибок.

Решение весьма актуальных задач кинематического [32] и динамического анализа систем слежения за Солнцем (в рамках их структурного и параметрического синтеза) требует использования достаточно точного расчёта параметров суточного и годового углового движения Солнца на небосводе, на основе которых формируются характеристики угловых скоростей, ускорений и рывков (далее, «кинематические кривые»).

Известен достаточно прочно устоявшийся набор алгоритмических инструментов [171]. Впервые опубликованный Миусом в [204] алгоритм был переработан Редой и Андреасом, а затем представлен в пошаговой форме в известном алгоритме NREL SPA [155], который широко используется в задачах расчёта энергоэффективности. В качестве примера можно привести системы управления SPPA-T3000 [132]. Погрешность расчёта зенитных и азимутальных углов Солнца в этом алгоритме составляет $\pm 0,0003^0$ (в период 2000 до н.э. - 6000 года н.э.).

В наших предыдущих работах [205, 206] мы сообщали об использовании в своих исследованиях другого алгоритма под названием SPC, разработанного Национальным управлением океанических и атмосферных исследований (NOAA), по причине удовлетворительной для наших задач точности и отсутствия высоких требований к вычислительным мощностям. Онлайн-калькулятор NOAA Solar Calculator [207] работает именно на его основе.

Полученный со временем опыт его использования показал, что расчёт по аналитическим формулам в том виде, в котором они представлены, приводит к

некорректному отображению углов азимута и зенита для высоких широт (расположенных от 60° магнитной широты и выше). Это один из двух факторов, который заставил отложить применение SPC для других целей. Вторым фактором явилось желание продемонстрировать то, что кажущаяся сложность NREL SPA – фактор в достаточной степени субъективный, нивелируемый мощностями современных вычислительных устройств.

Тем не менее, существенная нелинейность тригонометрических уравнений в большинстве методов расчёта [16, 34, 204, 208–211], позволяет получить только кривые азимутальных и зенитных угловых положений. Для разработки и кинематического анализа энергокомплексов требуются тахограммы, а для динамических исследований необходимы так же кривые угловых ускорений и в некоторых случаях рывков [212].

Впервые обработка данных суточного изменения азимутальных и зенитных углов Солнца была продемонстрирована в монографии Принсло и Добсона [11]. Взятые из [213] результаты расчёта они продифференцировали по методу Эйлера и получили тахограммы 1-координатного электропривода систем слежения за Солнцем, которая может использоваться для проектирования следящего привода и его исследования. Было определено, что Солнце движется в среднем с угловой скоростью около $0,25^\circ$ в минуту. Они предложили способ функционирования системы слежения за Солнцем в таком режиме, а именно уменьшить скорость двигателя примерно до 20 об/мин и использовать передачу «винт-гайка» с передаточным отношением 1:15000. Тогда скорость вращения составит около 0,00133 об/мин. Такая комбинация будет способна поддерживать требуемые скоростные режимы. Для Челябинской области подобные данные и расчёты отсутствуют.

Говоря об особенностях локально-временных высокоточных алгоритмов расчёта, высокая степень нелинейности тригонометрических уравнений, которые они используют, осложняет процессы разработки математических моделей, а также получение экспериментальных данных. Здесь пригодится такой математический

подход, который позволит убедительно определить кинематические кривые, или даже дать прогноз на длительных интервалах времени путём обработки результатов расчёта и анализа.

Для этого использована полиномиальная аппроксимация высокого порядка [214]. Сначала получена аппроксимацию на двухвременном интервале (сутки и год) и проведён анализ неравномерности углового движения Солнца. На основе полученных поверхностей определены полиномиальные коэффициенты для расчёта кривых угловых скоростей, ускорений и рывков, а также определены минимальные и максимальные значения по месяцам (январь-декабрь).

2.2 Формирование временных баз данных для формирования рабочего пространства энергетического комплекса.

В основе работы алгоритма NREL SPA лежит пошаговое численное решение ряда астрономических уравнений, описывающих движение Солнца относительно выбранного географического местоположения в сферической системе координат. Кроме прочего, он учитывает влияние отражающей способности атмосферы Земли и связанное с ним изменение угла подъёма Солнца [155]. Для расчёта кинематических кривых необходимо рассчитать суточный и годовой ход углов положения θ_{Az} и θ_{Zen} , т.е. в предельном случае необходимо охватить весь временной промежуток.

Практический интерес представляет движение Солнца за 1 цикл слежения в сутки, т.е. за промежуток времени между восходом и заходом. В нашем случае был выбран интервал времени 01:00 – 21:00 с шагом 10 мин=600 с, что перекрывает как осенне-зимние, так и весенне-летние периоды. Следует отметить, что с учётом суточного $t_{\text{суток}}$ и годичного $n_{\text{года}}$ изменения функция расчёта углов становится двухпараметрической.

Разработан новый принцип обработки результатов расчёта, чтобы решить такую задачу. Расчёт параметров движения Солнца осуществляется путём синтеза временных баз данных, где столбцами является время суток δ (Матрица «Время суток»), а строками - номер месяца M (Матрица «Номер Месяца»), день года D и т.д., охватывая целиком и полностью время всего 2023 года. Для генерации данного массива была использована специальная процедура, суть которой заключается в следующем: при решении задачи временные параметры задаются в виде векторов, которые затем преобразуются в указанные «матрицы времени», например, доля времени суток δ , номер месяца в году M , номер дня в месяце MN и номер дня в году N , т.е.:

$$\begin{aligned}
 N &= n_{\text{дня_года}}^T = [n_{1_день} \dots n_{(365/366)_день}]^T \rightarrow \begin{bmatrix} \ddots & 1 & \dots & 365 \\ 1 & 1 & \dots & 365 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{\text{ш_вр_с}} & 1 & \dots & 365 \end{bmatrix} \\
 MN &= n_{\text{дня_месяца}}^T = [n_{1_января} \dots n_{31_декабря}]^T \rightarrow \begin{bmatrix} \ddots & 1 & \dots & 365 \\ 1 & 1 & \dots & 31 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{\text{ш_вр_с}} & 1 & \dots & 31 \end{bmatrix} \\
 M &= n_{\text{месяца_года}}^T = [n_{\text{номер_января}} \dots n_{\text{номер_декабря}}]^T \rightarrow \begin{bmatrix} \ddots & 1 & \dots & 365 \\ 1 & 1 & \dots & 12 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{\text{ш_вр_с}} & 1 & \dots & 12 \end{bmatrix} \\
 \delta &= \delta_{\text{доля_суток}}^T = [\delta_{\text{начало}} \dots \delta_{\text{конец}}]^T = [01:00 \dots 22:00]^T \rightarrow \begin{bmatrix} \ddots & 1 & \dots & 365 \\ 1 & 01:00 & \dots & 01:00 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{\text{ш_вр_с}} & 22:00 & \dots & 22:00 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

где $n_{\text{ш_вр_с}}$ – при шаге $\Delta t_{\text{суток}} = 10$ мин составляет 138 «шагов по времени».

В таблице 2.1 приведена схема формирования временной матрицы, которая является основой для астрономического алгоритма.

Таблица 2.1 – Схема формирования временной матрицы

-	Год													
Сезон	Зима			Весна			Лето			Осень			..	Зима
Месяц	Январь	..	Февраль	Март	..	Май	Июнь	..	Август	Сентябрь	..	Ноябрь	..	Декабрь
День года	1	..	59	60	..	151	152	..	243	244	..	334	..	365
Время суток	1:00:00	..	1:00:00	1:00:00	..	1:00:00	1:00:00	..	1:00:00	1:00:00	..	1:00:00	..	1:00:00
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	6:45:00	..	6:45:00	6:45:00	..	6:45:00	6:45:00	..	6:45:00	6:45:00	..	6:45:00	..	6:45:00
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	12:30:00	..	12:30:00	12:30:00	..	12:30:00	12:30:00	..	12:30:00	12:30:00	..	12:30:00	..	12:30:00
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	18:15:00	..	18:15:00	18:15:00	..	18:15:00	18:15:00	..	18:15:00	18:15:00	..	18:15:00	..	18:15:00
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	22:00:00	..	22:00:00	22:00:00	..	22:00:00	22:00:00	..	22:00:00	22:00:00	..	22:00:00	..	22:00:00

Полученный массив может использоваться для выбора конкретного времени в конкретный день года (допустима любая выбранная дата, например, 8 декабря 2023 года) путём введения процедуры «Выбор значения из массива». На рисунке 2.1 (а,б) показано графическое отображение сформированных временных векторов.

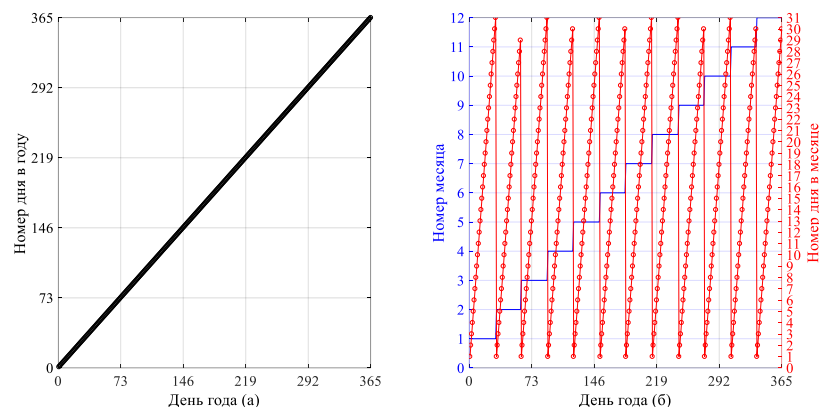


Рисунок 2.1 – Изменение номера дня в году (а), а также номера месяца и номера дня в месяце (б)

Выбор общего шага по времени для времени суток 10 мин ($\Delta t_{\text{суток}}=600$ с), а шаг по времени для номера дня года 1 день ($\Delta t_{\text{года}}=1$ день) продиктован удобством формирования конфигурации вычислительной сетки: количеством часов в сутках и большой годовой временной протяжённостью. Приводить все расчётные формулы из алгоритма, на наш взгляд, не требуется, т.к. все они присутствуют в цитируемом техническом отчёте [155]. Нужно лишь переработать алгоритм для обработки синтезированных многомерных временных массивов, что и было сделано авторами.

Ниже описываются исходные параметры, которые необходимы для определения положения Солнца. Представленный в таблице №2 набор исходных параметров входит в состав уравнений, используемых при вычислении солнечного вектора [155].

По данным Челябинской центральной гидрометеорологической службы (ЦГМС) [215] и климатической базы данных [216], в таблицу дополнительно включены значения атмосферного давления и средней температуры для Челябинска. На рисунках 2.2 и 2.3 представлено их графическое изображение. Среднее атмосферное давление обычно даётся в миллиметрах ртутного столба (мм.рт.ст.). В таблице 2.2 приведены данные для расчёта параметров суточного движения Солнца в Челябинске.

Таблица № 2.2 – Исходные данные для расчёта параметров суточного движения
Солнца в Челябинске

Наименование	Обозначение и единицы измерения	Значение
Город	-	Челябинск
Год	Y, -	2023
Широта	φ , градусов/минут/секунд, $^{\circ}/'/''$	$55^{\circ}09'14''$ (55.1540200°)
Долгота	ζ , градусов/минут/секунд., $^{\circ}/'/''$	$61^{\circ}25'44''$ (61.4291500°)
Часовой пояс	TimeZone, ч.	+5
Высота над уровнем моря	H, м	219
Атмосферное давление	P, мбар	[978 мбар...993 мбар]
Средняя температура	T, К	[257 К...292 К]

На рисунке 2.2 показано среднемесячное атмосферное давление, а на рисунке 2.3 среднемесячная температура в Челябинске.

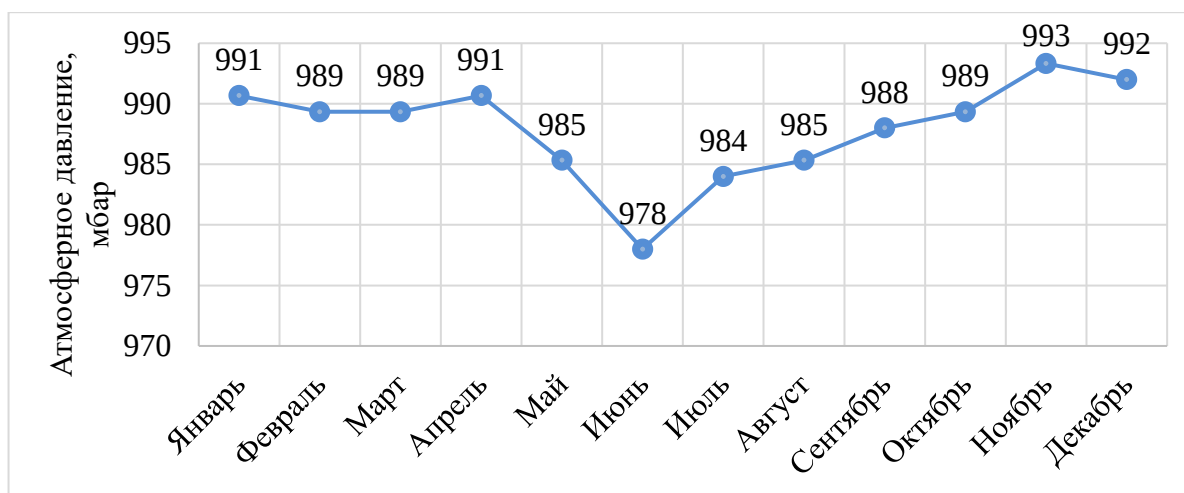


Рисунок 2.2 – Атмосферное давление в Челябинске по месяцам в миллибарах

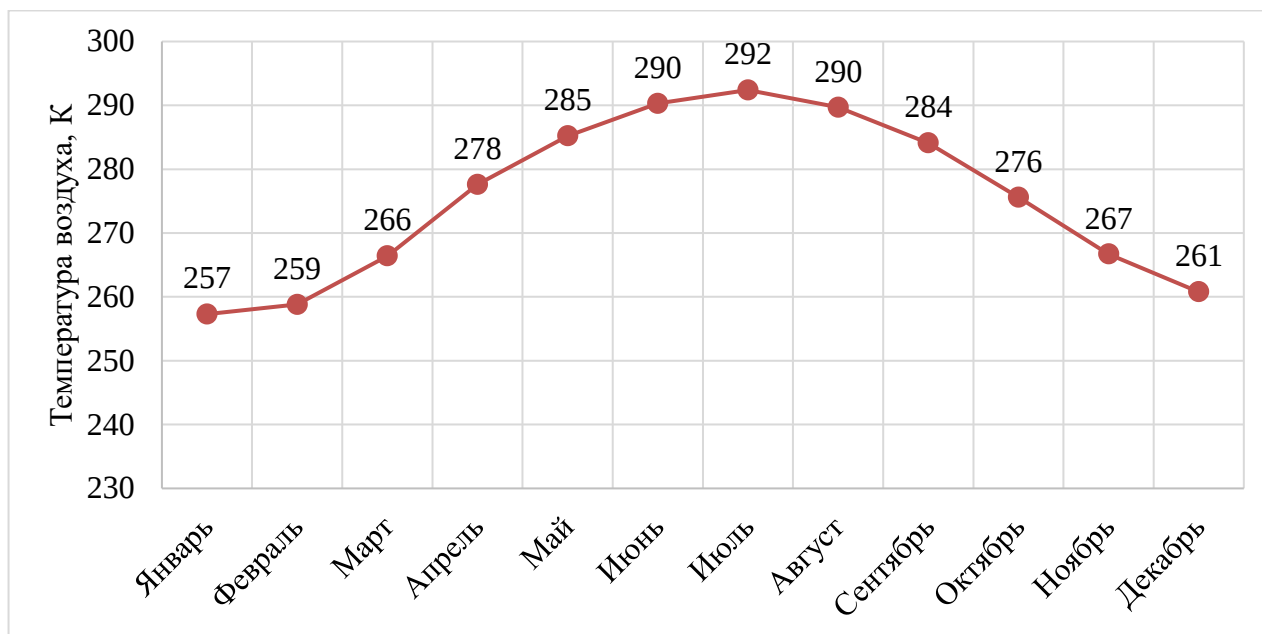


Рисунок 2.3 – Средняя температура в Челябинске по месяцам в Кельвинах

На рисунках 2.4 приводятся наглядные результаты расчётов поверхностей углов зенита и азимута за 2023 год.

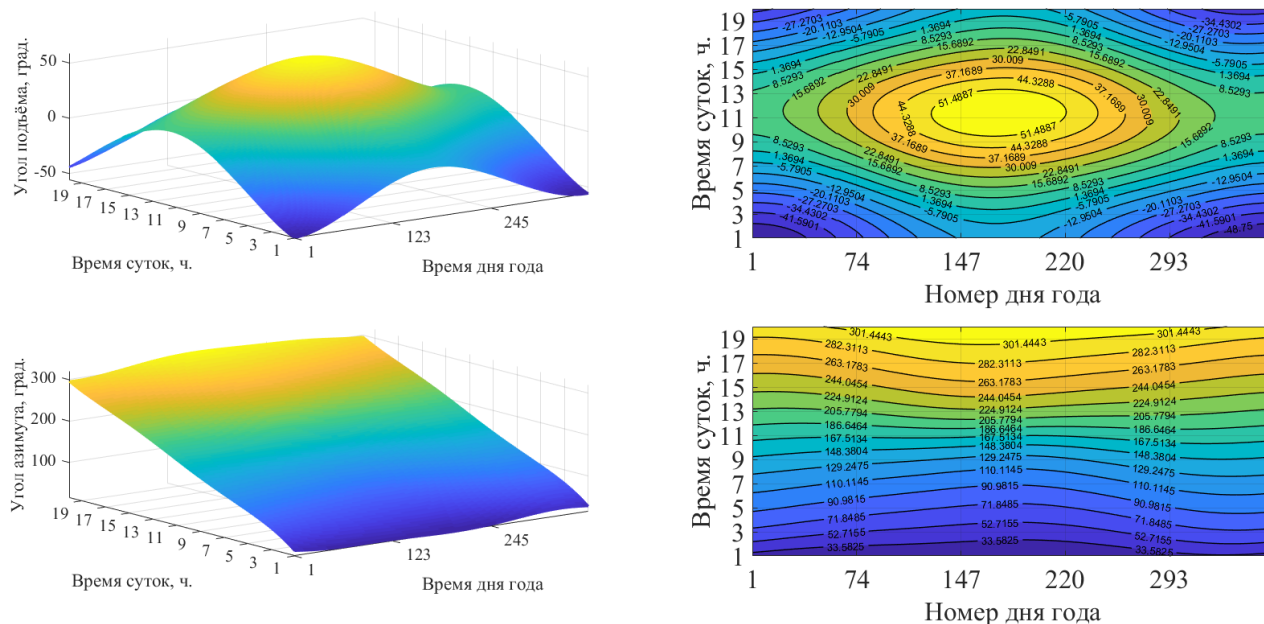


Рисунок 2.4 – Поверхности углов зенита и азимута в 2023 году в Челябинске

Графики азимутальных и зенитных углов ($\theta_{\text{Аз}}$ и $\theta_{\text{Зен}}$) на рисунке 2.4 теперь могут использоваться для определения кинематических кривых. В классическом случае (двухкоординатный опорно-поворотный механизм) скорости определяются путём простого дифференцирования углов азимута и зенита ($\theta_{\text{Аз}}$ и $\theta_{\text{Зен}}$) по выбранному временному параметру $t_{\text{суток}}$ и $n_{\text{года}}$ (наклон в каждой точке равен скорости слежения за Солнцем (градусы/10 мин). На рисунке 2.5 показано, как это можно осуществить.

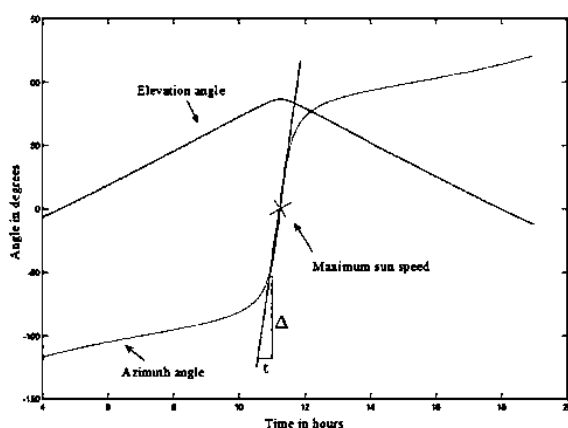


Рисунок 2.5 - Определение угловой скорости слежения по кривым углов азимута и зенита (репродукция из [11])

На первый взгляд, решение этой задачи не должно составлять труда, поэтому уравнения можно было бы просто продифференцировать по времени, тем более что их структура выглядит так, словно для этого очень хорошо подходит (содержит ярко выраженные временные параметры).

Однако, попытка получить таким путём аналитические зависимости для угловых скоростей по азимуту и по зениту, как уже упоминалось ранее, оказывается чрезвычайно громоздким и неудобным для дальнейших вычислений процессом.

В связи с тем, что расчёты сосредоточены в программной среде MATLAB, наилучшим для получения угловой скорости вариантом является осуществить

полиномиальную аппроксимацию высокого порядка [214], а затем продифференцировать полученный полином по времени.

Для построения аппроксимирующего полинома заданной степени, приближающего функцию одной переменной, заданную соответствующими массивами значений, в системе MATLAB может использоваться функция `polyfit`, реализующая метод наименьших квадратов. Имеем:

$$q = \text{polyfit}(x, y, n) \quad (2.1)$$

где y – вектор значений функции, в нашем случае это время суток от 01:00 – 20:59:59 ч;

x – вектор значений аргумента;

n – степень аппроксимирующего полинома;

Пусть имеется массив значений время суток от 01:00 – 20:59:59 ч (столбец для выбранного дня года из массива времени) и массив соответствующих им значений углов азимута и зенита (столбец для выбранной даты из массива углов). Вся процедура осуществляется в соответствие со следующим «псевдокодом»:

Алгоритм: полиномиальная аппроксимация высокого порядка для получения кинематических кривых по результатам расчёта углового положения Солнца в выбранном географическом местоположении

1. «Степень полинома» = n ;

2. Цикл для $i = 1$ до «Число дней в году»

3. $x(:, i) =$ «Доля времени суток»;

4. $y(:, i) =$ «Угол Азимута (Зенита)»;

5. $\theta_p = \text{polyfit}(x(:, i), y(:, i), \text{«Степень полинома»})$;

6. $\omega_p = \text{polyder}(\theta_p)$; «Полиномиальные коэффициенты для угловых скоростей»

7. $a_p = \text{polyder}(\omega_p)$; «Полиномиальные коэффициенты для ускорений»

8. $j_p = \text{polyder}(a_p)$; «Полиномиальные коэффициенты для рывков»

9. $\theta_f(:,i) = \text{polyval}(\theta_p, x(:,i))$; «Полином для углов»

10. $\omega_f = \text{polyval}(\omega_p, x(:,i))$; «Полином для скоростей»

11. $a_f = \text{polyval}(a_p, x(:,i))$; «Полином для ускорений»

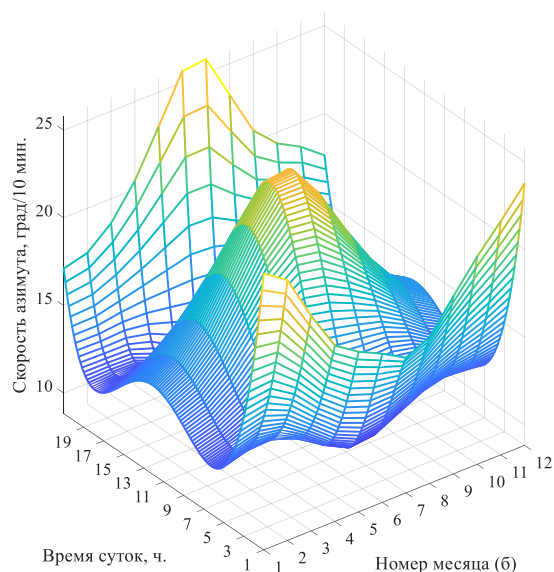
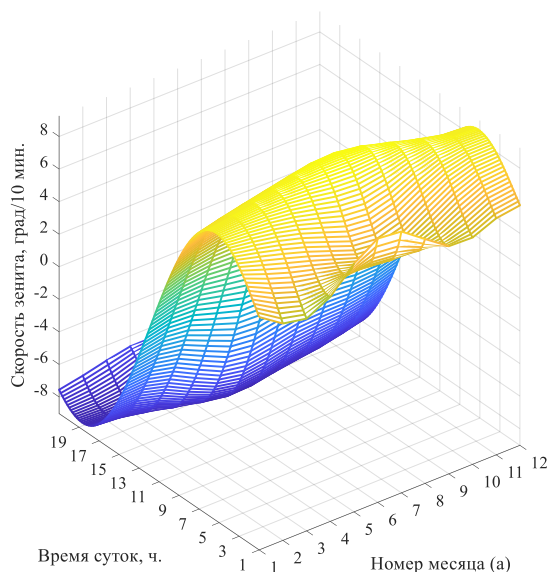
12. $j_f = \text{polyval}(j_p, x(:,i))$; «Полином для рывков»

13. Конец

В результате получим матрицу коэффициентов полиномиальной аппроксимации высокого порядка θ_p , ω_p , a_p и j_p .

Заметим, что поиск оптимальной по методу наименьших квадратов функции не всегда позволяет получить хороший результат. Более того, при увеличении степени полинома качество приближения может ухудшаться [214]. Эмпирическим путём и другими экспериментами с кодом было установлено, что наилучшее качество аппроксимации даёт полином 6 степени.

На рисунке 2.6 (а-е) показаны рассчитанные путём полиномиальной аппроксимации высокого порядка и дифференцированием по времени двумерные поверхности угловых скоростей (тахограммы – рисунок 2.6 (а,б)), ускорений (рисунок 2.6 (в,г)) и рывков рисунок 2.6 (д,е) по углам зенита и азимута.



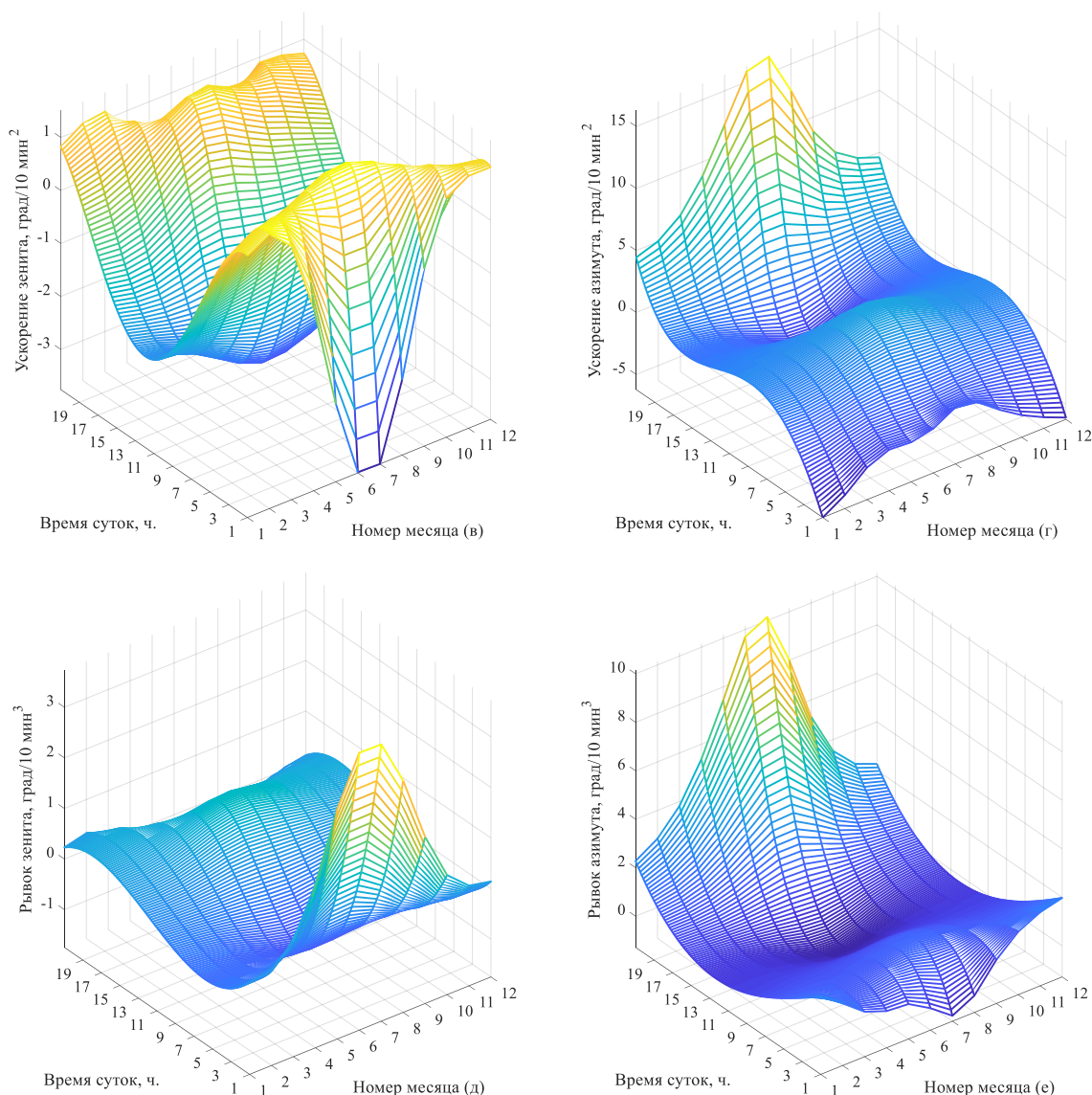


Рисунок 2.6 - Двухмерные поверхности угловых скоростей (тахограммы – рисунок 2.6 (а,б)), ускорений (рисунок 2.6 (в,г)) и рывков рисунок 2.6 (д,е) по углам зенита и азимута.

На рисунках 2.7 (а,б) приведены кривые, на которых отображены углы зенита и азимута, рассчитанные в MATLAB, по онлайн-калькулятору MIDC SPA Calculator и по коэффициентам полиномиальных уравнений. Графики соответствуют дате «1 января 2023 года».

Несоответствие между углами зенита и азимута, рассчитанным по онлайн-калькулятору MIDC SPA Calculator и в MATLAB, а также между углом зенита, рассчитанными по онлайн-калькулятору MIDC SPA Calculator и по коэффициентам

полиномиальных уравнений показаны на рисунке 2.7(в,г). Наибольшее отклонение от значений, полученных в калькуляторе MIDC SPA Calculator, наблюдается с 7:30:00 до 10:30:00 по местному времени и квадрат ошибки составляет $\approx 0,3$ град². Судя по тому, что квадрат ошибки нигде не превышает 1, погрешность расчёта не превышает 1 градуса. Следовательно, при наличии подобной неравномерности, в отсутствие резких, непрогнозируемых возмущений, достигаемая расчётная точность составит порядка 1 градуса для Челябинска при полиномиальной аппроксимации высокого порядка.

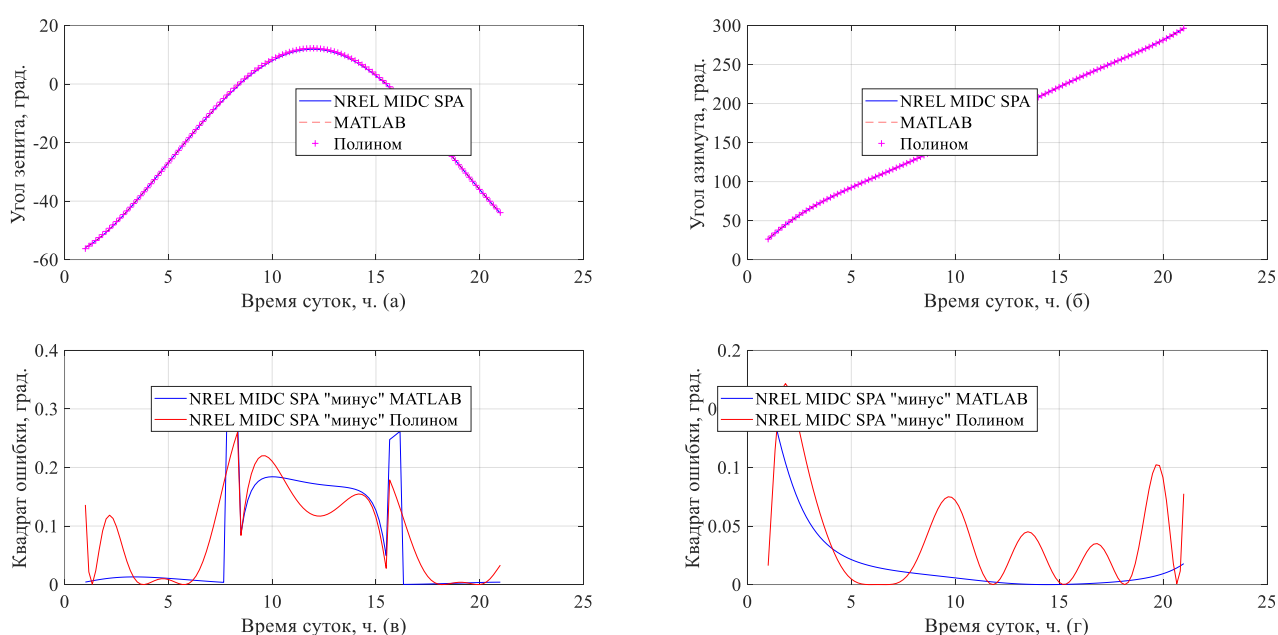


Рисунок 2.7 – Угол подъёма 1 января 2023 года в Челябинске и квадраты ошибок между углами зенита и азимута, рассчитанным по онлайн-калькулятору MIDC SPA Calculator и в MATLAB, а также между углом зенита, рассчитанными по онлайн-калькулятору MIDC SPA Calculator и по коэффициентам полиномиальных уравнений

Для демонстрации отдельных кинематических кривых мы выбрали дату 1 января 2023 года в Челябинске и выбрали соответствующие указанной дате характеристики, которые представлены на рисунке 2.8 (а-г).

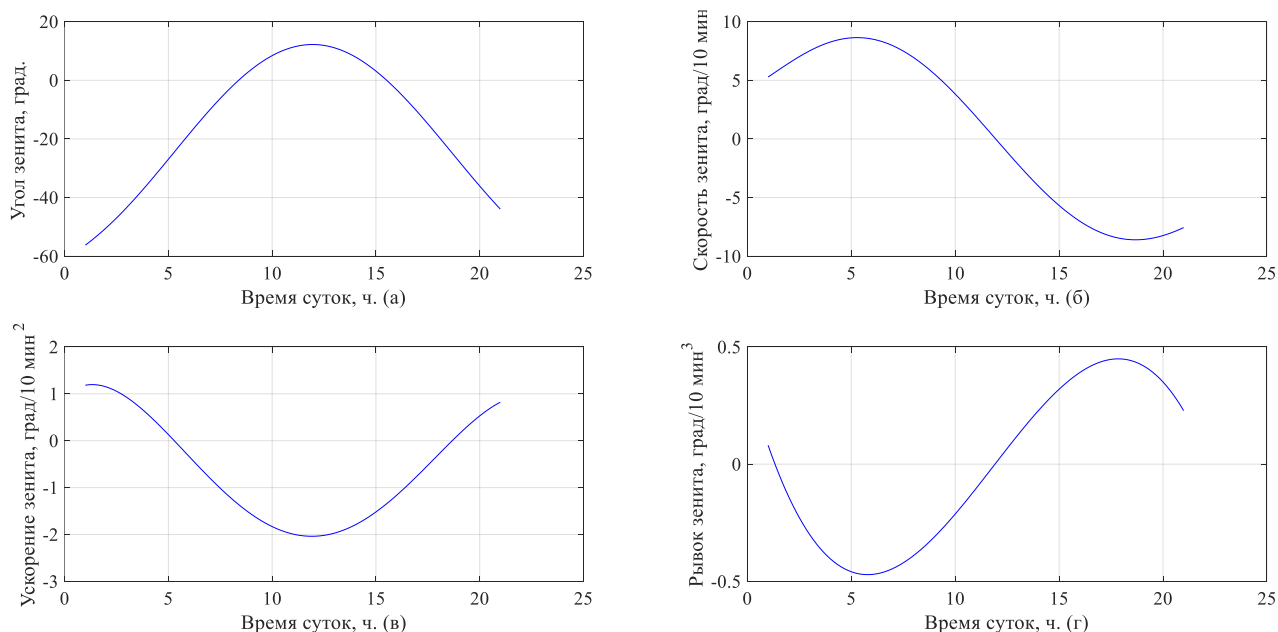


Рисунок 2.8 – Кинематические кривые для 1 января 2023 года в Челябинске

Кратко проанализируем формы полученных кинематических профилей. Во-первых, форма тахограммы в процессе углового хода по углу зенита, помимо вполне ожидаемого «осесимметричного характера», имеет характерное нулевое значение в 12:00, когда угол зенита достигает максимума. Во-вторых, несмотря на ярко выраженные максимумы скоростей в 5:00 и в 19:00, имеющие значение по модулю 8,9823/10 мин, они лежат за пределами восхода и заката Солнца в январе. Это означает, что в качестве максимальных скоростей следует принимать скорости, лежащие в пределах видимого углового движения январского Солнца. В свою очередь, профиль ускорения на этом временном интервале представляет собой параболу, смещённую по оси ординат в отрицательную область. Максимальное по модулю значение ускорения составляет 2,5 град/10 мин². Что касается профиля рывка, то он имеет форму сглаженной сигмоиды, нулевое значение которой совпадает с таковым в полдень (12:00), а максимальное по модулю значение составляет ≈ 1 град/10 мин³.

На текущем этапе исследований можно считать достаточной убедительным качество полиномиальной аппроксимации на длительном интервале времени и принять для дальнейших исследований степень полинома 6. При определении этих

коэффициентов следует иметь ввиду, что структурные свойства модели должны быть корректно отражены.

Об изменении астрономических констант. Известно, что астрономические константы со временем могут изменяться. С момента выпуска публикации [155] прошло 11 лет, однако точность расчётов не пострадала. Вполне вероятно, что NREL периодически корректирует астрономические константы, однако эта информация не опубликована.

На основе данных измерений, методом полиномиальной аппроксимации высокого порядка определены коэффициенты полиномов, построены траектории и даны прогнозы максимальных значений кинематических параметров в Челябинске на 2023 год. Результаты этих расчетов сведены в таблицу 2.3.

Таблица 2.3 – Характерные значения кинематических параметров системы слежения за Солнцем в Челябинске, 1 января 2023 года (на интервале видимого движения Солнца от рассвета до заката).

	Угол	Скорость	Ускорение	Рывок
Max	12.5°	7 °/10 мин	2,5 °/10 мин ²	1 °/10 мин ³

Рассчитанная угловая скорость по порядку величины соответствует рассчитанной в схожих условиях [11], но с поправкой на географическое местоположение, и составляет 7 °/10 мин против 2,5 °/10 мин.

Дальнейшие исследования не только максимальных, но и минимальных значений параметров, позволит установить требуемый диапазон скоростей для нормальных условий функционирования, что будет использоваться для дальнейшего структурного и параметрического синтеза рассматриваемых систем слежения за Солнцем. Полученные результаты могут представлять как естественнонаучный интерес, так и найти применение в других прикладных задачах геофизики и навигации [79].

При необходимости статистической обработки результатов расчёта для

убедительного прогноза кинематических параметров на длительных интервалах времени следует учитывать взаимосвязанность процессов по суткам и по годам.

Алгоритм приведён в приложении (*см. Приложение А*).

Далее рассматривается механическая подсистема системы ориентации солнечных батарей, представляющая собой сферический механизм параллельной кинематики. Представлена оценка параметров двигателей параллельных роботов для слежения за Солнцем. Поскольку максимальная угловая скорость и крутящий момент серводвигателя являются ключевыми показателями для проектирования двигателя, были также созданы модели прогнозирования максимальной скорости и крутящего момента активных соединений с использованием методов обратной кинематики и динамики, а также разложения по сингулярным числам. При решении задачи инверсной кинематики получены требуемые для заданных углов Солнца угловое положение, скорости и ускорения. При решении задачи инверсной динамики рассчитаны общие крутящие моменты, моменты, связанные с ускорением, скоростью и силой тяжести, моменты, относящиеся к движущейся платформе и моменты, связанные с внешними силами. Инверсная динамическая модель базируется на принципе виртуальных перемещений. Результаты расчётов будут использоваться при проектировании электрической машины и оптимизации механизма, а также для оценки мощности и потребления электроэнергии.

Системы слежения за Солнцем можно отнести к классу астроследящих [217] энергетических комплексов. Их классический облик формировался на протяжении порядка 50 лет с момента изобретения Ц.Финслером первой подобной автоматизированной системы в 1962 году [218]. Некоторые важные аналитические обзоры, появившиеся за последние 10 лет [16, 186], обобщают достижения последних лет, но вместе с тем показывают, что дальнейшее следование этим конструктивным стандартам значительно повышать ресурсо- и энергоэффективность уже не позволяют.

Все современные системы слежения за Солнцем строятся на базе 1-осевых либо 2-х осевых опорно-поворотных механизмов (ОПУ). Выбранная конфигурация

ОПУ обуславливает позиционирование солнечной батареи в пространстве по углу зенита/азимута в отдельности или одновременно по обеим угловым координатам. 1-осевые и 2-х осевые ОПУ относятся к группе механизмов последовательной кинематики. Такие механизмы характеризуются следующими недостатками:

I.по причине невысокой механической жёсткости [219], вертикальное расположение одной из осей позволяет лишь снизить и упростить по характеру деформацию системы под действием силы тяжести, но не устранить её полностью. Если пропорционально не увеличивать сечение опоры вертикальной оси (не увеличивая тем самым общую массу ОПУ), то воздействие окружающей среды, например, ветра, будет дополнительно увеличивать деформации, а при превышении допустимого уровня вызовет поломку ОПУ. Высокий расход материалов для повышения жёсткости становится особенно критичен при позиционировании крупногабаритных грузов;

II.если обозначить массу нагрузки, как $m_{\text{нагр}}$, а массу несущей конструкции $m_{\text{констр}}$, то предыдущий пункт обуславливает повышенное отношение $m_{\text{нагр}}/m_{\text{констр}}$;

III.нагрузка не распределяется между зенитным и азимутальным электроприводом. В механизмах последовательной кинематики каждый из энергокомплексов регулирует положение солнечной батареи в отдельности [12, 220]. С другой стороны, это упрощает решение обратной задачи кинематики;

IV.предыдущий недостаток обуславливает высокий момент инерции, который при изменении положения в пространстве не является постоянной величиной [153];

V.если обозначить ошибку позиционирования по углу азимута, как $\Delta\psi_{\text{СБ}}$, а по углу зенита $\Delta\xi_{\text{СБ}}$, то общая ошибка позиционирования определяется как $\varphi_{\text{СБ}} + \xi_{\text{СБ}}$;

Это негативно сказывается на работе астроследящих энергетических комплексов.

Требуется существенная переработка как конструкции, так и общих принципов функционирования. Одной из первоочерёдных проблем, имеющих отношение к нашему вопросу, является высокий момент [148], поэтому начать нужно с изменения кинематической схемы опорно-поворотного механизма,

применив для улучшения кинематических и динамических свойств систему слежения за Солнцем на базе механизма параллельной кинематики [139]. Для позиционных применений разработан специальный класс ориентационных сферических механизмов [136]. По сравнению с классическими механизмами, сферические ориентационные манипуляторы обладают теми же самыми свойствами, что и другие ПМ [219], т.е. имеют более жёсткие механические конструкции и динамические свойства, сниженный момент инерции, повышенное соотношение масса/конструкция, ошибка является усреднённой, что позволяет достигать повышенной точности. [138–140].

По этим причинам исследования параллельных манипуляторов с низкой подвижностью вызвали интерес со стороны академических и промышленных кругов [139, 148].

В основе детального проектирования манипулятора, после выбора кинематической структуры системы ориентации, всегда возникает важный вопрос о том, как сделать рациональный выбор параметров серводвигателя так, чтобы заданная скорость и ускорение рабочего органа могли быть достигнуты для конкретной задачи в соответствии с требованиями скорости, ускорения и полезной нагрузки приложения.

Для ответа на эти вопросы были рассмотрены задачи обратной кинематики и динамики твердого тела, позволяющие по требуемым траекториям движения рабочего органа определить требуемые скорости вращения и моменты приводных звеньев.

Динамическая характеристика твердого тела должна быть исследована, когда параллельный манипулятор используется в условиях высокого ускорения, высокой скорости работы и / или приложения высокой нагрузки.

Многие исследования были проведены по кинематике и динамике твердого тела параллельных манипуляторов [221]. Кинематический анализ основан на геометрическом-векторном описании структуры механизма.

Несколько подходов, таких как метод Ньютона – Эйлера, метод Лагранжа, метод Кейна и принцип виртуальной работы [222], были выбраны для моделирования и анализа динамики параллельных механизмов. Общие крутящие моменты и мощности привода могут быть разложены на различные компоненты, связанные с ускорением, скоростью, силой тяжести и внешней силой.

Тем не менее, большая часть работы на этом этапе либо просто заканчивалась выводом динамических уравнений, либо сопровождалась другими вопросами, такими как, например, управление. В результате, насколько известно автору, мало внимания уделялось разработке эффективного метода, позволяющего оценивать параметры серводвигателей параллельных роботов.

Кинематическая модель может так же использоваться для оптимизации, как и динамическая модель твердого тела была использована для оценки рабочих характеристик, оптимальной динамической конструкции, управления расчетным крутящим моментом и выбора серводвигателя [223–225].

Существующие методы обратной кинематики и динамики твердого тела параллельных манипуляторов редко учитывают рывок, мощность и потребление энергии. Фактически, воздействия рывка и энергоэффективности также должны учитываться при разработке параллельных манипуляторов.

Цель исследования, представленного в этой статье, направлена на поддержание и развитие моделей анализа обратной кинематики и динамики твердого тела параллельного манипулятора [226] с тремя степенями свободы вращения с учетом положения, скорости, ускорения, рывка, сингулярности, крутящего момента, мощности и энергопотребления.

2.3 Задача обратной кинематики

Прежде чем перейти к решению обозначенных задач, сделаем некоторые

геометрические пояснения. Удобно ввести единичный вектор $\mathbf{s}$, находящийся в трёхмерном пространстве (x,y,z,t) (где t – время, т.е. временной фактор эволюции геометрического положения) и являющийся аналогом направления на объект в каждый фиксированный момент времени t . Начальными координатами этого вектора являются $\mathbf{s}=[0\ 0\ 1]^T$. На рисунке 2.9. показаны примеры. Рабочая область рабочего органа (end-effector) должна быть описана впервую очередь. Поскольку end-effector S может двигаться по поверхности сферы, чей радиус равен 1, позиция этого вектора в системе координат R:O-xyz может быть описана, как на рисунке 2.9:

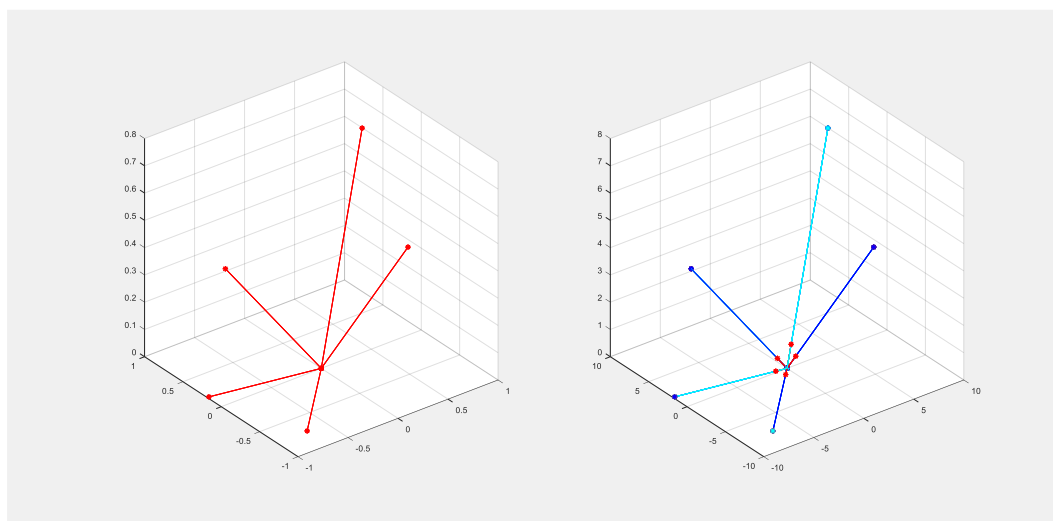


Рисунок 2.9 - 5 положений вектора $\mathbf{s}$

«Эволюция» единичного вектора $\mathbf{s}(t)$ описывается с помощью тензора поворота и преобразования начальных координат вектора $\mathbf{s}$:

$$\mathbf{s} = {}^3\mathbf{R}_e \cdot \mathbf{s} = {}^3\mathbf{R}_e \cdot \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = {}^3\mathbf{R}_e \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Здесь ${}^3\mathbf{R}_e$ тензор поворота, представляющий собой совокупность элементарных поворотов по осям X,Y,Z:

$$\begin{aligned} {}^3\mathbf{R}_e &= \mathbf{Rot}_\psi(z) \cdot \mathbf{Rot}_\xi(y) \cdot \mathbf{Rot}_\varphi(x) = \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\xi) & 0 & \sin(\xi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\xi) & 0 & \cos(\xi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Кватернион поворота:

$$\lambda_3 \mathbf{R}_e = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Где φ – угол описывающий поворот вектора S в осях OYZ, ξ – поворот в осях OXZ, ψ – поворот в осях OYZ. Три этих угла зовутся выходными углами манипулятора. Согласно рабочей области, представленной на рисунке, $\psi \in (0, 2\pi)$; $\xi \in (-\pi, \pi)$; $\varphi \in (-\pi, \pi)$;

Способ расчёта кинематических и динамических переменных манипулятора является одной из характеристик математического моделирования манипуляторов. Как показал опыт автора, использование однородных координат и матриц преобразования координат размерности 3×3 , вопреки расхожему мнению, является лишь удобным математическим инструментом, но не облегчает процедуру вывода уравнений движения для механизмов параллельной кинематики.

При выводе уравнений движения манипуляторов используют различные законы и формулировки. Среди них можно выделить методы, основанные на

уравнениях Лагранжа, Ньютона-Эйлера, Д'Аламбера, Аппеля, Кейна.

Получены уравнения динамики в форме Лагранжа, которые в работах получили дальнейшее развитие. Использование принципа Д'Аламбера для уравнений Лагранжа позволяет получить достаточно эффективные динамические соотношения, в которых в явном виде отражены эффекты вращательного и поступательного движения звеньев на динамику манипулятора. Наиболее обобщённым способом описания динамики являются уравнения Лагранжа. Поэтому, в этой работе используется метод формирования уравнений движения манипулятора в форме Лагранжа. Привязка локальных систем координат манипулятора к валам двигателей не требуется.

Обобщённая кинематическая схема сферического параллельного манипулятора показана на рисунке 2.10.

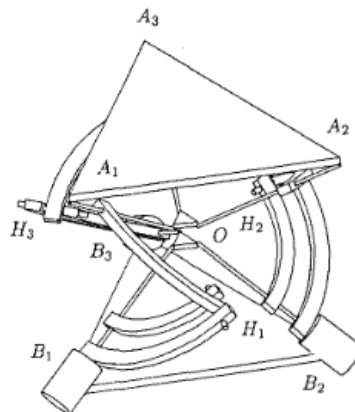


Рисунок 2.10 - Сферический параллельный манипулятор с тремя степенями свободы с некомпланарным захватом и базовыми осями

Каждое i -ое звено состоит из трёх вращательных звеньев, чьи оси параллельны единичным векторам U_i , V_i и W_i . Все три ноги имеют идентичные архитектуры, определяемые конструктивными параметрами α_1 , α_2 , β , γ , где β , γ – определяют геометрию двух «пирамид» основания и мобильной платформы. Обе этих платформы считаются твёрдыми телами. Точка O базовой координатной системы F_a расположена в центре вращения. Ось z является нормалью к

Следовательно, схема на рисунке 2.11 будет справедлива и для звена захвата, при условии, что углы конструкций заменены на соответствующие углы иной конструкции. Отметим, что актуальны только угловые параметры пирамид так как мы имеем дело со сферическим механизмом, а все подвижные твердые тела подвергаются чистым поворотам вокруг точки O , следовательно, все системы координат, используемые в дальнейшем, будут иметь свое начало в O . Теперь кинематика каждой из конечностей может быть описана с использованием условия Денавита-Хартенберга, как если бы каждый из них был открытой кинематической цепью.

Обозначим через векторы U_i , V_i и W_i , - единичные векторы вдоль осей i -ой ветви, как показано на рисунке 2.12.

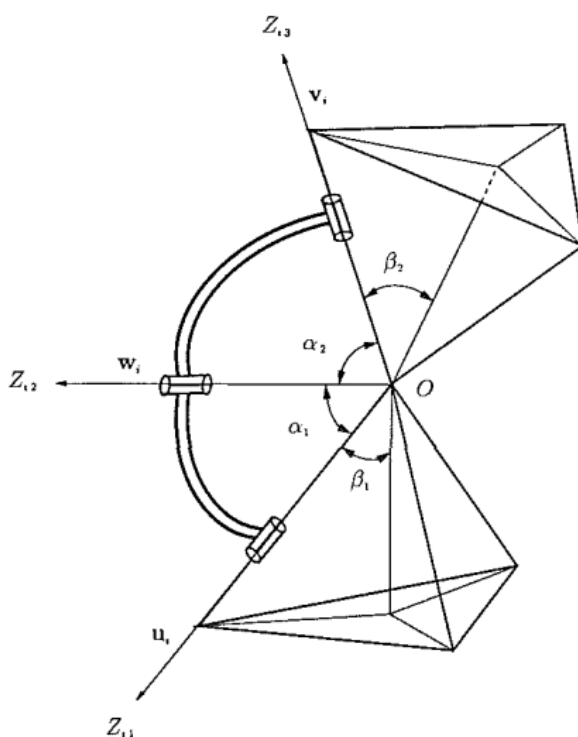


Рисунок 2.12 - Геометрия всего механизма

Общий сферический параллельный манипулятор показан на рисунке 2.13. Каждое i -е звено состоит из трех вращающихся шарниров, оси которых параллельны единичным векторам U_i , V_i и W_i . Все три ветви имеют одинаковую

архитектуру, определяемую соответствующими геометрическими параметрами и определяют геометрию двух правильных пирамид базовой и мобильной платформ.

Обе «пирамиды» предполагаются жесткими. Начало координат базовой системы координат F находится в центре вращения. Ось Z нормальна к нижней поверхности базовой пирамиды и указывает вверх, а ось y находится в плоскости, охватываемой осью z и вектором U_i .

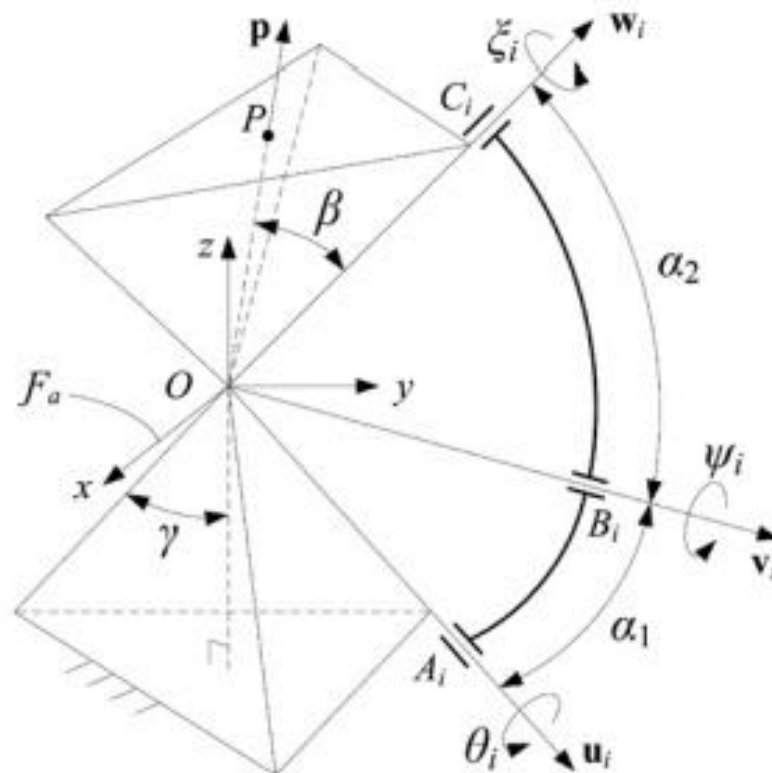


Рисунок 2.13 - Архитектура СПМ

Важным шагом является указать, какими конструктивными параметрами описывается конструкция манипулятора. Относительное положение звеньев манипулятора может быть описано с помощью трёх соответствующих каждому звену конструктивных геометрических параметров, приведенных в таблице 2.4.

Таблица 2.4 - Параметры систем координат звеньев сферического параллельного механизма

Вектор	Набор параметров
u_i	γ_i, η_i
W_{1i}	$\alpha_{1i}, \eta_i, \theta_i$
W_{2i}	$A_2, \alpha_{2i}, \eta_i, \theta_i$
W_{3i}	$A_3, \alpha_{3i}, \eta_i, \varphi, \xi, \psi$

В соответствие с традиционной терминологией, будем пользоваться терминами «угол склонения» для обозначения угла зенита, «прямого восхождения» для азимута и «собственного поворота оптической оси»¹ для систем слежения за Солнцем².

Рабочим органом любой системы ориентации солнечных батарей (СБ) является сама СБ закреплённая на подвижной платформе. Как твёрдое тело, СБ можно представить в виде прямоугольной пластины с массой m и геометрическими размерами (длиной l , шириной w и высотой h). Введём параметр эквивалентной плотности ρ СБ³, определяемый через массу СБ в кг, заключённую в единице объёма СБ в м³, а именно $\rho = \frac{m_{CB}}{w \cdot h \cdot l} = \frac{m_{CB}}{V_{CB}} = \frac{19 \text{ кг}}{1,2 \text{ м} \cdot 0,8 \text{ м} \cdot 0,02 \text{ м}} = \frac{19 \text{ кг}}{0,0192 \text{ м}^3} = 989,58 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Следующие системы координат введены для решения обратных задач: базовая система координат B_0 – хуz, расположенная в центре базовой платформы, и подвижная система координат A_0 – uvw, расположенная в центре масс подвижной платформы. Угловая скорость и ускорение подвижной платформы:

¹ Иногда в литературе используется термин «торсионный угол». А «оптическая ось» заимствована из телескопостроения;

² Вместо употребления терминов «угол тангажа, крена и рыскания», которые принято использовать при описании положения самолётов, а также угла прецессии, нутации и угла собственного вращения в астрономии;

³ Под термином «эквивалентная плотность» подразумевается усреднённое значение плотности СБ, определяемое плотностями входящих в состав компонентов и материалов;

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega} &= [\omega_\varphi \quad \omega_\xi \quad \omega_\psi]^T = [\dot{\varphi} \quad \dot{\xi} \quad \dot{\psi}]^T \\ \mathbf{a} &= [a_\varphi \quad a_\xi \quad a_\psi]^T = [\dot{\omega}_\varphi \quad \dot{\omega}_\xi \quad \dot{\omega}_\psi]^T\end{aligned}\quad (2.5)$$

С целью описания кинематических и динамических задач, зададим единичным вектором $\mathbf{s}$ направление на Солнце, определив его положение в системе координат O, X, Y, Z , двумя углами: углом азимута (прямого восхождения) α_n и углом склонения (зенита) δ_n . В абсолютной системе координат вектор $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)^T$:

$$\mathbf{s} = {}^3\mathbf{R}_e \cdot \mathbf{s} = {}^3\mathbf{R}_e \cdot \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = {}^3\mathbf{R}_e \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Взаимное положение нагрузок механической системы и неподвижного основания так же, как и связанных с ними систем координат, определяется комбинацией двух углов из трёх ранее введённых углов - φ , ξ и ψ [227]. В таблице 2.5 приведены используемые в моделировании навигации солнечных энергоустановок системы координат.

Таблица 2.5 – Состояния классических опорно-поворотных механизмов

Управляемые углы ориентации вокруг трёх ортогональных осей			Тип опорно-поворотного механизма	Комбинация поворотов вокруг трёх ортогональных осей
$\mathbf{Rot}_\varphi(X)$	$\mathbf{Rot}_\xi(Y)$	$\mathbf{Rot}_\psi(Z)$		
+	0	0	Horizontal single axis tracker (HSAT)	$\mathbf{R} = \mathbf{Rot}_\varphi(X)$
0	+	0	Vertical single axis tracker (VSAT)	$\mathbf{R} = \mathbf{Rot}_\xi(Y)$

Продолжение таблицы 2.5

0	+	+	Tip-tilt dual-axis solar tracker (TTDAT)	$\mathbf{R}=\mathbf{Rot}_{\xi}(Y) \cdot \mathbf{Rot}_{\psi}(Z)$
Tilt (Const)	+	0	Tilted single axis tracker (TSAT)	$\mathbf{R}=\mathbf{Rot}_{\varphi}(X) \cdot \mathbf{Rot}_{\xi}(Y)$
Latitude (Const)	+	0	Polar aligned single-axis solar tracker (PASAT)	$\mathbf{R}=\mathbf{Rot}_{\varphi}(X) \cdot \mathbf{Rot}_{\xi}(Y)$
0	+	+	Azimuth-altitude dual-axis tracker (AADAT)	$\mathbf{R}=\mathbf{Rot}_{\xi}(Y) \cdot \mathbf{Rot}_{\psi}(Z)$

+ – Регулируемый

Const – постоянный, фиксированный

0 – Нерегулируемый, неуправляемая координата

Для 1-осевых систем будут фиксированы два угла, для 2-х осевых 1 угол, а для 3-х осевых будет блокировка одного угла, но какого – зависит от режима позиционирования.

Для составления уравнений движения робота введём локальные системы координат $O^i X^i Y^i Z^i$, привязанные к компонентам параллельного механизма (соответствующим звеньям манипулятора). Системы координат направляются таким образом, чтобы локальная ось $O^i Z^i$ была направлена вдоль i -го звена.

С центром пересечения пирамид («основание» манипулятора) связывается система координат $O^0 X^0 Y^0 Z^0$ так, чтобы ось $O^0 Z^0$ совпадала с осью поворота первого звена, а начало находилось в точке крепления первого звена, где начинается отсчёт длины звена. Начальные значения обобщённых координат при этом будут определять начальную конфигурацию манипулятора, откуда начинается отсчёт углов поворота и перемещения звеньев.

В нашем случае, потребовался ввод некоторых конструктивных углов и дополнительного промежуточного вектора.

Формирование направляющего вектора приводных звеньев. Относительные положения последовательно соединённых звеньев манипулятора определены группой постоянных параметров, характеризующих конструкцию звеньев (l_i) и переменными обобщёнными координатами, характеризующими положение приёмной поверхности в пространстве (q_i), $i=1,2,\dots,n$.

Здесь l_i – поступательное перемещение точек i -го звена, поворот системы координат i -го звена относительно $(i-1)$ -го звена, q_i – поворот системы координат i -го звена относительно $(i-1)$ -го звена.

Переход от i -го к $(i-1)$ -му звену будем описывать с помощью матриц преобразования в однородных координатах, которые определяются по известным формулам и описывают поворот на q_i и смещение начала системы координат на величину l_i либо q_i . Ключевые векторы применяемой системы координат показаны на рисунке 2.14 (а,б).

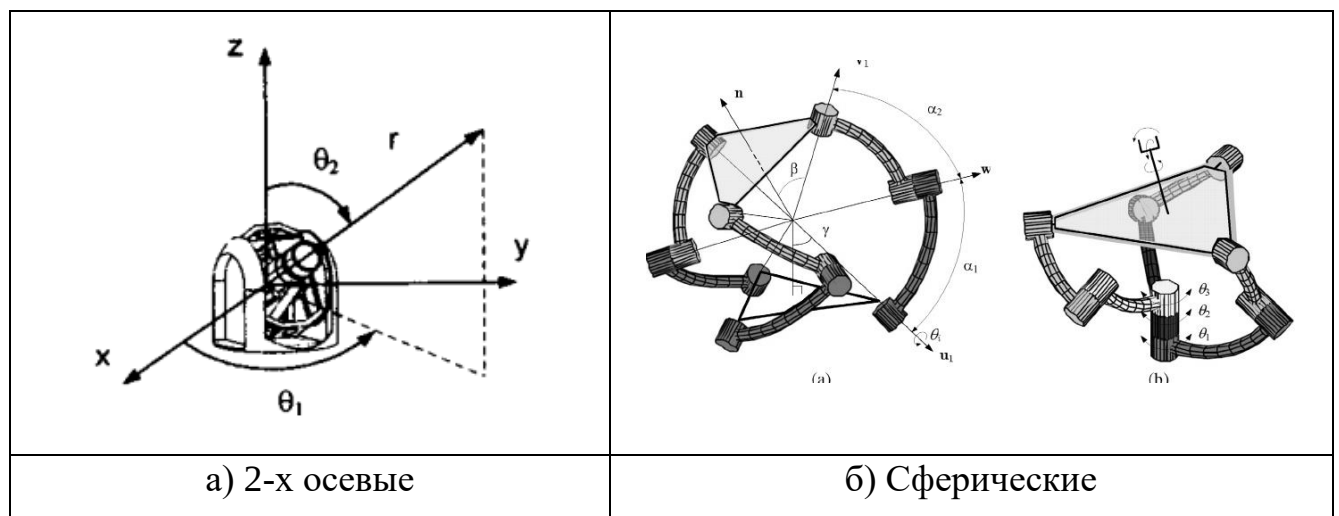


Рисунок 2.14 - Системы координат сферического манипулятора

Ориентация подвижной платформы в трёхмерном пространстве может быть представлена как композиция поворотов вокруг трёх ортогональных осей OX , OY и OZ декартовых координат. Каждый из базовых случаев матрицы преобразования координат имеют следующий вид (определяется представленной матрицей поворота):

Вращение вокруг оси ОХ:

$$R_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Вращение вокруг оси ОУ:

$$R_y(\xi) = \begin{bmatrix} \cos(\xi) & 0 & -\sin(\xi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\xi) & 0 & \cos(\xi) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Вращение вокруг оси ОZ (ось азимута):

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Где R_i – матрица преобразования при переходе от i -го звена к $(i-1)$ -му звену.

Сложному повороту соответствует тензор вращения 3R_e , равный произведению трёх матриц поворота:

$$\begin{aligned} {}^3R_e = Q = Rot_\varphi(X) \cdot Rot_\xi(Y) \cdot Rot_\psi(Z) \\ = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{CB}) \cos(\varepsilon_3) - \sin(\varphi_{CB}) \cos(\varepsilon_2) \sin(\varepsilon_3) & -\cos(\varepsilon_2) \sin(\varphi_{CB}) & \cos(\varphi_{CB}) \sin(\varepsilon_3) + \cos(\varepsilon_3) \sin(\varphi_{CB}) \sin(\varepsilon_2) \\ \cos(\varepsilon_3) \sin(\varphi_{CB}) + \cos(\varphi_{CB}) \sin(\varepsilon_2) \sin(\varepsilon_3) & \cos(\varphi_{CB}) \cos(\varepsilon_2) & \sin(\varphi_{CB}) \sin(\varepsilon_3) - \cos(\varphi_{CB}) \cos(\varepsilon_3) \sin(\varepsilon_2) \\ -\cos(\varepsilon_2) \sin(\varepsilon_3) & \sin(\varepsilon_2) & \cos(\varepsilon_2) \cos(\varepsilon_3) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Ориентация мобильной платформы СПМ описывается более сложным набором углов, показанных на рисунке, и включает в себя торсионный угол σ [228, 229], который описывает вращение приёмной платформы вокруг единичного вектора s . Классический тензор инерции не включает этот компонент. В этом случае матрица вращения описывается следующим образом.

$${}^3\mathbf{R}_e = \mathbf{Q} = \mathbf{Rot}_\sigma(s) \cdot \mathbf{Rot}_\xi(y) \cdot \mathbf{Rot}_\psi(z) \cdot \mathbf{Rot}_\varphi(x) \quad (2.11)$$

Где $\psi \in (0, 360^\circ)$; $\xi \in (-90^\circ, 90^\circ)$; $\varphi \in (-90^\circ, 90^\circ)$; $\sigma \in (0, 360^\circ)$

Для определения того, как параллельная структура эволюционирует во времени, необходимо знать ещё аналогичные тензоры поворотов звеньев механизма, которые показывают, как они связаны между собой и как их взаимное положение обеспечивает требуемое угловое положение поворотной платформы в пространстве. Выскажем вполне очевидное предположение о том, что тензоры поворотов являются комбинацией поворотов по элементарным осям, а отсутствие в уравнениях той или иной элементарной матрицы означает отсутствие вращения по соответствующей оси. Тогда, из этого предположения следует следующее:.

Направляющий вектор U_i -ой приводной оси. В соответствии с таблицей конструктивных параметров, для СПМ по отношению к центральной системе координат OXYZ единичный вектор u_i , определяющий ось вращения, выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= \mathbf{R}_z(\eta_i) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\eta_i) & \sin(\eta_i) & 0 \\ -\sin(\eta_i) & \cos(\eta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ 0 & \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\sin(\eta_i) \cdot \sin(\gamma) \\ \cos(\eta_i) \cdot \sin(\gamma) \\ -\cos(\gamma) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Кватернион i -ой приводной оси записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\rightarrow \lambda_{u_i} &= \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{0}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{0}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{0}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \sin\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{0}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{0}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{0}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{0}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \cos\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{0}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Путём кватернионного вращения исходного вектора $[0 \ 0 \ -1]^T$ получается выражение, характеризующее исходное положение вектора u , связанное с выбранными конструктивными параметрами:

$$u_i = \lambda_{u_i} \circ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \circ \lambda_{u_i}^* = \begin{bmatrix} u_{i_1} \\ u_{i_2} \\ u_{i_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\eta_i) \cdot \sin(\gamma) \\ \cos(\eta_i) \cdot \sin(\gamma) \\ -\cos(\gamma) \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

Где $\circ$ - символ кватернионного умножения; $\lambda_{u_i}^*$ - сопряжённый кватернион; $\eta_i=0, 120^\circ$ и -120° соответственно ($i=1,2,3$);

В частном случае, при $\gamma=0$ (коаксиальная конфигурация), единичный вектор имеет вид $u_i=[0 \ 0 \ -1]^T$. На рисунке 2.15 ниже показаны.

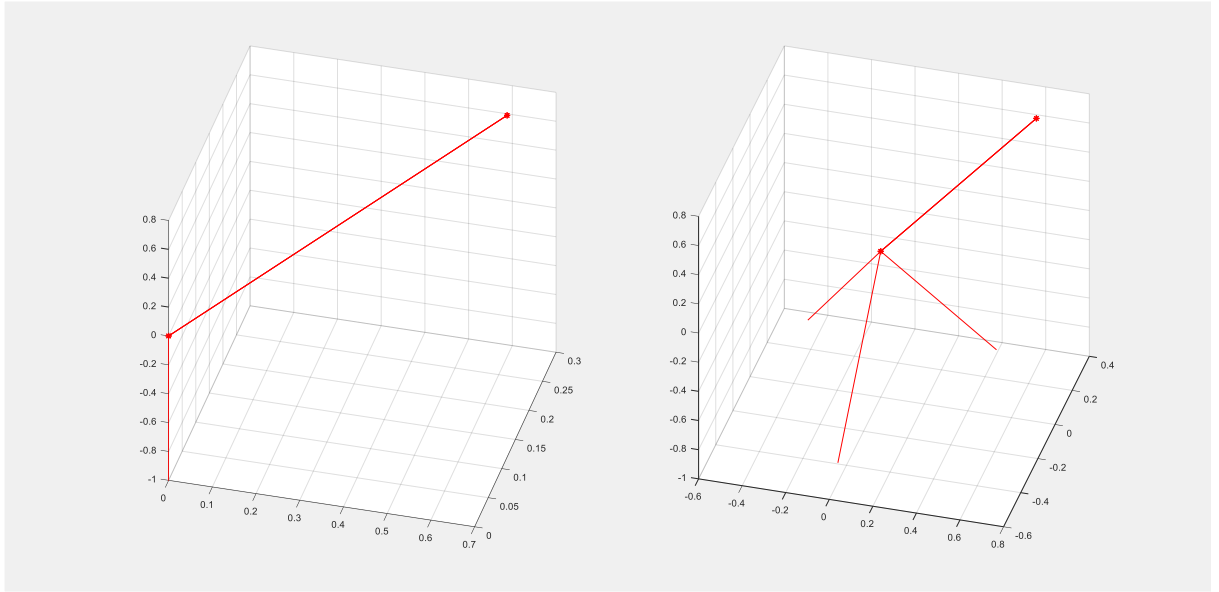


Рисунок 2.15 - Формирование направляющего вектора в пространстве

Слева – $\gamma=0$ градусов, Справа – $\gamma=30$ градусов

Направляющий вектор W_{1i} среднего вращательного звена. Следующий направляющий вектор «отсчитывается» от $[0,0,-1]^T$. Единичный вектор w_i , $i=1,2,3$ оси среднего вращательного сочленения i -ой «конечности» получен в зависимости от входного угла поворота θ_i , $i=1,2,3$, а осью вращения является сформированный в предыдущем случае вектор u_i :

$$\begin{aligned}
 W_{1i} &= R(u_i, \theta) \cdot R_z(\eta_i) \cdot R_z(\theta_i) \cdot R_x(\alpha_1) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \\
 &= (\cos(\theta) \cdot I + \sin(\theta) \cdot [u_i]_{\times} + (1 - \cos(\theta)) \cdot (u_i \otimes u_i)) \cdot \\
 &\cdot \begin{bmatrix} \cos(\eta_i) & \sin(\eta_i) & 0 \\ -\sin(\eta_i) & \cos(\eta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_1) & -\sin(\alpha_1) \\ 0 & \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Где единичная матрица I , кососимметричная матрица $[u_i]_{\times}$ и тензорное произведение $u_i \otimes u_i$:

$$\begin{aligned}
\mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; [\mathbf{u}_i]_{\times} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & -u_{i,3} & u_{i,2} \\ u_{i,3} & 0 & -u_{i,1} \\ -u_{i,2} & u_{i,1} & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{u}_i \otimes \mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^T = \begin{bmatrix} u_{i,1}^2 & u_{i,1} \cdot u_{i,2} & u_{i,1} \cdot u_{i,3} \\ u_{i,1} \cdot u_{i,2} & u_{i,2}^2 & u_{i,2} \cdot u_{i,3} \\ u_{i,1} \cdot u_{i,3} & u_{i,2} \cdot u_{i,3} & u_{i,3}^2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

В кватернионной форме записывается в следующем виде:

$$\mathbf{W}_{1i} \rightarrow \lambda_{\mathbf{W}_{1i}} = \lambda_{\theta} \circ \lambda_{\mathbf{W}_{1i}} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ u_{i1} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ u_{i2} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ u_{i3} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\eta_i}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

Путём кватернионного вращения исходного вектора $[0 \ 0 \ -1]^T$ получается выражение, характеризующее исходное положение вектора $\mathbf{W}_1$, связанное с выбранными конструктивными параметрами:

$$\mathbf{W}_{1i} = \lambda_{\theta} \circ \left(\lambda_{\mathbf{W}_{1i}} \circ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \circ \lambda_{\mathbf{W}_{1i}}^* \right) \circ \lambda_{\theta}^* = \lambda_{\theta} \circ \begin{bmatrix} W_{i1} \\ W_{i2} \\ W_{i3} \end{bmatrix} \circ \lambda_{\theta}^* = \lambda_{\theta} \circ \left(\begin{bmatrix} -\sin(\eta_i) \cdot \sin(\alpha_1) \\ \cos(\eta_i) \cdot \sin(\alpha_1) \\ -\cos(\alpha_1) \end{bmatrix} \right) \circ \lambda_{\theta}^* \tag{2.18}$$

На рисунке 2.16 показано графическое формирование опорных векторов $\mathbf{W}_{1i}$.

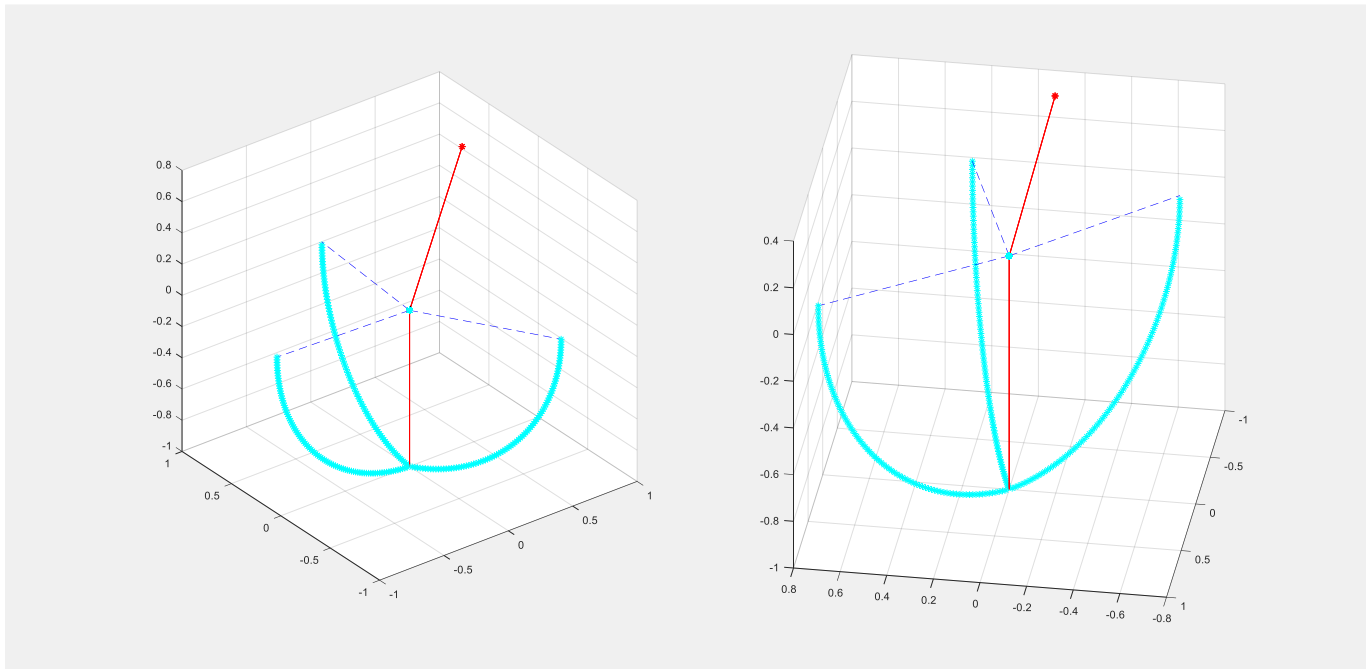


Рисунок 2.16 – Вектор W_1

Направляющий вектор W_{2i} смещённого вращательного звена. Возможность ввести смещение относительно оси z используется впервые. Он также «отсчитывается» от предыдущего. Единичный вектор w_{2i} , $i=1,2,3$ оси среднего вращательного сочленения i -ой «конечности» получен в зависимости от входного угла поворота θ_i , $i=1,2,3$:

$$W_{2i} = R(u_i, \theta) \cdot R_z(\eta_i) \cdot R_z(A_2) \cdot R_x(\alpha_2) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} =$$

$$= (\cos(\theta) \cdot I + \sin(\theta) \cdot [u_i]_{\times} + (1 - \cos(\theta)) \cdot (u_i \otimes u_i)) \cdot \begin{bmatrix} \cos(\eta_i + A_2) & \sin(\eta_i + A_2) & 0 \\ -\sin(\eta_i + A_2) & \cos(\eta_i + A_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_2) & -\sin(\alpha_2) \\ 0 & \sin(\alpha_2) & \cos(\alpha_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

В кватернионной форме записывается в следующем виде:

$$\lambda_{\theta} \circ \lambda_{W_{2i}} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ u_{i1} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ u_{i2} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ u_{i3} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\eta_i + A_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\eta_i + A_2}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\eta_i + A_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\eta_i + A_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Путём кватернионного вращения исходного вектора $[0 \ 0 \ -1]^T$ получается выражение, характеризующее исходное положение вектора $\mathbf{W}_1$, связанное с выбранными конструктивными параметрами. Угол θ является искомым параметром и решается в задаче инверсной кинематики.

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{2i} &= \lambda_{W_{2i}} \circ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \circ \lambda_{W_{2i}}^* = \begin{bmatrix} W_{2i1} \\ W_{2i2} \\ W_{2i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\eta_i + A_2) \cdot \sin(\alpha_2) \\ \cos(\eta_i + A_2) \cdot \sin(\alpha_2) \\ -\cos(\alpha_2) \end{bmatrix} \\ \mathbf{W}_{2i} &= \lambda_{\theta} \circ \left(\lambda_{W_{2i}} \circ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \circ \lambda_{W_{2i}}^* \right) \circ \lambda_{\theta}^* = \lambda_{\theta} \circ \begin{bmatrix} W_{2i1} \\ W_{2i2} \\ W_{2i3} \end{bmatrix} \circ \lambda_{\theta}^* = \lambda_{\theta} \circ \left(\begin{bmatrix} -\sin(\eta_i + A_2) \cdot \sin(\alpha_2) \\ \cos(\eta_i + A_2) \cdot \sin(\alpha_2) \\ -\cos(\alpha_2) \end{bmatrix} \right) \circ \lambda_{\theta}^* \end{aligned} \quad (2.21)$$

В развёрнутой линейной форме получим:

$$\mathbf{W}_{2i} = \begin{bmatrix} (-2 \cdot W_{21} \cdot u_{i,2}^2 - 2 \cdot W_{21} \cdot u_{i,3}^2 + 2 \cdot W_{22} \cdot u_{i,1} \cdot u_{i,2} + 2 \cdot W_{23} \cdot u_{i,1} \cdot u_{i,3}) \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) - 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) \cdot (W_{22} \cdot u_{i,3} - W_{23} \cdot u_{i,2}) \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) + W_{21} \\ (2 \cdot W_{21} \cdot u_{i,1} \cdot u_{i,2} - 2 \cdot W_{22} \cdot u_{i,1}^2 - 2 \cdot W_{22} \cdot u_{i,3}^2 + 2 \cdot W_{23} \cdot u_{i,2} \cdot u_{i,3}) \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) + 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) \cdot (W_{21} \cdot u_{i,3} - W_{23} \cdot u_{i,1}) \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) + W_{22} \\ (2 \cdot W_{21} \cdot u_{i,1} \cdot u_{i,3} + 2 \cdot W_{22} \cdot u_{i,2} \cdot u_{i,3} - 2 \cdot W_{23} \cdot u_{i,1}^2 - 2 \cdot W_{23} \cdot u_{i,2}^2) \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) - 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) \cdot (W_{21} \cdot u_{i,2} - W_{22} \cdot u_{i,1}) \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) + W_{23} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

В частном случае, для коаксиальной конфигурации:

$$W_{2i} = \begin{bmatrix} -2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right)^2 \cdot W_{21} + 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) \cdot W_{22} + W_{21} \\ -2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right)^2 \cdot W_{22} - 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right) \cdot W_{21} + W_{22} \\ W_{23} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

На рисунке 2.17 показано графическое формирование опорных векторов W_{2i} .

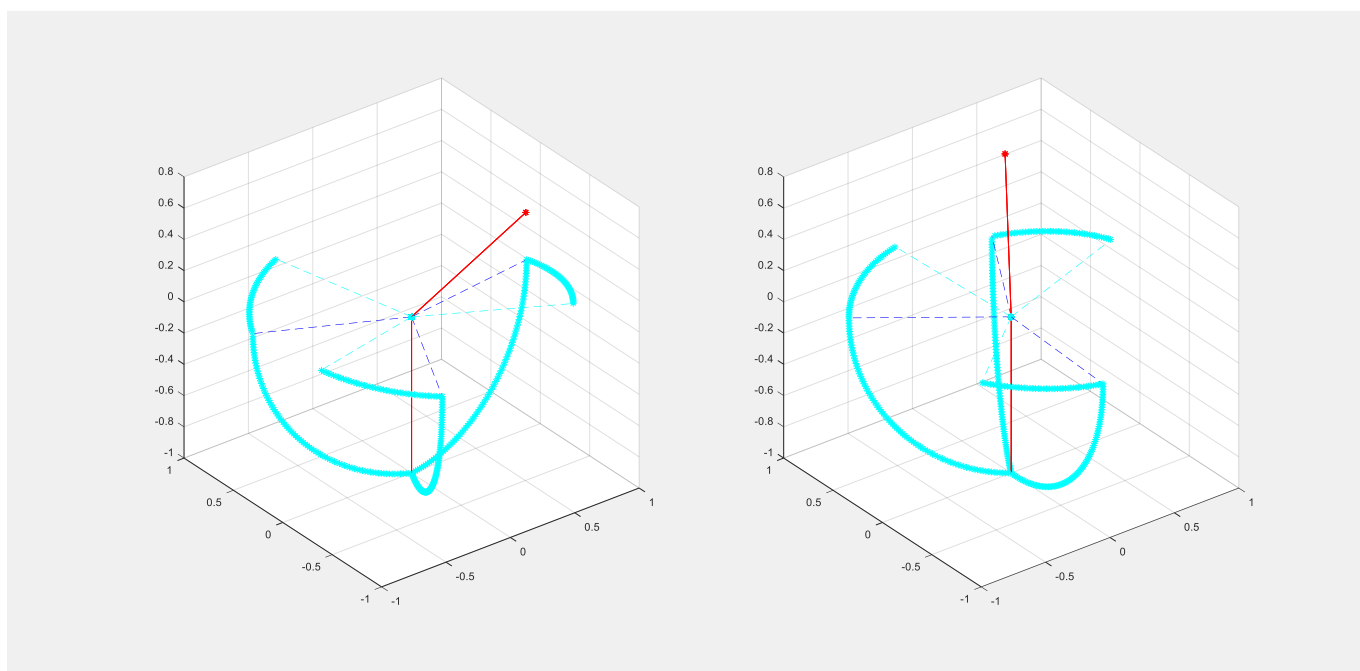


Рисунок 2.17 – Вектор W_{2i} .

Направляющий вектор звена на подвижной платформе (W_3 -вектор).
Единичный вектор W_3 вершины вращательного неприводного звена i -ой «конечности» является функцией ориентации подвижной платформы, описываемой с помощью массива углов Крылова $Q=[\phi \ \xi \ \psi]$ (или т.н. тензора поворота) относительно центра системы координат хуз. В этом случае матрица вращения описывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}_3 &= \mathbf{R}(\mathbf{s}, \sigma) \cdot \mathbf{R}_z(\psi) \cdot \mathbf{R}_y(\xi) \cdot \mathbf{R}_x(\varphi) \cdot \left(\mathbf{R}_z(A_3) \cdot \mathbf{R}_z(\eta_i) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha_3) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right) = \\
&= (\cos(\sigma) \cdot \mathbf{I} + \sin(\sigma) \cdot [\mathbf{s}]_{\times} + (1 - \cos(\sigma)) \cdot (\mathbf{s} \otimes \mathbf{s})) \cdot \\
&\cdot \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\xi) & 0 & \sin(\xi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\xi) & 0 & \cos(\xi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \\
&\cdot \begin{bmatrix} \cos(\eta_i + A_3) & \sin(\eta_i + A_3) & 0 \\ -\sin(\eta_i + A_3) & \cos(\eta_i + A_3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_3) & -\sin(\alpha_3) \\ 0 & \sin(\alpha_3) & \cos(\alpha_3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Где кососимметричная матрица $[\mathbf{s}]_{\times}$ и тензорное произведение $\mathbf{s} \otimes \mathbf{s}$:

$$\begin{aligned}
[\mathbf{s}]_{\times} &= \begin{bmatrix} 0 & -s_3 & s_2 \\ s_3 & 0 & -s_1 \\ -s_2 & s_1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{s} \otimes \mathbf{s} = \mathbf{s} \mathbf{s}^T = \begin{bmatrix} s_1^2 & s_1 \cdot s_2 & s_1 \cdot s_3 \\ s_1 \cdot s_2 & s_2^2 & s_2 \cdot s_3 \\ s_1 \cdot s_3 & s_2 \cdot s_3 & s_3^2 \end{bmatrix} \\
&\rightarrow \lambda_{\mathbf{W}_{3i}} = \lambda_{\sigma} \circ \lambda_R \circ \lambda_{\mathbf{W}_{3i}} = \\
&= \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\sigma}{2}\right) \\ s_1 \cdot \sin\left(\frac{\sigma}{2}\right) \\ s_2 \cdot \sin\left(\frac{\sigma}{2}\right) \\ s_3 \cdot \sin\left(\frac{\sigma}{2}\right) \end{bmatrix}^T \circ \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\xi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\eta_i + A_3}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha_3}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\eta_i + A_3}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha_3}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\eta_i + A_3}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha_3}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\eta_i + A_3}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha_3}{2}\right) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{\sigma R} &= \lambda_{\sigma} \circ \lambda_R = [\text{Scal}(\lambda_{\sigma}), \text{Vect}(\lambda_{\sigma})] \circ [\text{Scal}(\lambda_R), \text{Vect}(\lambda_R)] = \\
&= [\text{Scal}(\lambda_{\sigma}) \cdot \text{Scal}(\lambda_R) - \text{Vect}(\lambda_{\sigma}) \cdot \text{Vect}(\lambda_R), \text{Scal}(\lambda_{\sigma}) \cdot \text{Vect}(\lambda_R) + \text{Scal}(\lambda_R) \cdot \text{Vect}(\lambda_{\sigma}) + \text{Vect}(\lambda_{\sigma}) \times \text{Vect}(\lambda_R)]
\end{aligned}$$

$$\lambda_{\sigma R} = [\text{Scal}(\lambda_{\sigma R}), \text{Vect}(\lambda_{\sigma R})]$$

$$\mathbf{W}_{3i} = \lambda_{\mathbf{W}_{3i}} = \lambda_{\sigma R} \circ \left(\lambda_{\mathbf{W}_{3i}} \circ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \circ \lambda_{\mathbf{W}_{3i}}^* \right) \circ \lambda_{\sigma R}^* = \lambda_{\mathbf{W}_{3i}} = \lambda_{\sigma R} \circ \begin{bmatrix} -\sin(\eta_i + A_3) \cdot \sin(\alpha_3) \\ \cos(\eta_i + A_3) \cdot \sin(\alpha_3) \\ -\cos(\alpha_3) \end{bmatrix} \circ \lambda_{\sigma R}^*$$

$$\mathbf{W}_{3i} = \begin{bmatrix} (-2 \cdot \lambda_{\sigma R_3}^2 - 2 \cdot \lambda_{\sigma R_4}^2 + 1) \cdot W_{31} + (-2 \cdot W_{32} \cdot \lambda_{\sigma R_1} + 2 \cdot W_{33} \cdot \lambda_{\sigma R_1}) \cdot \lambda_{\sigma R_4} + 2 \cdot (W_{32} \cdot \lambda_{\sigma R_2} + W_{33} \cdot \lambda_{\sigma R_1}) \cdot \lambda_{\sigma R_3} \\ (-2 \cdot \lambda_{\sigma R_2}^2 - 2 \cdot \lambda_{\sigma R_4}^2 + 1) \cdot W_{32} + (2 \cdot W_{31} \cdot \lambda_{\sigma R_1} + 2 \cdot W_{33} \cdot \lambda_{\sigma R_3}) \cdot \lambda_{\sigma R_4} + 2 \cdot (W_{31} \cdot \lambda_{\sigma R_3} - W_{33} \cdot \lambda_{\sigma R_1}) \cdot \lambda_{\sigma R_2} \\ (-2 \cdot \lambda_{\sigma R_2}^2 - 2 \cdot \lambda_{\sigma R_3}^2 + 1) \cdot W_{33} + (-2 \cdot W_{31} \cdot \lambda_{\sigma R_1} + 2 \cdot W_{32} \cdot \lambda_{\sigma R_4}) \cdot \lambda_{\sigma R_3} + 2 \cdot (W_{31} \cdot \lambda_{\sigma R_4} + W_{32} \cdot \lambda_{\sigma R_1}) \cdot \lambda_{\sigma R_2} \end{bmatrix}$$

На рисунке 2.18 показано графическое формирование опорных векторов $\mathbf{W}_{2i}$.

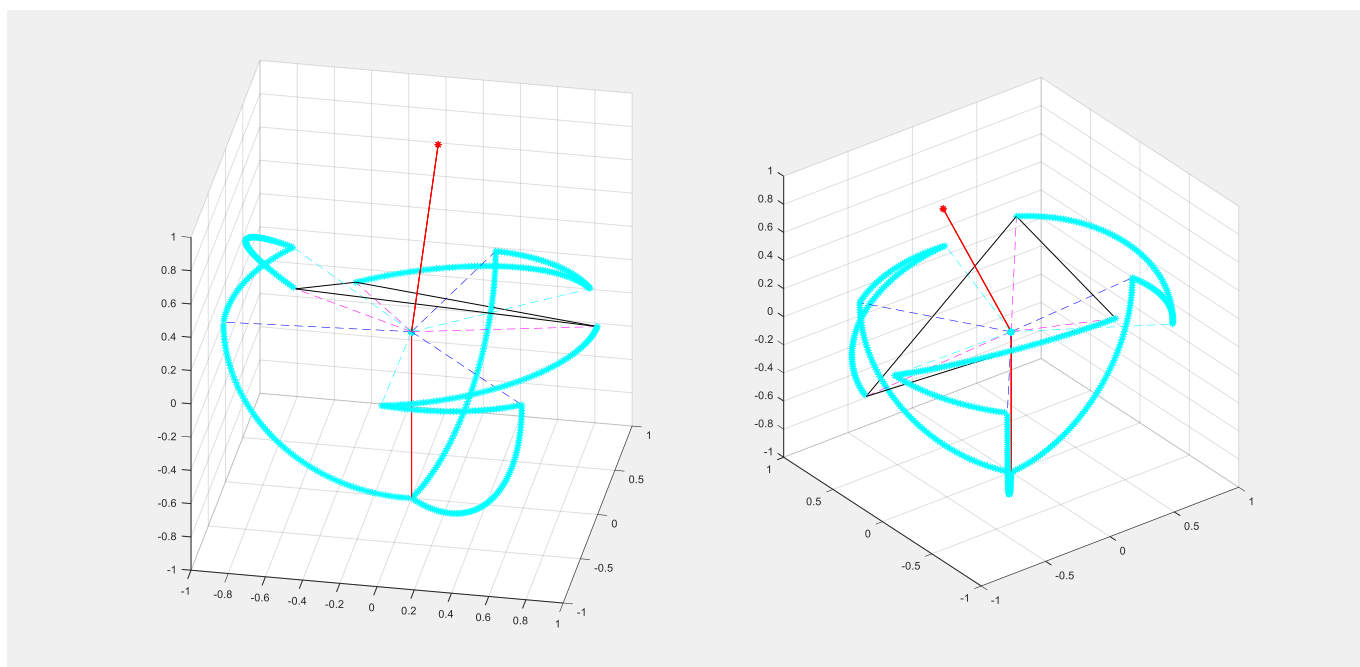


Рисунок 2.18 – Полная конфигурация

Таким образом, для оценки параметров электродвигателей достаточно просто решить можно задачу следующим образом. Закон сохранения угла при адекватном управлении можно записать в виде:

$$\mathbf{W}_{2i} \cdot \mathbf{W}_{3i} = \cos \angle(\mathbf{W}_{2i}, \mathbf{W}_{3i}) \quad (2.26)$$

После некоторых упрощений получим уравнение, связывающее углы поворота приводов с косинусом угла между векторами $\mathbf{W}_{2i}$ и $\mathbf{W}_{3i}$:

$$A \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \theta\right)^2 + B \cdot \sin(\theta) + C = \cos(\alpha) \quad (2.27)$$

Где

$$\begin{aligned} A = & (-2 \cdot W_{32} \cdot W_{22} - 2 \cdot W_{33} \cdot W_{23}) \cdot u_{i,1}^2 - 2 \cdot W_{33} \cdot W_{23} \cdot u_{i,2}^2 - 2 \cdot u_{i,3}^2 \cdot (W_{31} \cdot W_{21} + W_{32} \cdot W_{22}) \\ & + \left((2 \cdot W_{31} \cdot W_{22} + 2 \cdot W_{32} \cdot W_{21}) \cdot u_{i,2} + 2 \cdot u_{i,3} \cdot (W_{31} \cdot W_{23} + W_{33} \cdot W_{21}) \right) \cdot u_{i,1} \\ & - 2 \cdot W_{31} \cdot W_{21} + 2 \cdot u_{i,3} \cdot (W_{32} \cdot W_{23} + W_{33} \cdot W_{22}) \cdot u_{i,2} \end{aligned}$$

$$B = (-W_{32} \cdot W_{23} + W_{33} \cdot W_{22}) \cdot u_{i,1} + (W_{31} \cdot W_{23} - W_{33} \cdot W_{21}) \cdot u_{i,2} - u_{i,3} \cdot (W_{31} \cdot W_{22} - W_{32} \cdot W_{21})$$

$$C = W_{31} \cdot W_{21} + W_{32} \cdot W_{22} + W_{33} \cdot W_{23}$$

Для коаксиальной конфигурации параметры А, В и С записываются следующим образом:

$$A = -2 \cdot (W_{31} \cdot W_{21} - W_{32} \cdot W_{22})$$

$$B = (W_{31} \cdot W_{22} - W_{32} \cdot W_{21})$$

$$C = W_{23}$$

Из выражения можно найти выражение для угла поворота приводов:

$$\theta_i = \begin{bmatrix} -2 \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{B - \sqrt{B^2 - C^2 + \cos(\alpha) \cdot (A + 2 \cdot C - \cos(\alpha))} - A \cdot C}{A + C - \cos(\alpha)} \right) \\ -2 \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{B + \sqrt{B^2 - C^2 + \cos(\alpha) \cdot (A + 2 \cdot C - \cos(\alpha))} - A \cdot C}{A + C - \cos(\alpha)} \right) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Перепишем в виде:

$$A \cdot X^2 + B \cdot X + C = \cos(\alpha) \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \text{Где } A &= \begin{bmatrix} -2 \cdot (W_{31} \cdot W_{21} - W_{32} \cdot W_{22}) & 0 & 0 \\ 0 & -2 \cdot (W_{31} \cdot W_{21} - W_{32} \cdot W_{22}) & 0 \\ 0 & 0 & -2 \cdot (W_{31} \cdot W_{21} - W_{32} \cdot W_{22}) \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} (W_{31} \cdot W_{22} - W_{32} \cdot W_{21}) & 0 & 0 \\ 0 & (W_{31} \cdot W_{22} - W_{32} \cdot W_{21}) & 0 \\ 0 & 0 & (W_{31} \cdot W_{22} - W_{32} \cdot W_{21}) \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} W_{23} - \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & W_{23} - \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & W_{23} - \cos(\alpha) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

А, В, С – матрицы размерностью 3×3 , а X – неизвестная матрица решений 3×3
Решение этого уравнения обеспечивается следующим образом.

2.3 Задача обратной динамики

Для решения проблемы инверсной динамики, желаемая траектория подвижной платформы задаётся и проблема предсказания входных сил, требуемых для этого движения. Чтобы достигнуть этой цели, динамические уравнения движения формулируются с помощью уравнений Лагранжа следующего вида:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial T(\theta_i)}{\partial \theta_i} + \frac{\partial U(\theta_i)}{\partial \theta_i} = Q_i \quad (2.30)$$

Нужно получить формулы для составляющих в общем виде:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} \right); \frac{\partial T(\theta_i)}{\partial \theta_i}; \frac{\partial U(\theta_i)}{\partial \theta_i} \quad (2.31)$$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} \right)$ - позволяет определить массовую матрицу и компоненты матрицы Кориолиса, зависящие от скорости:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} \right) = \underbrace{\ddot{\theta}_i \cdot \left((J_d + J_1) + J_2(t) + J_p(t) \right)}_{M_{\text{дин}}(t)} + \dot{\theta}_i \cdot (\dot{\theta}_i) \cdot \left(\frac{d}{dt} J_2(t) + \frac{d}{dt} J_p(t) \right) \quad (2.32)$$

1 составляющая $\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i}$

$$\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \left(\frac{1}{2} \cdot J_d \cdot \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \cdot J_1 \cdot \dot{\theta}_i^2 + \underbrace{\left(\dot{\theta}_i \cdot u_i + J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot (J(\theta_i)_{:,i} \cdot \dot{\theta}_i) \cdot v_i(\theta_i) \right)}_{\omega_{l_2}} + \underbrace{\left(\dot{\theta}_i \cdot u_i + J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot (J(\theta_i)_{:,i} \cdot \dot{\theta}_i) \cdot v_i(\theta_i) + J_{\xi_i}(\theta_i) \cdot (J(\theta_i)_{:,i} \cdot \dot{\theta}_i) \cdot w_i(\theta_i) \right)}_{\omega_p} \right)$$

$$\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} = J_d \cdot \dot{\theta}_i + J_1 \cdot \dot{\theta}_i + \frac{\partial \omega_{l_2}}{\partial \dot{\theta}_i} \cdot \omega_{l_2} + \omega_{l_2} \cdot \frac{\partial \omega_{l_2}}{\partial \dot{\theta}_i} + \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\theta}_i} \cdot \omega_p + \omega_p \cdot \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\theta}_i}$$

$$\frac{\partial \omega_{l_2}}{\partial \dot{\theta}_i} = u_i + J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} \cdot v_i(\theta_i)$$

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\theta}_i} = u_i + J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} \cdot v_i(\theta_i) + J_{\xi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} \cdot w_i(\theta_i)$$

$$\begin{aligned}
J_{l2} &= m_l \cdot \bar{\chi}^2 \cdot [i]_{\times} \cdot [i]_{\times}^T + E \cdot I_l' \cdot E^T \\
J_p &= m_p \cdot R^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot [p]_{\times} \cdot [p]_{\times}^T + Q \cdot I_p' \cdot Q^T \\
\omega_{2J_2} &= J_{l2} \cdot \omega_{l2} = (m_l \cdot \bar{\chi}^2 \cdot [i]_{\times} \cdot [i]_{\times}^T + E \cdot I_l' \cdot E^T) \cdot \left(\frac{\partial \omega_{l2}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) \cdot \dot{\theta}_i \\
\omega_{pJ_p} &= J_p \cdot \omega_p = (m_p \cdot R^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot [p]_{\times} \cdot [p]_{\times}^T + Q \cdot I_p' \cdot Q^T) \cdot \left(\frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\theta}_i} \right) \cdot \dot{\theta}_i \\
\frac{\partial \omega_{2J_2}}{\partial \dot{\theta}_i} &= (m_l \cdot \bar{\chi}^2 \cdot [i]_{\times} \cdot [i]_{\times}^T + E \cdot I_l' \cdot E^T) \cdot \left(\frac{\partial \omega_{l2}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) \\
\frac{\partial \omega_{pJ_p}}{\partial \dot{\theta}_i} &= (m_p \cdot R^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot [p]_{\times} \cdot [p]_{\times}^T + Q \cdot I_p' \cdot Q^T) \cdot \left(\frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\theta}_i} \right)
\end{aligned}$$

В результате получится что-то наподобие:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} &= J_d \cdot \dot{\theta}_i + J_1 \cdot \dot{\theta}_i + \left(\frac{\partial \omega_{l2}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) \cdot J_{l2} \cdot \left(\frac{\partial \omega_{l2}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) \cdot \dot{\theta}_i + \left(\frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\theta}_i} \right) \cdot J_p \cdot \left(\frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\theta}_i} \right) \cdot \dot{\theta}_i \\
&= \dot{\theta}_i \cdot \left(J_d + J_1 + \left(\frac{\partial \omega_{l2}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) \cdot J_{l2} \cdot \left(\frac{\partial \omega_{l2}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) + \left(\frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\theta}_i} \right) \cdot J_p \cdot \left(\frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\theta}_i} \right) \right) \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} \right) &= \underbrace{\frac{d}{dt} (\dot{\theta}_i) \cdot J_{\Sigma}(t)}_{M_{\text{дин}}(t)} + \dot{\theta}_i \cdot \frac{d}{dt} (J_{\Sigma}(t)) \\
\frac{d}{dt} (J_{l2}(t)) &= m_l \cdot \bar{\chi}^2 \cdot \left(\frac{d}{dt} [i]_{\times} \cdot [i]_{\times}^T + \frac{d}{dt} [i]_{\times} \cdot \frac{d}{dt} [i]_{\times}^T \right) + \frac{d}{dt} E \cdot I_{l2} \cdot E^T + E \cdot I_{l2}' \cdot \frac{d}{dt} E^T \\
\frac{d}{dt} (J_p(t)) &= m_p \cdot R^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot \left(\frac{d}{dt} [p]_{\times} \cdot [p]_{\times}^T + \frac{d}{dt} [p]_{\times} \cdot \frac{d}{dt} [p]_{\times}^T \right) + \frac{d}{dt} Q \cdot J_p' \cdot Q^T + Q \cdot J_p \cdot \frac{d}{dt} Q^T
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} Q(t) &= [\omega]_{\times} \cdot Q(t)^T = [\omega]_{\times} \cdot \left(2 \cdot \left(\overrightarrow{\mathbf{q}_{\varphi \xi \psi_i}} \times \left(\overrightarrow{\mathbf{q}_{\varphi \xi \psi_i}} \times \mathbf{w}_{2i} \right) \right) + 2 \cdot \left(\overrightarrow{\mathbf{q}_{\varphi \xi \psi_i}} \times \mathbf{w}_{2i} \right) + \text{Id}_{3 \times 3} \right) \\
\omega &= \begin{bmatrix} \alpha'(t) \cos(\beta(t)) \cos(\gamma(t)) - \beta'(t) \sin(\gamma(t)) \\ \alpha'(t) \cos(\beta(t)) \sin(\gamma(t)) + \beta'(t) \cos(\gamma(t)) \\ \gamma'(t) - \alpha'(t) \sin(\beta(t)) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$S=R_z(\psi) \cdot R_y(\xi) \cdot R_x(\varphi) \cdot P = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\xi) & 0 & \sin(\xi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\xi) & 0 & \cos(\xi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$W_{2i}=R(u_i, \theta) \cdot R_z(\eta_i) \cdot R_z(A_2) \cdot R_z(\theta_i) \cdot R_x(\alpha_2) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} =$$

$$=(\cos(\theta) \cdot I + \sin(\theta) \cdot [u_i]_{\times} + (1 - \cos(\theta)) \cdot (u_i \otimes u_i)) \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \cos(-A_2 - \eta_i) & \sin(-A_2 - \eta_i) & 0 \\ -\sin(-A_2 - \eta_i) & \cos(-A_2 - \eta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\alpha_2) & -\sin(-\alpha_2) \\ 0 & \sin(-\alpha_2) & \cos(-\alpha_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$W_3=R(s, \sigma) \cdot R_z(\psi) \cdot R_y(\xi) \cdot R_x(\varphi) \cdot R_z(A_3) \cdot R_z(\eta_i) \cdot R_y(\alpha_3) \cdot P =$$

$$=(\cos(\sigma) \cdot I + \sin(\sigma) \cdot [s]_{\times} + (1 - \cos(\sigma)) \cdot (s \otimes s)) \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\xi) & 0 & \sin(\xi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\xi) & 0 & \cos(\xi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \cos(-A_3 - \eta_i) & \sin(-A_3 - \eta_i) & 0 \\ -\sin(-A_3 - \eta_i) & \cos(-A_3 - \eta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\alpha_3) & -\sin(-\alpha_3) \\ 0 & \sin(-\alpha_3) & \cos(-\alpha_3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{w}_3 = \dot{q}_{\varphi\xi\psi} \cdot w'_3 \cdot q_{\varphi\xi\psi}^* + q_{\varphi\xi\psi} \cdot w'_3 \cdot \dot{q}_{\varphi\xi\psi}^* = \text{Vect}[\dot{q}_{\varphi\xi\psi}] \times w_3 - w_3 \times \text{Vect}[\dot{q}_{\varphi\xi\psi}] = 2 \cdot \text{Vect}[\dot{q}_{\varphi\xi\psi}] \times w_3$$

$$\dot{q}_{\varphi\xi\psi} \cdot q_{\varphi\xi\psi}^* = \left(0, \underbrace{-\dot{q}_0 \cdot q_{\varphi\xi\psi}^{\rightarrow} + \dot{q}_0 \cdot \dot{q}_{\varphi\xi\psi}^{\rightarrow} - q_{\varphi\xi\psi}^{\rightarrow} \times \dot{q}_{\varphi\xi\psi}^{\rightarrow}}_{\text{Vect}[\dot{q}_{\varphi\xi\psi}]} \right)^T$$

$$\dot{W}_3 = \dot{q}_\sigma \cdot q_\sigma^* \cdot \dot{w}_3 + q_\sigma \cdot \dot{q}_\sigma^* \cdot \dot{w}_3 + q_\sigma \cdot \dot{w}_3 \cdot q_\sigma^*$$

$$\dot{W}_2 = \dot{q}_0 \cdot q_0^* \cdot w_2 + q_0 \cdot \dot{q}_0^* \cdot w_2 = \text{Vect}[\dot{q}_0] \times w_2 - w_2 \times \text{Vect}[\dot{q}_0]$$

Потенциальная энергия:

$$V_p = m_p \cdot R \cdot \cos(\beta) \cdot g^T \cdot p(\theta_i)$$

$$\frac{\partial U(\theta_i)}{\partial \theta_i} = \frac{\partial V_p}{\partial \theta_i} = \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\underbrace{m_p \cdot R \cdot \cos(\beta)}_{\text{const}} \cdot \mathbf{g}^T \cdot \mathbf{p}(\theta_i) \right)$$

Как $\mathbf{p}$ зависит от θ_i ?

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} W_2(\theta_i) = \dot{q}_\theta \cdot w_2' \cdot q_\theta^* + q_\theta \cdot w_2' \cdot \dot{q}_\theta^* = 2 \cdot \text{Vect}[\dot{q}_\theta] \times w_2$$

$$\dot{q}_\theta \cdot q_\theta^* = \left(0, \underbrace{-\dot{q}_{00} \cdot q_\theta^{\rightarrow} + \dot{q}_{00} \cdot \dot{q}_\theta^{\rightarrow} - \dot{q}_\theta^{\rightarrow} \times q_\theta^{\rightarrow}}_{\text{Vect}[\dot{q}_\theta]} \right)^T$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} \mathbf{p}(\theta_i) = \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\mathbf{R}_\gamma \cdot \mathbf{R}_{a_2}(\theta) \cdot W_2(\theta_i) \right) = \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\mathbf{R}_\gamma \cdot \underbrace{\mathbf{R}_{a_2}(\theta) \cdot W_2(\theta_i)}_{\dot{q}_\theta \cdot W_2 \cdot \dot{q}_\theta^*} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\mathbf{R}_\gamma \cdot \underbrace{\mathbf{R}_{a_2}(\theta) \cdot W_2(\theta_i)}_{\dot{q}_\theta \cdot W_2 \cdot \dot{q}_\theta^*} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\mathbf{R}_\gamma \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta_i} \mathbf{R}_{a_2}(\theta) \cdot W_2(\theta_i) + \mathbf{R}_{a_2}(\theta) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_i} W_2(\theta_i) \right) \right)$$

Любая матрица вращения записывается в терминах кватернионов по формуле:

$$R = 2 \cdot [q_v]_{\times} \cdot [q_v]_{\times} + 2 \cdot q_w \cdot [q_v]_{\times} + \text{Id}_{3 \times 3}$$

где q_v – векторная часть кватерниона, формируется на основе требуемого угла поворота и оси вращения.

q_w – скалярная часть кватерниона, отвечающая просто за угол поворота.

Найдя производные от матриц и соответствующим образом скомбинировав их, а также умножив на дополнительную матрицу преобразования в вектор $\mathbf{p}$, получим скорость изменения этого вектора по углу поворота (в сущности, эту задачу должна решать прямая кинематика, но, она крайне сложна для решения этой задачи).

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} (R_\gamma \cdot R_a(\theta) \cdot R_\theta(\theta) \cdot w_2) = R_\gamma \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_i} (R_a(\theta) \cdot R_\theta(\theta) \cdot w_2) = R_\gamma \cdot \left(R_a(\theta) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_i} R_\theta(\theta) \cdot w_2 + \frac{\partial}{\partial \theta_i} R_a(\theta) \cdot R_\theta(\theta) \cdot w_2 \right)$$

Производная произведения матриц ищется по обычной формуле (например, по времени):

$$\frac{d}{dt}(A(t) \cdot B(t)) = \frac{d}{dt} \left(A(t) \cdot \frac{d}{dt} B(t) + \frac{d}{dt} A(t) \cdot B(t) \right)$$

$$J_{\Sigma} = \begin{bmatrix} J_{\text{прив}} + J_{2_1} + J_p & 0 & 0 \\ 0 & J_{\text{прив}} + J_{2_2} + J_p & 0 \\ 0 & 0 & J_{\text{прив}} + J_{2_3} + J_p \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} J_{\Sigma} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta} j_1 & \frac{\partial}{\partial \theta} j_2 & \frac{\partial}{\partial \theta} j_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} J_2 &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left(u_i + J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} \cdot v_i(\theta_i) \right) \cdot (m_1 \cdot \bar{\chi}^2 \cdot [i]_{\times} \cdot [i]_{\times}^T + E \cdot I_1' \cdot E^T) \\ &\quad \cdot \left(u_i + J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} \cdot v_i(\theta_i) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial \theta} \left(u_i + J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} \cdot v_i(\theta_i) \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial \theta} J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} \cdot v_i(\theta_i) + J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} J(\theta_i)_{:,i} \cdot v_i(\theta_i) \\ &\quad + J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} v_i(\theta_i) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} J_{\psi_i}(\theta_i) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{(u_i \times w_i(\theta_i))^T}{(u_i \times w_i(\theta_i)) \cdot v_i(\theta_i)} \right) = \frac{u \times w'[\theta]}{(u \times w[\theta]) \cdot v[\theta]} -$$

$$\frac{(u \times w[\theta])((u \times w[\theta]) \cdot v'[\theta] + (u \times w'[\theta]) \cdot v[\theta])}{((u \times w[\theta]) \cdot v[\theta])^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} J(\theta_i)_{:,i} = \frac{(u \times v[\theta]) \cdot w'[\theta] + (u \times v'[\theta]) \cdot w[\theta]}{v[\theta] \times w[\theta]} - \frac{(v[\theta] \times w'[\theta] + v'[\theta] \times w[\theta])(u \times v[\theta]) \cdot w[\theta]}{(v[\theta] \times w[\theta])^2}$$

Если всё верно, то в этом виде можно, учитывая постоянство углов между векторами $u-v$ и $v-w$, заменить соответствующие ячейки матрицы на числа, и учитывать только изменение $u-w$. Это упрощает задачу.

Я имею ввиду следующее:

$$\begin{aligned} J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} &= \frac{(\mathbf{u}_i \times \mathbf{w}_i(\theta_i))^T}{(\mathbf{u}_i \times \mathbf{w}_i(\theta_i)) \cdot \mathbf{v}_i(\theta_i)} \cdot \frac{(\mathbf{v}_i \times \mathbf{w}_i(\theta_i))^T}{(\mathbf{u}_i \times \mathbf{v}_i(\theta_i)) \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i)} \\ &= \frac{\left((\mathbf{u}_i \times \mathbf{w}_i(\theta_i))^T \cdot (\mathbf{v}_i \times \mathbf{w}_i(\theta_i))^T \right)}{\left(\left((\mathbf{u}_i \times \mathbf{w}_i(\theta_i)) \cdot \mathbf{v}_i(\theta_i) \right) \cdot \left((\mathbf{u}_i \times \mathbf{v}_i(\theta_i)) \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i) \right) \right)} \end{aligned}$$

Откуда:

$$J_{\psi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i & \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{w}_i \\ \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{v}_i & \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{w}_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_i & \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i & \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{w}_i \\ \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{u}_i & \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{v}_i & \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{w}_i \\ \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{u}_i & \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i & \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{w}_i \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} \cos(\alpha_1) & \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{w}_i \\ \cos(\alpha_2) & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \cos(\alpha_1) & \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{w}_i \\ \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{u}_i & \cos(\alpha_2) & 1 \\ \cos(\alpha_1) & 1 & \cos(\alpha_2) \end{vmatrix}}$$

По аналогии, можно сделать что-то подобное и для следующего звена:

$$\begin{aligned} J_{\xi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} &= \frac{(\mathbf{u}_i \times \mathbf{v}_i(\theta_i))^T}{(\mathbf{u}_i \times \mathbf{v}_i(\theta_i)) \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i)} \cdot \frac{(\mathbf{v}_i \times \mathbf{w}_i(\theta_i))^T}{(\mathbf{u}_i \times \mathbf{v}_i(\theta_i)) \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i)} \\ &= \frac{\left((\mathbf{u}_i \times \mathbf{v}_i(\theta_i))^T \cdot (\mathbf{v}_i \times \mathbf{w}_i(\theta_i))^T \right)}{\left(\left((\mathbf{u}_i \times \mathbf{v}_i(\theta_i)) \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i) \right) \cdot \left((\mathbf{u}_i \times \mathbf{v}_i(\theta_i)) \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i) \right) \right)} \end{aligned}$$

Откуда:

$$J_{\xi_i}(\theta_i) \cdot J(\theta_i)_{:,i} = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i & \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{w}_i \\ \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i & \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{w}_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_i & \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i & \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{w}_i \\ \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{u}_i & \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i & \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{w}_i \\ \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{u}_i & \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{v}_i & \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{w}_i \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} \cos(\alpha_1) & \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{w}_i \\ 1 & \cos(\alpha_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \cos(\alpha_1) & \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{w}_i \\ \cos(\alpha_1) & 1 & \cos(\alpha_2) \\ \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{u}_i & \cos(\alpha_2) & 1 \end{vmatrix}}$$

T.e.

$$J_2 = \left(u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) \right) \cdot (m_1 \cdot \bar{\chi}^2 \cdot [i]_{\times} \cdot [i]_{\times}^T + E \cdot I_1' \cdot E^T) \cdot \left(u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) \right)$$

$$J_p = \left(u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) + \frac{d_{2,1}}{d_{2,2}} \cdot w_i(\theta_i) \right) \cdot (m_p \cdot R^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot [p]_{\times} \cdot [p]_{\times}^T + Q \cdot I_p' \cdot Q^T) \cdot \left(u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) + \frac{d_{2,1}}{d_{2,2}} \cdot w_i(\theta_i) \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} J_2 = \frac{\partial}{\partial \theta} \underbrace{\begin{vmatrix} \left(u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) \right) & 0 & 0 \\ 0 & (m_1 \cdot \bar{\chi}^2 \cdot [i]_{\times} \cdot [i]_{\times}^T + E \cdot I_1' \cdot E^T) & 0 \\ 0 & 0 & \left(u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) \right) \end{vmatrix}}_{M_{J_2}} =$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} |M_{J_2}| = |M_{J_2}| \cdot \text{tr} \left(M_{J_2}^{-1} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} M_{J_2} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} J_p = \frac{\partial}{\partial \theta} \underbrace{\begin{vmatrix} \left(u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) + \frac{d_{2,1}}{d_{2,2}} \cdot w_i(\theta_i) \right) & 0 & 0 \\ 0 & (m_p \cdot R^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot [p]_{\times} \cdot [p]_{\times}^T + Q \cdot I_p' \cdot Q^T) & 0 \\ 0 & 0 & \left(u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) + \frac{d_{2,1}}{d_{2,2}} \cdot w_i(\theta_i) \right) \end{vmatrix}}_{M_{J_p}} =$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} |M_{J_p}| = |M_{J_p}| \cdot \text{tr} \left(M_{J_p}^{-1} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} M_{J_p} \right)$$

Квадратичная форма может быть записана как дополнения Шура:

$$-x^T \cdot A \cdot x = M/A^{-1}$$

Где:

$$M = \begin{bmatrix} A^{-1} & x \\ x^T & 0 \end{bmatrix}$$

А символ «/» описывает дополнение Шура.

Тогда, имеем:

$$|M/A^{-1}| = \frac{|M|}{|A^{-1}|} = |M| \cdot |A^{-1}|$$

Таким образом:

$$x^T \cdot A \cdot x = - |M| \cdot |A^{-1}|$$

Следовательно, компонент инерции можно записать в виде произведения двух определителей следующим образом:

$$J_2 = - \begin{vmatrix} (m_1 \cdot \bar{\chi}^2 \cdot [i]_{\times} \cdot [i]_{\times}^T + E \cdot I_1' \cdot E^T)^{-1} & \left(u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) \right) \\ \left(u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) \right)^T & 0 \end{vmatrix} \cdot |(m_1 \cdot \bar{\chi}^2 \cdot [i]_{\times} \cdot [i]_{\times}^T + E \cdot I_1' \cdot E^T)|$$

Производная вектора р от угла поворота можно найти следующим образом:

$$p = \frac{R_{\gamma 1} \cdot \underbrace{R_{arc 1} \cdot W_{21}}_{W_{31}} + R_{\gamma 1} \cdot \underbrace{R_{arc 1} \cdot W_{21}}_{W_{32}} + R_{\gamma 1} \cdot \underbrace{R_{arc 1} \cdot W_{21}}_{W_{33}}}{3}$$

А сама производная:

$$\partial_{\theta_i} p = \frac{1}{3} \cdot R_{\gamma_i} \cdot \underbrace{(\partial_{\theta_i} R_{arc_i} \cdot W_{2i} + R_{arc_i} \cdot \partial_{\theta_i} W_{2i})}_{\partial_{\theta_i} W_{3i}} = \frac{1}{3} \cdot R_{\gamma_i} \cdot \partial_{\theta_i} W_{3i}$$

Матрицу вращения Q можно получить с помощью формулы:

$$Q = \frac{1}{1 + \mathbf{p} \cdot \mathbf{s}} \cdot [\mathbf{p} \times \mathbf{s}]_{\times}^2 + [\mathbf{p} \times \mathbf{s}]_{\times} + \text{Id}_{3 \times 3}$$

Производная по углу поворота:

$$\partial_{\theta_i} Q = \partial_{\theta_i} [\mathbf{p} \times \mathbf{s}]_{\times} + \frac{2 \cdot \partial_{\theta_i} [\mathbf{p} \times \mathbf{s}]_{\times} \cdot [\mathbf{p} \times \mathbf{s}]_{\times}}{1 + \mathbf{p} \cdot \mathbf{s}} - \frac{[\mathbf{p} \times \mathbf{s}]_{\times}^2 \cdot (\partial_{\theta_i} \mathbf{p} \cdot \mathbf{s})}{(1 + \mathbf{p} \cdot \mathbf{s})^2}$$

$$J_p = - \begin{vmatrix} (m_p \cdot R^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot [\mathbf{p}]_{\times} \cdot [\mathbf{p}]_{\times}^T + Q \cdot \mathbf{I}_p \cdot Q^T)^{-1} & \left(\mathbf{u}_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot \mathbf{v}_i(\theta_i) + \frac{d_{2,1}}{d_{2,2}} \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i) \right) \\ \left(\mathbf{u}_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot \mathbf{v}_i(\theta_i) + \frac{d_{2,1}}{d_{2,2}} \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i) \right)^T & 0 \end{vmatrix} \cdot |(m_p \cdot R^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot [\mathbf{p}]_{\times} \cdot [\mathbf{p}]_{\times}^T + Q \cdot \mathbf{I}_p \cdot Q^T)|$$

Далее рассчитываются Лагранжианы (или кинетические и потенциальные энергии в отдельности) и использовать уже известную формулу для каждой конечности:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial T(\theta_i)}{\partial \theta_i} + \frac{\partial V(\theta_i)}{\partial \theta_i} = Q_i$$

$$T_i = \frac{1}{2} \cdot J_d \cdot \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \cdot J_1 \cdot \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\omega}_{l2i}^T \cdot \mathbf{J}_{l2i} \cdot \boldsymbol{\omega}_{l2i} + \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\omega}_p^T \cdot \mathbf{J}_p \cdot \boldsymbol{\omega}_p$$

$$V_i = m_{l1i} \cdot \bar{\chi}_{l1i} \cdot \mathbf{g}^T \cdot \mathbf{h}_i + m_{l2i} \cdot \bar{\chi}_{l2i} \cdot \mathbf{g}^T \cdot \mathbf{e}_{xi} + m_p \cdot R \cdot \cos(\beta) \cdot \mathbf{g}^T \cdot \mathbf{p}$$

$$L_i = T_i - V_i$$

$$\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \left(\frac{1}{2} \cdot J_d \cdot \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \cdot J_1 \cdot \dot{\theta}_i^2 - \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{J}_{l2i}^{-1} & \boldsymbol{\omega}_{l2i} \\ \boldsymbol{\omega}_{l2i}^T & 0 \end{vmatrix} \cdot |\mathbf{J}_{l2i}| - \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{J}_p^{-1} & \boldsymbol{\omega}_p \\ \boldsymbol{\omega}_p^T & 0 \end{vmatrix} \cdot |\mathbf{J}_p| \right)$$

Где

$$\boldsymbol{\omega}_{l2i} = \dot{\theta}_i \cdot \mathbf{u}_i + \dot{\theta}_i \cdot \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot \mathbf{v}_i(\theta_i)$$

$$\partial_{\dot{\theta}_i} \omega_{l2i} = u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i)$$

$$\omega_p = \dot{\theta}_i \cdot u_i + \dot{\theta}_i \cdot \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) + \dot{\theta}_i \cdot \frac{d_{2,1}}{d_{2,2}} \cdot w_i(\theta_i)$$

$$\partial_{\dot{\theta}_i} \omega_p = u_i + \frac{d_{1,1}}{d_{1,2}} \cdot v_i(\theta_i) + \frac{d_{2,1}}{d_{2,2}} \cdot w_i(\theta_i)$$

$$\mathbf{J}_{l2i} = (m_l \cdot \bar{\chi}^2 \cdot \mathbf{i}_\times \cdot \mathbf{i}_\times^T + E \cdot \mathbf{j}_2 \cdot E^T)$$

$$\partial_{\dot{\theta}_i} \mathbf{J}_{l2i} = 0$$

$$\mathbf{J}_p = (m_p \cdot R^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot \mathbf{p}_\times \cdot \mathbf{p}_\times^T + Q \cdot \mathbf{j}_p \cdot Q^T)$$

$$\partial_{\dot{\theta}_i} \mathbf{J}_p = 0$$

$$\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} = \mathbf{J}_d \cdot \dot{\theta}_i + \mathbf{J}_l \cdot \dot{\theta}_i - \left| \begin{matrix} \mathbf{J}_{l2i}^{-1} & \omega_{l2i} \\ \omega_{l2i}^T & 0 \end{matrix} \right| \cdot \text{Tr} \left(\left[\begin{matrix} \mathbf{J}_{l2i}^{-1} & \omega_{l2i} \\ \omega_{l2i}^T & 0 \end{matrix} \right]^{-1} \cdot \left[\begin{matrix} 0 & \partial_{\dot{\theta}_i} \omega_{l2i} \\ \partial_{\dot{\theta}_i} \omega_{l2i}^T & 0 \end{matrix} \right] \right) \cdot |\mathbf{J}_{l2i}| -$$

$$\left| \begin{matrix} \mathbf{J}_p^{-1} & \omega_p \\ \omega_p^T & 0 \end{matrix} \right| \cdot \text{Tr} \left(\left[\begin{matrix} \mathbf{J}_p^{-1} & \omega_p \\ \omega_p^T & 0 \end{matrix} \right]^{-1} \cdot \left[\begin{matrix} 0 & \partial_{\dot{\theta}_i} \omega_p \\ \partial_{\dot{\theta}_i} \omega_p^T & 0 \end{matrix} \right] \right) \cdot |\mathbf{J}_p|$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = M(q) \dot{q} ; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{\theta}_i, t)}{\partial \dot{\theta}_i} \right) = M(q) \ddot{q} + \dot{M}(q) \dot{q}$$

Таким образом, матрица, производную которой нужно найти, запишется в виде:

$$\mathbf{J}(\theta) = \mathbf{J}_{\text{прив}} + \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2(\theta) + \mathbf{J}_p(\theta)$$

Т.о.:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \mathbf{J} = \frac{\partial}{\partial \theta} (\mathbf{J}_{\text{прив}} + \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2(\theta) + \mathbf{J}_p(\theta))$$

Предполагается, что производная произведения детерминантов матриц будет искаться в классическом виде:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (\det 1(\theta) \cdot \det 2(\theta)) = \frac{\partial}{\partial \theta} \det 1(\theta) \cdot \det 2(\theta) + \det 1(\theta) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \det 2(\theta)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} (m_1 \cdot \bar{\chi}^2 \cdot [\mathbf{i}]_{\times} \cdot [\mathbf{i}]_{\times}^T + \mathbf{E} \cdot \mathbf{I}_1' \cdot \mathbf{E}^T) \\
&= m_1 \cdot \bar{\chi}^2 \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{i}]_{\times} \cdot [\mathbf{i}]_{\times}^T + [\mathbf{i}]_{\times} \cdot \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{i}]_{\times}^T \right) + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{E} \cdot \mathbf{I}_1' \cdot \mathbf{E}^T + \mathbf{E} \cdot \mathbf{I}_1' \cdot \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{E}^T \\
& \quad \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{i}]_{\times} = \frac{d}{dt} [\mathbf{i}]_{\times}^T = \frac{d}{dt} \mathbf{e}_{x,y,z(i)} \\
& \quad \frac{d}{dt} \mathbf{e}_{x(i)} = \left(\frac{\text{Id}_{3 \times 3} - \left(\frac{\mathbf{v} + \mathbf{w}}{\|\mathbf{v} + \mathbf{w}\|} \right) \cdot \left(\frac{\mathbf{v} + \mathbf{w}}{\|\mathbf{v} + \mathbf{w}\|} \right)^T}{\|\mathbf{v} + \mathbf{w}\|} \right) \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{v} + \mathbf{w}) \\
& \quad \frac{d}{dt} \mathbf{e}_{y(i)} = \left(\frac{\text{Id}_{3 \times 3} - \left(\frac{\mathbf{v} - \mathbf{w}}{\|\mathbf{v} - \mathbf{w}\|} \right) \cdot \left(\frac{\mathbf{v} - \mathbf{w}}{\|\mathbf{v} - \mathbf{w}\|} \right)^T}{\|\mathbf{v} - \mathbf{w}\|} \right) \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{v} - \mathbf{w}) \\
& \quad \frac{d}{dt} \mathbf{e}_{z(i)} = \left(\frac{\text{Id}_{3 \times 3} - \left(\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{w}}{\|\mathbf{v} \times \mathbf{w}\|} \right) \cdot \left(\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{w}}{\|\mathbf{v} \times \mathbf{w}\|} \right)^T}{\|\mathbf{v} \times \mathbf{w}\|} \right) \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) \\
& \quad \frac{d}{dt} \mathbf{E}(t) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \mathbf{e}_{x,y,z(i)} & \frac{d}{dt} \mathbf{e}_{x,y,z(i)} & \frac{d}{dt} \mathbf{e}_{x,y,z(i)} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} v_i(\theta_i) = \left(4 \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{q}_v]_{\times} \cdot [\mathbf{q}_v]_{\times} \right) + 2 \cdot \left(\mathbf{q}_w \cdot \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{q}_v]_{\times} + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{q}_w \cdot [\mathbf{q}_v]_{\times} \right) \right) \cdot \mathbf{v}_i \\
& \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} W_{3_i}(\theta_i) = \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\mathbf{R}_{a_2}(\boldsymbol{\theta}) \cdot W_2(\theta_i) \right) = \frac{\partial}{\partial \theta_i} \mathbf{R}_{a_2}(\boldsymbol{\theta}) \cdot W_2(\theta_i) + \mathbf{R}_{a_2}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_i} W_2(\theta_i) \\
& \quad Q_{\mathbf{R}_{a_2}(\boldsymbol{\theta})} = \left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right), \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot (W_{2_i}(\boldsymbol{\theta}) \times W_{3_i}) \right]^T \\
& \frac{\partial}{\partial \theta_i} \mathbf{R}_{a_2}(\boldsymbol{\theta}) = \left(4 \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{q}_v W_{2_i}(\boldsymbol{\theta}) \times W_{3_i}]_{\times} \cdot [\mathbf{q}_v W_{2_i}(\boldsymbol{\theta}) \times W_{3_i}]_{\times} \right) + 2 \cdot \left(\mathbf{q}_w \cdot \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{q}_v]_{\times} + 0 \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{J}_p &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\mathbf{u}_i + \mathbf{J}_{\Psi_i}(\theta_i) \cdot \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \mathbf{v}_i(\theta_i) + \mathbf{J}_{\xi_i}(\theta_i) \cdot \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i) \right) \\
&\quad \cdot \left(\mathbf{m}_p \cdot \mathbf{R}^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot [\mathbf{p}]_{\times} \cdot [\mathbf{p}]_{\times}^T + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{I}_p' \cdot \mathbf{Q}^T \right) \\
&\quad \cdot \left(\mathbf{u}_i + \mathbf{J}_{\Psi_i}(\theta_i) \cdot \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \mathbf{v}_i(\theta_i) + \mathbf{J}_{\xi_i}(\theta_i) \cdot \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i) \right) \\
\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\mathbf{u}_i + \mathbf{J}_{\Psi_i}(\theta_i) \cdot \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \mathbf{v}_i(\theta_i) + \mathbf{J}_{\xi_i}(\theta_i) \cdot \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{J}_{\Psi_i}(\theta_i) \cdot \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \mathbf{v}_i(\theta_i) + \mathbf{J}_{\Psi_i}(\theta_i) \cdot \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \mathbf{v}_i(\theta_i) \\
&\quad + \mathbf{J}_{\Psi_i}(\theta_i) \cdot \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{v}_i(\theta_i) + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{J}_{\xi_i}(\theta_i) \cdot \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i) \\
&\quad + \mathbf{J}_{\xi_i}(\theta_i) \cdot \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i) + \mathbf{J}_{\xi_i}(\theta_i) \cdot \mathbf{J}(\theta_i)_{:,i} \cdot \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{w}_i(\theta_i) \\
\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\mathbf{m}_p \cdot \mathbf{R}^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot [\mathbf{p}]_{\times} \cdot [\mathbf{p}]_{\times}^T + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{I}_p' \cdot \mathbf{Q}^T \right) \\
&= \mathbf{m}_p \cdot \mathbf{R}^2 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{p}]_{\times} \cdot [\mathbf{p}]_{\times}^T + [\mathbf{p}]_{\times} \cdot \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{p}]_{\times}^T \right) + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{I}_p' \cdot \mathbf{Q}^T \\
&\quad + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{I}_p' \cdot \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{Q}^T \\
\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{J}_{\xi_i}(\theta_i) &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\frac{(\mathbf{u}_i \times \mathbf{v}_i(\theta_i))^T}{(\mathbf{u}_i \times \mathbf{v}_i(\theta_i)) \cdot \mathbf{w}_i(\theta_i)} \right) = \frac{(\mathbf{u} \times \mathbf{v}'[\theta])}{(\mathbf{u} \times \mathbf{v}[\theta]) \cdot \mathbf{w}[\theta]} - \\
&\quad \frac{(\mathbf{u} \times \mathbf{v}'[\theta])((\mathbf{u} \times \mathbf{v}[\theta]) \cdot \mathbf{w}'[\theta] + (\mathbf{u} \times \mathbf{v}[\theta]) \cdot \mathbf{w}[\theta])}{((\mathbf{u} \times \mathbf{v}'[\theta]) \cdot \mathbf{w}[\theta])^2} \\
\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{p}]_{\times} &= \frac{1}{3} \cdot \mathbf{R}_{\gamma} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta_i} \mathbf{R}_{a_2}(\theta) \cdot \mathbf{W}_2(\theta_i) + \mathbf{R}_{a_2}(\theta) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_i} \mathbf{W}_2(\theta_i) \right) \\
\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{Q} &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\text{Id}_{3 \times 3} + [\mathbf{p} \times \mathbf{S}]_{\times} + [\mathbf{p} \times \mathbf{S}]_{\times}^2 \cdot \frac{1}{1 + \mathbf{p} \cdot \mathbf{S}} \right) = \mathbf{p} \mathbf{S}'[\theta] + \frac{\mathbf{p} \mathbf{S}[\theta] \cdot \mathbf{p} \mathbf{S}'[\theta] + \mathbf{p} \mathbf{S}'[\theta] \cdot \mathbf{p} \mathbf{S}[\theta]}{1 + \mathbf{p} \cdot \mathbf{S}[\theta]} - \\
&\quad \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{S}'[\theta] \mathbf{p} \mathbf{S}[\theta] \cdot \mathbf{p} \mathbf{S}[\theta]}{(1 + \mathbf{p} \cdot \mathbf{S}[\theta])^2}
\end{aligned}$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{J}_d \cdot \theta_i^2 + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{J}_{l_1} \cdot \theta_i^2 + \frac{1}{2} \cdot \left((\theta_i \cdot \mathbf{u} + \psi_i \cdot \mathbf{v})^T \cdot \mathbf{J}_{l_2} \cdot (\theta_i \cdot \mathbf{u} + \psi_i \cdot \mathbf{v}) \right) \\ + \frac{1}{2} \cdot \left((\theta_i \cdot \mathbf{u} + \psi_i \cdot \mathbf{v} + \xi_i \cdot \mathbf{w}_i)^T \cdot \mathbf{J}_{l_2} \cdot (\theta_i \cdot \mathbf{u} + \psi_i \cdot \mathbf{v} + \xi_i \cdot \mathbf{w}_i) \right)$$

$$\theta_i = \left(\frac{J_{\theta_i} \cdot \left(\theta_i \cdot J \cdot \theta \cdot \frac{1}{\theta_i} \right)}{J_{\psi_i} \cdot \left(\theta_i \cdot J \cdot \theta \cdot \frac{1}{\theta_i} \right)} \right)$$

$$\theta_i = \left(\xi_i \cdot \frac{J_{\theta_i} \cdot (\theta_i \cdot J \cdot \theta \cdot \frac{1}{\theta_i})}{J_{\xi_i} \cdot (\theta_i \cdot J \cdot \theta \cdot \frac{1}{\theta_i})} \right)$$

$$\Psi_i = \left(\xi_i \cdot \frac{J_{\Psi_i} \cdot \left(\theta_i \cdot J \cdot \theta \cdot \frac{1}{\theta_i} \right)}{J_{\xi_i} \cdot \left(\theta_i \cdot J \cdot \theta \cdot \frac{1}{\theta_i} \right)} \right)$$

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \cdot \mathbf{J}_d \cdot \boldsymbol{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{J}_{l_1} \cdot \boldsymbol{\theta}_i^2 + \\ & + \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\boldsymbol{\psi}_i \cdot \frac{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\theta}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)}{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\psi}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)} \cdot \mathbf{u} + \boldsymbol{\psi}_i \cdot \mathbf{v} \right)^T \cdot \mathbf{J}_{l_2} \cdot \left(\boldsymbol{\psi}_i \cdot \frac{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\theta}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)}{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\psi}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)} \cdot \mathbf{u} + \boldsymbol{\psi}_i \cdot \mathbf{v} \right) \right) + \\ & + \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\boldsymbol{\xi}_i \cdot \frac{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\theta}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)}{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\xi}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)} \cdot \mathbf{u} + \boldsymbol{\xi}_i \cdot \frac{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\psi}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)}{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\xi}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)} \cdot \mathbf{v} + \boldsymbol{\xi}_i \cdot \mathbf{w}_i \right)^T \cdot \mathbf{J}_p \cdot \left(\boldsymbol{\xi}_i \cdot \frac{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\theta}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)}{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\xi}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)} \cdot \mathbf{u} + \boldsymbol{\xi}_i \cdot \frac{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\psi}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)}{\mathbf{J}_{\boldsymbol{\xi}_i} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_i} \right)} \cdot \mathbf{v} + \boldsymbol{\xi}_i \cdot \mathbf{w}_i \right) \right) \end{aligned}$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot J_d \cdot \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{l_1} \cdot \dot{\theta}_i^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\dot{\Psi}_i^2\cdot\left(\left(\frac{\mathbf{J}_{\theta_i}\cdot(\mathbf{J}\cdot\mathbf{n}_i)}{\mathbf{J}_{\Psi_i}\cdot(\mathbf{J}\cdot\mathbf{n}_i)}\cdot\mathbf{u}+\mathbf{v}\right)^T\cdot\mathbf{J}_{l_2}\cdot\left(\frac{\mathbf{J}_{\theta_i}\cdot(\mathbf{J}\cdot\mathbf{n}_i)}{\mathbf{J}_{\Psi_i}\cdot(\mathbf{J}\cdot\mathbf{n}_i)}\cdot\mathbf{u}+\mathbf{v}\right)\right)+$$

$$+\frac{1}{2} \cdot \xi_i^2 \cdot \left(\left(\frac{\mathbf{J}_{\theta_i} \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_i)}{\mathbf{J}_{\xi_i} \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_i)} \cdot \mathbf{u} + \frac{\mathbf{J}_{\psi_i} \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_i)}{\mathbf{J}_{\xi_i} \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_i)} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{w}_i \right)^T \cdot \mathbf{J}_p \cdot \left(\frac{\mathbf{J}_{\theta_i} \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_i)}{\mathbf{J}_{\xi_i} \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_i)} \cdot \mathbf{u} + \frac{\mathbf{J}_{\psi_i} \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_i)}{\mathbf{J}_{\xi_i} \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_i)} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{w}_i \right) \right)$$

$$+\frac{1}{\gamma}\cdot c_{\theta\psi}\cdot(\theta_i-\psi_i)^2+\frac{1}{\gamma}\cdot c_{\psi\xi}\cdot(\psi_i-\xi_i)^2$$

Где $\mathbf{n}_i = \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{1}{\theta_i}$ вектор передаточных чисел

Решение задачи получения наиболее простых эксплицитных форм кинематики и динамики состоит в выборе оптимального формализма.

2.4 Вычислительные алгоритмы

Радиус-векторы $R(x,y,z)$ определяются с использованием разработанной программы, написанной в пакете вычислений MATLAB (*алгоритм приведен в приложении Б*).

Первоначально активируется Mechanic, текст программы которого приведён в приложении. Данный модуль позволяет получать матрицы преобразования, как функции направлений локальных систем координат звеньев при переходе от одного звена к предыдущему, матрицы получаются вида $R(x,y,q)$, где переменные x,y,z являются конструктивными углами. После определения направлений каждой из систем координат модуль автоматически создаёт матрицы преобразования.

Производятся следующие операции:

1. Составление матриц поворота для каждого звена с названием « $\gg$ » соответствующие (R_i) , где i – номер звена.

2. При перемножении матрицы и вектора получаются стандартный вектор, например при вращении вокруг оси OZ.

3. Далее пишется программа, выполняющая процедуру для вывода уравнения движения исследуемого манипулятора. В программе входные переменные – это ориентация систем координат для матриц преобразования, параметры звеньев манипулятора и масса груза.

На рисунке 2.18 показаны расчётные траектории движения Солнца.

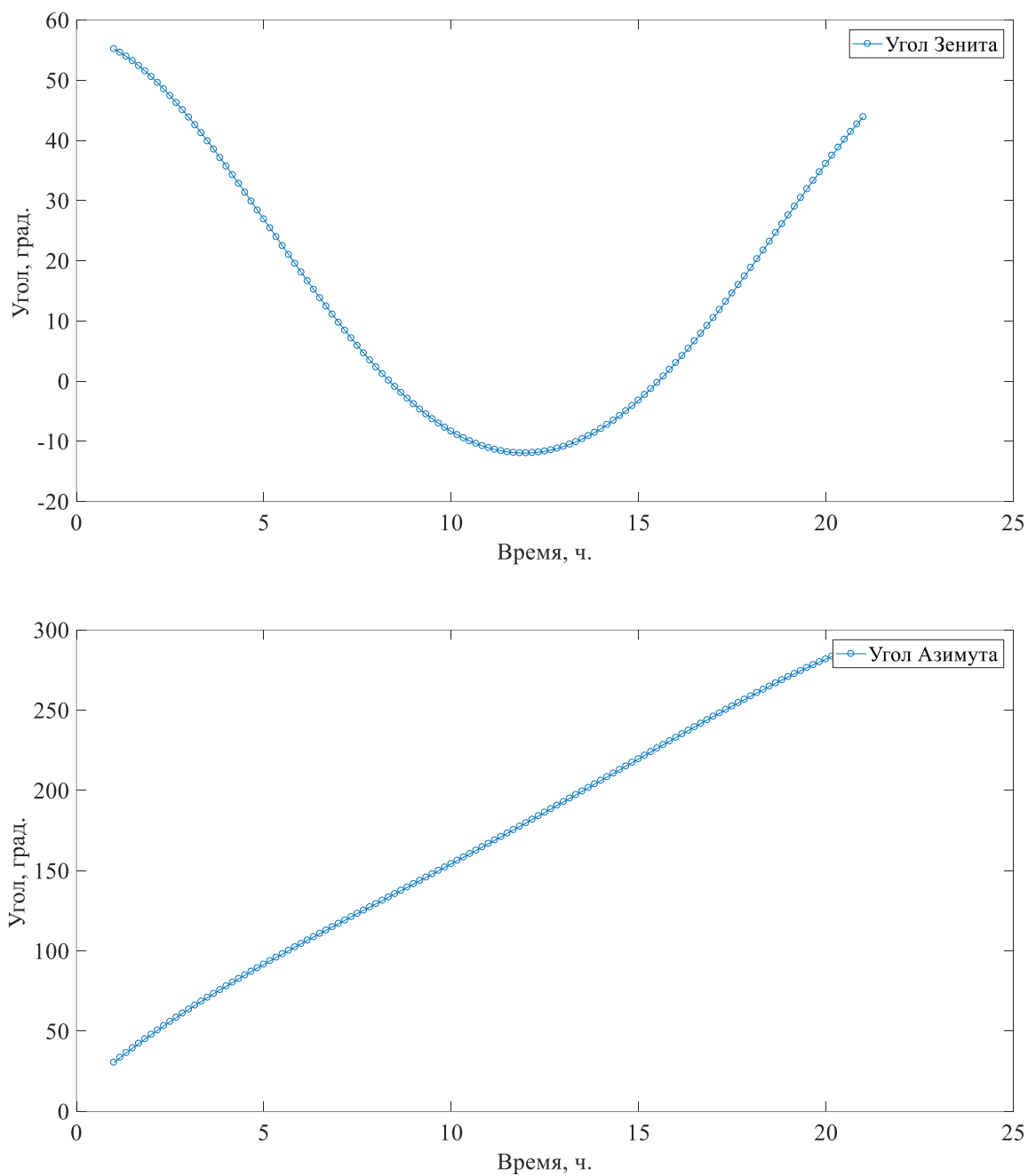


Рисунок 2.18. Траектории слежения в Январе

На рисунке 2.19 угловые положение солнечной энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора, требуемые для осуществления заданного слежения за Солнцем.

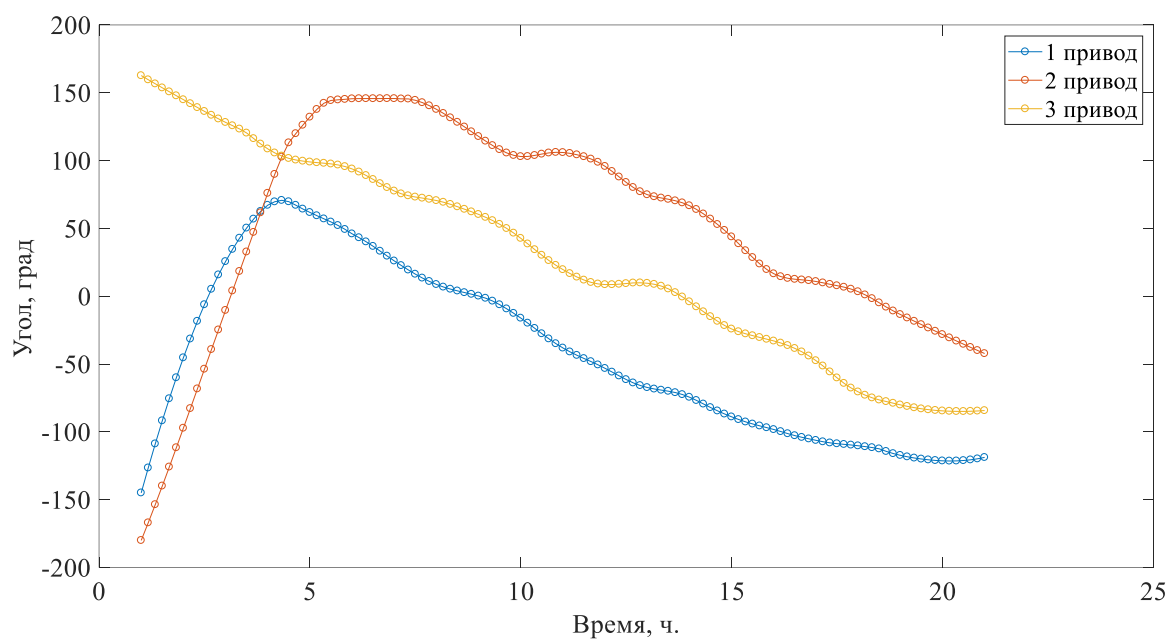
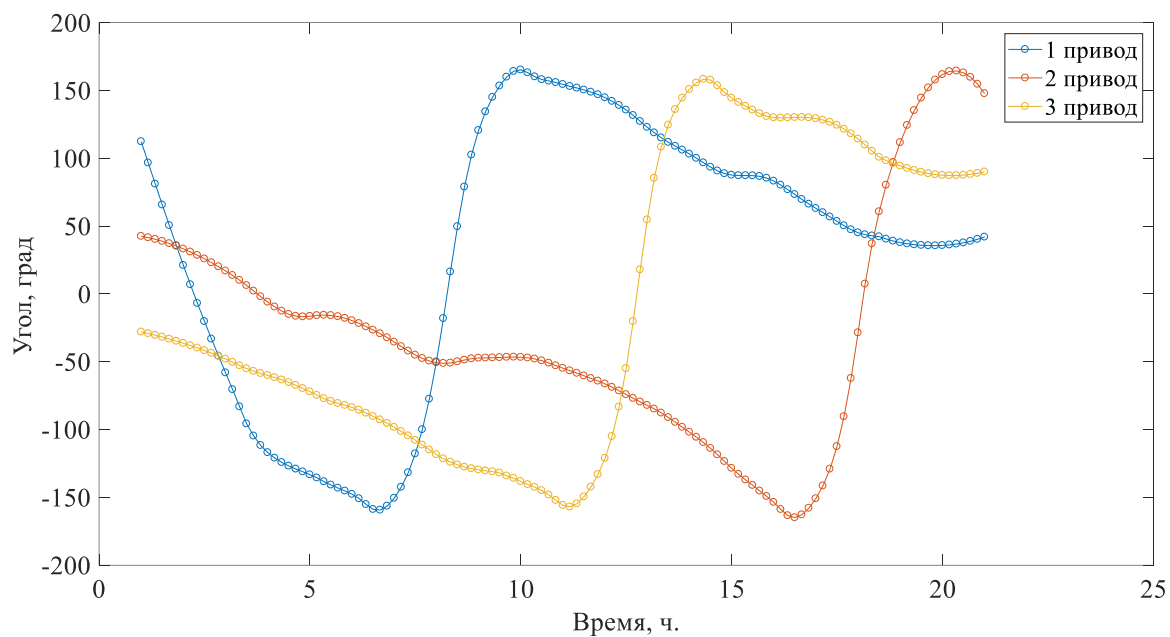


Рисунок 2.19. Угловые положения

На рисунке 2.20 показаны требуемые для осуществления заданного режима слежения угловые скорости.

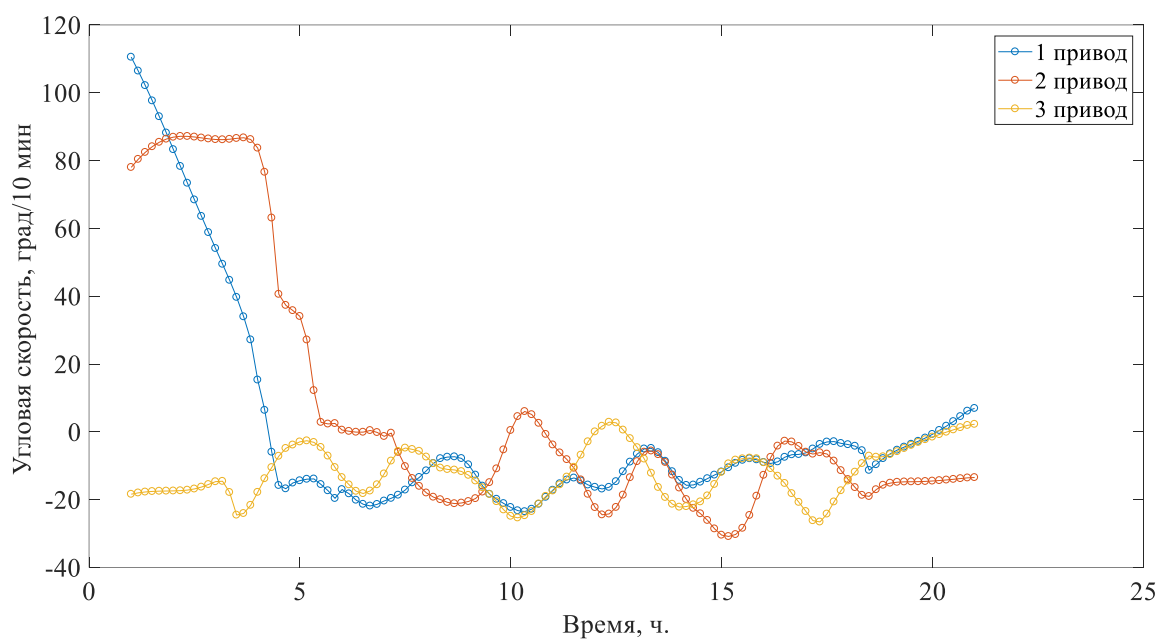
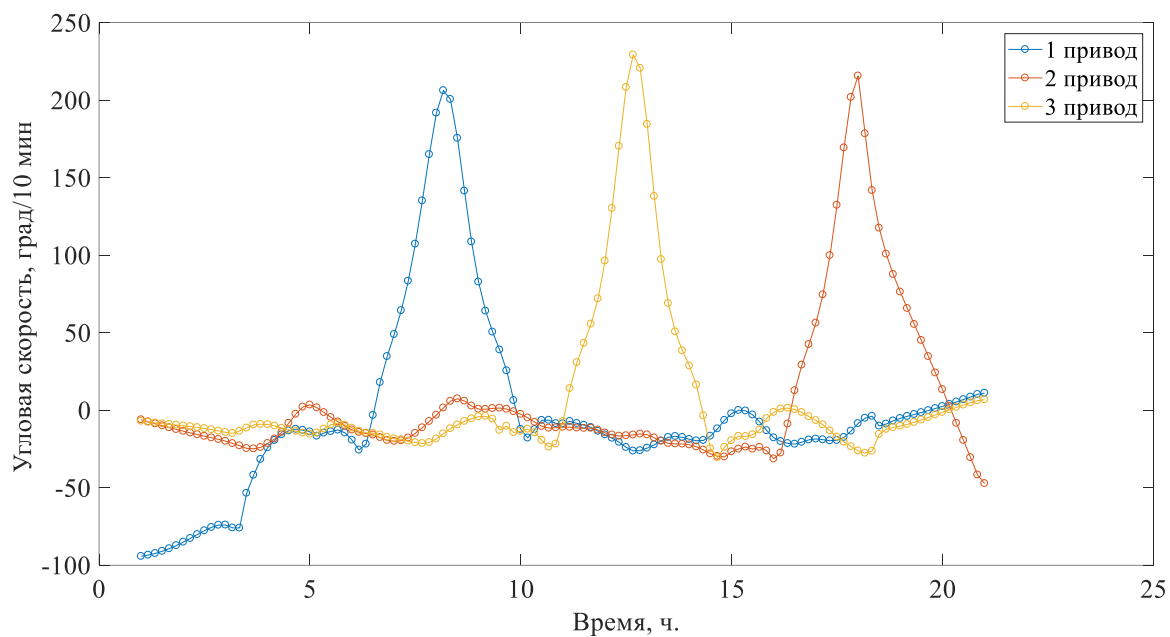


Рисунок 2.20. Угловые скорости

На рисунке 2.21 показаны требуемые для осуществления заданного режима слежения приводные усилия.

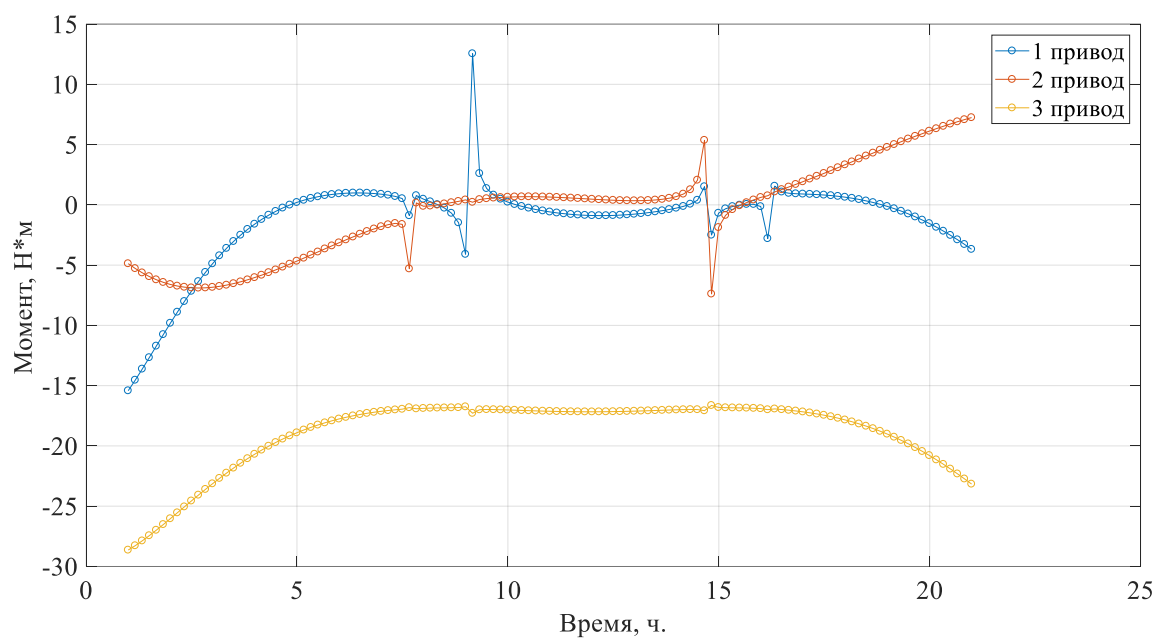
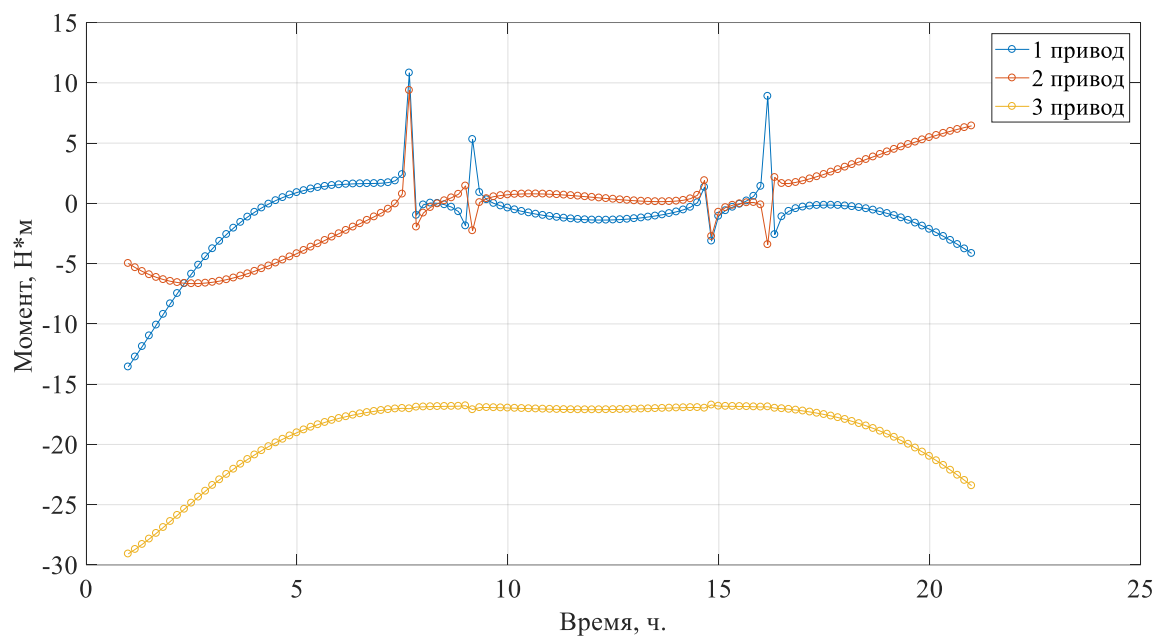


Рисунок 2.21. Приводные моменты

Анализ результатов расчёта показывает, что двигатель, как основной электромеханический преобразователь, должен быть рассчитан на скорость 0,035 рад/с, что примерно в 10 раз больше, чем максимальная скорость по азимутальной траектории. А также на приводной момент приблизительно 20 Н*м.

2.5 Метод проектирования ВИРД

Известное уравнение машинной постоянной для индукторной машины содержит четыре неизвестных и не даёт возможности однозначно определить главные размеры и электромагнитные нагрузки. В этой ситуации при расчёте ИМ для ВИД, некоторые переменные определяют из опыта проектирования. При этом удобно пользоваться величиной удельного момента $M_{уд}$, который представляет собой отношение электромагнитного момента к объёму ротора V_R :

$$M_{уд} = \frac{M_{эм}}{V_R} = \frac{M_{эм}}{\pi \cdot D_R^2 \cdot l_\delta} \quad (2.33)$$

Электромагнитный момент определяется из решения задач инверсной кинематики и динамики.

Удельный электромагнитный момент можно приблизительно определить по справочным данным на рисунке 2.22, полученным при проектировании ВИРД в разных областях применения:

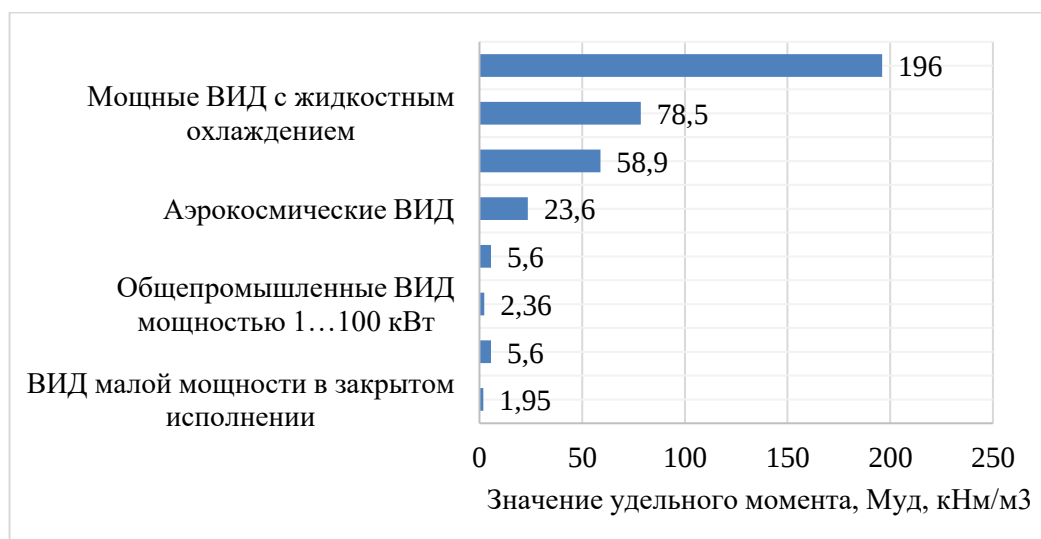


Рисунок. 2.22- Значения удельного момента ВИРД для различных применений

В таблице 2.6. показаны опытные данные, которыми должен удовлетворять проектируемый электромеханический преобразователь.

Таблица 2.6 - Исходные значения проектируемого ВИД (составлено авторами)

Наименование параметра	Значение
Момент, Н·м	$\approx 20 - 80$
Частота вращения, об/мин	$\approx 20 - 100$
Действующее значение тока, А	≈ 3
Напряжение питания постоянного тока, В	$\approx 24 - 48$
Удельный момент ВИД, кН·м/м³	1,95...196
$V_R, м³$	-
$P_{уд}, Вт/кг$	1,05
$B_{и}, Тл$	< 2
$f_{и}, Гц$	5-50
k_{da}, k_{dz}	1,8; 2

Рассматривались три основных варианта двигателя: классический, по «пачкам» фаз и с электромагнитной редукцией. Инверсное проектирование двигателя заключается в формировании технико-геометрических показателей, начиная с формирования конструктивных и геометрических параметров ротора в зависимости от принятых значений масс зубцов m_{ZR} и ярма ротора m_{aR} .

В качестве первого допущения примем, что суммарные потери $P_{\text{сумм}}$ распределены равномерно и вычисляются из требуемой мощности двигателя P и КПД η , позволяя получить распределение потерь в статоре, обмотке и роторе машины:

$$\begin{cases} P_{\text{сумм}} = \frac{P}{\eta} - P = P_{cS} + P_{cR} + P_{\text{эл}} \\ P_{cS} = P_{cR} = P_{\text{эл}} = \frac{P_{\text{сумм}}}{3} \end{cases} \quad (2.34)$$

где P_{cS} – потери в стали статора, Вт;

P_{cR} – то же в стали ротора, Вт;

$P_{\text{эл}}$ – электрические потери, Вт;

P – требуемая мощность, Вт;

η – коэффициент полезного действия (КПД).

Приняв в качестве второго допущения зависимость потерь в стали ротора от $(f_c/f_{и})^2$, $B_{aR}=B_{ZS}/(2k_{haR})$ и $B_{ZR}=B_{ZS}$, по аналогии с потерями в статоре, может быть записано уравнение Штейнмеца для потерь в роторе P_{CR} :

$$P_{CR} = \frac{p_{уд}}{B_{и}^2} \cdot \left(\frac{f_c}{f_{и}}\right)^{\beta} \cdot (k_{da} \cdot \left(\frac{B_{ZS}}{2k_{haR}}\right)^2 \cdot m_{aR} + k_{dZ} \cdot B_{ZS}^2 \cdot m_{ZR}) \quad (2.35)$$

где $p_{уд}$ – удельные потери, Вт/кг;

β – коэффициент, определяемый материалом;

$B_{и}$, B_{aR} , B_{ZR} – индукция насыщения материала, 1,5 Тл.

f_c , $f_{и}$ – частота сети и частота индуцирования?

m_{ZR} и m_{aR} – масса зубцов и ярма ротора, кг;

k_{dZ} и k_{da} , k_{haR} – конструктивные коэффициенты и коэффициент отношения высоты зубцов ротора h_{ZR} к их ширине b_{ZR} .

С учётом $f_c = (n_{ном}/60) \cdot Z_R$, можно получить выражение требуемого для заданных начальных условий число зубцов ротора Z_R :

$$Z_R = \frac{60 \cdot f_{и}}{n_{ном}} \cdot \left(4 \cdot \frac{P_{CR}}{P_{уд}} \cdot \frac{B_{и}^2}{B_{ZR}^2} \cdot \frac{k_{haR}^2}{4 \cdot m_{ZR} \cdot k_{dZ} \cdot k_{haR}^2 + m_{aR} \cdot k_{da}} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (2.36)$$

Где k_{haR} отношение высоты ярма к ширине зубца ротора, т.е. h_{aR}/b_{ZR}

Запишем систему уравнений, связывающие конструктивные параметры материалов и геометрические характеристики ротора с массами зубцов m_{ZR} и ярма ротора m_{aR} , введя дополнительные коэффициенты k_{hm} и l соотношения между массой зубцов ротора m_{ZR} и их высотой h_{ZR} и соотношения между внутренним диаметром ротора D_{Ri} и длиной активной части машины l_δ :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{ZR} \cdot b_{ZR} \cdot Z_R \cdot l_\delta + \pi \cdot \left(\left(\frac{D_1}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_2}{2} \right)^2 \right) \cdot l_\delta = V_R \\ \frac{\pi \cdot \left(\left(\frac{D_1}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_2}{2} \right)^2 \right) \cdot l_\delta}{h_{ZR} \cdot b_{ZR} \cdot Z_R \cdot l_\delta} = k_{vm} \\ \frac{D_1}{D_2} = k_D \\ \frac{h_{ZR}}{b_{ZR}} = k_{bh} \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Выразим из данной системы уравнений внутренний диаметр ротора D_{Ri} и ширину зубцов ротора b_{ZR} :

$$\left[\begin{array}{cccc} \sqrt{\frac{V_R \cdot k_{vm} \cdot k_D^2 \cdot \frac{4}{\pi}}{l_\delta \cdot (k_{vm}+1) \cdot (k_D^2-1)}} & \sqrt{\frac{V_R \cdot k_{vm} \cdot \frac{4}{\pi}}{l_\delta \cdot (k_{vm}+1) \cdot (k_D^2-1)}} & \sqrt{\frac{V_R \cdot k_{vm} \cdot \frac{1}{k_{bh}^2}}{Z_R \cdot l_\delta \cdot (k_{vm}+1)}} & \sqrt{\frac{V_R \cdot k_{vm}}{Z_R \cdot l_\delta \cdot (k_{vm}+1)}} \\ \text{нет решения} & \text{нет решения} & \text{нет решения} & \text{нет решения} \\ \text{нет решения} & \text{нет решения} & \text{нет решения} & \text{нет решения} \\ \text{нет решения} & \text{нет решения} & \text{нет решения} & \text{нет решения} \end{array} \right] \quad (2.38)$$

Внешний диаметр ротора D_R определяется с учётом принятых значений коэффициентов k_{haR} и k_{hm} и рассчитанных значений D_{Ri} и b_{ZR} :

$$D_R = D_1 + 2 \cdot k_{haR} \cdot b_{ZR} \quad (2.38)$$

Таким образом, приняв в качестве одних из начальных условий массу зубцов m_{ZR} и ярма ротора m_{aR} , можно полностью сформировать конструкцию и геометрию ротора ВИД, как корневого элемента ВИД. При этом параметры B_{ZS} , k_{haR} и f_u являются свободными, т.е. при проектировании их можно «варьировать» для достижения оптимума (при этом нужно обращать внимание на соответствие B_{ZS} диапазону 1,5 - 1,7 Тл).

С учётом ограничения, связывающего число зубцов статора Z_S , ротора Z_R и число фаз m , можно определить требуемое число зубцов статора Z_S :

$$Z_R = \left(\frac{Z_S}{p_1} - 2 \right) \cdot p_1 = \left(\frac{Z_S}{\frac{Z_R}{2 \times m \times q_1 - 2}} - 2 \right) \cdot \frac{Z_R}{2 \times m \times q_1 - 2} \rightarrow Z_S = \frac{m \cdot q_1 \cdot s \cdot Z_R}{m \cdot q_1 \cdot s - 1} \quad (2.39)$$

Параметры обмотки формируются следующим образом. Запишем систему уравнений, описывающих электрическое состояние обмотки ВИД:

$$\begin{cases} U_d = U_{dL} + n_{KB} \cdot I_k \cdot R_k \\ P_{эл} = I_k^2 \cdot R_k \cdot Z_S \end{cases} \quad (2.40)$$

Приняв число элементарных проводников $a_{эл}=1$, получим сопротивление обмотки R_k при рабочей температуре (рабочая температура обмотки принята равной 75°C) и напряжение питания U_{dL} с учётом падения напряжения на активной части обмотки:

$$R_K = \frac{P_{эл}}{Z_S \cdot I_k^2}, U_{dL} = U_d - \frac{P_{эл}}{m \cdot I_k} \quad (2.41)$$

Сопротивление обмотки можно привести к значению при температуре $t=20^\circ\text{C}$:

$$R_{K_20} = \frac{R_K}{\alpha \cdot (t_{обм} - 20^\circ\text{C}) + 1} \quad (2.42)$$

Требуемое число витков катушки (здесь это значение рассчитывается без итераций):

$$W_K = 28500 \cdot \frac{1}{(1+l^2)} \cdot \frac{I_k \cdot R_{K_20}}{j_k} \cdot \frac{1}{D_{Ri}} \quad (2.43)$$

С помощью этого числа можно рассчитать среднюю длину витка катушки $L_{вит_ср}$. Известно, что:

$$R_{K_20} = \frac{L_{\text{вит_ср}} \cdot W_k^2}{57 \cdot S_{k_max} \cdot k_{3M}} \cdot 10^{-3} = \frac{L_{\text{вит_ср}} \cdot W_k^2}{57 \cdot S_{MK}} \cdot 10^{-3} = \frac{L_{\text{вит_ср}} \cdot W_k^2}{57 \cdot \frac{I_k \cdot W_K}{j_k}} \cdot 10^{-3} \quad (2.43)$$

Откуда:

$$L_{\text{вит_ср}} = \frac{57000 \cdot I_k \cdot R_{K_20}}{W_K \cdot j_k}$$

Средняя длина витка лобовой части катушки:

$$L_{\text{вит_ср}} = 2 \cdot (l_\delta + L_{л_ср}) \rightarrow L_{л_ср} = \frac{L_{\text{вит_ср}}}{2} - l_\delta$$

Максимальная площадь катушки, площадь сечения паза статора, сечение меди катушки, площадь сечения и диаметр провода рассчитываются по формулам:

$$S_{k_max} = \frac{I_k \cdot W_K}{j_k \cdot k_{3M}}; S_{ПС} = 2 \cdot S_{k_max}; S_{МК} = \frac{I_k \cdot W_K}{j_k}; S_{ПР} = \frac{S_{МК}}{W_K \cdot a_{эл}}; d_{пр} = \sqrt{\frac{4 \cdot S_{ПР}}{\pi}}$$

Тем самым, автоматически обеспечивается заданный коэффициент заполнения паза медью k_{3M} (рекомендуемое значение лежит в диапазоне 0,35 – 0,45):

$$k_{3M} = \frac{S_{МК}}{S_{k_max}} = \frac{\frac{I_k \cdot W_K}{j_k}}{\frac{I_k \cdot W_K}{j_k \cdot k_{3M}}} = \frac{I_k \cdot W_K}{j_k} \cdot \frac{j_k \cdot k_{3M}}{I_k \cdot W_K} = k_{3M}$$

$$M_{max} = \frac{n \cdot Z_1 \cdot Z_2}{32 \cdot m} \cdot \frac{S_Z \cdot S_{\Pi}^2 \cdot k_{зап}^2}{\delta} \cdot \mu_0 \cdot \left(\frac{j_0}{k_{насыщ}} \right)^2$$

Вырабатываемое двигателями усилие определяется из следующих соображений. Известно, что момент двигателя определяется следующим образом:

$$\frac{dL}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos \left(Z_2 \cdot \theta - \frac{2 \cdot \pi}{m} \cdot (k-1) \right) \right) = -Z_2 \cdot \frac{L_d - L_q}{2} \cdot \cos \left(Z_2 \cdot \theta - \frac{2 \cdot \pi}{m} \cdot (k-1) \right)$$

Следовательно, максимальная величина момента зависит от коэффициента - $Z_2 \cdot \frac{L_d - L_q}{2}$. Для одиночной коммутации при заданной величине момента и тока коэффициент $\frac{dL}{d\theta}$ определится по формуле:

$$\frac{dL}{d\theta} = \frac{2 \cdot T}{i^2 \cdot N}$$

Или:

$$-Z_2 \cdot \frac{L_d - L_q}{2} = \frac{2 \cdot T}{i^2 \cdot N}$$

Откуда:

$$L_d - L_q = -\frac{4 \cdot T}{Z_2 \cdot i^2 \cdot N}$$

Знаем требуемые электрические параметры – знаем сопротивление и возможно мощность. Если добавим к этому некоторую рабочую точку на выбранной скорости, то сможем использовать формулу:

$$\Phi_{\max} = \frac{U_{dL} \cdot \frac{\gamma_{\text{раб}}}{\omega_R}}{n_{\text{KB}} \cdot W_k}$$

А подставив её в формулу:

$$B_{ZS} = \frac{\Phi_{\max}}{b_{ZS} \cdot l_{\delta}} = \frac{U_{dL} \cdot \frac{\gamma_{\text{паб}}}{\omega_R}}{n_{\text{KB}} \cdot W_k \cdot b_{ZS} \cdot l_{\delta}}$$

Откуда:

$$b_{ZS} = \frac{U_{dL} \cdot \frac{\gamma_{\text{паб}}}{\omega_R}}{n_{\text{KB}} \cdot W_k \cdot B_{ZS} \cdot l_{\delta}}$$

Составив систему уравнений:

$$\begin{cases} R_{k_20^\circ C} = \rho_m \cdot \frac{L_{\text{ВИТ_ср}} \cdot W_k}{n_{\text{KB}} \cdot l_{\delta}} \\ b_{ZS} = \frac{U_{dL} \cdot \frac{\gamma_{\text{паб}}}{\omega_R}}{n_{\text{KB}} \cdot W_k \cdot B_{ZS} \cdot l_{\delta}} \end{cases}$$

$$\Phi_d \rightarrow L_d = L_d \cdot I_k$$

$$\Phi_q \rightarrow L_q = L_q \cdot I_k$$

$$\Phi_{\max} \rightarrow L_d = L_d \cdot I_k$$

$$\Phi_{\max} \rightarrow L_d = W_k^2 \cdot \Lambda_d = W_k^2 \cdot \frac{S_{\text{ЭКВ}}}{2 \cdot \delta} = W_k^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{b_{ZS} \cdot l_{\delta}}{2 \cdot \delta}$$

$$L_q = W_k^2 \cdot \frac{S_{\text{ЭКВ}}}{2 \cdot \delta + h_p} = W_k^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{b_{ZS} \cdot l_{\delta}}{2 \cdot \delta + h_p}$$

$$M_{\text{ср}} = \frac{n \cdot Z_1 \cdot Z_2}{4 \cdot \pi} \cdot F_k \cdot (\Phi_d - \Phi_q) = \frac{n \cdot Z_1 \cdot Z_2}{4 \cdot \pi} \cdot W_k \cdot I_k \cdot (\Phi_d - \Phi_q)$$

$$\Phi_d - \Phi_q = \frac{4 \cdot \pi \cdot M_{\text{ср}}}{n \cdot Z_1 \cdot Z_2 \cdot W_k \cdot I_k}$$

$$W_k^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{b_{ZS} \cdot l_\delta}{2 \cdot \delta} - W_k^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{b_{ZS} \cdot l_\delta}{2 \cdot \delta + h_p} = \Phi_d - \Phi_q$$

$$W_k = \frac{q_{\text{пр}} \cdot R_{k_{20^\circ C}}}{2 \cdot l_\delta \cdot \rho_M} - \frac{U_{dL} \cdot \frac{\gamma_{\text{паб}}}{\omega_R} \cdot k_{lb}}{B_{ZS} \cdot l_\delta^2 \cdot n_{KB}}$$

$$b_{ZS} = - \frac{2 \cdot U_{dL} \cdot \frac{\gamma_{\text{паб}}}{\omega_R} \cdot l_\delta \cdot \rho_M}{2 \cdot U_{dL} \cdot \frac{\gamma_{\text{паб}}}{\omega_R} \cdot k_{lb} \cdot \rho_M - B_{ZS} \cdot l_\delta \cdot q_{\text{пр}} \cdot n_{KB} \cdot R_{k_{20^\circ C}}}$$

И можно, т.о., оценить:

$$\Phi_{\text{max}} = \frac{U_{dL} \cdot \frac{\gamma_{\text{паб}}}{\omega_R}}{n_{KB} \cdot W_k}$$

Φ_{max} должно быть равно Φ_d , а для этого нужна определённая величина зазора.

Т.е.:

$$\Phi_{\text{max}} - \Phi_q = \Phi_d - \Phi_q$$

Откуда:

$$\frac{U_{dL} \cdot \frac{\gamma_{\text{паб}}}{\omega_R}}{n_{KB} \cdot W_k} - W_k^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{b_{ZS} \cdot l_\delta}{2 \cdot \delta + h_p} = W_k^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{b_{ZS} \cdot l_\delta}{2 \cdot \delta} - W_k^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{b_{ZS} \cdot l_\delta}{2 \cdot \delta + h_p}$$

Откуда:

$$\delta = \frac{W_k^3 \cdot b_{ZS} \cdot \mu_0 \cdot l_\delta \cdot n_{KB}}{2 \cdot U_{dL} \cdot \frac{\gamma_{\text{паб}}}{\omega_R}}$$

Можно найти высоту зубца статора из формулы:

$$S_{\text{пс}} = \frac{\pi \cdot (D_i + h_{\text{zs}}) \cdot h_{\text{zs}}}{Z_s} - b_{\text{zs}} \cdot h_{\text{zs}}$$

Если подставить её в формулу:

$$L_{\text{вит_ср}} = \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot (D_i + h_{\text{zs}}) \cdot h_{\text{zs}}}{Z_s} - \frac{S_{\text{пс}}}{h_{\text{zs}}} \right)$$

И учесть, что максимальная площадь катушки:

$$S_{k_{\text{max}}} = \frac{S_k}{k_{\text{зап}}} = \frac{q_{\text{пп}} \cdot W_k}{k_{\text{зап}}}$$

А площадь сечения паза статора:

$$S_{\text{пс}} = 2 \cdot S_{k_{\text{max}}}$$

То можно найти высоту зубца статора из формулы:

$$S_{\text{пс}} = \frac{\pi}{Z_s} \cdot h_{\text{zs}}^2 + \left(\frac{\pi \cdot D_i}{Z_s} - b_{\text{zs}} \right) \cdot h_{\text{zs}}$$

Откуда:

$$h_{\text{zs}} = \frac{-\left(\frac{\pi \cdot D_i}{Z_s} - b_{\text{zs}}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot D_i}{Z_s} - b_{\text{zs}}\right)^2 + 4 \cdot \frac{\pi}{Z_s} \cdot S_{\text{пс}}}}{2 \cdot \frac{\pi}{Z_s}}$$

Где $D_i = D_R + 2 \cdot \delta$

Осталось определить внешний диаметр статора и высоту ярма статора. Из уравнения Штейнмеца для статора:

$$P_{CS} = \frac{p_{yd}}{B_{\pi}^2} \cdot \left(\frac{f_c}{f_{\pi}} \right)^{\beta} \cdot (k_{da} \cdot \left(B_{ZS} \cdot \frac{b_{ZS}}{2 \cdot h_{aS}} \right)^2 \cdot m_{aS} + k_{dZ} \cdot B_{ZS}^2 \cdot m_{ZR})$$

$$h_{aS} = \frac{B_{ZS} \cdot b_{ZS} \cdot \sqrt{k_{da} \cdot p_{yd} \cdot m_{aS}}}{2 \cdot \sqrt{\frac{P_{CS} \cdot B_{\pi}^2}{\left(\frac{f_c}{f_{\pi}} \right)^{\beta}} - B_{ZS}^2 \cdot k_{dZ} \cdot p_{yd} \cdot m_{aS}}} = \sqrt{\frac{B_{ZS}^2 \cdot b_{ZS}^2 \cdot k_{da} \cdot p_{yd} \cdot m_{aS}}{4 \cdot \left(\frac{P_{CS} \cdot B_{\pi}^2}{\left(\frac{f_c}{f_{\pi}} \right)^{\beta}} - B_{ZS}^2 \cdot k_{dZ} \cdot p_{yd} \cdot m_{aS} \right)}}$$

Теперь легко определить внешний диаметр пакета статора по формуле:

$$D_a = D_i + 2 \cdot h_{aS} + 2 \cdot h_{ZS}$$

На этом, выбор параметров двигателя завершается. Их можно считать стартовыми для начала оптимизации. Между потребностью решить актуальную задачу оптимизации и её приведением к однозначной, подходящей для решения на ЭВМ форме существует значительная дистанция.

Применим следующую идеализированную схему решения практической задачи при помощи ЭВМ:

1. Создадим математическую модель объекта;
2. Выберем один или несколько методом оптимизации (в случае необходимости – создадим новый);
3. Составим программу решения задачи. Будем отслеживать, проводить необходимые вычисления и получать ответы.

Все этапы этой схемы взаимосвязаны. Потребовались многочисленные консультации и обсуждения таких действий. Только после многочисленных корректировок удастся добиться от ЭВМ таких результатов, которым можно доверять. Чем эффективнее будет понята проблематика, тем эффективнее можно пройти сложный путь решения задач оптимизации.

Задача поиска (локального/глобального) экстремума многоэкстремальной функции многих переменных $Q=Q(x_1, x_2, \dots, x_n)$ является задачей сложной и трудоёмкой. В нашей практической задаче оптимального проектирования многоэкстремальная функция – практически единственный встречающийся класс объектов. Именно поэтому проблема глобального поиска на данном этапе является острой проблемой теории и практики поискового оптимального проектирования. Рассмотрим в этой главе пример многоэкстремальной задачи оптимального проектирования, объединяющий в себе последовательное решение цикла инверсных задач.

Целевая функция. Мы должны найти наилучшее решение среди многих других. При создании объекта мы должны испытать множество проектных вариантов. Выбор связан со сравнением большого числа возможных географических точек. Причём такие сравнения могут быть крайне сложными в своих решениях: большое число критериев, по которым оцениваются варианты (например, экономичность, наличие природных ресурсов, экологические последствия, социальные факторы и т.д.), трудности формализации таких критериев, наконец, нередко критерии носят противоречивый характер.

Тем не менее в задачах оптимизации рассматриваемые варианты должны быть сравнимы. Наиболее подходящей является оценка варианта числом. Однако потери в энергетической системе, погрешности измерительного прибора должны быть по возможности меньше.

Сопоставив каждому варианту число – критерий оптимальности, мы получим возможность поручить выбор наилучшего варианта ЭВМ (тем не менее, это выбор может в итоге сделать задачу неразрешимой). А так как в реальных задачах число

сравниваемых вариантов может быть очень большим, определение критерия оптимальности будет сложным, требующим трудоёмких вычислений.

Тогда, задачу оптимизации можно записать следующим образом:

$$\min (f(X))|_{X \in D} \quad (2.44)$$

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением задач минимизации, что не должно смущать: задача максимизации целевой функции $f(X)$ равносильна задаче минимизации, только с отрицательной целевой функцией $-f(X)$.

В нашем случае возникают различные области D . Количество этих элементов является конечным. В таком случае, поиск оптимума представляет принципиальную область. Недостаточно сравнить между собой значения целевой функции $f(X)$. К тому же это более трудный случай, т.е. допустимая область является интервалом числовой оси.

Т.е. в нашем случае целевая функция зависит от большого числа переменных, а определение значений $f(X)$ весьма трудоёмко – использование ЭВМ здесь необходимо. Допустимая область представляет собой сложную конструкцию в многомерно пространстве, порождённые системами сложных ограничений (нетривиальная топология). В нашем случае многих переменных в задаче оптимизации каждому варианту соответствует точка в многомерном пространстве $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Переменными являются: геометрические размеры, электротехнические и механические показатели и т.д. Важно, что эти переменные являются управляемыми, т.е. мы на практике имеем реальную возможность изменить значения переменной до оптимальной величины. Климатическими факторами мы управлять не можем, поэтому, мы включили их в список управления системой, а не в список переменных задач оптимизации (это учитывается в дальнейшем).

Число переменных характеризует сложность задачи. При создании математической модели мы старались как можно лучше учесть количество

переменных, оказывающих значительное влияние. Это характерно для подобных задач.

В реальности алгоритм нахождения функции в простейшем случае – вычисление некоторого громоздкого математического выражения подстановкой в него соответствующих значений переменных. Обычно такой алгоритм содержит много логических условий, в его состав могут входить решение дифференциальных уравнений и трудоёмкие процедуры статистического моделирования. Поэтому для определения значения целевой функции $f(X)$ в одной точке возможен сравнительно большой расход времени на ЭВМ. Например, в нашем случае требовалось несколько десятком секунд машинного времени.

Это лимитирует возможности решающего задачу оптимизации. Увеличение скорости работы не является панацеей, поэтому возникает проблема рационального размещения точек испытаний. Методы оптимизации являются основой для алгоритмов размещения точек в допустимой области так, чтобы при ограниченном числе испытаний достичь наиболее точного решения.

В нашем случае затруднительно использовать наглядную геометрическую интерпретацию задачи оптимизации. При размерности задачи $n > 2$ возникают принципиальные трудности для визуализации, т.к. многомерные объекты не воспринимаются человеческим сознанием, привыкшим к объектам трёхмерного геометрического пространства (евклидового). Для графического представления иногда применяют линии постоянных значений по некоторой паре переменных, поддерживая остальные значения переменных постоянными. Наличие таких сечений целевой функции в различных точках может дать некоторое представление о целевой функции многих переменных. Конечно, это кропотливая работа и процедура, приводящая к не вполне наглядным графикам, и используется она только для сравнительно малых размерностей n .

Ограничения, которые усложняют поиск оптимума. Допустимую область определяют системы неравенств или равенств, иногда специальные условия. В нашем случае присутствует и то, и то.

Характерная ситуация для наших задач – более сложные линейные и нелинейные ограничения. И их можно подвергать следующим ограничениям на сумму компонентов. Наиболее сложными для оптимизации являются нелинейные ограничения. Иногда, чтобы определить, приходится пользоваться громоздким вычислительным алгоритмом. В таких случаях допустимая область представляет собой сложный геометрический объект, что связано со значительными трудностями при решении задач оптимизации.

Иногда, для сложных ограничений само нахождение любой, даже неоптимальной точки, удовлетворяющей всем ограничениям становится проблемой. Бывает, что задачу оптимизации специалисты формулируют так, что допустимая область D оказывается пустой. В таком случае ни о какой оптимизации не может быть речи. Система ограничений оказалась слишком строгой, создание такого объекта вообще невозможно.

Ограничения усложняют использование методов оптимизации. В научной литературе методам оптимизации, учитывающим сложные ограничения, уделено достаточно много внимания, но они могут значительно усложнить проведение необходимых расчётов.

2.6 Заключение и выводы по главе 2

1. В этой главе даны новые инструменты, на основе которых можно разработать методы проектирования и моделирования солнечных энергоустановок на базе сферического манипулятора, а также программы выбора оптимальных параметров.

2. Решены задачи инверсной кинематики и динамики, которые позволяют получить энергомассовые характеристики солнечной энергоустановки.

3. Определены диапазоны допустимых значений параметров энергоустановки, при которых осуществимы любые движения.

4. Разработаны рекомендации по созданию программ, позволяющих выбирать параметры, оптимизирующие энергомассовые характеристики.

ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЕ СКОРОСТИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

В третьей главе изучается система экстремального управления нового типа. Рассматриваются существенные особенности систем поиска экстремума мощности солнечной панели и существующие противоречия. Излагаются соображения, которые позволяют устранить данные противоречия. Рассматривается синтез трёхконтурной системы поиска экстремума нового типа.

3.1. Предусловия для синтеза системы управления.

Перечислим некоторые проблемы, с которыми приходится столкнуться при разработке систем управления.

1. Проблема определения параметров солнечной батареи для расчета вольт-ваттных характеристик. Как будет показано в теоретическом разделе, из математического описания солнечной панели, при попытке заставить вольт-ваттную кривую проходить через три режима работы [230] (точка короткого замыкания, максимальная мощность и холостой ход), система характеристических уравнений должна помочь в решении этой проблемы, но она оказывается формально неразрешимой, если не «отбросить» малые параметры [231]⁴. Эту проблему можно обойти, изучив более простые законы в области экстремума, например, модели квадратичных функций с учетом дрейфа [192, 198]. Но этот способ даёт значительные погрешности. Моделирование в SIMULINK было предложено в [232, 233], но эти структурные схемы сложно применять на практике. В [234], были введены новые допущения, основанные на том факте, что при

⁴ Это один из самых главных вопросов при разработке САУ – как корректно определить необходимые параметры объекта управления?

различных режимах тот или иной компонент, делающий систему неразрешимой, не влияет на численные расчеты. Мы также использовали этот подход в нашей работе.

2. Динамическое моделирование солнечной панели. Большинство существующих моделей описывают статические силовые режимы солнечных элементов [235], или динамические тепловые режимы [235, 236], что усложняет изучение динамики. Используя [237], можно построить приближенную динамическую модель солнечной панели. Динамическое моделирование осложняется тем, что не все необходимые дополнительные данные доступны в литературе. Так, в [237], значениями динамического сопротивления диода $R_d(V)$, диффузионной емкости $C_d(V, \omega)$ и переходной емкости $C_t(V)$ были определены методом импедансной спектроскопии. Для простоты мы взяли усредненные значения из данных, доступных в [237], и простой расчет частоты среза показал, что она достаточно велика, что позволяет рассматривать солнечную панель как безинерционный коэффициент усиления с переменным значением сопротивления нагрузки R_{reg} , который является каналом управления МРРТ-контроллера

3. Проблема точных аналитических расчётов. Отражением этой трудности является вопрос о том, как упростить систему аналитического и точного исследования или какие методы использовать для этого. Передаточные функции объектов экстремального управления могут иметь высокий порядок (2,3 ... 8 и т.д.). Нетрудно представить, каким будет порядок и объемность точных аналитических выражений.

Если бы мы использовали методы нелинейной идентификации объектов (рекуррентные полиномы и т.д.), то задача не была бы проще. Это легко увидеть, потому что потребуется линеаризация в рабочей точке, что также может привести к высокому порядку передаточной функции. Эта проблема становится особенно сложной при рассмотрении закрытых систем. Здесь эта проблема будет обсуждаться достаточно подробно, так как понимание ее различных аспектов важно не только для понимания трудностей этой теории, но и для оценки ее различных параметров.

Частично серьезность проблемы точного анализа смягчается тем фактом, что эффекты, связанные со сложными нелинейностями и высокими порядками передаточной функции, могут быть устранены путем введения компенсаторов в каналы экстремального управления [192].

4. Общая нестационарность параметров. Проблема разработки систем имеет еще один аспект, который также будет важен для нас в будущем. А именно, изменчивость амплитуды колебаний фототока с постоянной амплитудой и частотой модулирующего сигнала. Понятно, что такой эффект, особенно в том случае, когда при настройке системы мы оперируем ее частотными характеристиками, не может обеспечить постоянную настройку параметров во всем диапазоне изменения азимутальных и зенитных углов, хотя бы из-за того, что при разных сочетаниях начальных и требуемых углов поворота амплитуда фототока будет меняться. В этом случае можно внести ошибку в модулированный сигнал от интегратора управления, что может привести к невозможности перехода системы в новое состояние. Найти достаточно эффективный алгоритм для борьбы с этим явлением все еще сложно. Соответствующая проблема будет рассмотрена нами в дальнейшей работе.

Список проблем можно продолжить, но мы ограничимся теми, которые имеют отношение к основной теме этой статьи. Основные попытки их решения, суммируя вышесказанное, связаны с:

1. с построением методов расчета параметров солнечной панели с помощью элементов специальных функций (например, функции Ламберта);
2. с созданием на их основе точных динамических моделей, позволяющих оценить динамику реакции изменения напряжения на изменение фототока при изменении углового положения во время модуляции.

Все эти проблемы могут быть полностью или частично решены в предлагаемом нами сценарии, который позволит начать изучение сложных нелинейных систем экстремального регулирования в рамках линейного анализа,

рассчитав опорные параметры модулирующих сигналов, а затем перейти к более сложным методам исследования.

Процедура параметрической идентификации параметров вольтамперной и вольт-ваттной характеристик солнечной панели аналитическим способом. Для параметрической идентификации параметров вольт-амперной и вольт-ваттной характеристик солнечной панели аналитическим способом мы остановились на однодиодной схеме замещения солнечной панели [234, 238], что определяет все дальнейшие аналитические выкладки. Эта схема используется в большинстве исследований [232]. Более подробное описание этой схемы можно найти в [239]. Диод определяет нелинейные свойства I-V и V-P характеристики ячейки. Известные двухдиодные схемы [234] замещения оказываются избыточными. Диодные модели более высоких порядков [240] используются в задачах глобального поиска точки максимальной мощности.

В такой постановке задачи солнечная панель представляет собой источник тока, параллельно которому подключены диод D и шунтирующий резистор R_{sh} , как показано на рисунке 1. Сопротивление R_s — это последовательное сопротивление каждой ячейки.

Важной точкой в анализе многоэкстремальности является указание на зависимость продуцируемого фототока от величины интенсивности излучения G_{exH} , попадающего на поверхность солнечной панели (и возрастает с повышением температуры солнечной панели):

$$I_{ph} = \frac{G_{exH}}{G_0} \cdot (I_{sc} + k_{I_{sc}} \cdot \Delta T) = \frac{G_{exH}}{G_0} \cdot (I_{sc} + k_{I_{sc}} \cdot (T - T_0)) \quad (3.1)$$

где G_{exH} — внеземное облучение, Wt/m^2 ;

G_0 — излучение в стандартных условиях ($G_0 = 1000 \text{ Wt/m}^2$).

$k_{I_{sc}}$ — коэффициент роста тока от температуры [232];

ΔT — разница между температурой окружающей среды и температурой at стандартных условиях испытаний (STC) = 25^0 C .

Из уравнения (3.1) видно, что соотношение G_{exH}/G_0 влияет на фототок I_{ph} , т.е. если. $G_{\text{exH}}=0$, солнечный элемент неактивен и не производит ни тока, ни напряжения. Однако, если свет падает на солнечный элемент, он генерирует фототок I_{ph} . Принцип работы и эквивалентная схема солнечной панели показана на рисунке 3.1.

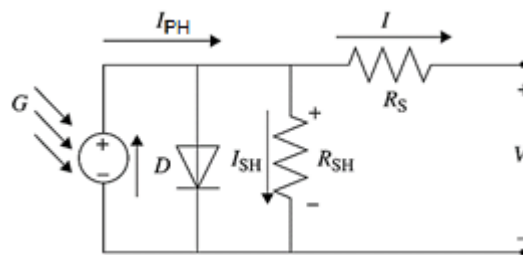


Рисунок 3.1 - Эквивалентная схема фотоячейки (взято из [239, р. 40])

С помощью первого закона Кирхгофа установлено [238], что ток солнечной панели I - это разница между фототоком, I_{ph} и током диода I_d . При STC ток элемента определяется по известной зависимости [234, 238]:

$$I = I_{\text{ph}} - I_d - I_{R_s} = I_{\text{ph}} - I_0 \cdot \left(e^{\frac{q \cdot (V + I \cdot R_s)}{n \cdot k \cdot T}} - 1 \right) - \frac{V + I \cdot R_s}{R_{sh}} \quad (3.2)$$

где

априорные константы:

I_{ph} – фототок G , А;

q – заряд электрона, $1.6021 \cdot 10^{-17}$ С;

k – константа Больцмана, $1.3805 \cdot 10^{-23}$ J/K;

T – температура ячейки (at STC=25°+273=298 K).

Параметры, определяемые по результатам экспериментов или вычислений:

I_0 – ток насыщения диода, А;

R_s – последовательное сопротивление, Ом;

R_{sh} – шунтирующее сопротивление, Ом;

n – коэффициент идеальности, для разных типов панелей $n = 1.2 \dots 5$ [232, р. 2];

Эти параметры существенно влияют на эффективность фотоэлемента и фотоэлектрического модуля. Это выражение определяет характеристики тока и входной ток солнечной батареи ($P = V \cdot I$), поэтому, чтобы рассчитать его, нам нужно знать параметры I_0 , R_s , R_{sh} , n и т.д..

Их точное определение позволяет нам отражать вольт-ампер и вольт-ватт характеристики с наименьшими среднеквадратичными ошибками, к чему стремятся многие исследователи [234, 241, 242]. В [230], а также в [234, 239], Эти параметры рассчитываются на основе условий, которые при моделировании солнечной панели должны точно отражать три характерных режима работы солнечной панели::

1. Режим короткого замыкания ($V=0$; $I=I_{sc}$);
2. Точка максимальной мощности ($V=V_{mp}$; $I=I_{mp}$);
3. Режим холостого хода ($V=V_{oc}$; $I=0$);

Режимы короткого замыкания и холостого хода являются граничными условиями при расчёте вольт-амперной и вольт-ваттной характеристик.

Подставляя эти условия в отношении (2), мы получаем систему 3 трансцендентных уравнений [232, 234]:

$$\begin{cases} I_{sc} = I_{ph} - I_0 \cdot \left(e^{\frac{q \cdot I_{sc} \cdot R_s}{n \cdot k \cdot T}} - 1 \right) - \frac{I_{sc} \cdot R_s}{R_{sh}} \\ I_{mp} = I_{ph} - I_0 \cdot \left(e^{\frac{q \cdot (V_{mp} + I_{mp} \cdot R_s)}{n \cdot k \cdot T}} - 1 \right) - \frac{V_{mp} + I_{mp} \cdot R_s}{R_{sh}} \\ 0 = I_{ph} - I_0 \cdot \left(e^{\frac{q \cdot V_{oc}}{n \cdot k \cdot T}} - 1 \right) - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \end{cases} \quad (3.3)$$

где I_{sc} – ток короткого замыкания, А;

I_{mp} и V_{mp} – ток и напряжение в точке максимальной мощности, А и В, соответственно;

V_{oc} – напряжение короткого замыкания, В.

Эта система уравнения является трансцендентным уравнением и содержит параметры R_s , R_{sh} , I_0 и т.д., которые должны быть максимально приближены к заданным производителем солнечной панели. Для этого требуется найти точное аналитическое решение системы уравнений (3.3), которое пока не было обнаружено по причине неразрешимых рекурсивных соотношений. Поскольку в уравнениях (3.3) фигурируют величины разного порядка; среди них оказываются малые величины, после пренебрежения которыми задача упрощается настолько, что делается возможным её точное решение. В таком случае первый шаг в решении задачи состоит в точном решении упрощённой задачи. Следует отметить особенность подобного класса моделей, а именно то, что любое упрощающее допущение делает из ВАХ и ВВХ систему с 3-4-мя свободными параметрами. Таким образом, становится возможным за счёт подбора этих параметров обеспечить прохождение ВАХ и ВВХ вблизи характерных режимов, но эти параметры будут далеки от заданных производителем. Проанализировав структуру систему уравнений (3.3), а также данные, предоставленные [234], более детально, мы пришли к следующим выводам:

1. Разница между фототоком I_{ph} и током короткого замыкания I_{sc} , определяемое соотношением через величину $(R_s+R_{sh})/R_{sh}$ [234], составляет 0,007 – 0,3%, поэтому допустимо принять $I_{ph}=I_{sc}$.

2. Из этого следует, что из третьего выражения системы уравнения (3.3), мы можем получить формулу для расчета тока насыщения диода:

$$I_0 = \frac{I_{ph} - \frac{V_{oc}}{R_{sh}}}{e^{n \cdot k \cdot T} - 1} \quad (3.4)$$

3. Слагаемое $(V+I \cdot R_s)/R_{sh}$ можно разложить на две составляющие $V/R_{sh}+I \cdot R_s/R_{sh}$. Ввиду того, что $R_s/R_{sh}=8 \cdot 10^{-6} \dots 0,003$, допустимо не учитывать переменную составляющую $I \cdot R_s/R_{sh}$. Разница между $(V_{mp}+I_{mp} \cdot R_s)/R_{sh}$ и $(V_{mp})/R_{sh} = 0,108 \dots 8,805\%$, следовательно в точке максимальной мощности $I_{mp} \cdot R_s$ можно не учитывать.

4. В точке максимальной мощности, согласно [243], производная тока по напряжению равна $-I_{mp}/V_{mp}$;

Это позволяет представить систему уравнений (3.3) с учётом (3.2) в следующем виде:

$$\begin{cases} I_{ph} - \frac{I_{ph} - \frac{V_{oc}}{R_{sh}}}{e^{\frac{q \cdot V_{oc}}{n \cdot k \cdot T}} - 1} \cdot \left(e^{\frac{q \cdot (V_{mp} + I_{mp} \cdot R_s)}{n \cdot k \cdot T}} - 1 \right) - \frac{V_{mp}}{R_{sh}} = I_{mp} \\ -V_t \cdot (I_{ph} \cdot R_{sh} - V_{oc}) \cdot \frac{e^{V_t \cdot (I_{mp} \cdot R_s + V_{mp})}}{R_{sh} \cdot (e^{V_t \cdot V_{oc}} - 1)} - \frac{1}{R_{sh}} = -\frac{I_{mp}}{V_{mp}} \end{cases} \quad (3.5)$$

Откуда:

$$R_s = \frac{\ln \left(\frac{\left(2 \cdot \left(I_{mp} - \frac{1}{2} \cdot I_{ph} \right) \right) \cdot V_{mp} \cdot e^{V_t \cdot V_{oc}} - 2 \cdot I_{mp} \cdot \left(V_{mp} - \frac{1}{2} \cdot V_{oc} \right)}{V_{mp} \cdot (V_t \cdot (V_{mp} - V_{oc}) - 1) \cdot I_{ph} + I_{mp} \cdot V_{oc} \cdot (V_{mp} \cdot V_t + 1)} \right) - V_t \cdot V_{mp}}{I_{mp} \cdot V_t} \quad (3.6)$$

$$R_{sh} = \frac{-V_{mp} \cdot \left((V_{mp} \cdot V_t - 1) \cdot e^{V_t \cdot V_{oc}} - V_t \cdot (V_{mp} + V_{oc}) + 1 \right)}{(V_t \cdot (I_{mp} - I_{ph}) \cdot V_{mp} + I_{mp}) \cdot e^{V_t \cdot V_{oc}} - I_{mp} \cdot (V_{mp} \cdot V_t - 1)} \quad (3.7)$$

Очевидно, что $R_s > 0$ и $R_{sh} > 0$. Решив уравнения (3.5) как неравенства, можно найти диапазон изменения n , при котором эти условия соблюдаются:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \left(\frac{W \left(-1, -\frac{(2 \cdot I_{mp} - I_{ph}) \cdot (V_{mp} - V_{oc})}{(V_{mp} - V_{oc}) \cdot I_{ph} + I_{mp} \cdot V_{oc}} \cdot e^{p_1} \right) + p_1}{V_{mp} - V_{oc}}, \frac{1}{V_{mp} \cdot \left(\frac{I_{ph}}{I_{mp}} - 1 \right)} \right) < V_t < \frac{q}{1.2 \cdot k \cdot T} \\ p_1 = \frac{(I_{mp} \cdot V_{oc} - I_{ph} \cdot V_{mp}) \cdot (V_{mp} - V_{oc})}{((V_{mp} - V_{oc}) \cdot I_{ph} + I_{mp} \cdot V_{oc}) \cdot V_{mp}} \end{array} \right. \quad (3.8)$$

где $W(-1, \sim)$ – отрицательная ветвь функции Ламберта;

Чтобы построить всю ВАХ или ВВХ в указанных граничных условиях, уравнение (3.3) преобразуется к нерекурсивной форме и выражает прямую зависимость I - V (P - V , если умножить ток I на напряжение V):

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{\left(-W \left(0, -\frac{I_0 \cdot R_s \cdot R_{sh} \cdot e^{p_2}}{n \cdot k \cdot T \cdot (-R_s - R_{sh})} \right) + p_2 \right) \cdot n \cdot k \cdot T - q \cdot V}{q \cdot R_s} \\ p_2 = \frac{R_{sh} \cdot q \cdot (I_0 \cdot R_s + I_{ph} \cdot R_s + V)}{(n \cdot k \cdot T \cdot (R_s + R_{sh}))} \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Где $W(0, \sim)$ – функция Ламберта с вещественной осью от аргумента;

В работе [], выполненной совместно с научным руководителем, представлены результаты расчёта по формулам (3.6, 3.7) и (3.8), а также построены ВАХ и ВВХ по формуле (3.9).

Вернёмся к вопросу об интенсивности солнечного излучения. Внесемное солнечное излучение G_{exH} может быть вычислено как [239]:

$$G_{exH} = G_{ex} \cdot \cos(\xi) \quad (3.10)$$

Вычислить угол ξ для панели в любой точке земного шара [155]:

$$\xi = \arccos(\cos(\Theta) \cdot \cos(\theta) + \sin(\theta) \cdot \sin(\Theta) \cdot \cos(\Gamma - \gamma)) \quad (3.11)$$

где θ – наклон поверхности, измеренный в горизонтальной плоскости.;

γ – азимутальный угол вращения;

Θ , Γ – топоцентрический угол подъёма (ТЕА) (скорректированный) и азимутальный угол

Очевидно, что на выделенном интервале $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ и $0 \leq \gamma \leq 360^\circ$ $\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial \theta^2}\right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \theta}\right)\right) - \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial \gamma^2}\right)^2 > 0$, and $\frac{\partial^2 \xi}{\partial \theta^2} < 0$, с учётом $\theta = \Theta$ и $\gamma = \Gamma$, и такое состояние солнечной панели в определяет глобальную точку максимума для ξ . В этом случае, электропривод идеально выровнял панель. Тогда $\xi=0$, i.e. $\cos(\xi)=1$.

Предполагая, что компонент фототока, в зависимости от уровня соотношения излучений, хорошо соответствует структуре уравнения (3.1), перепишем его в форме:

$$I = \frac{G_{ex} \cdot \cos(\xi)}{G_0} \cdot (I_{sc} + k_{I_{sc}} \cdot \Delta T) - I_0 \cdot \left(e^{\frac{q \cdot (V + I \cdot R_s)}{n \cdot k \cdot T}} - 1 \right) - \frac{V + I \cdot R_s}{R_{sh}} \quad (3.12)$$

Полученная формула характеризует фототок, генерируемый солнечной панелью, не только зависимой от V , но и от $\cos(\xi)$, то есть от углового положения панели в евклидовом пространстве.

Из этого следует, что система для поиска максимальной мощности солнечной панели должна быть трехпараметрического, и $P_{max} = f(V, \theta, \gamma)$, как показано на рисунке 3.2.

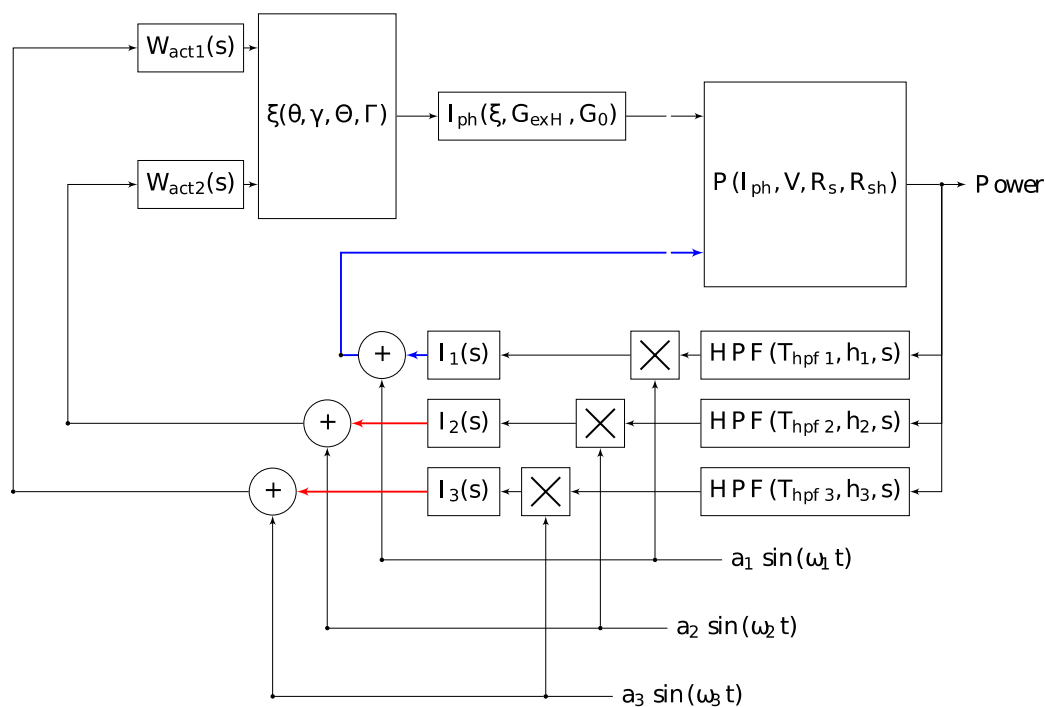


Рисунок 3.2 - Обобщённая структура системы экстремального управления

3.2 Устройство системы управления и некоторых подходы к синтезу

Теперь рассмотрим общие принципы построения и синтеза параметров многопараметрической системы экстремального управления.

В нашем случае система управления на основе возмущений включает в себя [192, р. 4]):

1. Солнечную панель (элемент с экстремальной характеристикой);
2. Высокочастотный фильтр;
3. Демодулирующий умножитель;
4. Управляющий интегратор с коэффициентом усиления k_i ;
5. Модулирующий сумматор;
6. Два координатных электрических привода, адаптированных к заданной динамике.

При необходимости различные компенсаторы включены в основной интегратор или схему фильтра высокого прохода [193]. Поскольку контуры

экстремального регулирования реализуются программно, мы изменим положение компенсатора, а именно, мы установим его после применения модулирующего сигнала к сигналу главного интегратора. Таким образом, перед применением сигнала на координатные энергетические комплексы сигнал пройдет через указанный компенсатор.

Динамический компенсатор может быть представлен как обобщенная инерциальная дифференциация [244]. Вообще говоря, этот компенсатор может иметь любую подходящую структуру. Допустимая структура должна быть выбрана в соответствии с рекомендациями для многопараметрических систем экстремальных регуляторов [192, р. 37, 193] таким образом, чтобы устранить влияние нестабильных связей, а порядок числителя был меньше порядка знаменателя, то есть передаточная функция была строго реализуемой.

Для «сжатия» объекта к заданной динамике задаётся динамическое ядро, задающее динамические свойства:

$$W_{oy} = \frac{k}{T_{oy} \cdot s + 1} \quad (3.13)$$

Где T_{oy} – постоянная времени

И несколько «динамических слоёв»:

$$W_N = \frac{1}{T_N \cdot s + 1} \quad (3.14)$$

Где $T_N \ll 1$

Эти слои отвечают за «дополнительное сглаживание» и повышают порядок объекта управления (в нашем случае это изучаемая солнечная энергоустановка) до требуемого уровня, т.е.:

$$W_{OU_RES} = \left(\prod_{i=1}^n W_{N_i} \right) \cdot W_{OY} \quad (3.15)$$

На рисунке 3.3 показан отдельные контур системы экстремального регулирования. На основе этого контура мы будем строить вспомогательные вычислительные блоки, необходимые для оценки дополнительных переменных состояния солнечной энергоустановки, как объекта управления.

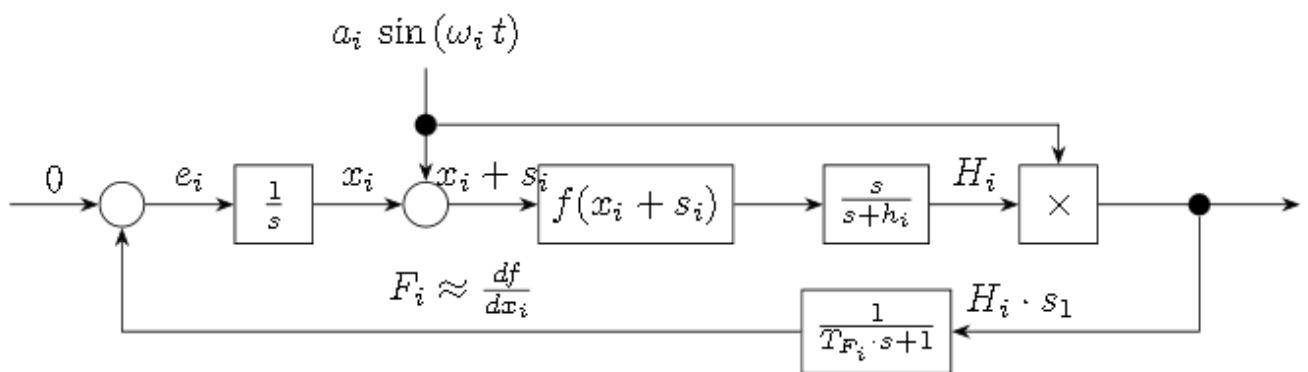


Рисунок 3.3 -Базовая структура экстремального управления

Система поиска экстремума с вспомогательной модуляцией имеет ряд некоторых существенных особенностей:

1. Система всегда сходится к предельному циклу вокруг стационарной точки (описывающие в случае безынерционных систем фигуры Лиссажу).
2. Конечные состояния всех переменных состояния неизвестны.
3. Систему нельзя устремлять ни к нулю по градиенту, ни к предельному циклу, т.к. это интегральный показатель, закон изменения которого неизвестен, а поиск уравнения предельного цикла в этом случае становится бессмысленным, т.к. устремляя систему к предельному циклу, мы «срезаем» часть интегральной характеристики, и система приходит в неверное установившееся состояние.

4. Существует устройство измерения гессиана, который не является интегральной характеристикой, но не имеет никакого влияния на градиент, а значит невозможно, влияя на гессиан, влиять градиент.

Последнее обстоятельство считалось непреодолимым, пока не были найдены модифицированные градиентные потоки, в которые гессиан входит эксплицитно и таким образом влияет на градиент функции. Один из таких потоков («поток Нестерова») мы использовали в своей работе для разработки системы управления.

Стандартная система поиска экстремума описывается классической системой дифференциальных уравнений с обычным градиентным потоком, моделирующим градиентный спуск:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 - g_1 = 0 \\ (o_1^{(d)} \dots o_1) = x_1 + s_1 \\ \dot{z}_1 = -z_1 + f(\dot{x}) \\ \dot{g}_1 = -g_1 + z_1 \cdot s_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_n - g_n = 0 \\ (o_n^{(d)} \dots o_n) = x_n + s_n \\ \dot{z}_n = -z_n + f(\dot{x}) \\ \dot{g}_n = -g_n + z_n \cdot s_n \end{array} \right. \quad (3,16)$$

Где $g_1 \dots g_n \approx \nabla_{x_{1..n}} f(x)$. Число потоков равно числу оптимизируемых параметров.

$$s = \alpha \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad m = \frac{16}{\alpha^2} \left(\sin(\omega \cdot t)^2 - \frac{1}{2} \right)$$

Применим линеаризацию обратной связью. Задачей контура линеаризации обратной связью является деформирование градиентного потока с целью приведения к новой требуемой форме, т.е.:

$$\left\{ \begin{array}{l} F(x, \dot{x}, \ddot{x}, \nabla f(x), \nabla^2 f(x)) = 0 \\ (o_1^{(d)} \dots o_1) = x_1 + s_1 \\ \dot{z}_1 = -z_1 + f(\dot{x}) \\ \dot{g}_1 = -g_1 + z_1 \cdot s_1 \\ \vdots \\ F(x, \dot{x}, \ddot{x}, \nabla f(x), \nabla^2 f(x)) = 0 \\ (o_n^{(d)} \dots o_n) = x_n + s_n \\ \dot{z}_n = -z_n + f(\dot{x}) \\ \dot{g}_n = -g_n + z_n \cdot s_n \end{array} \right. \quad (3.17)$$

Изменив градиентный поток изменится также поведение внутренних переменных состояния энергетического комплекса. В качестве нового потока мы выбрали модифицированный поток Нестерова, дополнив его скейлинговой функцией градиента:

$$F(x, \dot{x}, \ddot{x}, \nabla f(x), \nabla^2 f(x)) = \ddot{x} + \alpha \cdot \dot{x} - \beta \cdot \nabla^2 f(x) - [\mathcal{F}(\nabla f(x), \nabla^2 f(x))] \cdot \nabla f(x) = 0 \quad (3.18)$$

Тогда система дифференциальных уравнений должна иметь вид.

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} + \alpha \cdot \dot{x} - \beta \cdot \nabla^2 f(x) - [\mathcal{F}(\nabla f(x), \nabla^2 f(x))] \cdot \nabla f(x) = 0 \\ (o_1 \dots o_1) = x_1 + s_1 \\ \dot{z}_1 = -z_1 + f(\dot{x}) \\ \dot{g}_1 = -g_1 + z_1 \cdot s_1 \\ \vdots \\ \ddot{x} + \alpha \cdot \dot{x} - \beta \cdot \nabla^2 f(x) - [\mathcal{F}(\nabla f(x), \nabla^2 f(x))] \cdot \nabla f(x) = 0 \\ (o_n \dots o_n) = x_n + s_n \\ \dot{z}_n = -z_n + f(\dot{x}) \\ \dot{g}_n = -g_n + z_n \cdot s_n \end{array} \right. \quad (3.19)$$

Для этого мы формируем вектор выхода y в виде:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 = F(x, \dot{x}, \ddot{x}, \nabla f(x), \nabla^2 f(x)) \\ \vdots \\ y_n = F(x, \dot{x}, \ddot{x}, \nabla f(x), \nabla^2 f(x)) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Возникает вопрос: как вычислять $\dot{x}$, чтобы система сходилась независимо от динамики объекта? И будет ли затем уместно включение ограничений, т.е. отталкивающих барьеров (англ. «repulsive barriers») для того, чтобы делать гессиан отрицательным как можно быстрее (этот метод оказался работоспособен и является т.н. «искусственным потенциальным полем»).

Существенной проблемой при введении динамики объекта регулирования является изменения фаз модулирующих сигналов, что приводит к неверной оценке градиента. Для решения этой проблемы возможны несколько путей:

1. включить в 1-е уравнение градиента первую производную координаты выхода ОУ, т.е. $\dot{x} + \dot{o} = g$;

2. при синтезе асимптотического отслеживания включить в расчёт производной слагаемое $\dot{x} + \dot{o}$, т.е.:

$$T_{df} \cdot \ddot{X} + \dot{X} = \dot{x} + \dot{o}$$

Где $T_{df} \ll 1$

Сразу отметим, что если постоянная времени динамики объекта достаточно мала, то в слагаемом $\dot{o}$ нет необходимости.

Получается следующая картина. При изменении динамики ОУ изменяется значение гессиана и в какой-то момент он может изменить знак. Это связано с влиянием динамики на фазовый сдвиг. Предположим, что если изменить фазу сигнала $m(t)$, знак гессиана будет сохраняться. Для этого нужно скорректировать фазу сигнала, вычислив необходимый сдвиг с помощью теории линейного управления следующим образом. Делаем замену оператора Лапласа на :

$$s = j\omega$$

Где i – мнимая единица;

И раскладываем на «прямоугольные компоненты» $y_0 = |H(j\omega)|$ и $\phi = \text{Arg}(H(j\omega))$. Затем строим амплитудно-частотную и фазо-частотную

характеристики (АЧХ и ФЧХ соответственно). Для заданной частоты ищем фазовый сдвиг с помощью АЧХ. Работоспособными оказались оба варианта и оба позволяют соблюдать относительную стабильность, несмотря на параметры системы. В чём необходимость асимптотического отслеживания выхода? Чем вызвана необходимость его применения. На этот вопрос можно дать достаточный ответ, близкий к обязательному. А ответ есть, этот контур регулирования позволяет «деформировать» градиентный поток, придавая ему нужную форму.

Самым главным аргументом для применения является «унификация». Под унификацией понимается способность таких систем асимптотически, т.е. экспоненциально с заданной постоянной времени стремиться к требуемому выходу. В качестве требуемого выхода разработчик задаёт требуемую траекторию. Таким образом:

1. Мы устраняем влияние динамики эталонной модели ОУ.

2. Можно сказать, «но тогда можно было не применять эталонную модель!», ответ «нет, нельзя». Потому-что этого пришлось бы иметь дело с переменными параметрами системы и с более сложным её математическим описанием, что, конечно, осложняет задачу. Ну и самое интересное – с промежуточными переменными состояниями.

3. В качестве третьего пункта можно выделить отсутствие необходимости строить наблюдатель. Т.е. объект регулирования представляется в простой форме, и нужные векторы можно получать самостоятельно.

4. Для этого не требуется знание экстремальной характеристики. По сути, из этого выводится закон простого адаптивного управления.

Автор разработал пример управления. Полное описание шагов, требующихся для получения закона линеаризации обратной связи, даётся в приложении. Управление демонстрируется с помощью примеров следования к экстремуму из стартовой точки.

Линеаризующий сигнал обратной связи выглядит следующим образом:

$$\frac{p_1 \left(r_1 - F \left(\left[\begin{smallmatrix} \dot{x} \\ \nabla f(x) \\ \nabla^2 f(x) \end{smallmatrix} \right] \right) \right) + k \cdot (g - X) \frac{\partial F \left(\left[\begin{smallmatrix} \dot{x} \\ \nabla f(x) \\ \nabla^2 f(x) \end{smallmatrix} \right] \right)}{\partial \dot{x}} + (m \cdot z - H) \frac{\partial F \left(\left[\begin{smallmatrix} \dot{x} \\ \nabla f(x) \\ \nabla^2 f(x) \end{smallmatrix} \right] \right)}{\partial \nabla^2 f(x)} + (s \cdot z - G) \frac{\partial F \left(\left[\begin{smallmatrix} \dot{x} \\ \nabla f(x) \\ \nabla^2 f(x) \end{smallmatrix} \right] \right)}{\partial \nabla f(x)}}{k \cdot \frac{\partial F \left(\left[\begin{smallmatrix} \dot{x} \\ \nabla f(x) \\ \nabla^2 f(x) \end{smallmatrix} \right] \right)}{\partial \dot{x}}} \quad (3.21)$$

Достоинством способа является отсутствие необходимости синтезировать вспомогательный робастный контроллер. Вместо этого, в этом качестве вводится внешний контур, задающий искусственное потенциальное поле и формирующий отталкивающий барьер, ограничивающий область действия гессиана функции. Он формируется в соответствие с известными способами. В качестве источника потенциального поля были применены навигационные функции.

Следуя подходу навигации с использованием потенциального поля, навигационная функция определяется как конкретная непрерывная гладкая потенциальная функция, которая принимает нулевое значение в целевой точке и единичное значение на границах окружающей среды и препятствий. Более того, чтобы обеспечить решение, необходимо, чтобы все критические точки навигационной системы функции навигации невырождены в том смысле, что не существует таких областей «плато», где градиент функции навигации исчезает. Мы используем навигацию в динамической среде, поскольку отталкивающий барьер меняется во времени.

Начнем с функции навигации, которая определена и обеспечивает безопасную траекторию из начальной позиции в целевую позицию. Приведенное ниже обсуждение расширяет исходное рассмотрение и нацелено на поиск такой функции для планирования движения, которая сочетается с вычислением закона управления с обратной связью. В результате полученный путь избегает препятствий и ограничивается заданной областью, называемой рабочим пространством, с гарантированной сходимостью из любой начальной позиции (с учетом определенного параметра). Начнем с общего определения. Функция

называется навигационной функцией, если она удовлетворяет следующим требованиям:

1. Функция аналитична; точнее, предполагается, что она имеет хотя бы вторые производные во всех точках.

2. Вольт-ваттная характеристика (ВВХ) солнечной панели - функция Морса; Напомним, что функция называется функцией Морса, если ее матрица Гессе не обращается в нуль ни в одной точке рассматриваемой области.

3. ВВХ полярна; то есть она имеет единственный минимум ; предполагается, что минимум достигается в точке равновесия;

4. ВВХ допустима в том смысле, что она достигает максимума в граничных точках.

Понятно, что первые два требования носят довольно общий характер и необходимы по аналитическим соображениям. Напротив, последние два требования имеют смысл особенно для задач навигации: требование 3 управляет движением к целевой позиции, а требование 4 заставляет оставаться в области, не пересекая границы.

Наиболее популярным определением навигационной функции является следующее:

$$\Phi = \frac{r_g}{\left(r_g^k + \beta(x)\right)^{\frac{1}{k}}} \quad (3.22)$$

Где $r_g = \|\vec{x} - \vec{x}_g\|^2$ дистанция между точками $\vec{x}$ и $\vec{x}_g$, β – функция препятствий;

$$\beta(x) = \prod_{i=0}^n \beta_i \quad (3.33)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots, N_{\text{obs}}$ индексы рабочей области ($i=0$) и препятствий ($i>0$).

$$\beta_i = \begin{cases} -\|(X-x_0)\|^2 + r_0^2, & i=0 \\ \|(X-x_i)\|^2 - r_i^2, & i>0 \end{cases} \quad (3.34)$$

где x_0 обозначает центр разрешенной зоны (который обычно считается началом системы координат), x_i обозначает центр i -го препятствия, а r_0 и r_i - радиусы разрешенной зоны. Обратите внимание, что энергетический комплекс считается точечной массой, а препятствия увеличиваются соответственно его геометрии. Ясно, что в связи с этим замечанием определение функций β_i следует тому же подходу, что и определение функций ограничений g_i в градиентном спуске с ограничениями.

Алгоритм (пример приведен в приложении Д):

1. Записать исходную систему с нелинейными функциями и передаточными звеньями в систему дифференциальных уравнений.
2. Трансформировать её в форму Коши (в аффинное пространство состояний).
3. Ввести входной управляющий сигнал и проверить на управляемость и наблюдаемость.
4. Задать выход, референсный сигнал и постоянную времени.
5. Синтезировать линеаризующий сигнал обратной связи и замкнуть исходную систему.
6. Проверить переход в экстремум.

В качестве нового критерия конечного состояния выбран следующий:

$$Q = \text{atan2}(u \cdot v, \|u \times v\|) \quad (3.35)$$

Где $u = [G, H, 0], v = [0, -1, 0]$

Поскольку вектор состояния целиком неизвестен, мы можем использовать навигационную функцию следующего вида.

$$\Phi = \frac{1}{(1 + \prod_{i=0}^n \beta_i)^{\frac{1}{k}}} \quad (3.36)$$

Выбор постоянной времени и динамики отталкивающего барьера обеспечивает минимизацию ошибки установившегося состояния. Задачей разработчика является сделать контроллер как можно проще. Более того, применение данной схемы приводит к повышению скорости переходных процессов (в некоторых экспериментах в 5-10 раз).

Результаты симуляции, рассматривающие оба случая, фактически моделирующие неопределённость, представлены в приложении Д. Результаты, полученные с помощью синтеза нелинейного контроля, показывают, что замкнутая система стабилизирует выход, а динамика Гессииана ограничена во времени.

3.3 Заключение и выводы по главе 3:

1. Представлено несколько методов планирования движения солнечной энергетической установки, которые не предполагают знания глобальных координат, а, вместо этого, основаны на идее искусственного потенциального поля, заданной для области.

2. Представлена схема функции навигации. Как и в случае с обычными методами градиентного спуска, основная идея методов потенциального поля и навигационных функций заключается в построении «поверхности», по которой энергетический комплекс «скользит» от начальной конфигурации к целевой.

3. Идеи, заложенные в этой главе, можно распространить на случаи, когда присутствует неопределенность. Мы представили это как простое расширение концепции функции навигации и показали, как это можно также применить для динамических сценариев.

4. Корректное задание динамики системы управления обеспечивает повышение скорости переходных процессов по углу азимута и зенита до 5-10 раз.

ГЛАВА 4. ВИРТУАЛЬНОЕ ПРОТОТИПИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГОУСТАНОВКИ НА БАЗЕ СФЕРИЧЕСКОГО МАНИПУЛЯТОРА

В данной главе описывается разработанный метод виртуального прототипирования солнечной энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора. Данный виртуальный прототип солнечной энергетической установки разработан с использованием программного обеспечения SolidWorks и Matlab/Simmechanics/Simulink. Разработка промышленных технологических объектов, в том числе и энергокомплексов, с годами становится все более дорогостоящей и трудоемкой. На разработку тратится много средств, поэтому необходимо улучшить этап концептуального проектирования. В основном оно состоит в том, чтобы с помощью САПР построить упрощённую трёхмерную модель энергокомплекса. Изменяемые параметры — это размеры частей энергокомплекса (параметризация морфологии), а также используемые детали (параметризация топологии), которые можно выбрать из большой библиотеки различных частей либо разработать самостоятельно. В данной работе выполняется топологически-морфологический анализ. Некоторые параметры изменены так, чтобы сборка имела массовые характеристики, аналогичные расчётным, чтобы можно было провести с ним некоторые тесты и исследовать полученные результаты.

4.1. Конечно-элементная модель энергетического комплекса для слежения за Солнцем на базе сферического параллельного манипулятора

В рамках диссертации разработана конечно-элементная модель СОСБ на базе СПМ, включающая в себя синтез модели в SolidWorks, преобразование в блок-

диаграмму в Simscape Multibody, подключение к модели опорно-поворотного механизма модели электродвигателя и системы управления. Реализована имитация движения в процессе слежения за Солнцем с использованием пакета анализа движений, входящего в состав SolidWorks.

Распространенным способом описания кинематической цепи энергокомплекса являются параметры Денавита-Хартенберга. Это эффективная запись, позволяющая для определения преобразования между сочленениями использовать унифицированный набор из 5 параметров. Существует, тем не менее, ряд вариантов с различной нумерацией соединений, звеньев и порядком параметров, отличный от 4-х и 5-и, включая часто используемые модифицированные параметры Денавита-Хартенберга. При разработке конечно-элементной модели параметры Денавита-Хартенберга, определенны разработчиком. Правосторонние системы координат выбраны таким образом, чтобы ось начального звена была совмещена с соответствующей осью у глобальной системы координат. Повороты вокруг оси x считаются заблокированными, т.к. для описания движения Солнца используется азимутально-зенитная система координат. С этими параметрами соответствующие матрицы перемещения и поворота могут использоваться для преобразования системы координат от одного звена к другому. Для энергокомплекса, рассматриваемого в диссертации, параметры Денавита-Хартенберга можно получить напрямую их алгоритмов оптимизации, без построения кинематических схем. В следующем разделе показано, как использовать эту информацию для создания описания кинематики.

Разработка виртуального прототипа солнечной энергоустановки на базе сферического манипулятора включает в себя 4 этапа:

- файл мастер-данных является первой сборкой, которую необходимо изобразить. Это исходная «скелетная» геометрическая конструкция, которая содержит общую геометрию каркаса (в основном точки, линии, плоскости и другие базовые геометрические объекты). Это основание используется для отрисовки ключевых геометрических элементов. Другими словами, можно сказать, что это

сборочная единица размещения, которая показывает, где размещены различные компоненты (пока ещё не конструктивные части) энергокомплекса.

– основные определяющие компоненты являются вторым элементом конструкции, которые необходимо изобразить. Они содержат различные компоненты робота: цилиндры, двигатели и шестерни. Важно отметить, что есть 3 двигателя (этого количества достаточно для движения сферически-позиционного механизма), но они могут также отображаться в упрощённом виде. Это связано с тем, что некоторые элементы не являются внешними, а скрыты внутри конструктивной детали. Поэтому, поскольку эта проблема лежит в машиностроительном русле, было решено не изображать их, а изобразить только видимые элементы.

– основная определяющая структура является третьим этапом и подборкой всего виртуального прототипа. В основном она содержит все механические элементы, а именно: основание, подставку, нижние и верхние звенья, корпуса, подвижную платформу и упрощённые сборочные элементы (болты, гайки и т.д.). Основная определяющая структура может также содержать невидимые шестерни, которые не удалось включить в подборку основных определяющих компонентов.

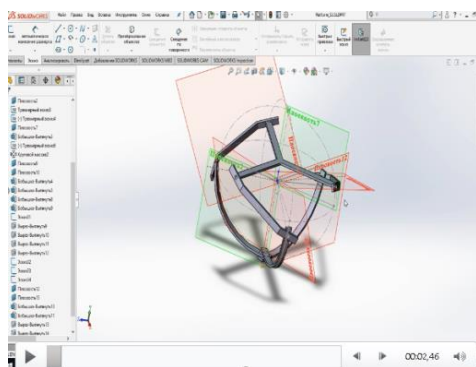
– последним изображаемым элементом сборки является основное определение сборки. Комбинируя разные компоненты и конструктивные части энергокомплекса, получаются новые части, и из этих частей формируется основное определение сборки. Каждый из компонентов доступен в «дереве» модели, где можно увидеть её подробное описание. Информацию о том, какие элементы образуют каждую часть. В файле SolidWorks, где изображена солнечная энергоустановка, они получили имена Link0, Link1, Link2 и так далее.

Разработанная методика экспериментов на конечно-элементной модели, предназначенной для исследования преобразования электрической энергии в механическую при слежении за Солнцем (в нашем случае при поиске и фиксации

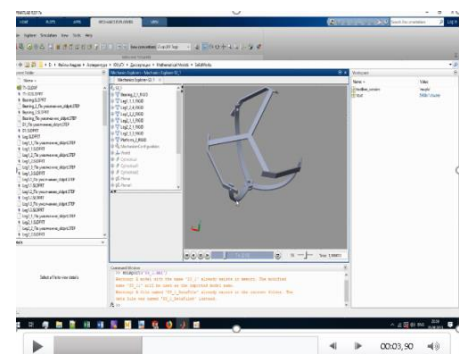
в точке максимальной мощности), позволяет выявить критерии подобия конечно-элементной модели реальной установке.

На рис. 4.1 (а,б) представлен прототип в программе SolidWorks и блок-диаграмма в Simscape Multibody. Обработка результатов экспериментов показывает, что энергетический комплекс для слежения за Солнцем на базе СПМ выполняет заложенные в его динамику особенности функционирования, а также соответствие показателей оптимальным значениям.

Это доказывает корректность теоретических исследований и разработанных технических решений по исследованию функционирования астроследящего энергетического комплекса на базе сферического манипулятора для слежения за Солнцем.



а)



б)

Рисунок 4.1 – Конечно-элементная модель СПМ в SolidWorks (а) и прототип СПМ в Simscape Multibody для подключения алгоритмов управления (б)

4.2. Функциональная физическая модель энергетического комплекса для слежения за Солнцем на базе СПМ.

В рамках диссертации разработана функциональная модель сферического параллельного привода. Три оси управляются небольшими серводвигателями

SG90, которые вследствие конструктивных особенностей базового варианта размещены представленным образом. Верхняя платформа имеет отверстия диаметром 3 мм, расположенные радиально наружу в 12 направлениях на расстоянии 12 мм друг от друга, так что потенциально могут быть установлены другие «гаджеты». Для контроллера Arduino разрабатывается базовая программа (на языке Ассемблер/Си). Он продемонстрирует, какие движения может совершать манипулятор.

Разработанная базовая физическая модель имеет достаточно много ограничений, поэтому для удовлетворения конкретных потребностей реальной солнечной энергоустановки потребуется некоторое обновление. Здесь подразумевается переход от упрощённой модели к реальной физической модели, которая включает в себя ранее неучитываемые узлы. Например, манипулятор должен включать подшипники в местах сочленения звеньев для более плавного движения.

Для базового физического прототипирования разработчик должен отдавать предпочтение тому, что имеет минимальное количество покупных деталей в надежде, что в будущем это будет доступно для более широких отраслей промышленности, а переход от упрощённых моделей к настоящим не будет слишком сложен.

В базовой физической модели расположение винтов сведено к минимуму (рассматриваются только ключевые места, такие как крепление двигателя и соединение между звеньями). Также введено использование стопорных штифтов для дополнительных креплений. В таблице 4.1 приведены все элементы 3Д-печати и детали, необходимые для создания базовой модели солнечной энергетической установки.

Таблица 4.1 – Компонентный состав базовой физической модели солнечной энергетической установки

Элементы 3Д-печати:
База Привод: 3 шт. Приводной механизм 1 Приводной механизм 2 Приводной механизм 3 Звено (90 градусов): 3 шт. Звено Уровень 1 Звено Уровень 2 Звено Уровень 3 Кронштейн двигателя: 6 шт. Шайба для звеньев: 3 шт. Шайба для платформы Шайба для основания: 3 шт. Шайба (общее): 6 шт.
Детали, которые необходимо приобрести отдельно
Серводвигатель SG90 или эквивалент: 3 шт. «Рожки» для серводвигателя: 3 шт. Винт M2 (12 мм или 15 мм): 3 шт. Гайка M2 : 3 шт. : 12 шт. Винт M3 (12 мм или 15 мм): 12 шт. Винт M3 (20 мм): 6 шт. Гайка M3: 18 шт.

На рисунке 4.2 показана базовая функциональная модель сферического параллельного привода для следающе-позиционных задач.

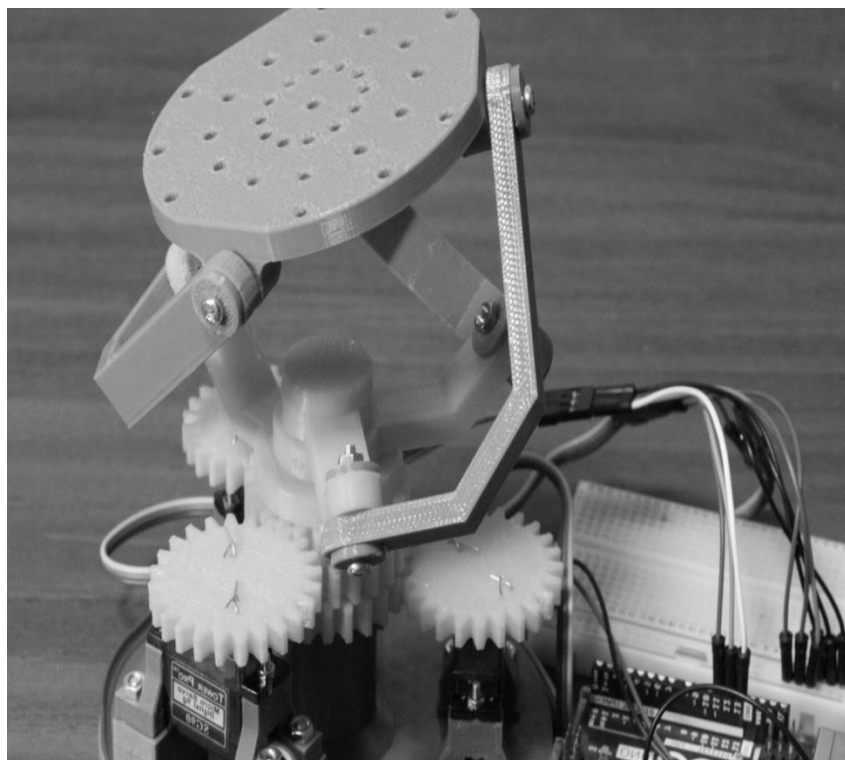


Рисунок 4.2 – Функциональная модель сферического параллельного привода

4.3 Заключение и выводы по главе 4:

1. Построенный виртуальный прототип солнечной энергоустановки и способ формирования его компонентов воспроизводим в иных лабораторных условиях и адекватно отрабатывает заданные команды систем управления.

2. Метод разработки узлов солнечной энергоустановки зависит от конструктивных параметров, которые оптимизированы для ограничения потребляемой энергии в пределах допустимого диапазона мощностей.

3. Как видно из рисунков, полученных в программном пакете SolidWorks и Matlab/SimMechanics/Simulink, все полученные результаты хорошо демонстрируют качество разработанной методики. Алгоритмы управления солнечной энергетической установкой на базе сферического параллельного манипулятора огут быть применены на практике. Таким образом, задача 4 решена.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложенные принципы построения программной и аппаратной архитектуры позволили разработать энергетический комплекс для слежения за Солнцем на базе СПМ. Подход, заложенный в основу этой архитектуры, может быть использован для управления не только СПМ, но и близкими категориями оборудования, например, антеннами и телескопами. Такое решение позволяет совместно использовать различные виды СПМ для создания гибких производственных систем.

2. Разработанная обобщённая математическая модель даёт возможность осуществлять формирование траектории перемещения рабочего органа манипулятора с учетом рассчитанных моментов, действующих на него, что в итоге позволяет исследовать применение алгоритмов управления и исследовать внутренние процессы преобразования электроэнергии.

3. Разработанные методики проектирования позволяют выбирать оптимальные параметры механизма и приводных электродвигателей, соответствующие заданным критериям оптимизации и проводить эскизное проектирование солнечной энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора с минимальным энергопотреблением и минимально требуемой массой.

4. Разработана реализация регуляторов адаптации объекта управления к требуемой динамике, структура система поиска максимальной мощности солнечной панели с трансформированным градиентным потоком, учитывающая влияние гессииана на градиент и позволяющая ускорять переходные процессы и позиционное управление рабочим органом манипулятора при существенных изменениях сил, действующих на них.

5. Разработанная структура программных средств позволила эффективно разделить их между компонентами процессорной системы управления. Организация компонентов системного ПО по модульному принципу даёт

возможность проводить их отладку и усовершенствование независимо друг от друга.

6. Реализован виртуальный прототип, построенный на основании предложенных принципов, результаты испытаний которого подтвердили соответствие разработанного энергетического комплекса для слежения за Солнцем существующим технологическим требованиям.

7. Выполненное впервые глубокое исследование энергетических свойств представляет собой комплекс инструментов проектирования, моделирования и виртуального прототипирования, обеспечивающих совершенствование концепции разработки и исследования позиционно-слеющих энергетических комплексов для слежения за Солнцем позволяет сделать вывод о целесообразности использования в качестве объекта-«маяка» для массива классических солнечных панелей. Они рекомендуются в качестве таковых на солнечных электростанциях.

Перспективы дальнейшей разработки темы исследования и рекомендации:

Решение поставленных в диссертации задач позволяет получить научно-технический задел для разработки и дальнейшей реализации проектов по совершенствованию крупных солнечных электростанций с большим количеством систем слежения за Солнцем, проектирования и синтеза солнечных коллекторов и печей, а также создания новых конструкций телескопов и автоматизированных комплексов на их основе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sumathi V. et al. Solar tracking methods to maximize PV system output – A review of the methods adopted in recent decade // Renewable and Sustainable Energy Reviews. Elsevier, 2017. Vol. 74, № February 2016. P. 130–138.
2. Pogge R.W. The Once and Future Sun. 1997.
3. Schröder K.-P., Smith R.C. Distant future of the Sun and Earth revisited // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2008. Vol. 10, № February. P. 155–163.
4. Шкловский И.С. Звёзды: их рождение, жизнь и смерть. Москва: Наука, 1984. 384 p.
5. Tyagi H. et al. Introduction to Solar Energy: Systems, Challenges, and Opportunities // Energy, Environment, and Sustainability. 2020. 3–12 p.
6. Деменкова Т.А., Финенко А.А. Анализ и методика выбора алгоритмов для систем управления солнечными установками // Международная научно-техническая конференция «Информатика и Технологии. Инновационные технологии в промышленности и информатике» («МНТК ФТИ-2017»). 2017. P. 306–309.
7. Воротынцев Д.В. et al. Повышение эффективности работы солнечной панели при помощи солнечного трекера // Современные проблемы управления и регулирования (II Международная научная конференция). P. 39–43.
8. Сологубов А.Ю., Кирпичникова И.М. Перспективы использования систем экстремального регулирования ориентации гелиоустановок // Электротехнические комплексы и системы: материалы международной научно-практической конференции. В 2 т. / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа: РИК УГАТУ. 2017. P. 221.
9. Лосюк Ю.А., Кузьмич В.В. Нетрадиционные источники энергии. 2005. 235 p.
10. Энциклопедия Т4-2 Электроприводы - 2012.pdf.
11. Prinsloo G., Dobson R. Solar tracking - Sun Position, Sun Tracking, Sun Following.

- Stellenbosch: SolarBooks, 2015. 542 p.
12. Овсянников Е.М. Электроприводы гелиоустановок наземного и космического базирования. Теория и практика: автореф. дисс. ... д-ра техн. наук: 05.09.03. — М., 2003. — 40 с.
 13. Flores-hernández D.A., Palomino-resendiz S., Lozada-castillo N. Mechatronic design and implementation of a two axes sun tracking photovoltaic system driven by a robotic sensor // *Mechatronics*. Elsevier, 2017. Vol. 47, № July. P. 148–159.
 14. Tudorache T., Kreindler L. Design of a Solar Tracker System for PV Power Plants. 2010. Vol. 7, № 1. P. 23–39.
 15. Pearson J., Chen B. An Assessment of Heliostat Control System methods (Technical Report). Golden (Colorado), 1986. 42 p.
 16. Lee C.-Y. et al. Sun Tracking Systems: A Review // *Sensors*. 2009. Vol. 9, № 5. P. 3875–3890.
 17. Гимазов Р.У. Ш.С.В. Солнечные фотоэлектрические установки на базе микропроцессорных контроллеров // *Инноватика-2016. Сборник материалов XII Международной школы-конференции студентов, аспирантов и молодых ученых*. 2016. P. 67–70.
 18. Salgado-Conrado L. A review on sun position sensors used in solar applications // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Elsevier Ltd, 2017. № February. P. 1–19.
 19. Solar Tracking - Machine Building - Siemens.pdf [Electronic resource]. URL: <http://w3.siemens.com/markets/global/en/machinebuilding/solar-production-machines/solar-tracking/Pages/Default.aspx?ismobile=true>.
 20. Kalogirou S.A. Design and construction of a one-axis sun-tracking system // *Solar Energy*. 1996. Vol. 57, № 6. P. 465–469.
 21. Lorenzo E. et al. Design of tracking photovoltaic systems with a single vertical axis // *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*. 2002. Vol. 10, № 8. P. 533–543.
 22. Chicco G., Schlabbach J., Spertino F. Performance of grid-connected photovoltaic

- systems in fixed and sun-tracking configurations // 2007 IEEE Lausanne Powertech, Proceedings. 2007. P. 677–682.
23. Sefa I., Demirtas M., Çolak I. Application of one-axis sun tracking system // Energy Conversion and Management. 2009. Vol. 50, № 11. P. 2709–2718.
 24. Iqbal K. et al. Construction of Single Axis Automatic Solar Tracking System // International Journal of u- and e- Service, Science and Technology. 2015. Vol. 8, № 1. P. 389–400.
 25. Felske J.D. The effect of off-south orientation on the performance of flat-plate solar collectors // Solar Energy. 1978. Vol. 20, № 1. P. 29–36.
 26. Agarwal A.K. Two axis tracking system for solar concentrators // Renewable Energy. 1992. Vol. 2, № 2. P. 181–182.
 27. Mumba J. Development of a photovoltaic powered forced circulation grain dryer for use in the tropics // Renewable Energy. 1995. Vol. 6, № 7. P. 855–862.
 28. Rana S. A STUDY ON AUTOMATIC DUAL AXIS SOLAR TRACKER SYSTEM USING 555 TIMER. 2013. Vol. 1, № 4. P. 77–85.
 29. Batayneh W., Owais A., Nairoukh M. Automation in Construction An intelligent fuzzy based tracking controller for a dual-axis solar PV system // Automation in Construction. Elsevier B.V., 2013. Vol. 29. P. 100–106.
 30. Дубинин Д.В. et al. Системный комплекс по исследованию работы солнечных батарей различных производителей в реальных условиях эксплуатации. 2003. P. 140–145.
 31. Дубинин Д.В. Л.В.Е. Энергетическая эффективность работы солнечных батарей в реальных режимах эксплуатации // Известия Томского политехнического университета. 2015. Vol. 3, № 526. P. 58–62.
 32. Нго Сян Кыонг. Анализ конструктивных схем электромеханических систем солнечных батарей // Известия ТулГУ. Технические науки. 2013. Vol. 1. P. 322–325.
 33. Ngo Xuan Cuong., Nguyen Thi Hong., Do Nhu Y. Analysis of the sun tracking systems to optimize the efficiency of solar panels // European Journal of

- Technology and Design. 2016. Vol. 14, № 4. P. 144–151.
34. Moga D. et al. Sensing and control strategies in tracking solar systems // Proceedings - 2015 20th International Conference on Control Systems and Computer Science, CSCS 2015. 2015. P. 989–995.
 35. Аржанов К.В. Автоматизированная система непрерывно-дискретного слежения за Солнцем автономных фотоэлектрических энергоустановок с использованием шаговых двигателей: автореферат диссертации ... кандидата технических наук: 05.13.06. — Томск, 2016. — 24 с. 2016.
 36. Овсянников Е.М. Электрический привод. Москва: ФОРУМ, 2011. 225 р.
 37. Hamid A.R. et al. A review on solar tracking system // Proceeding National Innovation and Invention Competition Through Exhibition (iCompEx'17). 2017.
 38. Xinhong Z., Zongxian W., Zhengda Y. Intelligent Solar Tracking Control System Implemented on an FPGA // Nios II Embedded Processor Design Contest. 2007. P. 217–246.
 39. Wang J.M., Lu C.L. Design and implementation of a sun tracker with a dual-axis single motor for an optical sensor-based photovoltaic system // Sensors (Switzerland). 2013. Vol. 13, № 3. P. 3157–3168.
 40. Samanta A., Dutta A., Neogi S. A simple and efficient sun tracking mechanism using programmable logic controller // Applied Solar Energy. 2012. Vol. 48, № 3. P. 218–227.
 41. Pattanaset S. The Solar Tracking System by Using Digital Solar Position Sensor // American Journal of Engineering and Applied Sciences. 2010. Vol. 3, № 4. P. 678–682.
 42. Sensor L. et al. Light sensors.
 43. Khan T.A. et al. Design and Construction of an Automatic Solar Tracking System // 6th International Conference on Electrical and Computer Engineering ICECE 2010. 2010. P. 326–329.
 44. Китаева М.В. et al. Автономная система слежения за солнцем для солнечной энергосистемы // Ползуновский вестник. 2011. Vol. 3, № 1. P. 196–199.

45. Wang H. et al. A self-powered single-axis maximum power direction tracking system with an on-chip sensor // *Solar Energy*. Elsevier Ltd, 2015. Vol. 112. P. 100–107.
46. Yilmaz S. et al. Design of two axes sun tracking controller with analytically solar radiation calculations // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Elsevier, 2015. Vol. 43. P. 997–1005.
47. Garrido R., Díaz A. Cascade closed-loop control of solar trackers applied to HCPV systems // *Renewable Energy*. Elsevier Ltd, 2016. Vol. 97. P. 689–696.
48. Дараев А.М. А.А.Н. Системы слежения за Солнцем для гелиоэнергетики. Vol. 196, № 1.
49. Argeseanu A., Ritchie E., Leban K. A New Solar Position Sensor Using Low Cost Photosensors Matrix for Tracking Systems // *WSEAS Transactions on Power Systems*. 2009. Vol. 4, № 6. P. 189–198.
50. Галимуллина Э.Э., Абзалилова Ю.Р. Системы повышения эффективности солнечных батарей // *Альманах современной науки и образования*. 2016. Vol. 12, № 114. P. 31–35.
51. Fontani D. et al. Pointing Sensors and Sun Tracking Techniques // *International Journal of Photoenergy*. 2011. Vol. 2011. P. 9.
52. Moreno J.M., Magalhães P.H., Cervantes R. Inspira. 2007. P. 1–31.
53. Haryanti M., Halim A., Yusuf A. Development of two axis solar tracking using five photodiodes // *Proceedings - 2014 Electrical Power, Electronics, Communications, Control and Informatics Seminar, EECCIS 2014*. In conjunction with the 1st Joint Conference UB-UTHM . 2014. P. 40–44.
54. Song J. et al. Daylighting system via fibers based on two-stage sun-tracking model // *Solar Energy*. Elsevier Ltd, 2014. Vol. 108. P. 331–339.
55. Burhan M. et al. Double lens collimator solar feedback sensor and master slave configuration: Development of compact and low cost two axis solar tracking system for CPV applications // *Solar Energy*. 2016. Vol. 137. P. 352–363.
56. Wen Z. et al. A circular aperture-array structure optical system for digital sun sensor

- // Optoelectronics Letters. 2008. Vol. 4, № 1. P. 62–65.
57. Scholz A. et al. Development of miniature digital sun sensors at NCKU // Micro. 2008. P. 1–5.
 58. Аржанов К.В. Двухкоординатная система наведения солнечных батарей на солнце // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2014. Vol. 4, № 324. P. 139–146.
 59. Welch D., Christen J.B. MEMS optical position sensor for sun tracking // Proceedings - IEEE International Symposium on Circuits and Systems. 2015. Vol. 2015-July. P. 1874–1878.
 60. Pita L.C. et al. Getting more performance from INTA nanoSat-1B truncated pyramid sun sensors // IEEE Sensors Journal. 2014. Vol. 14, № 6. P. 1867–1877.
 61. Away Y., Ikhsan M. Dual-axis sun tracker sensor based on tetrahedron geometry // Automation in Construction. Elsevier B.V., 2017. Vol. 73. P. 175–183.
 62. Rodrigues P.M., Ramos P.M. Design and Characterization of a Sun Sensor for the SSETI-ESEO Project // XVIII IMEKO WORLD CONGRESS Metrology for a Sustainable Development. 2006. P. 17–22.
 63. Allgeier S.E., Mahin M., Fitz-coy N.G. Design and Analysis of a Coarse Sun Sensor for Pico-Satellites. 2009. № April.
 64. Chang Y. Cubic Composite Sensor with Photodiodes for Tracking Solar Orientation. 2013. Vol. 2013.
 65. Unhelkar V. V, Hablani H.B. Spacecraft Attitude Determination with Sun Sensors , Horizon Sensors and Gyros : Comparison of Steady-State Kalman Filter and Extended Kalman Filter.
 66. Barnes J., Liu C., Ariyur K. A Hemispherical Sun Sensor for Orientation and Geolocation. 2014. Vol. 14, № 12. P. 4423–4433.
 67. Specifications T. Solar MEMS Technologies S . L . Sun Sensor ISS-AX. P. 1–8.
 68. Martin C. Sun position sensor for two axis tracking. USA, 1975. P. 1–7.
 69. Капля Е.В. Многоканальный датчик освещённости для автоматической системы ориентации солнечной батареи // Известия Волгоградского

- государственного технического университета. 2010. Vol. 12, № 72. P. 84–86.
70. Капля Е.В., Кузеванов В.С., Шевчук В.П. Моделирование процессов управления в интеллектуальных измерительных системах. Москва: ФизМатЛит, 2015. 511 р.
71. Chia-Hung T. et al. A sensor-based sun-tracking energy harvest system Chia-Hung Tsai , Shu-Chiung Hu , Chung-Hsiang Huang and Yu-Chee Tseng *. 2015. Vol. 19, № 2. P. 104–113.
72. Kyosemi. New solar cell design harvests sun from all sides. 2012. № 146. P. 1–2.
73. Power S., Award P. Press release SRT / Renusol : Solar pyramid nominated for Solar Power Portal Award. 2013. Vol. 01.
74. Tan C.F., Khalil S.N. Fuzzy rule-based model for optimum orientation of solar panels using satellite image processing Fuzzy rule-based model for optimum orientation of solar panels using satellite image processing // Journal of Physics: Conference Series. 2017.
75. Arturo M.M., Alejandro G.P. High – Precision Solar Tracking System // Proceedings of the World Congress on Engineering 2010 Vol II. 2010. Vol. II. P. 2–4.
76. Forster L. et al. Ice crystal characterization in cirrus clouds: A sun-tracking camera system and automated detection algorithm for halo displays // Atmospheric Measurement Techniques. 2017. Vol. 10, № 7. P. 2499–2516.
77. Ruelas A. et al. A Solar Position Sensor Based on Image Vision // Sensors 2017, Vol. 17, Page 1742. 2017. Vol. 17, № 8. P. 1742.
78. Охорзина А.В., Китаева М.В., Юрченко А.В. С.А.В. Системы слежения за Солнцем с применением ФЭД // Ползуновский вестник. 2012. Vol. 2/1. P. 213–217.
79. Китаева М.В., Охорзина А.В., Скороходов А.В. Ю.А.В. Оптимизация двухосевой системы слежения за Солнцем // III Научно-практическая конференция “Информационно-измерительная техника и технологии.” 2012. P. 114–124.

80. Волгин А.В., Юрченко А.В., Козлов А.В. К.М.В. Автоматизированные системы контроля и управления солнечными энергетическими системами // Ползуновский вестник. 2010. Vol. 2. P. 149–154.
81. М.В. Китаева, А.В. Юрченко, А.В. Скороходов А.В.О. Системы слежения за Солнцем // Вестник науки Сибири. 2012. Vol. 3, № 4. P. 61–67.
82. Gill F.J.G. et al. A review of solar tracker patents in Spain // Proceedings of the 3rd WSEAS Int. Conf. on Renewable Energy Resources. 2009. P. 292–297.
83. Велигорский О.А. Оценка эффективности алгоритмов ориентации фотоэлектрических преобразователей // Вестник Черниговского Государственного Технологического Университета. 2009. Vol. 2, № 57. P. 1–9.
84. Оглы А.Э.М., Методы. Методы и результаты улучшения точностных показателей и энергоэффективности универсального следящего электропривода для гелиоустановок. 2013.
85. Сорокин Г.А. Электроприводы энергетических гелиоустановок без концентрации излучения. 2005. 20 p.
86. В.В. Султанов Т.Р.Т. Энергоэффективная одноосная система слежения за солнцем на основе AVR микроконтроллера // Электротехника и электротехнологии. 2014. P. 78–81.
87. Хоменко И.М. Х.А.М. Методика определения оптимальной конфигурации и режима работы гелиоприёмных панелей, вращающихся относительно одной координатной оси // Серия Машиностроение. 2012. Vol. 65. P. 76–81.
88. Huang B.J., Ding W.L., Huang Y.C. Long-term field test of solar PV power generation using one-axis 3-position sun tracker // Solar Energy. Elsevier Ltd, 2011. Vol. 85, № 9. P. 1935–1944.
89. Dolara A. et al. Performance Analysis of a Single-Axis Tracking PV System // IEEE Journal of Photovoltaics. 2012. Vol. 2, № 4. P. 524–531.
90. Sallaberry F. et al. Direct tracking error characterization on a single-axis solar tracker // Energy Conversion and Manadgement. Elsevier Ltd, 2015. Vol. 105. P.

1281–1290.

91. Ponniran A., Hashim A., Munir H.A. A Design of Single Axis Sun Tracking System // The 5th International Power Engineering and Optimization Conference (PEOCO2011). 2011. № June. P. 6–7.
92. Racharla S., Rajan K. Solar tracking system – a review // International Journal of Sustainable Engineering. Taylor & Francis, 2017. Vol. 7038. P. 1–10.
93. Mitrofanov S. V., Nemaltsev A.U., Baykasenov D.K. Primary Testing of Automated Dual-Axis Solar Tracker in the Climatic Conditions of the Orenburg Region As the Prospects for the Establishment of a Hardware-Software Complex // Alternative Energy and Ecology (ISJAEE). 2018. Vol. 09, № 7–9. P. 43–54.
94. Khalifa A.-J.N., Al-Mutawalli S.S. Effect of two-axis sun tracking on the performance of compound parabolic concentrators // Energy Conversion and Management. 1998. Vol. 39, № 10. P. 1073–1079.
95. Al-Naima F.M., Yaghobian N.A. Design and construction of a solar tracking system // Solar & Wind Technology. 1990. Vol. 7, № 5. P. 611–617.
96. Abdallah S. N.S. Two axes sun tracking system with PLC control // Energy Conversion and Management. 2004. Vol. 45, № 11–12. P. 1931–1939.
97. Abdallah S. The effect of using sun tracking systems on the voltage current characteristics and power generation of flat plate photovoltaics // Energy Conversion and Management. 2004. Vol. 45, № 11–12. P. 1671–1679.
98. Yao Y. et al. A multipurpose dual-axis solar tracker with two tracking strategies // Renewable Energy. Elsevier Ltd, 2014. Vol. 72. P. 88–98.
99. Dhanabal R. et al. Comparison of efficiencies of solar tracker systems with static panel single-axis tracking system and dual-axis tracking system with fixed mount // International Journal of Engineering and Technology. 2013. Vol. 5, № 2. P. 1925–1933.
100. Barker L., Neber M., Lee H. Design of a low-profile two-axis solar tracker // Solar Energy. Elsevier Ltd, 2013. Vol. 97. P. 569–576.
101. Аббасова Т.С. Совершенствование системы бесперебойного электропитания

- для компьютерного оборудования // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2011. Vol. 1, № 7. Р. 3–11.
102. С. К. et al. Моментный электропривод для прецизионных следящих систем // Современная электроника. 2008. Vol. 5. Р. 26–29.
103. Кыонг Н.С. Обоснование рациональных параметров электромеханической системы солнечных батарей с реактивно-вентильным электроприводом. 2013.
104. Сологубов А.Ю. Виртуальная имитационная модель электромеханической системы на примере азимутального привода постоянного тока для исследования гелиоэнергетических установок // Силовая электроника. 2018. Vol. 1. Р. 64–69.
105. Аббасова Т.С. Повышение качества регулирования мощности в системе электроснабжения с солнечной батареей // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2010. Vol. 2, № 6. Р. 3–9.
106. Кисежаускас С.К. С.А.В. Устройство позиционирования солнечного фотоэлектрического модуля // Автоматизация, мехатроника, информационные технологии. Материалы V Международной научно-технической интернет-конференции молодых ученых. 2015. 2015. Р. 135–138.
107. Bulbul H.I., Colak I., Sahin M. Position Control of a DC Motor Used in Solar Panels With Artificial Neural Network // 11th International Conference on Machine Learning and Applications. 2012. Р. 487–492.
108. Петрусёв А.С., Сарсикеев Е.Ж., Ляпунов Д.Ю. Разработка технических средств повышения эффективности солнечных установок // Вестник науки Сибири. 2015. Vol. Спецвыпуск, № 15. Р. 77–82.
109. Yanfeng G., Gang C., Jianghong R. Cooperative Solar Tracking Control of Multiple Dual-axis PV Panels. 2015. Р. 4058–4063.
110. Karthik B. et al. Automatic Solar Tracking System using DELTA PLC // International Conference on Electrical Power and Energy Systems (ICEPES). 2016. Р. 16–21.
111. Liang W., Wang Z. Several experiences on automatic sun tracking system //

- Proceedings of ISES World Congress. 2007. Vol. 1–4. P. 1768–1772.
112. Олейников К.А. Синтез управления электродвигателем постоянного тока для следящих систем фотоэлектрических установок наземного базирования // Научный альманах. 2016. Vol. 9–1, № 23. P. 466–470.
113. Капля Е.В., Управление Э.Т. Энергоэффективное терминальное управление серводвигателем постоянного тока. 2015. Vol. 1, № 39. P. 27–33.
114. Raccot F., Andreff N., Martinet P. A Review on the Dynamic Control of Parallel Kinematic Machines: Theory and Experiments // The International Journal of Robotics Research. 2009. Vol. 28, № 3. P. 395–416.
115. Залесский В.С., Кузнецов А.С., Матяш К.В. П.О.А. Разработка трекера для позиционирования солнечных панелей // Сетевой научный журнал ОрёлГАУ. 2017. Vol. 1, № 8. P. 84–86.
116. Митрофанов С.В., Потехенченко А.В. Н.А.Ю. Разработка системы управления солнечным трекером на основе микроконтроллера Arduino // Материалы Всероссийской научно-методической конференции «Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры». 2017.
117. Шиняков Ю.А. et al. Автоматизированная фотоэлектрическая установка с повышенной энергетической эффективностью // Доклады томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2011. Vol. 2 (24), № 24. P. 282–287.
118. Шиняков Ю.А., Шурыгин Ю.А., Аржанов В.В., Теущаков О.А., Осипов А.В. А.К.В. Автономная фотоэлектрическая энергетическая установка // Известия Томского политехнического университета. 2012. Vol. 4, № 320. P. 133–138.
119. Аржанов В.В. et al. Минимизация энергопотребления электроприводами в фотоэлектрической энергетической установке // Известия Томского политехнического университета. 2013. Vol. 4, № 322. P. 146–.
120. Аржанов К.В., Аржанова А.В. Разработка структуры шагового электропривода для системы наведения фотоэлектрической установки при

- действии ветровой нагрузки // Энергетика: Эффективность, надежность, безопасность. 2000. P. 4–6.
121. Fathabadi H. Novel high accurate sensorless dual-axis solar tracking system controlled by maximum power point tracking unit of photovoltaic systems // Applied Energy. Elsevier Ltd, 2016. Vol. 173. P. 448–459.
122. Mauro S., Biondi G. High concentration photovoltaic system with parallel kinematic solar tracker // International Journal of Applied Engineering Research. 2016. Vol. 11, № 19. P. 9715–9722.
123. Cheng L., Wang B. Design and Experiment of a New Solar Automatic Tracking System // 2nd International Conference on Control, Automation, and Artificial Intelligence (CAAI 2017). 2017. Vol. 134. P. 142–145.
124. Аржанов В.В. et al. Управление позиционными электроприводами блока измерения освещенности для термобарокамеры. 2013. Vol. 1, № 27. P. 20–23.
125. Булка Д.А., Карасюк С.В. О.О.Ф. Управление электроприводом поворота солнечной батареи // Материалы 72-й студенческой научно-практической конференции. 2016. P. 7–9.
126. Battezzato A., Mauro S., Scarzella C. Developing a parallel kinematic solar tracker for HCPV // Proceedings of the ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis. 2012. P. 1–6.
127. Цаценкин В.К. Безредукторный автоматизированный электропривод с вентильными двигателями. - М.: Изд - во МЭИ, 1991. - 240 с.: ил . 1991. P. 1991.
128. Е.М. О. Электропривод энергетической гелиоустановки // Привод и управление. 2000. Vol. 2. P. 5–7.
129. Multon B., Multon B. Photovoltaic Motors Review, Comparison and Switched Reluctance Motor Prototype Photovoltaic Motors Review , Comparison and Switched Reluctance Motor Prototype // 2015 Tenth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER). 2015. № March.
130. Panda A., Pathak M.K., Srivastava S.P. Solar Direct Torque Controlled Induction

- Motor Drive for Industrial Applications // International Journal of Renewable Energy Research. 2013. Vol. 3, № 4.
131. Unni A., Mini V.P. An Efficient Solar Powered Induction Motor Drive System // 2015 International Conference on Control, Communication & Computing India (ICCC). 2015. № November. P. 155–160.
132. Энергия солнца - Siemens.pdf [Electronic resource]. URL: <http://m.energy.siemens.com/ru/ru/renewable-energy/solar-power/index.htm>.
133. Bouzidi B., Yangui A., Salem F. Ben. The Classical and Analytic DTC for Photovoltaic Panel Position and Control // International Journal of Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering. 2008. № Special Issue. P. 636–651.
134. Нго Сян Кьонг. Метод расчёта рационального шага позиционирования электромеханической системы солнечных батарей // Известия ТулГУ. Технические науки. 2013. Vol. 12, № 2. P. 22–26.
135. Jeng S., Lue B., Chieng W. Design and Analysis of Spatial Parallel Manipulator for Dual Axis Solar Tracking. 2014. Vol. 35, № 3.
136. Gosselin C.M., Lavoie E. On the Kinematic Design of Spherical Three-Degree-of-Freedom Parallel Manipulators // The International Journal of Robotics Research. 1993. Vol. 12, № 4. P. 394–402.
137. Keshtkar S., Keshtkar J., Poznyak A. Adaptive Sliding Mode Control for Solar Tracker Orientation // American Control Conference (ACC). 2016. P. 6543–6548.
138. Shyam R.B.A., Acharya M., Ghosal A. A heliostat based on a three degree-of-freedom parallel manipulator // Solar Energy. Elsevier, 2017. Vol. 157, № May. P. 672–686.
139. Shyam R.B.A., Ghosal A. A Parallel Mechanism for Tracking the Sun. 2014.
140. Ashith Shyam R.B., Ghosal A. Three-degree-of-freedom Parallel Manipulator to Track the Sun for Concentrated Solar Power Systems.
141. Ghosal A., Shyam R.B.A. A three-degree-of-freedom parallel manipulator for concentrated solar power towers: Modeling, simulation and design // Solarpaces

- 2015: International Conference on Concentrating Solar Power and Chemical Energy Systems. 2016. Vol. 1734. P. 160006.
142. Yang Z., Zhang D. Reconfigurable 3-PRS parallel solar tracking stand // Proceedings of the ASME 2017 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2017. 2017. P. 1–6.
143. Liu X.J., Wang J., Pritschow G. A new family of spatial 3-DoF fully-parallel manipulators with high rotational capability // Mechanism and Machine Theory. 2005. Vol. 40, № 4. P. 475–494.
144. Altuzarra O. et al. Design of a solar tracking parallel mechanism with low energy consumption // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2015. Vol. 229, № 3. P. 566–579.
145. Guohua C. Robust Design Optimization of a 4-UPS-S Parallel Manipulator for Orientation-Regulating Control System of Solar Gather Panels // IEEE Transactions on Control Systems Technology. Elsevier Ltd, 2015. Vol. 12, № 4. P. 6543–6548.
146. Mauro S., Scarzella C. Parallel mechanism for precision sun tracking // Proceedings of the ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis. 2010. № 5. P. 1–6.
147. Mauro S. et al. Design and test of a parallel kinematic solar tracker // Advances in Mechanical Engineering. 2015. Vol. 7, № 11. P. 1–16.
148. Wu J., Chen X., Wang L. Design and Dynamics of a Novel Solar Tracker with Parallel Mechanism // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2016. Vol. 21, № 1. P. 88–97.
149. Wu J., Zhang B., Wang L. Optimum design and performance comparison of a redundantly actuated solar tracker and its nonredundant counterpart // Solar Energy. Elsevier Ltd, 2016. Vol. 127. P. 36–47.
150. Pramanik S., Ghosal A. Development of a Sun Tracking System using a 3-UPU Spherical Wrist Manipulator // 2nd International and 17th National Conference on Machines and Mechanisms. 2015. P. 1–9.

151. Omarali B. et al. System integration of a solar sensor and a spherical parallel manipulator for a 3-axis solar tracker platform design // 2015 IEEE/SICE International Symposium on System Integration, SII 2015. 2016. P. 546–551.
152. Camacho E.F. et al. Control of Solar Energy Systems // Solar Energy. London: Springer, 2012. Vol. 31, № 5. 426 p.
153. Удут С.Л. Синтез адаптивной системы управления электромеханическими преобразователями двухкоординатной поворотной платформы. Томская государственная академия систем управления и радиоэлектроники, 1996. 20 р.
154. Кошлич Ю.А. Система управления гелиоустановкой горячего водоснабжения. Белгородский государственный технологический университет имени В.Г. Шухова, 2015. 194 р.
155. Reda I., Andreas A. Solar Position Algorithm for Solar Radiation Applications (Revised) // NREL/TP-560-34302. Golden (Colorado), 2008. № January. 56 p.
156. Loschi H.J. et al. A Review on Photovoltaic Systems: Mechanisms and Methods for Irradiation Tracking and Prediction // Smart Grid and Renewable Energy. 2015. Vol. 6, № 7. P. 187–208.
157. Sabir M.M., Ali T. Optimal PID controller design through swarm intelligence algorithms for sun tracking system // Applied Mathematics and Computation. Elsevier Inc., 2016. Vol. 274. P. 690–699.
158. Cositore F. et al. A Cascade Control Scheme for Hybrid Photovoltaic Power System // 2015 International Conference on Clean Electrical Power (ICCEP). 2015. P. 441–447.
159. Kuhn V.N. et al. Hybrid Motor Driver for Solar Tracking Systems.
160. Ionitǎ M.A., Alexandru C. Control System Design for a Mechatronic Solar Tracker // Applied Mechanics and Materials. 2013. Vol. 332. P. 248–253.
161. В.И. Доманов, А.В. Доманов Д.Г.М. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ИНВАРИАНТНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ // VII Всероссийская конференция «Актуальные проблемы машиностроения». 2015. P. 761–764.

162. У Т.Л. ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫХ СОЛНЕЧНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК В УСЛОВИЯХ ДЛИТЕЛЬНОГО ЗАТЕНЕНИЯ. 2010.
163. Тхеин Лин У., Батырев Е.В. Формирование контура автоматического слежения солнечной энергетической установки // Оборонный Комплекс - Научно-техническому Прогрессу России. 2009. Р. 38–41.
164. Brown D.G. S.K.W. High accuracy/low cost tracking system for solar concentrators using a neural network. 1993. P. 1993.
165. Kalogirou S.A., Arzu Ş. Artificial Intelligence Techniques in Solar Energy Applications // Solar Collectors and Panels, Theory and Applications. 2010. P. 315–340.
166. Alata M., Al-Nimr M.A., Qaroush Y. Developing a multipurpose sun tracking system using fuzzy control // Energy Conversion and Management. 2005. Vol. 46, № 7–8. P. 1229–1245.
167. Донцов О.А., Иванчура В.И., Краснобаев Ю.В. Контроллер солнечной батареи с экстремальным регулированием на основе нечеткой логики // Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies. 2015. Vol. 8, № 6. P. 786–794.
168. Симанков В.С. Ш.А.В. Синтез системы управления автономной фотовольтаэлектрической станцией на основе нечеткой логики // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки. 2012. Vol. 4, № 110. P. 217–225.
169. Лукичев Д.В., Демидова Г.Л. Нечеткая система управления позиционным следящим электроприводом опорно - поворотных устройств с нежесткими осями // Вестник ИГЭУ. 2013. Vol. 6. P. 1–5.
170. Krstic M., Ghaffari A. Extremum Seeking for Wind and Solar Energy Applications. 2014.
171. Demenkova T.A., Korzhova O.A., Phinenko A.A. Modelling of algorithms for solar panels control systems // Procedia - Procedia Computer Science. The Author(s),

2017. Vol. 103, № October 2016. P. 589–596.
172. Pakkiraiah B., Sukumar G.D. Research Survey on Various MPPT Performance Issues to Improve the Solar PV System Efficiency. 2016. Vol. 2016.
 173. Esram T., Chapman P.L. Comparison of Photovoltaic Array Maximum Power Point Tracking Techniques. 2007. Vol. 22, № 2. P. 439–449.
 174. Eltawil M.A., Zhao Z. MPPT techniques for photovoltaic applications // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Elsevier, 2013. Vol. 25. P. 793–813.
 175. Salam Z., Ahmed J., Merugu B.S. The application of soft computing methods for MPPT of PV system : A technological and status review // *APPLIED ENERGY*. 2013. Vol. 107. P. 135–148.
 176. Mohanty P. et al. MATLAB based modeling to study the performance of different MPPT techniques used for solar PV system under various operating conditions // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Elsevier, 2014. Vol. 38. P. 581–593.
 177. Bendib B., Belmili H., Krim F. A survey of the most used MPPT methods : Conventional and advanced algorithms applied for photovoltaic systems // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Elsevier, 2015. Vol. 45. P. 637–648.
 178. Rezk H. A new MATLAB / Simulink model of triple-junction solar cell and MPPT based on artificial neural networks for photovoltaic energy systems // *AIN SHAMS ENGINEERING JOURNAL*. Faculty of Engineering, Ain Shams University, 2015. P. 1–9.
 179. Seyedmahmoudian M. et al. State of the art artificial intelligence-based MPPT techniques for mitigating partial shading effects on PV systems – A review // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Elsevier, 2016. Vol. 64. P. 435–455.
 180. Verma D. et al. Maximum power point tracking (MPPT) techniques : Recapitulation in solar photovoltaic systems // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Elsevier, 2016. Vol. 54. P. 1018–1034.
 181. Ram J.P., Babu T.S., Rajasekar N. A comprehensive review on solar PV maximum power point tracking techniques // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Elsevier, 2017. Vol. 67. P. 826–847.

182. Dogga R., Pathak M.K. Recent trends in solar PV inverter topologies // Solar Energy. Elsevier, 2019. Vol. 183, № February. P. 57–73.
183. Ahmad R., Murtaza A.F., Ahmed H. Power tracking techniques for efficient operation of photovoltaic array in solar applications – A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. Elsevier Ltd, 2019. Vol. 101, № November 2017. P. 82–102.
184. Brunton S.L. et al. MAXIMUM POWER POINT TRACKING FOR PHOTOVOLTAIC OPTIMIZATION USING RIPPLE-BASED EXTREMUM SEEKING CONTROL. 2009. P. 1–19.
185. Extremum O.U.R. et al. Maximum Power Point Tracking for Photovoltaic Seeking Control. 2010. Vol. 25, № 10. P. 2531–2540.
186. Mousazadeh H. et al. A review of principle and sun-tracking methods for maximizing solar systems output // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2009. Vol. 13, № 8. P. 1800–1818.
187. Khalil F.A., Asif M., Anwar S. Solar Tracking Techniques and Implementation in Photovoltaic Power Plants : a Solar Tracking Techniques and Implementation in Photovoltaic Power Plants : a Review. 2017. № September.
188. Ya’u M.J. A Review on solar tracking systems and their classifications // Journal of Energy, Environmental & Chemical Engineering. 2017. Vol. 2, № 3. P. 46–50.
189. Al-Rousan N., Isa N.A.M., Desa M.K.M. Advances in solar photovoltaic tracking systems: A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. Elsevier Ltd, 2018. Vol. 82, № January. P. 2548–2569.
190. Singh R. et al. An imperative role of sun trackers in photovoltaic technology: A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2018. Vol. 82. P. 3263–3278.
191. Hafez A.Z., Yousef A.M., Harag N.M. Solar tracking systems : Technologies and trackers drive types – A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. Elsevier Ltd, 2018. Vol. 91, № March. P. 754–782.
192. Ariyur K.B., Krstic M. Real-Time Optimization by Extremum-Seeking Control.

2003. 230 p.
193. Chunlei Z., Ordonez R. Extremum-Seeking Control and Applications. 2012. 209 p.
194. Liu S.-J., Krstic M. Stochastic averaging and stochastic extremum seeking. 2012. 226 p.
195. Brunton S.L., Fu X., Kutz J.N. Extremum-Seeking Control of a Mode-Locked Laser. 2013. Vol. 49, № 10. P. 852–861.
196. Binetti P. et al. Control of Formation Flight via Extremum Seeking // Proceedings of the American Control Conference. 2002. P. 2848–2853.
197. Nesic D. Extremum Seeking Control : Convergence Analysis // European Journal of Control. 2009. № May. P. 331–347.
198. Rastrigin L.A. Contemporary Principles to Control Complex Objects. 1983. 248 p.
199. Rotea M.A., Lafayette W. Analysis of Multivariable Extremum Seeking Algorithms. 2000. № June. P. 433–437.
200. Walsh G.C. On the Application of Multi-Parameter Extremum Seeking Control. 2000. № June.
201. Nsengiyumva W. et al. Recent advancements and challenges in Solar Tracking Systems (STS): A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. Elsevier Ltd, 2018. Vol. 81, № February 2017. P. 250–279.
202. Singh R. et al. An imperative role of sun trackers in photovoltaic technology : A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. Elsevier Ltd, 2018. Vol. 82. P. 3263–3278.
203. ГОСТ Р 57229-2016 (МЭК 62817:2014). Системы фотоэлектрические. Устройства слежения за Солнцем. Технические условия [Текст]. – Введ. 2017-09-01. – М. : Изд-во стандартов,. Россия, 2016. P. 68.
204. Meeus J. Astronomical Algorithms // Astronomical Algorithms. 1991. P. 477.
205. Сологубов А.Ю., Кирпичникова И.М. Управление автономными гелиоэнергетическими системами: результаты расчёта параметров суточного движения Солнца в Челябинске // Альтернативная энергетика в регионах России «АЭР-2018». г. Астрахань, 5-7 декабря 2018 г. 2018. P. 279–283.

206. Sologubov A.Y., Kirpichnikova I.M. Calculation of the Parameters of the Daily Movement of the Sun. Contour Maps of Kinematic Parameters // 2019 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). 2019. P. 1–6.
207. ESRL Global Monitoring Division - Global Radiation Group.pdf [Electronic resource] // NOAA Solar Calculator. 2017.
208. Толмачёв В.А. Синтез следящего электропривода оси опорно-поворотного устройства // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2008. Vol. Тематическ. P. 68–72.
209. Blanco-Muriel M. et al. Computing the solar vector // Solar Energy. 2001. Vol. 70, № 5. P. 431–441.
210. Michalsky J.J. The Astronomical Almanac's algorithm for approximate solar position (1950-2050) // Solar Energy. 1988. Vol. 40, № 3. P. 227–235.
211. Grena R. An algorithm for the computation of the solar position // Solar Energy. 2008. Vol. 82, № 5. P. 462–470.
212. Gibbs P. What is the term used for the third derivative of position? [Electronic resource]. URL: <http://math.ucr.edu/home/baez/physics/General/jerk.html>.
213. Ray S. Calculation of Sun position and tracking the path of Sun for a particular geographical location // International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering. 2012. Vol. 2, № 9. P. 81–84.
214. Дикусар Н.Д. Полиномиальная аппроксимация высоких порядков // Математическое моделирование. 2015. Vol. 9, № 27. P. 89–109.
215. Климатические особенности Челябинской области. Обзор по месяцам [Electronic resource]. URL: <http://www.chelpogoda.ru/pages/346.php>.
216. Климат: Челябинск [Electronic resource]. URL: <https://ru.climate-data.org/азия/россииская-федерация/челябинская-область/челябинск-463/>.
217. Чемоданов Б.К., Данилов В.Л., Нефёдов В.Д. Астроследящие системы. Под ред. Ч. М.: Машиностроение, 1977. 304 p.
218. Finster C. The heliostat of the Universidad Santa Maria // Scientia. 1962. Vol. 119.

P. 5–20.

219. Pandilov Z., Dukovski V. Comparison of the characteristics between serial and parallel robots // ACTA TEHNICA CORVINIENSIS – Bulletin of Engineering. 2014. Vol. 7. P. 142–160.
220. Khatib T. A Review of Designing, Installing and Evaluating Standalone Photovoltaic Power systems // Journal of Applied Sciences. 2010. Vol. 10, № 13. P. 1212–1228.
221. Zhao Y., Zhang Z., Cheng G. Inverse rigid-body dynamic analysis for a 3UPS-PRU parallel robot. 2017. Vol. 9, № 2. P. 1–14.
222. Enferadi J., Shahi A. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing On the position analysis of a new spherical parallel robot with orientation applications Path marker // Robotics and Computer Integrated Manufacturing. Elsevier, 2016. Vol. 37. P. 151–161.
223. Operations P., Chetwynd D.G. A Method for Estimating Servomotor Parameters of a // Transactions of the ASME. 2005. Vol. 127, № July 2005. P. 596–601.
224. Haitao L.I.U. et al. Inverse dynamics and servomotor parameter estimation of a 2-DOF spherical parallel mechanism // Science in China Series E: Technological Sciences. 2008. Vol. 51, № 3. P. 288–301.
225. Yanbing NI, Xueyong ZHONG, Lei GUO F.L. Servomotor Parameter Estimation of a 2-DOF Translations and Full Rotation Parallel Mechanism Yanbing NI // Advanced Materials Research. 2010. Vol. 141. P. 2140–2145.
226. Wu G. Multiobjective Optimum Design of a 3-RRR Spherical Parallel Manipulator with Kinematic and Dynamic Dexterities. 2012. Vol. 33, № 3. P. 111–122.
227. Jeong K., Hong T. A Prototype Design and Development of the Smart Photovoltaic System Blind Considering the Photovoltaic Panel, Tracking System, and Monitoring System // Applied Sciences (Switzerland). 2017. Vol. 7, № 10.
228. Wu G. et al. Dynamic modeling and design optimization of a 3-DOF spherical parallel manipulator // Robotics and Autonomous Systems. Elsevier B.V., 2014. Vol. 62, № 10. P. 1377–1386.

229. Sudki B., Lauria M., Noca F. Marine Propulsor based on a Three-Degree-of-Freedom Actuated Spherical Joint. 2013. № May. P. 481–485.
230. King D.L., Boyson W.E., Kratochvil J.A. PHOTOVOLTAIC ARRAY PERFORMANCE MODEL. 2004.
231. Celik A.N., Acikgoz N. APPLIED Modelling and experimental verification of the operating current of mono-crystalline photovoltaic modules using four- and five-parameter models. 2007. Vol. 84. P. 1–15.
232. Bellia H. A detailed modeling of photovoltaic module using MATLAB // NRIAG JOURNAL OF ASTRONOMY AND GEOPHYSICS. National Research Institute of Astronomy and Geophysics, 2014.
233. Ferrari S., Lazzaroni M., Piuri V. A Computational Intelligence approach to Solar Panel Modelling. 2014. № 978.
234. Cubas J., Pindado S., Victoria M. On the analytical approach for modeling photovoltaic systems behavior // Journal of Power Sources. Elsevier B.V, 2014. Vol. 247. P. 467–474.
235. Ulleberg O. Stand-alone power systems for the future. 1998. 225 p.
236. Alam M.S., Alouani A.T. Dynamic modeling of photovoltaic module for real-time maximum power tracking Dynamic modeling of photovoltaic module for real-time maximum power tracking. 2014. Vol. 043102, № 2010. P. 0–16.
237. Johnson J. et al. Creating dynamic equivalent PV circuit models with impedance spectroscopy for arc fault modeling // 2011 37th IEEE Photovoltaic Specialists Conference. 2011. P. 2328–2333.
238. Bhatt P. et al. Optoelectronic modelling of perovskite solar cells under humid conditions and their correlation with power losses to quantify material degradation. 2016. Vol. 39. P. 258–266.
239. Khatib T., Elmenreich W. Modeling of Photovoltaic systems Using MATLAB. Hoboken, New Jersey, 2016. 242 p.
240. Moussa I., Khedher A., Bouallegue A. Design of a Low-Cost PV Emulator Applied for PVECS electric // Electronics. 2019.

- 241. Notton G. et al. Modelling of a double-glass photovoltaic module using finite differences. 2005. Vol. 25. P. 2854–2877.
- 242. Wu H. A Maximum Power Point Detection Method for Photovoltaic Module Based on Lambert W Function Based on Lambert W Function // Mathematical Problems in Engineering. 2018. Vol. 2018. P. 8.
- 243. Dunford W.G., Capel A. Novel Modeling Method for Photovoltaic Cells // 2004 35th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. 2004. P. 1950–1956.
- 244. Liberzon L.M., Rodov A.B. Extremum seeking control systems. 1965. P. 162.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. ПРОГРАММА ФОРМИРОВАНИЯ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ СЕТОК ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СОЛНЕЧНОЙ ПОЗИЦИИ И ОБРАБОТКИ УГЛОВЫХ ДАННЫХ РАСЧЁТА

%Вначале нужно знать координаты географического местоположения

Latitude = 55.15402; %Широта в десятичных градусах

Longitude = 61.42915; %Долгота в десятичных градусах

Elevation = 219;

polynom_degree = 7;

P=ones(1,12)*988.2666667; %давление в мбар

t=ones(1,12)*3.2; %Средняя температура в градусах по месяцам

T=t+273.16; %Температура в Кельвинах

surface_slope=30;

surface_azimuth_rotation=-10;

time.year=2023;

time.day_of_year=1:1:yeardays(time.year);

time.day_of_month=day(time.day_of_year);

time.month=month(time.day_of_year);

time.hour=(1:(20-1)/(121-1):20)';

time.min=(1:(59-1)/(121-1):59)';

time.sec=(1:(29-1)/(121-1):29)';

time.day_of_year=repmat(time.day_of_year,size(time.hour,1),1);

time.day_of_month=repmat(time.day_of_month,size(time.hour,1),1);

time.month=repmat(time.month,size(time.hour,1),1);

time.hour=repmat(time.hour,1,size(time.day_of_year,2));

time.min=repmat(time.min,1,size(time.day_of_year,2));

time.sec=repmat(time.sec,1,size(time.day_of_year,2));

time.zone=timezone(-Longitude,'degrees');

```

for i=1:size(time.hour,1)
for j=1:size(time.hour,2)
if(time.month(i,j) == 1 || time.month(i,j) == 2)
    Y(i,j) = time.year - 1;
    M(i,j) = time.month(i,j) + 12;
else
    Y(i,j) = time.year;
    M(i,j) = time.month(i,j);
end
end
end
end

```

```

% In 1582, the gregorian calendar was adopted
for i=1:size(time.hour,1)
for j=1:size(time.hour,2)
if(time.year == 1582)
if(time.month(i,j) == 10)
    if(time.day(i,j) <= 4) % The Julian calendar ended on October 4, 1582
        B(i,j) = 0;
    elseif(time.day(i,j) >= 15) % The Gregorian calendar started on October 15, 1582
        A(i,j) = floor(Y(i,j)/100);
        B(i,j) = 2 - A(i,j) + floor(A(i,j)/4);
    else
        disp('This date never existed!_ Date automatically set to October 4, 1582');
        time.month(i,j) = 10;
        time.day(i,j) = 4;
        B(i,j) = 0;
    end
elseif(time.month(i,j)<10) % Julian calendar

```

```

    B(i,j) = 0;
else % Gregorian calendar
    A(i,j) = floor(Y(i,j)/100);
    B(i,j) = 2 - A(i,j) + floor(A(i,j)/4);
end
elseif(time.year<1582) % Julian calendar
    B(i,j) = 0;
else
    A(i,j) = floor(Y(i,j)/100); % Gregorian calendar
    B(i,j) = 2 - A(i,j) + floor(A(i,j)/4);
end
end
end

for i=1:size(time.hour,1)
for j=1:size(time.hour,2)
D(i,j)=time.day_of_month(i,j)+((time.hour(i,j)-
time.zone)/24)+(time.min(i,j)/(60*24))+(time.sec(i,j)/(60*60*24));
julian.day(i,j) = floor(365.25*(Y(i,j)+4716)) + floor(30.6001*(M(i,j)+1)) + D(i,j) + B(i,j)
- 1524.5;
delta_t(i,j) = 0; % 33.184;
julian.ephemeris_day(i,j) = julian.day(i,j) + (delta_t(i,j)/86400);
julian.century(i,j) = (julian.day(i,j) - 2451545) / 36525;
julian.ephemeris_century(i,j) = (julian.ephemeris_day(i,j) - 2451545) / 36525;
julian.ephemeris_millenium(i,j) = julian.ephemeris_century(i,j) / 10;
end
end

```

A0=[175347046;3341656;34894;3497;3418;3136;2676;2343;1324;1273;1199;990;902;
857;780;753;505;492;357;317;284;271;243;206;205;202;156;132;126;115;103;102;102
;99;98;86;85;85;80;79;75;74;74;70;62;61;57;56;56;52;52;51;49;41;41;39;37;37;36;36;3
3;30;30;25];

B0=[0.00;4.67;4.63;2.74;2.83;3.63;4.42;6.14;0.74;2.04;1.11;5.23;2.05;3.51;1.18;2.53;4.
58;4.21;2.92;5.85;1.90;0.32;0.35;4.81;1.87;2.46;0.83;3.41;1.08;0.65;0.64;0.98;4.27;6.2
1;0.68;5.98;1.30;3.67;1.81;3.04;1.76;3.50;4.68;0.83;3.98;1.82;2.78;4.39;3.47;0.19;1.33;
0.28;0.49;5.37;2.40;6.17;6.04;2.57;1.71;1.78;0.59;0.44;2.74;3.16];

C0=[0.00;6283.08;12566.15;5753.38;3.52;77713.77;7860.42;3930.21;11506.77;529.69;
1577.34;5884.93;26.30;398.15;5223.69;5507.55;18849.23;775.52;0.07;11790.63;796.3
0;10977.08;5486.78;2544.31;5573.14;6069.78;213.30;2942.46;20.78;0.98;4694.00;157
20.84;7.11;2146.17;155.42;161000.69;6275.96;71430.70;17260.15;12036.46;5088.63;3
154.69;801.82;9437.76;8827.39;7084.90;6286.60;14143.50;6279.55;12139.55;1748.02;
5856.48;1194.45;8429.24;19651.05;10447.39;10213.29;1059.38;2352.87;6812.77;1778
9.85;83996.85;1349.87;4690.48];

A1=[628331966747.00;206059.00;4303.00;425.00;119.00;109.00;93.00;72.00;68.00;67
.00;59.00;56.00;45.00;36.00;29.00;21.00;19.00;19.00;17.00;16.00;16.00;15.00;12.00;12
.00;12.00;12.00;11.00;10.00;10.00;9.00;9.00;8.00;6.00;6.00];

B1=[0.00;2.68;2.64;1.59;5.80;2.97;2.59;1.14;1.87;4.41;2.89;2.17;0.40;0.47;2.65;5.34;1.
85;4.97;2.99;0.03;1.43;1.21;2.83;3.26;5.27;2.08;0.77;1.30;4.24;2.70;5.64;5.30;2.65;4.6
7];

C1=[0.00;6283.08;12566.15;3.52;26.30;1577.34;18849.23;529.69;398.15;5507.55;5223
.69;155.42;796.30;775.52;7.11;0.98;5486.78;213.30;6275.96;2544.31;2146.17;10977.0
8;1748.02;5088.63;1194.45;4694.00;553.57;6286.60;1349.87;242.73;951.72;2352.87;9
437.76;4690.48];

A2=[52919.00;8720.00;309.00;27.00;16.00;16.00;10.00;9.00;7.00;5.00;4.00;4.00;3.00;
3.00;3.00;3.00;3.00;3.00;2.00;2.00];

B2=[0.00;1.07;0.87;0.05;5.19;3.68;0.76;2.06;0.83;4.66;1.03;3.44;5.14;6.05;1.19;6.12;0.31;2.28;4.38;3.75];

C2=[0.00;6283.08;12566.15;3.52;26.30;155.42;18849.23;77713.77;775.52;1577.34;7.11;5573.14;796.30;5507.55;242.73;529.69;398.15;553.57;5223.69;0.98];

A3=[289.00;35.00;17.00;3.00;1.00;1.00;1.00];

B3=[5.84;0.00;5.49;5.20;4.72;5.30;5.97];

C3=[6283.08;0.00;12566.15;155.42;3.52;18849.23;242.73];

A4=[114.00;8.00;1.00];

B4=[3.14;4.13;3.84];

C4=[0.00;6283.08;12566.15];

A5=[1];

B5=[3.14];

C5=[0.00];

for i=1:size(time.hour,1)

for j=1:size(time.hour,2)

L0(i,j)=sum(A0.*cos(B0+C0.*julian.ephemeris_millennium(i,j)));

L1(i,j)=sum(A1.*cos(B1+C1.*julian.ephemeris_millennium(i,j)));

L2(i,j)=sum(A2.*cos(B2+C2.*julian.ephemeris_millennium(i,j)));

L3(i,j)=sum(A3.*cos(B3+C3.*julian.ephemeris_millennium(i,j)));

L4(i,j)=sum(A4.*cos(B4+C4.*julian.ephemeris_millennium(i,j)));

L5(i,j)=sum(A5.*cos(B5+C5.*julian.ephemeris_millennium(i,j)));

%Units are in AU

earth_heliocentric_position.longitude(i,j)=((L0(i,j)+(L1(i,j)*julian.ephemeris_millennium(i,j)))+(L2(i,j)*julian.ephemeris_millennium(i,j)^2)+(L3(i,j)*julian.ephemeris_millennium(i,j)^3)+(L4(i,j)*julian.ephemeris_millennium(i,j)^4)+(L5(i,j)*julian.ephemeris_millennium(i,j)^5));

```

m(i,j)^3)+(L4(i,j)*julian.ephemeris_millenium(i,j)^4)+(L5(i,j)*julian.ephemeris_millen
ium(i,j)^5))/(10^8))*180/pi;
F(i,j)=abs(earth_heliocentric_position.longitude(i,j)/360)-
floor(abs(earth_heliocentric_position.longitude(i,j)/360));
if earth_heliocentric_position.longitude(i,j)>0
earth_heliocentric_position.longitude(i,j)=360*F(i,j);
elseif earth_heliocentric_position.longitude(i,j)<0
earth_heliocentric_position.longitude(i,j)=360-360*F(i,j);
end
end
end

```

```

B0=[280.00000 3.19900 84334.66
102.00000 5.42200 5507.55
80.00000 3.88000 5223.69
44.00000 3.70000 2352.87
32.00000 4.00000 1577.34];

```

```

B1=[ 9.00 3.90 5507.55
6.00 1.73 5223.69];

```

```

for i=1:size(time.hour,1)
for j=1:size(time.hour,2)
K0(i,j)=sum(B0(:,1).*cos(B0(:,2)+ B0(:,3).*julian.ephemeris_millenium(i,j)));
K1(i,j)=sum(B1(:,1).*cos(B1(:,2)+ B1(:,3).*julian.ephemeris_millenium(i,j)));
earth_heliocentric_position.latitude(i,j)=((K0(i,j)+(K1(i,j)*julian.ephemeris_millenium(
i,j)))/(10^8))*(180/pi);
end
end

```

R0 = [100013989.0 0 0
 1670700.0 3.0984635 6283.07585
 13956.0 3.05525 12566.1517
 3084.0 5.1985 77713.7715
 1628.0 1.1739 5753.3849
 1576.0 2.8469 7860.4194
 925.0 5.453 11506.77
 542.0 4.564 3930.21
 472.0 3.661 5884.927
 346.0 0.964 5507.553
 329.0 5.9 5223.694
 307.0 0.299 5573.143
 243.0 4.273 11790.629
 212.0 5.847 1577.344
 186.0 5.022 10977.079
 175.0 3.012 18849.228
 110.0 5.055 5486.778
 98 0.89 6069.78
 86 5.69 15720.84
 86 1.27 161000.69
 85 0.27 17260.15
 63 0.92 529.69
 57 2.01 83996.85
 56 5.24 71430.7
 49 3.25 2544.31
 47 2.58 775.52
 45 5.54 9437.76
 43 6.01 6275.96

39 5.36 4694
38 2.39 8827.39
37 0.83 19651.05
37 4.9 12139.55
36 1.67 12036.46
35 1.84 2942.46
33 0.24 7084.9
32 0.18 5088.63
32 1.78 398.15
28 1.21 6286.6
28 1.9 6279.55
26 4.59 10447.39];

R1 = [103019.0 1.10749 6283.07585
1721.0 1.0644 12566.1517
702.0 3.142 0
32 1.02 18849.23
31 2.84 5507.55
25 1.32 5223.69
18 1.42 1577.34
10 5.91 10977.08
9 1.42 6275.96
9 0.27 5486.78];

R2 = [4359.0 5.7846 6283.0758
124.0 5.579 12566.152
12 3.14 0
9 3.63 77713.77
6 1.87 5573.14

3 5.47 18849];

R3 = [145.0 4.273 6283.076
7 3.92 12566.15];

R4 = [4 2.56 6283.08];

```
for i=1:size(time.hour,1)
for j=1:size(time.hour,2)
J0(i,j)=sum(R0(:,1).*cos(R0(:,2)+ R0(:,3).*julian.ephemeris_millennium(i,j)));
J1(i,j)=sum(R1(:,1).*cos(R1(:,2)+ R1(:,3).*julian.ephemeris_millennium(i,j)));
J2(i,j)=sum(R2(:,1).*cos(R2(:,2)+ R2(:,3).*julian.ephemeris_millennium(i,j)));
J3(i,j)=sum(R3(:,1).*cos(R3(:,2)+ R3(:,3).*julian.ephemeris_millennium(i,j)));
J4(i,j)=sum(R4(:,1).*cos(R4(:,2)+ R4(:,3).*julian.ephemeris_millennium(i,j)));
earth_heliocentric_position.radius(i,j)=(J0(i,j)+(J1(i,j)*julian.ephemeris_millennium(i,j))
+(J2(i,j)*julian.ephemeris_millennium(i,j)^2)+(J3(i,j)*julian.ephemeris_millennium(i,j)^3
)+(J4(i,j)*julian.ephemeris_millennium(i,j)^4))/(10^8);
end
end
```

```
for i=1:size(time.hour,1)
for j=1:size(time.hour,2)
sun_geocentric_position.longitude(i,j) = earth_heliocentric_position.longitude(i,j) + 180;
F(i,j)=abs(sun_geocentric_position.longitude(i,j)/360)-
floor(abs(sun_geocentric_position.longitude(i,j)/360));
if sun_geocentric_position.longitude(i,j)>0
sun_geocentric_position.longitude(i,j)=360*F(i,j);
elseif sun_geocentric_position.longitude(i,j)<0
sun_geocentric_position.longitude(i,j)=360-360*F(i,j);
```

```

end
end
end

```

```

for i=1:size(time.hour,1)
for j=1:size(time.hour,2)
sun_geocentric_position.latitude(i,j) = -earth_heliocentric_position.latitude(i,j);
end
end

```

```

for i=1:size(time.hour,1)
for j=1:size(time.hour,2)
% This function compute the nutation in longitude and in obliquity, in
% degrees.
% 1. Mean elongation of the moon from the sun
p = [(1/189474) -0.0019142 445267.11148 297.85036];
X0(i,j) =
p(1)*julian.ephemeris_century(i,j)^3+p(2)*julian.ephemeris_century(i,j)^2+p(3)*julian.
ephemeris_century(i,j)+p(4); % This is faster than polyval...

% 2. Mean anomaly of the sun (earth)
p = [-(1/300000) -0.0001603 35999.05034 357.52772];
X1(i,j) = p(1) * julian.ephemeris_century(i,j)^3 + p(2) * julian.ephemeris_century(i,j)^2
+ p(3) * julian.ephemeris_century(i,j) + p(4);

% 3. Mean anomaly of the moon
p = [(1/56250) 0.0086972 477198.867398 134.96298];
X2(i,j) = p(1) * julian.ephemeris_century(i,j)^3 + p(2) * julian.ephemeris_century(i,j)^2
+ p(3) * julian.ephemeris_century(i,j) + p(4);

```

% 4. Moon argument of latitude

p = [(1/327270) -0.0036825 483202.017538 93.27191];

X3(i,j) = p(1) * julian.ephemeris_century(i,j)^3 + p(2) * julian.ephemeris_century(i,j)^2
+ p(3) * julian.ephemeris_century(i,j) + p(4);

% 5. Longitude of the ascending node of the moon's mean orbit on the

% ecliptic, measured from the mean equinox of the date

p = [(1/450000) 0.0020708 -1934.136261 125.04452];

X4(i,j) = p(1) * julian.ephemeris_century(i,j)^3 + p(2) * julian.ephemeris_century(i,j)^2
+ p(3) * julian.ephemeris_century(i,j) + p(4);

% Y tabulated terms from the original code

Y_terms = [0 0 0 0 1

-2 0 0 2 2

0 0 0 2 2

0 0 0 0 2

0 1 0 0 0

0 0 1 0 0

-2 1 0 2 2

0 0 0 2 1

0 0 1 2 2

-2 -1 0 2 2

-2 0 1 0 0

-2 0 0 2 1

0 0 -1 2 2

2 0 0 0 0

0 0 1 0 1

2 0 -1 2 2

00-101
00121
-20200
00-221
20022
00222
00200
-20122
00020
-20020
00-121
02000
20-101
-22022
01001
-20101
0-1001
002-20
20-121
20122
01022
-21100
0-1022
20021
20100
-20222
-20121
20-201
20001

0 -1 1 0 0
-2 -1 0 2 1
-2 0 0 0 1
0 0 2 2 1
-2 0 2 0 1
-2 1 0 2 1
0 0 1 -2 0
-1 0 1 0 0
-2 1 0 0 0
1 0 0 0 0
0 0 1 2 0
0 0 -2 2 2
-1 -1 1 0 0
0 1 1 0 0
0 -1 1 2 2
2 -1 -1 2 2
0 0 3 2 2
2 -1 0 2 2];

mutation_terms = [-171996 -174.2 92025 8.9
-13187 -1.6 5736 -3.1
-2274 -0.2 977 -0.5
2062 0.2 -895 0.5
1426 -3.4 54 -0.1
712 0.1 -7 0
-517 1.2 224 -0.6
-386 -0.4 200 0
-301 0 129 -0.1
217 -0.5 -95 0.3

-158 0 0 0
129 0.1 -70 0
123 0 -53 0
63 0 0 0
63 0.1 -33 0
-59 0 26 0
-58 -0.1 32 0
-51 0 27 0
48 0 0 0
46 0 -24 0
-38 0 16 0
-31 0 13 0
29 0 0 0
29 0 -12 0
26 0 0 0
-22 0 0 0
21 0 -10 0
17 -0.1 0 0
16 0 -8 0
-16 0.1 7 0
-15 0 9 0
-13 0 7 0
-12 0 6 0
11 0 0 0
-10 0 5 0
-8 0 3 0
7 0 -3 0
-7 0 0 0
-7 0 3 0

```

-7 0 3 0
6 0 0 0
6 0 -3 0
6 0 -3 0
-6 0 3 0
-6 0 3 0
5 0 0 0
-5 0 3 0
-5 0 3 0
-5 0 3 0
4 0 0 0
4 0 0 0
4 0 0 0
-4 0 0 0
-4 0 0 0
-4 0 0 0
3 0 0 0
-3 0 0 0
-3 0 0 0
-3 0 0 0
-3 0 0 0
-3 0 0 0
-3 0 0 0
-3 0 0 0];

```

% Using the tabulated values, compute the delta_longitude and

% delta_obliquity.

```
Xi = [X0(i,j) X1(i,j) X2(i,j) X3(i,j) X4(i,j)];
```

```

tabulated_argument(:,j)=(X0(i,j)*Y_terms(:,1)+
                                                                    X1(i,j)*Y_terms(:,2)+
X2(i,j)*Y_terms(:,3)+ X3(i,j)*Y_terms(:,4)+ X4(i,j)*Y_terms(:,5))*pi/180;

```

```

delta_longitude(:,j)    =    ((nutaton_terms(:,1)    +    (nutaton_terms(:,2)    *
julian.ephemeris_millenium(i,j)))) .* sin(tabulated_argument(:,j));
delta_obliquity(:,j)    =    ((nutaton_terms(:,3)    +    (nutaton_terms(:,4)    *
julian.ephemeris_millenium(i,j)))) .* cos(tabulated_argument(:,j));

```

% Nutation in longitude

```

nutaton.longitude(i,j) = sum(delta_longitude(:,j)) / 36000000;

```

% Nutation in obliquity

```

nutaton.obliquity(i,j) = sum(delta_obliquity(:,j)) / 36000000;

```

% This function compute the true obliquity of the ecliptic.

```

p = [2.45 5.79 27.87 7.12 -39.05 -249.67 -51.38 1999.25 -1.55 -4680.93 84381.448];

```

```

U(i,j) = julian.ephemeris_millenium(i,j)/10;

```

```

mean_obliquity(i,j) = p(1)*U(i,j).^10 + p(2)*U(i,j).^9 + p(3)*U(i,j).^8 + p(4)*U(i,j).^7
+p(5)*U(i,j).^6 + p(6)*U(i,j).^5 + p(7)*U(i,j).^4 + p(8)*U(i,j).^3 + p(9)*U(i,j).^2 +
p(10)*U(i,j) + p(11);

```

```

true_obliquity(i,j) = (mean_obliquity(i,j)/3600) + nutaton.obliquity(i,j);

```

% This function compute the aberration_correction, as a function of the

% earth-sun distance.

```

aberration_correction(i,j) = -20.4898./(3600*earth_heliocentric_position.radius(i,j));

```

% This function compute the sun apparent longitude

```

apparent_sun_longitude(i,j)    =    sun_geocentric_position.longitude(i,j)    +
nutaton.longitude(i,j) + aberration_correction(i,j);

```

```

% Mean sidereal time, in degrees
mean_stime(i,j) = 280.46061837 + (360.98564736629*(julian.day(i,j)-2451545)) +
(0.000387933* julian.century(i,j).^2) - (julian.century(i,j).^3/38710000);
F(i,j)=abs(mean_stime(i,j)/360)-floor(abs(mean_stime(i,j)/360));
if mean_stime(i,j)>0
mean_stime(i,j)=360*F(i,j);
elseif mean_stime(i,j)<0
mean_stime(i,j)=360-360*F(i,j);
end
apparent_stime_at_greenwich(i,j) = mean_stime(i,j) +
(nutation.longitude(i,j).*cos(true_obliquity(i,j)));

% This function compute the sun rigth ascension.
argument_numerator(i,j) = (sind(apparent_sun_longitude(i,j) ).*cosd(true_obliquity(i,j)
)) - (tand(sun_geocentric_position.latitude(i,j) ).* sind(true_obliquity(i,j) ));
argument_denominator(i,j) = cosd(apparent_sun_longitude(i,j) );
sun_rigth_ascension(i,j) = atan2(argument_numerator(i,j),
argument_denominator(i,j))*180/pi;
F(i,j)=abs(sun_rigth_ascension(i,j)/360)-floor(abs(sun_rigth_ascension(i,j)/360));
if sun_rigth_ascension(i,j)>0
sun_rigth_ascension(i,j)=360*F(i,j);
elseif sun_rigth_ascension(i,j)<0
sun_rigth_ascension(i,j)=360-360*F(i,j);
end
argument(i,j) = (sind(sun_geocentric_position.latitude(i,j) ).*cosd(true_obliquity(i,j) )) +
(cosd(sun_geocentric_position.latitude(i,j) ).*sind(true_obliquity(i,j)
)).*sind(apparent_sun_longitude(i,j) ));
sun_geocentric_declination(i,j) = asind(argument(i,j));

```

```

observer_local_hour(i,j) = apparent_stime_at_greenwich(i,j) + Longitude -
sun_rigth_ascension(i,j);
F(i,j)=abs(observer_local_hour(i,j)/360)-floor(abs(observer_local_hour(i,j)/360));
if observer_local_hour(i,j)>0
observer_local_hour(i,j)=360*F(i,j);
elseif observer_local_hour(i,j)<0
observer_local_hour(i,j)=360-360*F(i,j);
end

% This function compute the sun position (rigth ascension and declination)
% with respect to the observer local position at the Earth surface.
% Equatorial horizontal parallax of the sun in degrees
eq_horizontal_parallax(i,j) = 8.794./(3600 * earth_heliocentric_position.radius(i,j));
% Term u, used in the following calculations (in radians)
u = atand(0.99664719 * tand(Latitude));
% Term x, used in the following calculations
x = cosd(u) + ((Elevation/6378140).*cosd(Latitude));
% Term y, used in the following calculations
y = (0.99664719 * sind(u)) + ((Elevation/6378140).*sind(Latitude));
% Parallax in the sun rigth ascension (in radians)
nominator(i,j) = -x * sind(eq_horizontal_parallax(i,j) ).*sind(observer_local_hour(i,j) );
denominator(i,j) = cosd(sun_geocentric_declination(i,j) ) - (x *
sind(eq_horizontal_parallax(i,j) ).*cosd(observer_local_hour(i,j) ));
sun_rigth_ascension_parallax(i,j) = atan2(nominator(i,j), denominator(i,j));
% Conversion to degrees.
topocentric_sun_position.rigth_ascension_parallax(i,j) =
sun_rigth_ascension_parallax(i,j) * 180/pi;
% Topocentric sun rigth ascension (in degrees)

```

```

topocentric_sun_position.rigth_ascension(i,j)      =      sun_rigth_ascension(i,j)      +
(sun_rigth_ascension_parallax(i,j));
% Topocentric sun declination (in degrees)
nominator(i,j)      =      (sind(sun_geocentric_declination(i,j)      )      -
(y*sind(eq_horizontal_parallax(i,j) ))).* cosd(sun_rigth_ascension_parallax(i,j));
denominator(i,j)      =      cosd(sun_geocentric_declination(i,j)      )      -
(x*sind(eq_horizontal_parallax(i,j) ))).* cosd(observer_local_hour(i,j) );
topocentric_sun_position.declination(i,j) = atan2(nominator(i,j), denominator(i,j)) *
180/pi;
% This function compute the topocentric local jour angle in degrees
topocentric_local_hour(i,j)      =      observer_local_hour(i,j)      -
topocentric_sun_position.rigth_ascension_parallax(i,j);

% This function compute the sun zenith angle, taking into account the
% atmospheric refraction. A default temperature of 283K and a
% default pressure of 1010 mbar are used.
% Topocentric elevation, without atmospheric refraction
argument(i,j)  =  (sind(Latitude).*sind(topocentric_sun_position.declination(i,j)  ))
+(cosd(Latitude      ).*cosd(topocentric_sun_position.declination(i,j)
)).*cosd(topocentric_local_hour(i,j) ));
true_elevation(i,j) = asind(argument(i,j)) ;
% For exact pressure and temperature correction, use this,
% with P the pressure in mbar amd T the temperature in Kelvins:
refraction_corr(i,j) = (P(time.month(i,j))/1010) * (283/T(time.month(i,j))) * 1.02 / (60 *
tand(argument(i,j) + (10.3/(argument(i,j)+5.11)) ));
% Apparent elevation
if(true_elevation(i,j) > -5)
    apparent_elevation(i,j) = true_elevation(i,j) + refraction_corr(i,j);
else

```

```

    apparent_elevation(i,j) = true_elevation(i,j);
end
sun.zenith(i,j) = 90 - apparent_elevation(i,j);

% Topocentric azimuth angle. The +180 conversion is to pass from astronomer
% notation (westward from south) to navigation notation (eastward from
% north);
nominator(i,j) = sind(topocentric_local_hour(i,j) );
denominator(i,j) = (cosd(topocentric_local_hour(i,j) ) * sind(Latitude )) -
(tand(topocentric_sun_position.declination(i,j) ) * cosd(Latitude ));
sun.azimuth(i,j) = atan2(nominator(i,j), denominator(i,j))*180/pi + 180;
F(i,j)=abs(sun.azimuth(i,j)/360)-floor(abs(sun.azimuth(i,j)/360));
if sun.azimuth(i,j)>0
sun.azimuth(i,j)=360*F(i,j);
elseif sun.azimuth(i,j)<0
sun.azimuth(i,j)=360-360*F(i,j);
end
end
end

%Сколько дней прошло на текущий месяц?
for i=1:12
for j=1:size(time.month,2)
number_of_days_in_month(1,i) = length(find(time.month(1,:)==i));
end
end
for i=2:12
number_of_days_in_month(1,i)
number_of_days_in_month(1,i)+number_of_days_in_month(1,i-1);

```

end

%Расчёт траекторий зенита по месяцам

time.hour=0;

time.hour=(1:(20.9914-1)/(121-1):20.9914)';

time.hour=repmat(time.hour,1,12);

time.number_of_month=(1:1:12);

time.number_of_month=repmat(time.number_of_month,size(time.hour,1),1);

for number_of_month=1:12

if number_of_month==1

ZENITH=apparent_elevation(:,(1:number_of_days_in_month(:,number_of_month)));

else

ZENITH=apparent_elevation(:,(number_of_days_in_month(:,number_of_month-1):number_of_days_in_month(:,number_of_month)));

end

X(:,number_of_month)=time.hour(:,number_of_month);

Y(:,number_of_month)=ZENITH(:,number_of_month);

Pol_Coeff(:,number_of_month)=(polyfit(X(:,number_of_month),

Y(:,number_of_month),polynom_degree))';

dPol_Coeff(:,number_of_month)=polyder(Pol_Coeff(:,number_of_month));

ddPol_Coeff(:,number_of_month)=polyder(dPol_Coeff(:,number_of_month));

dddPol_Coeff(:,number_of_month)=polyder(ddPol_Coeff(:,number_of_month));

f(:,number_of_month)=polyval(Pol_Coeff(:,number_of_month),X(:,number_of_month));

df(:,number_of_month)=polyval(dPol_Coeff(:,number_of_month),X(:,number_of_month));

ddf(:,number_of_month)=polyval(ddPol_Coeff(:,number_of_month),X(:,number_of_month));

```

dddf(:,number_of_month)=polyval(dddPol_Coeff(:,number_of_month),X(:,number_of_
month));
[r,c,v]=find(df==max(df(:,number_of_month)));
angle_month_zen(:,number_of_month)=f(:,c);
speed_month_zen(:,number_of_month)=df(:,c);
acceleration_month_zen(:,number_of_month)=ddf(:,c);
jerk_zen(:,number_of_month)=dddf(:,c);
end

```

%Расчёт траекторий азимута по месяцам

```

time.hour=0;
time.hour=(1:(20.9914-1)/(121-1):20.9914)';
time.hour=repmat(time.hour,1,12);
time.number_of_month=(1:1:12);
time.number_of_month=repmat(time.number_of_month,size(time.hour,1),1);
for number_of_month=1:12
if number_of_month==1
AZIMUTH=sun.azimuth(:,(1:number_of_days_in_month(:,number_of_month)));
else
AZIMUTH=sun.azimuth(:,(number_of_days_in_month(:,number_of_month-
1):number_of_days_in_month(:,number_of_month)));
end
X(:,number_of_month)=time.hour(:,number_of_month);
Y(:,number_of_month)=AZIMUTH(:,number_of_month);
Pol_Coeff(:,number_of_month)=(polyfit(X(:,number_of_month),
Y(:,number_of_month),polynom_degree))';
dPol_Coeff(:,number_of_month)=polyder(Pol_Coeff(:,number_of_month));
ddPol_Coeff(:,number_of_month)=polyder(dPol_Coeff(:,number_of_month));
dddPol_Coeff(:,number_of_month)=polyder(ddPol_Coeff(:,number_of_month));

```

```

f(:,number_of_month)=polyval(Pol_Coeff(:,number_of_month),X(:,number_of_month)
);
df(:,number_of_month)=polyval(dPol_Coeff(:,number_of_month),X(:,number_of_mont
h));
ddf(:,number_of_month)=polyval(ddPol_Coeff(:,number_of_month),X(:,number_of_m
onth));
dddf(:,number_of_month)=polyval(dddPol_Coeff(:,number_of_month),X(:,number_of_
month));
[r,c,v]=find(df==max(df(:,number_of_month)));
angle_month_az(:,number_of_month)=f(:,c);
speed_month_az(:,number_of_month)=df(:,c);
acceleration_month_az(:,number_of_month)=ddf(:,c);
jerk_az(:,number_of_month)=dddf(:,c);
end

'ShowText','on'
plot(time.hour,angle_month_zen)
set(gca, 'FontName', 'Arial','FontSize',20,'color','w');xlabel('Время, ч.', 'FontSize',
20);ylabel('Угол азимута, градусы', 'FontSize', 20);
grid on
%
contourf(time.hour,time.number_of_month,angle_month_zen,30,'LineWidth',1)
grid on
colorbar
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman','FontSize',25,'color','white');xlabel('Время
суток (ч)', 'FontSize', 25);ylabel('Номер месяца', 'FontSize', 25);
colormap(parula)
%
contourf(time.hour,time.number_of_month,angle_month_az,30)

```

```

grid on
colorbar
set(gca, 'FontName', 'Arial','FontSize',15,'color','w');xlabel('Время суток (ч)', 'FontSize',
15);ylabel('Номер месяца', 'FontSize', 15);
%%%Velocity
contourf(time.hour,time.number_of_month,speed_month_zen,50)
colorbar
set(gca, 'FontName', 'Arial','FontSize',20,'color','w')
contourf(time.hour,time.number_of_month,speed_month_az,50)
colorbar
set(gca, 'FontName', 'Arial','FontSize',20,'color','w')
%%%
%%%Acceleration
contourf(time.hour,time.number_of_month,acceleration_month_zen,50)
colorbar
set(gca, 'FontName', 'Arial','FontSize',20,'color','w')
contourf(time.hour,time.number_of_month,acceleration_month_az,50)
colorbar
set(gca, 'FontName', 'Arial','FontSize',20,'color','w')
%%%
%%%Jerk
contourf(time.hour,time.number_of_month,jerk_zen,100)
colorbar
set(gca, 'FontName', 'Arial','FontSize',20,'color','w')
contourf(time.hour,time.number_of_month,jerk_az,100)
colorbar
set(gca, 'FontName', 'Arial','FontSize',20,'color','w')
%%%

```

```

time.hour=time.hour(:,1);
%Calculate the incidence angle for a surface oriented in any direction, I (in degrees):
I=(cosd(sun.zenith(:,1)).*cosd(sun.zenith(100,1))+sind(sun.zenith(100,1)).*sind(sun.zenith(:,1)).*cosd(sun.azimuth(:,1)-sun.azimuth(:,1)));
plot(time.hour(:,1),I)
mesh(time.hour,time.day_of_year,I)

%I=acosd(cosd(sun.zenith).*cosd(surface_slope)+sind(surface_slope).*sind(sun.zenith).*cosd(sun.azimuth-180-surface_azimuth_rotation));
%M is the sun's mean longitude (in degrees
M=280.4664567+360007.6982779*julian.ephemeris_millennium+0.03032028*
julian.ephemeris_millennium^2+(julian.ephemeris_millennium^3/49931)-
(julian.ephemeris_millennium^4/15300)-(julian.ephemeris_millennium^5/2000000);
M=M-floor(M/360)*360;

%The Equation of Time, E
E=M-0.0057183-sun_rigth_ascension+nutration.longitude*cosd(true_obliquity);

%%Расчёт и построение поверхностей кинематических кривых по углу Зенита
for i=1:size(time.hour,2)
X(:,i)=time.hour(:,i);
Y(:,i)=apparent_elevation(:,i);
Pol_Coeff(:,i)=(polyfit(X(:,i), Y(:,i),polynom_degree))';
dPol_Coeff(:,i)=polyder(Pol_Coeff(:,i));
ddPol_Coeff(:,i)=polyder(dPol_Coeff(:,i));
f(:,i)=polyval(Pol_Coeff(:,i),X(:,i));
df(:,i)=polyval(dPol_Coeff(:,i),X(:,i));
ddf(:,i)=polyval(ddPol_Coeff(:,i),X(:,i));
end

```

```

contour(Pol_Coeff,10)
contour(dPol_Coeff,10)
contourf(ddPol_Coeff,10)

```

%%%Расчёт и построение поверхностей кинематических кривых по углу Азимута

```

for i=1:size(time.hour,2)
X(:,i)=time.hour(:,i);
Y(:,i)=sun.azimuth(:,i);
Pol_Coeff(:,i)=(polyfit(X(:,i), Y(:,i),polynom_degree))';
dPol_Coeff(:,i)=polyder(Pol_Coeff(:,i));
ddPol_Coeff(:,i)=polyder(dPol_Coeff(:,i));
f(:,i)=polyval(Pol_Coeff(:,i),X(:,i));
df(:,i)=polyval(dPol_Coeff(:,i),X(:,i));
ddf(:,i)=polyval(ddPol_Coeff(:,i),X(:,i));
end
contour(Pol_Coeff)
contour(dPol_Coeff,10)
contourf(ddPol_Coeff,10)

```

```

i=1; %Выбор угловых характеристик для выбранного месяца
if i==1
AZIMUTH=sun.azimuth(:,(1:number_of_days_in_month(:,i)));
ZENITH=apparent_elevation(:,(1:number_of_days_in_month(:,i)));
else
AZIMUTH=sun.azimuth(:,(number_of_days_in_month(:,i-
1):number_of_days_in_month(:,i)));
ZENITH=apparent_elevation(:,(number_of_days_in_month(:,i-
1):number_of_days_in_month(:,i)));
end

```

%%%Расчёт и построение поверхностей угловых скоростей по углу Зенита для
выбранного месяца

```
for i=1:size(ZENITH,2)
X(:,i)=time.hour(:,i);
Y(:,i)=ZENITH(:,i);
Pol_Coeff(:,i)=(polyfit(X(:,i), Y(:,i),polynom_degree))';
dPol_Coeff(:,i)=polyder(Pol_Coeff(:,i));
ddPol_Coeff(:,i)=polyder(dPol_Coeff(:,i));
dddPol_Coeff(:,i)=polyder(ddPol_Coeff(:,i));
f(:,i)=polyval(Pol_Coeff(:,i),X(:,i));
df(:,i)=polyval(dPol_Coeff(:,i),X(:,i));
ddf(:,i)=polyval(ddPol_Coeff(:,i),X(:,i));
dddf(:,i)=polyval(dddPol_Coeff(:,i),X(:,i));
end
contour(Pol_Coeff,20)
contour(dPol_Coeff,20)
contour(ddPol_Coeff,20)
contour(dddPol_Coeff,20)
```

%%%Расчёт и построение поверхностей угловых скоростей по углу Азимута для
выбранного месяца

```
for i=1:size(AZIMUTH,2)
X(:,i)=time.hour(:,i);
Y(:,i)=AZIMUTH(:,i);
Pol_Coeff(:,i)=(polyfit(X(:,i), Y(:,i),polynom_degree))';
dPol_Coeff(:,i)=polyder(Pol_Coeff(:,i));
ddPol_Coeff(:,i)=polyder(dPol_Coeff(:,i));
dddPol_Coeff(:,i)=polyder(ddPol_Coeff(:,i));
```

```

f(:,i)=polyval(Pol_Coeff(:,i),X(:,i));
df(:,i)=polyval(dPol_Coeff(:,i),X(:,i));
ddf(:,i)=polyval(ddPol_Coeff(:,i),X(:,i));
dddf(:,i)=polyval(dddPol_Coeff(:,i),X(:,i));
end
contour(Pol_Coeff,10)
contour(dPol_Coeff,10)
contourf(ddPol_Coeff,10)
contour(dddPol_Coeff,20)

%Обработка данных с NREL,MATLAB and Polynom
NREL_Zen_Jan=[];
NREL_Zen_Aug=[];
NREL_Az_Jan=[];
NREL_Az_Aug=[];
subplot(2, 1, 2);plot(time.hour(:,1),NREL_Zen_Jan(:,(1)));grid on;hold
on;plot(time.hour(:,1),NREL_Zen_Jan(:,(2)));plot(time.hour(:,1),NREL_Zen_Jan(:,(3)))
figure
plot(time.hour(:,1),NREL_Zen_Jan(:,(2))-NREL_Zen_Jan(:,(1)))
hold on
plot(time.hour(:,1),NREL_Zen_Jan(:,(2))-NREL_Zen_Jan(:,(3)))
grid on

plot(time.hour(:,1),NREL_Zen_Aug(:,(1)))
grid on
hold on
plot(time.hour(:,1),NREL_Zen_Aug(:,(2)))
plot(time.hour(:,1),NREL_Zen_Aug(:,(3)))
figure

```

hold on

```
plot(time.hour(:,1),NREL_Zen_Aug(:,(2))-NREL_Zen_Aug(:,(1)))
```

```
plot(time.hour(:,1),NREL_Zen_Aug(:,(2))-NREL_Zen_Aug(:,(3)))
```

```
plot(time.hour(:,1),NREL_Az_Jan(:,(1:3)))
```

```
plot(time.hour(:,1),NREL_Az_Jan(:,(1:3)))
```

```
plot(time.hour(:,1),NREL_Az_Jan(:,(1:3)))
```

figure

hold on

```
plot(time.hour(:,1),NREL_Az_Jan(:,(2))-NREL_Az_Jan(:,(1)))
```

```
plot(time.hour(:,1),NREL_Az_Jan(:,(2))-NREL_Az_Jan(:,(3)))
```

```
plot(time.hour(:,1),NREL_Az_Aug(:,(1:3)))
```

figure

hold on

```
plot(time.hour(:,1),NREL_Az_Aug(:,(2))-NREL_Az_Aug(:,(1)))
```

```
plot(time.hour(:,1),NREL_Az_Aug(:,(2))-NREL_Az_Aug(:,(3)))
```

%Расчёт траекторий движения для СПМ

```
i=5;
```

```
t=0;
```

```
time.hour=t;
```

```
time.hour=(1:(20.9914-1)/(121-1):20.9914)';
```

```
%%%
```

```
gamma = degtorad(0);
```

```
%%%
```

```
psi=degtorad(angle_month_az(:,,:));
```

```
xi=degtorad(angle_month_zen(:,,:));
```

varphi=0;

eta=deg2rad(0);

aw2=deg2rad(45);

xi_w2=15;

varphi_w2=deg2rad(90);

q0 = cos(psi ./ 2) .* cos(xi ./ 2) .* cos(varphi ./ 2) + sin(psi ./ 2) .* sin(xi ./ 2) .* sin(varphi ./ 2);

q1 = cos(psi ./ 0.2e1) .* cos(xi ./ 0.2e1) .* sin(varphi ./ 0.2e1) - sin(psi ./ 0.2e1) .* sin(xi ./ 0.2e1) .* cos(varphi ./ 0.2e1);

q2 = cos(psi ./ 0.2e1) .* sin(xi ./ 0.2e1) .* cos(varphi ./ 0.2e1) + sin(psi ./ 0.2e1) .* cos(xi ./ 0.2e1) .* sin(varphi ./ 0.2e1);

q3 = sin(psi ./ 0.2e1) .* cos(xi ./ 0.2e1) .* cos(varphi ./ 0.2e1) - cos(psi ./ 0.2e1) .* sin(xi ./ 0.2e1) .* sin(varphi ./ 0.2e1);

A = -0.16e2 .* cos(xi_w2 ./ 0.2e1) .* (sin(eta(:,i)) .* (q2.^2 + q3.^2 - 1 ./ 0.2e1) - (q0 .* q3 - q1 .* q2) .* cos(eta(:,i))) .* sin(xi_w2 ./ 0.2e1) .* cos(varphi_w2 ./ 0.2e1).^2 - 0.8e1 .* ((q1.^2 + q3.^2 - 1 ./ 0.2e1) .* cos(eta(:,i)) + sin(eta(:,i)) .* (q0 .* q3 + q1 .* q2)) .* sin(varphi_w2 ./ 0.2e1) .* cos(varphi_w2 ./ 0.2e1) + 0.8e1 .* cos(xi_w2 ./ 0.2e1) .* (sin(eta(:,i)) .* (q2.^2 + q3.^2 - 1 ./ 0.2e1) - (q0 .* q3 - q1 .* q2) .* cos(eta(:,i))) .* sin(xi_w2 ./ 0.2e1);

B = 0.16e2 .* cos(xi_w2 ./ 0.2e1) .* ((q1.^2 + q3.^2 - 1 ./ 0.2e1) .* cos(eta(:,i)) + sin(eta(:,i)) .* (q0 .* q3 + q1 .* q2)) .* sin(xi_w2 ./ 0.2e1) .* cos(varphi_w2 ./ 0.2e1).^2 - 0.8e1 .* sin(varphi_w2 ./ 0.2e1) .* (sin(eta(:,i)) .* (q2.^2 + q3.^2 - 1 ./ 0.2e1) - (q0 .* q3 - q1 .* q2) .* cos(eta(:,i))) .* cos(varphi_w2 ./ 0.2e1) - 0.8e1 .* cos(xi_w2 ./ 0.2e1) .* ((q1.^2 + q3.^2 - 1 ./ 0.2e1) .* cos(eta(:,i)) + sin(eta(:,i)) .* (q0 .* q3 + q1 .* q2)) .* sin(xi_w2 ./ 0.2e1);

C = (((-8 .* q0 .* q2 + 8 .* q1 .* q3) .* sin(eta(:,i)) - 0.8e1 .* (q0 .* q1 + q2 .* q3) .* cos(eta(:,i))) .* cos(xi_w2 ./ 0.2e1).^2 + 0.8e1 .* cos(xi_w2 ./ 0.2e1) .* (sin(eta(:,i)) .*

```
((q2.^2)+(q3.^2)-1./0.2e1)-(q0.*q3-q1.*q2).*cos(eta(:,i))).*sin(xi_w2./
0.2e1)+(4.*q0.*q2-4.*q1.*q3).*sin(eta(:,i))+0.4e1.*(q0.*q1+q2.*q3).*
cos(eta(:,i))).*cos(varphi_w2./0.2e1).^2+0.4e1.*(((q1.^2)+(q3.^2)-1./0.2e1)
.*cos(eta(:,i))+sin(eta(:,i)).*(q0.*q3+q1.*q2)).*sin(varphi_w2./0.2e1).*
cos(varphi_w2./0.2e1)+((4.*q0.*q2-4.*q1.*q3).*sin(eta(:,i))+0.4e1.*(q0.*
q1+q2.*q3).*cos(eta(:,i))).*cos(xi_w2./0.2e1).^2-0.4e1.*cos(xi_w2./0.2e1).*
(sin(eta(:,i)).*((q2.^2)+(q3.^2)-1./0.2e1)-(q0.*q3-q1.*q2).*cos(eta(:,i))).*
sin(xi_w2./0.2e1)+(-2.*q0.*q2+2.*q1.*q3).*sin(eta(:,i))-0.2e1.*(q0.*q1+
q2.*q3).*cos(eta(:,i));
```

```
Arc2Up = A./0.2e1 + C + sqrt(A.^2 + B.^2)/0.2e1;
```

```
Arc2Low = A./0.2e1 + C - sqrt(A.^2 + B.^2)/0.2e1;
```

```
Arc=0;
```

```
Theta11 = -aw2.*pi./0.180e3 - eta - asin((0.2e1.*A.*sqrt(-(-B.^2./0.4e1+(C-Arc)
.*(C+A-Arc)).*B.^2)+B.^2.*(A+0.2e1.*C-0.2e1.*Arc))./(A.^2+B.^2)
./B);
```

```
Theta12 = -aw2.*pi./0.180e3 - eta - asin((-0.2e1.*A.*sqrt(-(-B.^2./0.4e1+(C-
Arc).*(C+A-Arc)).*B.^2)+B.^2.*(A+0.2e1.*C-0.2e1.*Arc))./(A.^2+B
.^2)./B);
```

```
Theta11=radtodeg(Theta11);
```

```
Theta12=radtodeg(Theta12);
```

```
plot(Theta11)
```

```
hold on
```

```
plot(Theta12)
```

```
%Моделирование солнечного вектора
```

```
s=[0,0,20];
```

```
c=[0,0,0];
```

```
psi=degtorad(0);
```

```
xi=degtorad(90-0);
```

```

phi=deg2rad(0);
x = [1 0 0;0 cos(phi) -sin(phi);0 sin(phi) cos(phi)];
y = [cos(xi) 0 sin(xi);0 1 0;-sin(xi) 0 cos(xi)];
z = [cos(phi) -sin(phi) 0;sin(phi) cos(phi) 0;0 0 1];
M=z*y*x;
S = Z*y*(x*s);
cs=[c';s'];
plot3(cs(:,1),cs(:,2),cs(:,3),'*b-')
hold on
axis square
grid on
cS=[c';S'];
plot3(cS(:,1),cS(:,2),cS(:,3),'*b-')

%Моделирование солнечного вектора (полная траектория)
s=[0,0,1000];
c=[0,0,0];
for i=1:size(angle_month_az,2)
psi=deg2rad(angle_month_az(:,i));
xi=deg2rad(angle_month_zen(:,i));
xi(xi<0)=0;
xi = pi/2 - xi;
phi=deg2rad(0);
for j=1:size(psi,1)
q(j,:) = angle2quat(phi,xi(j,:),psi(j,:),'XYZ');
S = quatrotate (q(j,:),s);
cs=[c;s];
plot3(cs(:,1),cs(:,2),cs(:,3),'*b')
hold on

```

```

axis square
grid on
cS=[c;S];
plot3(cS(:,1),cS(:,2),cS(:,3),'*b')
end
end

s=[0,0,100];
c=[0,0,0];
psi=degtorad(angle_month_az(:,1));
xi=degtorad(angle_month_zen(:,1));
xi(xi<0)=0;
xi = pi/2 - xi;
phi=degtorad(0);
for j=1:size(psi,1)
q(j,:) = angle2quat(phi,xi(j,:),psi(j,:),'XYZ');
S = quatrotate (q(j,:),s);
cs=[c;s];
plot3(cs(:,1),cs(:,2),cs(:,3),'*b')
hold on
axis square
grid on
cS=[c;S];
plot3(cS(:,1),cS(:,2),cS(:,3),'*b')
end

%Проверка поворотов платформы
i=5;
t=0;

```

```

time.hour=t;
time.hour=(1:(20.9914-1)/(121-1):20.9914)';
Theta = degtorad(0);
Center=[0,0,0];
u=[0,0,-1];
s=[0,0,1];
eta=degtorad([0,120,-120]);
%%%
gamma = degtorad(0);
%%%
a1 = degtorad(90);
%%%
a2 = degtorad(95);
A2 = degtorad(45);
%%%
a3 = degtorad(100);
A3 = degtorad(45);
%%%
Phi = degtorad(0);
Xi=degtorad(90);
Xi(Xi<0)=0;
Xi = pi/2 - Xi;
Psi = degtorad(0);
Sigma = degtorad(0);
%%%
arc = degtorad(A2+A3);
%%%
for i=1:size(eta,2)
q_u = angle2quat(gamma,0,eta(:,i),'XYZ');

```

```

q_w1 = angle2quat(a1, 0, eta(:,i),'XYZ');
q_w2 = angle2quat(a2, 0, -A2+eta(:,i),'XYZ');
q_w3 = angle2quat(a3, 0, A3+eta(:,i),'XYZ');
q = angle2quat(Phi,Xi,Psi,'XYZ');

```

```

U(i,:) = quatrotate (q_u,u);
W3(i,:) = ZSigma * quatrotate(q,((quatrotate (q_w3,u)))')');

```

```

a(i,:) = (-cos(A2) * (cos(eta(:,i)) ^ 2 + sin(eta(:,i)) ^ 2) * (cos(eta(:,i)) * W3(i,2) -
sin(eta(:,i)) * W3(i,1)) * sin(gamma) ^ 2 + W3(i,3) * cos(gamma) * cos(A2) *
(cos(eta(:,i)) ^ 2 + sin(eta(:,i)) ^ 2) * sin(gamma) + (-sin(A2) * W3(i,1) + W3(i,2) *
cos(A2)) * cos(eta(:,i)) - sin(eta(:,i)) * (sin(A2) * W3(i,2) + W3(i,1) * cos(A2))) * sin(a2)
- ((-sin(eta(:,i)) * cos(gamma) * W3(i,1) + cos(gamma) * W3(i,2) * cos(eta(:,i))) *
sin(gamma) - (cos(gamma) ^ 2 - 0.1e1) * W3(i,3)) * cos(a2);

```

```

b(i,:) = (W3(i,3) * sin(A2) * (cos(eta(:,i)) ^ 2 + sin(eta(:,i)) ^ 2) * sin(gamma) + (sin(A2)
* cos(gamma) * W3(i,2) + cos(A2) * cos(gamma) * W3(i,1)) * cos(eta(:,i)) - sin(eta(:,i))
* (sin(A2) * cos(gamma) * W3(i,1) - cos(A2) * cos(gamma) * W3(i,2))) * sin(a2) -
cos(a2) * (cos(eta(:,i)) * W3(i,1) + sin(eta(:,i)) * W3(i,2)) * sin(gamma);

```

```

c(i,:) = (cos(A2) * (cos(eta(:,i)) ^ 2 + sin(eta(:,i)) ^ 2) * (cos(eta(:,i)) * W3(i,2) -
sin(eta(:,i)) * W3(i,1)) * sin(gamma) ^ 2 - W3(i,3) * cos(gamma) * cos(A2) * (cos(eta(:,i))
^ 2 + sin(eta(:,i)) ^ 2) * sin(gamma)) * sin(a2) - ((sin(eta(:,i)) * cos(gamma) * W3(i,1) -
cos(gamma) * W3(i,2) * cos(eta(:,i))) * sin(gamma) + cos(gamma) ^ 2 * W3(i,3)) *
cos(a2);

```

```

thet11_num(i,:) = (-a(i,:) * sqrt((b(i,:) ^ 2 * (a(i,:) ^ 2 - arc ^ 2 + 2 * arc * c(i,:) + b(i,:) ^
2 - c(i,:) ^ 2))) - (b(i,:) ^ 2 * (-arc + c(i,:)))) / (a(i,:) ^ 2 + b(i,:) ^ 2) / b(i,:);

```

```

thet11_denum(i,:) = (((arc - c(i,:)) * a(i,:)) + sqrt((b(i,:) ^ 2 * (a(i,:) ^ 2 - arc ^ 2 + 2 * arc
* c(i,:) + b(i,:) ^ 2 - c(i,:) ^ 2)))) / (a(i,:) ^ 2 + b(i,:) ^ 2);
theta11(i,:) = atan2(thet11_num(i,:), thet11_denum(i,:));

```

```

thet12_num(i,:) = (a(i,:) * sqrt((b(i,:) ^ 2 * (a(i,:) ^ 2 - arc ^ 2 + 2 * arc * c(i,:) + b(i,:) ^ 2
- c(i,:) ^ 2))) - (b(i,:) ^ 2 * (-arc + c(i,:)))) / (a(i,:) ^ 2 + b(i,:) ^ 2) / b(i,:);
thet12_denum(i,:) = (((arc - c(i,:)) * a(i,:)) - sqrt((b(i,:) ^ 2 * (a(i,:) ^ 2 - arc ^ 2 + 2 * arc
* c(i,:) + b(i,:) ^ 2 - c(i,:) ^ 2)))) / (a(i,:) ^ 2 + b(i,:) ^ 2);
theta12(i,:) = atan2(thet12_num(i,:), thet12_denum(i,:));

```

```

ZTheta = [cos(Theta) + (1 - cos(Theta)) * U(i,1) ^ 2 (1 - cos(Theta)) * U(i,1) * U(i,2) -
sin(Theta) * U(i,3) (1 - cos(Theta)) * U(i,1) * U(i,3) + sin(Theta) * U(i,2);
(1 - cos(Theta)) * U(i,1) * U(i,2) + sin(Theta) * U(i,3) cos(Theta) + (1 - cos(Theta)) *
U(i,2) ^ 2 (1 - cos(Theta)) * U(i,2) * U(i,3) - sin(Theta) * U(i,1);
(1 - cos(Theta)) * U(i,1) * U(i,3) - sin(Theta) * U(i,2) (1 - cos(Theta)) * U(i,2) * U(i,3) +
sin(Theta) * U(i,1) cos(Theta) + (1 - cos(Theta)) * U(i,3) ^ 2;];

```

```

W1(i,:) = (ZTheta * (quatrotate (q_w1,u)))';

```

```

W2(i,:) = (ZTheta * (quatrotate (q_w2,u)))';

```

```

S(i,:) = quatrotate (q,s);

```

```

ZSigma = [cos(Sigma) + (1 - cos(Sigma)) * S(i,1) ^ 2 (1 - cos(Sigma)) * S(i,1) * S(i,2) -
sin(Sigma) * S(i,3) (1 - cos(Sigma)) * S(i,1) * S(i,3) + sin(Sigma) * S(i,2);
(1 - cos(Sigma)) * S(i,1) * S(i,2) + sin(Sigma) * S(i,3) cos(Sigma) + (1 - cos(Sigma)) *
S(i,2) ^ 2 (1 - cos(Sigma)) * S(i,2) * S(i,3) - sin(Sigma) * S(i,1);
(1 - cos(Sigma)) * S(i,1) * S(i,3) - sin(Sigma) * S(i,2) (1 - cos(Sigma)) * S(i,2) * S(i,3) +
sin(Sigma) * S(i,1) cos(Sigma) + (1 - cos(Sigma)) * S(i,3) ^ 2;];

```

```

CU=[Center;U(i,:)];

```

```

plot3(CU(:,1),CU(:,2),CU(:,3),'r')

```

axis square

grid on

hold on

CS=[Center;S(i,:)];

plot3(CS(:,1),CS(:,2),CS(:,3),'*--r')

axis square

grid on

hold on

CW1=[Center;W1(i,:)];

plot3(CW1(:,1),CW1(:,2),CW1(:,3),'b')

CW2=[Center;W2(i,:)];

plot3(CW2(:,1),CW2(:,2),CW2(:,3),'c')

CW3=[Center;W3(i,:)];

plot3(CW3(:,1),CW3(:,2),CW3(:,3),'m')

if i==3

W3W3=[W3(1,:);W3(2,:)];

plot3(W3W3(:,1),W3W3(:,2),W3W3(:,3),'k')

W3W3=[W3(2,:);W3(3,:)];

plot3(W3W3(:,1),W3W3(:,2),W3W3(:,3),'k')

W3W3=[W3(1,:);W3(3,:)];

plot3(W3W3(:,1),W3W3(:,2),W3W3(:,3),'k')

end

end

```

%Расчёт траекторий движения для СПМ
t=0;
F=0;
time.hour=t;
time.hour=(1:(20.9914-1)/(121-1):20.9914)';
Theta = degtorad(0);
Center=[0,0,0];
u=[0,0,-1];
s=[0,0,1];
eta=degtorad([0,-120,120]);
%%%
gamma = degtorad(-0);
%%%
a1 = degtorad(-90);
%%%
a2 = degtorad(-95);
A2 = degtorad(45);
%%%
a3 = degtorad(-100);
A3 = degtorad(-sign(A2)*45);
%%%
Phi=degtorad(0);
Xi=degtorad(angle_month_zen(:,3));
Xi(Xi<0)=0;
Xi = pi/2 - Xi;
Psi=degtorad(angle_month_az(:,3));
Sigma = degtorad(0);
%%%
arc = degtorad(A2+A3);

```

```

%%%
for i=1:size(eta,2)
for j=1:size(Psi,1)
q_u = angle2quat(gamma,0,eta(:,i),'XYZ');
q_w3 = angle2quat(a3, 0, A3+eta(:,i),'XYZ');
q = angle2quat(Phi,Xi(j,:),Psi(j,:), 'XYZ');

q_w1 = angle2quat(a1, 0, eta(:,i),'XYZ');
q_w2 = angle2quat(a2, 0, A2+eta(:,i),'XYZ');

U = quatrotate (q_u,u);
S = quatrotate (q,s);
ZSigma = [cos(Sigma) + (1 - cos(Sigma)) * S(:,1) ^ 2 (1 - cos(Sigma)) * S(:,1) * S(:,2) -
sin(Sigma) * S(:,3) (1 - cos(Sigma)) * S(:,1) * S(:,3) + sin(Sigma) * S(:,2);
(1 - cos(Sigma)) * S(:,1) * S(:,2) + sin(Sigma) * S(:,3) cos(Sigma) + (1 - cos(Sigma)) *
S(:,2) ^ 2 (1 - cos(Sigma)) * S(:,2) * S(:,3) - sin(Sigma) * S(:,1);
(1 - cos(Sigma)) * S(:,1) * S(:,3) - sin(Sigma) * S(:,2) (1 - cos(Sigma)) * S(:,2) * S(:,3) +
sin(Sigma) * S(:,1) cos(Sigma) + (1 - cos(Sigma)) * S(:,3) ^ 2;];

W3 = ZSigma * quatrotate(q,((quatrotate (q_w3,u)))');

a(i,j)=cos(gamma) ^ 2 * cos(a2) * W3(3,:) + (W3(3,:) * cos(A2) * (cos(eta(:,i)) ^ 2 +
sin(eta(:,i)) ^ 2) * sin(gamma) * sin(a2) - cos(a2) * (-sin(eta(:,i)) * W3(1,:) + W3(2,:) *
cos(eta(:,i))) * sin(gamma)) * cos(gamma) + (-cos(A2) * (cos(eta(:,i)) ^ 2 + sin(eta(:,i)) ^
2) * (-sin(eta(:,i)) * W3(1,:) + W3(2,:) * cos(eta(:,i))) * sin(gamma) ^ 2 + (W3(2,:) *
cos(A2) - sin(A2) * W3(1,:)) * cos(eta(:,i)) - sin(eta(:,i)) * (W3(1,:) * cos(A2) + sin(A2)
* W3(2,:))) * sin(a2) - cos(a2) * W3(3,:);
b(i,j)=((W3(1,:) * cos(A2) + sin(A2) * W3(2,:)) * cos(eta(:,i)) - sin(eta(:,i)) * (-W3(2,:) *
cos(A2) + sin(A2) * W3(1,:))) * sin(a2) * cos(gamma) + W3(3,:) * sin(A2) * (cos(eta(:,i))

```

$$\wedge 2 + \sin(\eta(:,i)) \wedge 2) * \sin(\gamma) * \sin(a_2) - \cos(a_2) * (\sin(\eta(:,i)) * W_3(2,:) + W_3(1,:) * \cos(\eta(:,i))) * \sin(\gamma);$$

$$c(i,j) = \cos(\gamma) \wedge 2 * \cos(a_2) * W_3(3,:) + (-W_3(3,:) * \cos(A_2) * (\cos(\eta(:,i)) \wedge 2 + \sin(\eta(:,i)) \wedge 2) * \sin(\gamma) * \sin(a_2) - \cos(a_2) * (\sin(\eta(:,i)) * W_3(1,:) - W_3(2,:) * \cos(\eta(:,i))) * \sin(\gamma)) * \cos(\gamma) + \cos(A_2) * (\cos(\eta(:,i)) \wedge 2 + \sin(\eta(:,i)) \wedge 2) * (-\sin(\eta(:,i)) * W_3(1,:) + W_3(2,:) * \cos(\eta(:,i))) * \sin(\gamma) \wedge 2 * \sin(a_2);$$

$$\text{thet11_num}(i,j) = (-\sqrt{(b(i,j) \wedge 2 * (a(i,j) \wedge 2 - \text{arc} \wedge 2 - 2 * \text{arc} * c(i,j) + b(i,j) \wedge 2 - c(i,j) \wedge 2))) * a(i,j) + (b(i,j) \wedge 2 * (\text{arc} + c(i,j)))}) / (a(i,j) \wedge 2 + b(i,j) \wedge 2) / b(i,j);$$

$$\text{thet11_denum}(i,j) = (((\text{arc} + c(i,j)) * a(i,j)) + \sqrt{(b(i,j) \wedge 2 * (a(i,j) \wedge 2 - \text{arc} \wedge 2 - 2 * \text{arc} * c(i,j) + b(i,j) \wedge 2 - c(i,j) \wedge 2)))}) / (a(i,j) \wedge 2 + b(i,j) \wedge 2);$$

$$\text{theta11}(i,j) = \text{atan2}(\text{thet11_num}(i,j), \text{thet11_denum}(i,j));$$

$$\text{thet12_num}(i,j) = (\sqrt{(b(i,j) \wedge 2 * (a(i,j) \wedge 2 - \text{arc} \wedge 2 - 2 * \text{arc} * c(i,j) + b(i,j) \wedge 2 - c(i,j) \wedge 2))) * a(i,j) + (b(i,j) \wedge 2 * (\text{arc} + c(i,j)))}) / (a(i,j) \wedge 2 + b(i,j) \wedge 2) / b(i,j);$$

$$\text{thet12_denum}(i,j) = (((\text{arc} + c(i,j)) * a(i,j)) - \sqrt{(b(i,j) \wedge 2 * (a(i,j) \wedge 2 - \text{arc} \wedge 2 - 2 * \text{arc} * c(i,j) + b(i,j) \wedge 2 - c(i,j) \wedge 2)))}) / (a(i,j) \wedge 2 + b(i,j) \wedge 2);$$

$$\text{theta12}(i,j) = \text{atan2}(\text{thet12_num}(i,j), \text{thet12_denum}(i,j));$$

$$Z_{\text{Theta}} = [\cos(\text{theta11}(i,j)) + (1 - \cos(\text{theta11}(i,j))) * U(:,1) \wedge 2 (1 - \cos(\text{theta11}(i,j))) * U(:,1) * U(:,2) - \sin(\text{theta11}(i,j)) * U(:,3) (1 - \cos(\text{theta11}(i,j))) * U(:,1) * U(:,3) + \sin(\text{theta11}(i,j)) * U(:,2);$$

$$(1 - \cos(\text{theta11}(i,j))) * U(:,1) * U(:,2) + \sin(\text{theta11}(i,j)) * U(:,3) \cos(\text{theta11}(i,j)) + (1 - \cos(\text{theta11}(i,j))) * U(:,2) \wedge 2 (1 - \cos(\text{theta11}(i,j))) * U(:,2) * U(:,3) - \sin(\text{theta11}(i,j)) * U(:,1);$$

$$(1 - \cos(\text{theta11}(i,j))) * U(:,1) * U(:,3) - \sin(\text{theta11}(i,j)) * U(:,2) (1 - \cos(\text{theta11}(i,j))) * U(:,2) * U(:,3) + \sin(\text{theta11}(i,j)) * U(:,1) \cos(\text{theta11}(i,j)) + (1 - \cos(\text{theta11}(i,j))) * U(:,3) \wedge 2;];$$

```
W1 = (ZTheta * (quatrotate (q_w1,u)))';
```

```
W2 = (ZTheta * (quatrotate (q_w2,u)))';
```

```
W2W3(i,j) = dot(W2,W3);
```

```
CU=[Center;U];
```

```
plot3(CU(:,1),CU(:,2),CU(:,3),'r')
```

```
axis square
```

```
grid on
```

```
hold on
```

```
CS=[Center;S];
```

```
plot3(CS(:,1),CS(:,2),CS(:,3),'*r')
```

```
axis square
```

```
grid on
```

```
hold on
```

```
CW1=[Center;W1];
```

```
plot3(CW1(:,1),CW1(:,2),CW1(:,3),'*b')
```

```
CW2=[Center;W2];
```

```
plot3(CW2(:,1),CW2(:,2),CW2(:,3),'*c')
```

```
CW3=[Center;W3];
```

```
plot3(CW3(:,1),CW3(:,2),CW3(:,3),'*m')
```

```
end
```

```
end
```

```

figure
subplot(1,2,1)
plot(time.day_of_year,time.day_of_year,'ko','LineWidth',1)
axis([0 max(time.day_of_year) 0 max(time.day_of_year)])
xticks(0:73:max(time.day_of_year))
yticks(0:73:max(time.day_of_year))
ylabel('Номер дня в году','color','k')
set(gca,'YColor','k')
xlabel('День года (а)','color','k')
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman','FontSize',22)
grid on
%
subplot(1,2,2)
yyaxis left
plot(time.day_of_year,time.month,'b','LineWidth',1)
axis([0 max(time.day_of_year) 0 max(time.month)])
xticks(0:73:max(time.day_of_year))
yticks(0:1:max(time.month))
hold on
ylabel('Номер месяца','color','b')
set(gca,'YColor','b')
yyaxis right
plot(time.day_of_year,time.day_of_month,'r-o','LineWidth',1)
axis([0 max(time.day_of_year) 0 max(time.day_of_month)])
xticks(0:73:max(time.day_of_year))
yticks(0:1:max(time.day_of_month))
ylabel('Номер дня в месяце','color','r')
set(gca,'YColor','r')
xlabel('День года (б)','color','k')

```

```
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 22)
```

```
grid on
```

```
%
```

```
tightfig
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. ПРОГРАММА РАСЧЁТА ТАХОГРАММ И НАГРУЗОЧНЫХ ДИАГРАММ ДЛЯ СФЕРИЧЕСКОГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МАНИПУЛЯТОРА

%%%Тоже самое для конфигурации (для всего диапазона углов)

Month = 1;

%%%

g = 9.81;

fe=0;

ne=0;

mp=20;

R = 0.3;

alpha = degtorad(90);

betta = degtorad(75);

l = 1.6;

w = 0.8;

h = 0.02;

Ixx = (mp/12) * (w^2 + h^2);

Iyy = (mp/12) * (l^2 + h^2);

Izz = (mp/12) * (w^2 + l^2);

Ip = diag([Ixx;Iyy;Izz]);

ml1 = 0.15;

Il1 = 1/4 * ml1 * R^2 * ((1-arc^2)/alpha^2+2-sin(2*alpha)/alpha);

ml2 = ml1;

chi = 2 * R/alpha * sin(alpha/2);

Ilxx = 1/2 * ml2 * R^2 * (1-sin(alpha)/alpha);

Ilyy = 1/2 * ml2 * ((R^2*sin(alpha))/alpha-8*R*chi/alpha*sin(alpha/2)+R^2+2*chi^2);

Ilzz = 1/2 * ml2 * (R^2 + chi^2 - 4*R*chi/alpha*sin(alpha/2));

Il2 = diag([Ilxx;Ilyy;Ilzz]);

```

%%
W1 = rand(1,3);
W2 = rand(1,3);
W3 = rand(1,3);
t = 0;
time.hour = t;
time.hour=(1:(20.9914-1)/(121-1):20.9914)';
theta1 = degtorad([0,-0,0])';
Center=[0,0,0];
u=[0,0,-1];
U = rand(1,3);
s=[0,0,1];
eta=degtorad([0,-120,120]);
%%U
gamma = degtorad(0);
%%W1
a1 = degtorad(90);
%%W2
a2 = degtorad(91);
A2 = degtorad(45);
%%W3
a3 = degtorad(92);
A3 = degtorad(-sign(A2)*45);
%%
Xi=degtorad(90-angle_month_zen(:,Month));
Xi(Xi<0)=0;
Xi = pi/2 - Xi;
Psi=degtorad(-angle_month_az(:,Month));
Sigma = degtorad(-0);

```

```

Phi = degtorad(-0);
arc = cos(degtorad(radtodeg(abs(A2))+radtodeg(abs(A3))));
%%%

for j=1:size(Psi,1)
for i=1:size(eta,2)

q_u = angle2quat(gamma,0,eta(:,i),'XYZ');
q_w1 = angle2quat(a1, 0, eta(:,i),'XYZ');
q_w2 = angle2quat(a2, 0, A2+eta(:,i),'XYZ');
q_w3 = angle2quat(a3, 0, A3+eta(:,i),'XYZ');
q = angle2quat(Phi,Xi(j,:),Psi(j,:),'XYZ');

U(i,:) = quatrotate (q_u,u);
S(:,j) = quatrotate (q,s)';

qSigma = [cos(Sigma/2) S(1,j)*sin(Sigma/2) S(2,j)*sin(Sigma/2) S(3,j)*sin(Sigma/2)];
qSigmaR = quatmultiply(q, qSigma);

W2_origin(i,:) = (quatrotate (q_w2,u))';

W3(i,:) = quatrotate(qSigmaR,((quatrotate (q_w3,u)))')');

a(i,j)    =    dot(W3(i,:),[2*W2_origin(i,2)*U(i,1)*U(i,2)-2*W2_origin(i,1)*U(i,2)^2-
2*W2_origin(i,1)*U(i,3)^2+2*W2_origin(i,3)*U(i,1)*U(i,3),2*W2_origin(i,1)*U(i,2)*
U(i,1)-2*W2_origin(i,2)*U(i,1)^2-
2*W2_origin(i,2)*U(i,3)^2+2*W2_origin(i,3)*U(i,2)*U(i,3),2*W2_origin(i,1)*U(i,3)*
U(i,1)-2*W2_origin(i,3)*U(i,1)^2-
2*W2_origin(i,3)*U(i,2)^2+2*W2_origin(i,2)*U(i,3)*U(i,2)]];

```

```

b(i,j) = dot(W3(i,:),[W2_origin(i,3)*U(i,2)-
W2_origin(i,2)*U(i,3),W2_origin(i,1)*U(i,3)-
W2_origin(i,3)*U(i,1),W2_origin(i,2)*U(i,1)-W2_origin(i,1)*U(i,2)]);
c(i,j) = dot(W3(i,:),W2_origin(i,:));

```

```

theta1(i,j) = -2*atan((b(i,j)+sqrt(b(i,j)^2-c(i,j)^2+2*c(i,j)*arc-a(i,j)*c(i,j)-
arc^2+a(i,j)*arc))/(a(i,j)+c(i,j)-arc));
theta2(i,j) = -2*atan((b(i,j)-sqrt(b(i,j)^2-c(i,j)^2+2*c(i,j)*arc-a(i,j)*c(i,j)-
arc^2+a(i,j)*arc))/(a(i,j)+c(i,j)-arc));

```

```

qTheta1 = [cos(-theta1(i,j)/2) U(i,1)*sin(-theta1(i,j)/2) U(i,2)*sin(-theta1(i,j)/2)
U(i,3)*sin(-theta1(i,j)/2)];
qTheta2 = [cos(-theta2(i,j)/2) U(i,1)*sin(-theta2(i,j)/2) U(i,2)*sin(-theta2(i,j)/2)
U(i,3)*sin(-theta2(i,j)/2)];

```

```

%theta1(i,j) = pi - 2 * atan2(norm([qTheta1(2),qTheta1(3),qTheta1(4)]),qTheta1(1));
%theta2(i,j) = pi - 2 * atan2(norm([qTheta2(2),qTheta2(3),qTheta2(4)]),qTheta2(1));

```

```

W11(i,:) = quatrotate(qTheta1,(quatrotate (q_w1,u)))';
W21(i,:) = quatrotate(qTheta1,W2_origin(i,:))';
W12(i,:) = quatrotate(qTheta2,(quatrotate (q_w1,u)))';
W22(i,:) = quatrotate(qTheta2,W2_origin(i,:))';

```

```

fp=fe+mp*g*R*cos(betta);
np=ne-0;
fi(i,j)=ml2*chi*g-ml2*chi*g-ml2*chi*g-ml2*chi*g-ml2*chi*g-ml2*chi*g;

```

```

if i==3
aJ1=[(cross(W21(1,:),W3(1,:)))',(cross(W21(2,:),W3(2,:)))',(cross(W21(3,:),W3(3,:)))'];

```

```
aJ2=[(cross(W22(1,:),W3(1,:)))',(cross(W22(2,:),W3(2,:)))',(cross(W22(3,:),W3(3,:)))'];
```

```
bJ1=diag([dot(cross(U(i,:),W21(i,:)),W3(i,:)),(dot(cross(U(2,:),W21(2,:)),W3(2,:))), (dot  
(cross(U(3,:),W21(3,:)),W3(3,:)))]);
```

```
bJ2=diag([dot(cross(U(i,:),W22(i,:)),W3(i,:)),(dot(cross(U(2,:),W22(2,:)),W3(2,:))), (dot  
(cross(U(3,:),W22(3,:)),W3(3,:)))]);
```

```
detA1(:,j)=det(aJ1);
```

```
detA2(:,j)=det(aJ2);
```

```
detB1(:,j)=det(inv(bJ1));
```

```
detB2(:,j)=det(inv(bJ2));
```

```
detJ1(:,j)=det(aJ1)*det(inv(bJ1));
```

```
detJ2(:,j)=det(aJ2)*det(inv(bJ2));
```

```
%%%
```

```
I_plat = mp * R^2 * cos(betta)^2 * [0 -S(1,3) S(1,2);S(1,3) 0 -S(1,1);-S(1,2) S(1,1) 0] *  
[0 -S(1,3) S(1,2);S(1,3) 0 -S(1,1);-S(1,2) S(1,1) 0]' + [-2 * q(3) ^ 2 - 2 * q(4) ^ 2 + 1 -2 *  
q(1) * q(4) + 2 * q(2) * q(3) 2 * q(1) * q(3) + 2 * q(2) * q(4);  
2 * q(1) * q(4) + 2 * q(2) * q(3) -2 * q(2) ^ 2 - 2 * q(4) ^ 2 + 1 -2 * q(1) * q(2) + 2 * q(3)  
* q(4);  
-2 * q(1) * q(3) + 2 * q(2) * q(4) 2 * q(1) * q(2) + 2 * q(3) * q(4) -2 * q(2) ^ 2 - 2 * q(3)  
^ 2 + 1;] * Ip * [-2 * q(3) ^ 2 - 2 * q(4) ^ 2 + 1 -2 * q(1) * q(4) + 2 * q(2) * q(3) 2 * q(1)  
* q(3) + 2 * q(2) * q(4);  
2 * q(1) * q(4) + 2 * q(2) * q(3) -2 * q(2) ^ 2 - 2 * q(4) ^ 2 + 1 -2 * q(1) * q(2) + 2 * q(3)  
* q(4);  
-2 * q(1) * q(3) + 2 * q(2) * q(4) 2 * q(1) * q(2) + 2 * q(3) * q(4) -2 * q(2) ^ 2 - 2 * q(3)  
^ 2 + 1;]';
```

```

E1      =      [(W3(1,:)' + W21(1,:))/norm(W3(1,:)+W21(1,:))      (W3(1,:)' -
W21(1,:))/norm(W3(1,:)-W21(1,:))
cross(W3(1,:)',W21(1,:))/norm(cross(W3(1,:)',W21(1,:)))];
E2      =      [(W3(2,:)' + W21(2,:))/norm(W3(2,:)+W21(2,:))      (W3(2,:)' -
W21(2,:))/norm(W3(2,:)-W21(2,:))
cross(W3(2,:)',W21(2,:))/norm(cross(W3(2,:)',W21(2,:)))];
E3      =      [(W3(3,:)' + W21(3,:))/norm(W3(3,:)+W21(3,:))      (W3(3,:)' -
W21(3,:))/norm(W3(3,:)-W21(3,:))
cross(W3(3,:)',W21(3,:))/norm(cross(W3(3,:)',W21(3,:)))];

tau1(:,j) = (inv(bJ1*aJ1))' * (fp-fi(:,j));
tau2(:,j) = (inv(bJ2*aJ2))' * (fp-fi(:,j));
end

end

end

plot(time.hour(:,1),tau1(1:3,:),'-o')
legend('1 привод','2 привод','3 привод')
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman','FontSize',24);xlabel('Время, ч.', 'FontSize',
24);ylabel('Момент, Н*м', 'FontSize', 24);
grid on
figure
plot(time.hour(:,1),tau2(1:3,:),'-o')
grid on
legend('1 привод','2 привод','3 привод')
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman','FontSize',24);xlabel('Время, ч.', 'FontSize',
24);ylabel('Момент, Н*м', 'FontSize', 24);

```

```

for i=1:size(theta1,1)
r = (randi(1000,1,121) - 500)/1000;
theta1s(i,:)=theta1(i,:)+r;
theta1s(i,:) = smooth(time.hour(:,1),theta1s(i,:),0.25,'rloess');
time.hour_r = ((time.hour(1:end-1)+time.hour(2:end))/2)';
dtheta1s(i,:)=[(diff(theta1s(i,:))./diff(time.hour')),interp1(time.hour_r,(diff(theta1s(i,:))./
diff(time.hour')),[time.hour(size(time.hour,1),:)],'linear','extrap')];
end
plot(time.hour(:,1),dtheta1s(1:3,:)*180/pi)
grid on

for i=1:size(theta2,1)
r = (randi(1000,1,121) - 500)/1000;
theta2s(i,:)=theta2(i,:)+r;
theta2s(i,:) = smooth(time.hour(:,1),theta2s(i,:),0.25,'rloess');
time.hour_r = ((time.hour(1:end-1)+time.hour(2:end))/2)';

dtheta2s(i,:)=[(diff(theta2s(i,:))./diff(time.hour')),interp1(time.hour_r,(diff(theta2s(i,:))./
diff(time.hour')),[time.hour(size(time.hour,1),:)],'linear','extrap')];
end
plot(time.hour(:,1),dtheta2s(1:3,:)*180/pi)
grid on

plot(time.hour(:,1),theta1(1:3,:)*180/pi,'-o')
hold on
plot(time.hour(:,1),theta1s(1:3,:)*180/pi,'-o')
plot(time.hour(:,1),theta2(1:3,:)*180/pi,'-o')

```

hold on

```
plot(time.hour(:,1),theta2s(1:3,:)*180/pi,'-o')
```

figure

```
plot(time.hour(:,1),theta1s(1:3,:)*180/pi,'-o')
```

hold on

```
legend('1 привод','2 привод','3 привод')
```

```
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman','FontSize',24);xlabel('Время, ч.', 'FontSize',  
24);ylabel('Угол, град', 'FontSize', 24);
```

figure

```
plot(time.hour(:,1),theta2s(1:3,:)*180/pi,'-o')
```

hold on

```
legend('1 привод','2 привод','3 привод')
```

```
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman','FontSize',24);xlabel('Время, ч.', 'FontSize',  
24);ylabel('Угол, град', 'FontSize', 24);
```

figure

```
plot(time.hour(:,1),dtheta1s(1:3,:)*180/pi,'-o')
```

hold on

```
legend('1 привод','2 привод','3 привод')
```

```
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman','FontSize',24);xlabel('Время, ч.', 'FontSize',  
24);ylabel('Угловая скорость, град/10 мин', 'FontSize', 24);
```

figure

```
plot(time.hour(:,1),dtheta2s(1:3,:)*180/pi,'-o')
```

hold on

```
legend('1 привод','2 привод','3 привод')
```

```
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman','FontSize',24);xlabel('Время, ч.', 'FontSize',  
24);ylabel('Угловая скорость, град/10 мин', 'FontSize', 24);
```


ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПРОГРАММА ДЛЯ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

```
function f = objfun_15_04_2020(x)
Zmax = evalin('base','Zmax');
Zmin = evalin('base','Zmin');
betta = evalin('base','betta')
;VR = evalin('base','VR');
P=evalin('base','P');
mR=evalin('base','mR');
Mud = evalin('base','Mud');
Mem = evalin('base','Mem');
Bi=evalin('base','Bi');
fi=evalin('base','fi');
pud=evalin('base','pud');
nnom=evalin('base','nnom');
kdz=evalin('base','kdz');
kda=evalin('base','kda');
gammaFe=evalin('base','gammaFe');
q1=evalin('base','q1');
Ik=evalin('base','Ik');
alpha=evalin('base','alpha');
tobm=evalin('base','tobm');
Ud=evalin('base','Ud');
rom=evalin('base','rom');
mu0=evalin('base','mu0');
Ik_off=evalin('base','Ik_off');
Psumm = evalin('base','Psumm');
jk=evalin('base','jk');%%%options.TolCon = evalin('base','options.TolCon');
```

```

kzm = evalin('base','kzm');%%%%%%%%%
Z1 = ((Zmax * nnom / 60 / fi).^(1./betta))./(4 .* (x(1)./pud) .* (Bi./x(5)));
Z2 = ((Zmin * nnom / 60 / fi).^(1./betta))./(4 .* (x(1)./pud) .* (Bi./x(5)));
ZR = (4.*(x(1)/pud).*(Bi.^2./x(5).^2).*((x(4).^2)/(4.*x(6).*kdz.*x(4).^2+x(7).*kda)));
%
ZR = (60 .* fi / nnom) .* (ZR).^(1/betta); ZS = (x(12).*q1.*ZR)./(x(12).*q1-1);
nkV = ZS/x(12); Rk = x(3)/(ZS*x(21)^2);
Rk20 = Rk/(alpha.*(tobm-20)+1);
Udl = x(20) - x(3)*nkV/(x(12)*x(21));
qpr = pi .* (x(16)^2) / 4;
tZR = 2.*pi/ZR;
tZS = 2*pi/ZS;
gamma_rab = tZR - tZS;
t_rab = gamma_rab/(nnom*(pi/30)); %%%
kz = x(6)/mR;
kbh = -((pi*kz*x(4)^2)*(x(8) + 1))/((ZR)*(x(8)+kz-x(8)*kz-1));
D1 = (2*sqrt((VR*(1 - kz))/(x(10)*(1 - x(8)^2))))/sqrt(pi);
D2 = (2*x(8)*sqrt((VR*(1 - kz))/(x(10)*(1 - x(8)^2))))/sqrt(pi);
bZR = sqrt((VR*kz*kbh)/(ZR*x(10)))/(kbh);
hZR = sqrt((VR*kz*kbh)/(ZR*x(10)));
haR = D1 - D2; DR = D1 + 2*hZR; Wk =
(kbh*t_rab*Udl*ZR*bZR)/(kz*x(14)*x(17)*nkV*VR);
Ll_sr = (((kz*x(14)*x(17)*nkV*qpr*Rk20*VR))/(x(11)*t_rab*Udl*ZR*bZR)) -
2*x(10)*rom)/(2*rom);
bZS = (Udl*t_rab)/(Wk*x(14)*x(10)*nkV);
Fmax = (Udl*gamma_rab/(nnom*(pi/30)))/(nkV*Wk);
dF = (4*pi*Mem)/(nkV*ZR*ZS*Wk*x(21));
delta = (Wk^2*bZS*mu0*x(10))/(2*Fmax);
Fd = Wk^2*mu0*bZS*x(10)/2/delta;

```

$$Fq = Wk^2 \cdot \mu_0 \cdot bZS \cdot x(10) / (2 \cdot \delta + hZR);$$

$$Ld = Fd/x(21); Lq = Fq/x(21);$$

$$Di = DR + 2 \cdot \delta;$$

$$SPS = 2 \cdot qpr \cdot 10^{-6} \cdot Wk/x(18)$$

$$; hZS = (\sqrt{(\pi \cdot Di/ZS - bZS)^2 + 4 \cdot \pi/ZS \cdot SPS}) - (\pi \cdot Di/ZS - bZS) / (2 \cdot \pi/ZS);$$

$$haS = (x(14) \cdot bZS \cdot \sqrt{kda \cdot pud \cdot x(19)}) / (2 \cdot \sqrt{(x(2) \cdot Bi^2) / (nnom \cdot ZR/60/fi)^{\beta} - x(14)^2 \cdot kdz \cdot pud \cdot x(19)});$$

$$Da = Di + 2 \cdot haS + 2 \cdot hZS;$$

%Формируемые по желанию разработчика критерии качества

ПРИЛОЖЕНИЕ Г. ПРОГРАММА ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА ДОПУСТИМЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРИВОДНОГО ДВИГАТЕЛЯ

```

ClearAll["Global`*"]
|очистить все

In[ ]:= SpecificMoment = {{(1.96, 5.6), {2.36, 5.6), {23.6, 58.9}, {78.5, 196}}}*1000 // TraditionalForm
|традиционная форма

Out[ ]//TraditionalForm=

$$\begin{pmatrix} 1960. & 5600. \\ 2360. & 5600. \\ 23600. & 58900. \\ 78500. & 196000 \end{pmatrix}$$


In[ ]:= pars = {Mem = 30, nnom = 5, fi = 25, wR = nnom Pi / 30, PE = Mem wR, η = 90 / 100, ΔPE = PE / η - PE, pud = 1.05, kdZ = 2, kda = 1.8, BZS = RandomReal[{1, 2}], PcR = RandomReal[{0, 1}]*ΔPE,
|число пи |случайное действительное число |случайное действительное число
Psl = RandomReal[{0, 1}]*{PE - PcR}, group = RandomInteger[{3, 4}], Mud = SpecificMoment[[All, group]], Mud = RandomReal[{Mud[[1, 1]], Mud[[1, 2]]}], VR = Mem / Mud,
|случайное действительное число |случайное целое число |всё |случайное действительное число |случайное действительное число
yFe = 7800, mR = VR yFe, β = RandomReal[{1, 2}], Bv = RandomReal[{1, 2}], Zmin = 4, Z2 = {Zmin*nnom/60/fi}^β / (4*(PcR/pud))*{Bv/BZS}), m = RandomInteger[{3, 5}],
|случайное действительное число |случайное действительное число |случайное целое число
Ik = 1, α = 0.0039, тобм = 75, Ud = 100, nke = 1, dnp = 0.5344*Ik^0.5, rom = 0.0154, μ0 = 4*Pi*10^-7, kaan = RandomReal[{0.35, 0.45}]} // TraditionalForm
|число пи |случайное действительное число |традиционная форма

Out[ ]//TraditionalForm=

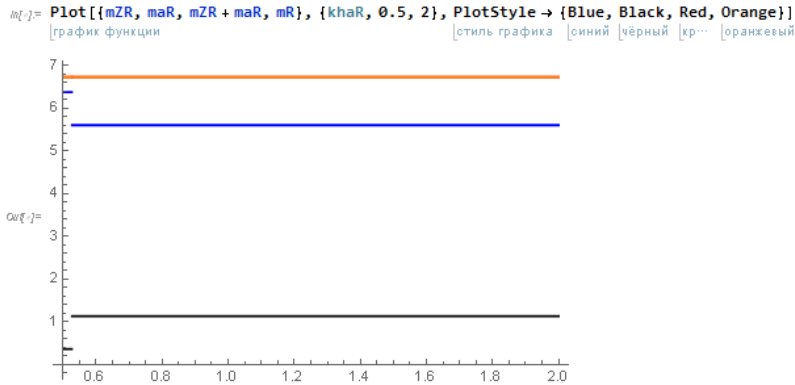
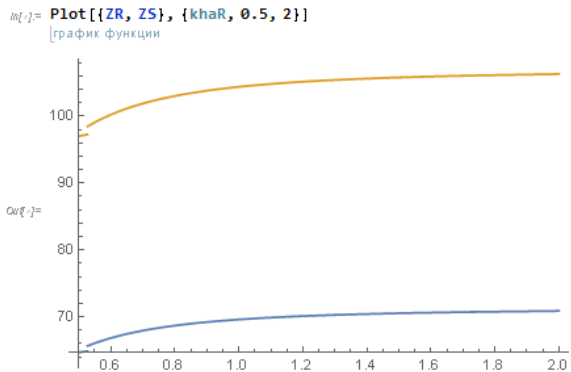
$$\left\{30, 5, 25, \frac{\pi}{6}, 5\pi, \frac{9}{10}, \frac{5\pi}{9}, 1.05, 2, 1.8, 1.76818, 1.01349, 11.0705, 3, \{23600., 58900.\}, 34802.5, 0.000862006, 7800, 6.72365, 1.82528, 1.62278, 4, 0.000106674, 3, 1, 0.0039, 75, 100, 1, 0.5344, 0.0154, \frac{\pi}{2500000}, 0.387704\right\}$$


In[ ]:= mZR =
Piecewise[{{{RandomReal[mR], 0.5 < khaR < 0.5270462766947299 && 0 < mR < \frac{0.5 \text{ khaR}^2}{Z2}}},
|кусочно-зад. |случайное действительное число
{\frac{5 \text{ khaR}^2 - 10 \text{ mR } Z2}{-10 Z2 + 36 \text{ khaR}^2 Z2} + \left(\text{mR} - \frac{5 \text{ khaR}^2 - 10 \text{ mR } Z2}{-10 Z2 + 36 \text{ khaR}^2 Z2}\right) * \text{RandomReal}[], 0.5 < khaR < 0.5270462766947299 \&\& \frac{0.5 \text{ khaR}^2}{Z2} < \text{mR} < \frac{0.13888888888888889}{Z2}},
\{\text{RandomReal}[\text{mR}], 0.5270462766947299 < khaR < 2 \&\& 0 < \text{mR} < \frac{0.13888888888888889}{Z2}\}},
|случайное действительное число
\left\{0 + \left(\frac{5 \text{ khaR}^2 - 10 \text{ mR } Z2}{-10 Z2 + 36 \text{ khaR}^2 Z2} - 0\right) * \text{RandomReal}[], 0.5270462766947299 < khaR < 2 \&\& \frac{0.13888888888888889}{Z2} \leq \text{mR} < \frac{0.5 \text{ khaR}^2}{Z2}\right\}} // Simplify
|случайное действительное число |упростить

Out[ ]:=

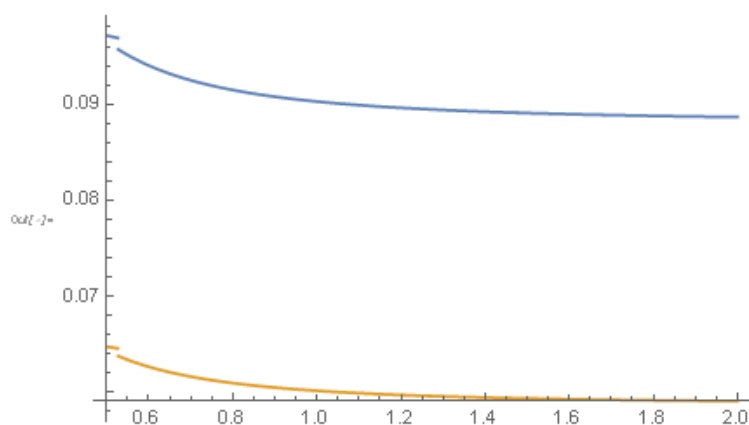
$$\begin{matrix} 5.59678 & 0.527046 < khaR < 2. \\ 6.36921 & 0.5 < khaR < 0.527046 \\ 0 & True \end{matrix}$$


```


$$\ln[\cdot] = \frac{ZR}{60 \text{ фн} / \text{пном}} * \{4 * (\text{PcR} / \text{пуд}) * \{\text{Би}^2 / \text{BZS}^2\} * (\text{khaR}^2 / \{4 * \text{mZR} * \text{kDZ} * \text{khaR}^2 + \text{maR} * \text{kda}\})\}^{\frac{1}{\beta}} // \text{Simplify}; \text{ZS} = \text{m} * \text{ZR} / (\text{m} - 1) // \text{Simplify};$$


ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Продолжение.

```
in[2]:= Plot[{tZR, tZS}, {khaR, 0.5, 2}]
[график функции]
```



```
in[2]:= gamma6 = tZR - tZS; tpa6 = gamma6 / omegaR; qnp = Pi * dnp^2 / 4; Rk = Pал / (ZS * Ik^2) // Simplify; Rk20 = Rk / (alpha * (to6m - 20) + 1); UdL = Ud - Pал / (m * Ik);
[число пи] [упростить]
```

```
in[2]:= kbh = (Pi * kz * khaR^2 * (kD + 1)) / (4 * ZR * (kD + kz - kD * kz - 1)) // Simplify
[число пи] [упростить]
```

$$\text{Out}[2]= \frac{0.00137207 (1 + kD) khaR^2 kz}{(-1 + kD + kz - kD kz) \left(\frac{khaR^2}{1.8 \left(\begin{array}{cc} 0.354443 & 0.527046 \\ 1.12687 & 0.527046 \end{array} \right)} + 8 khaR^2 \left(\begin{array}{cc} 5.59678 & 0.527046 \\ 6.36921 & 0.527046 \end{array} \right) \right)}$$

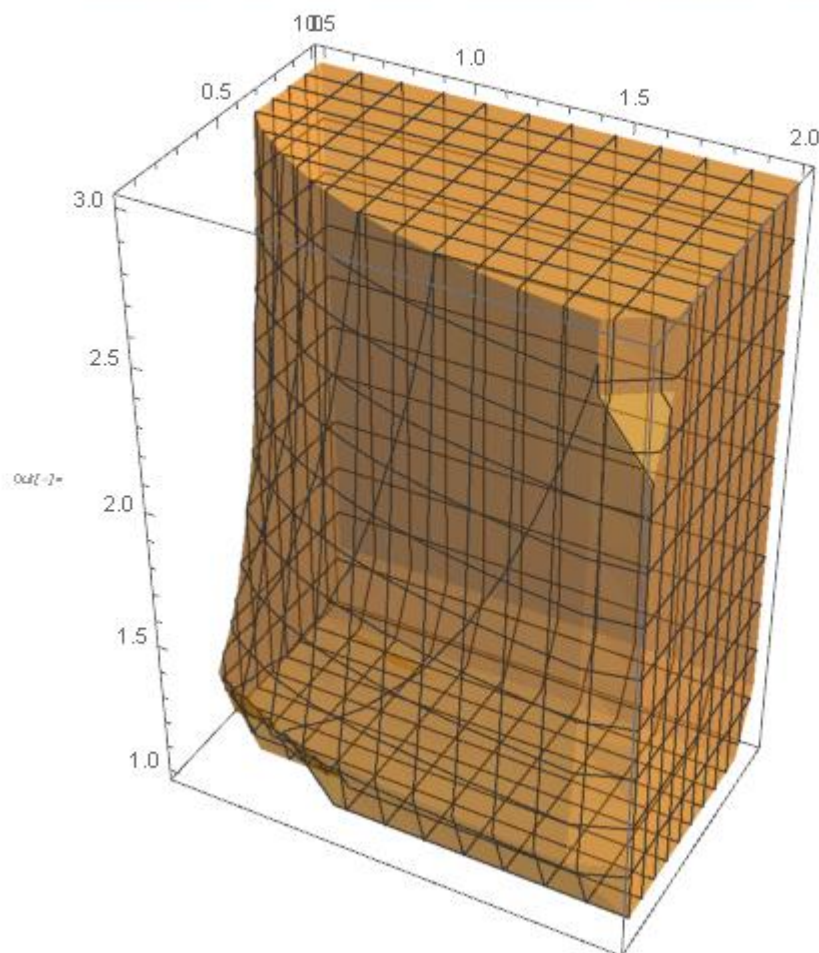
```
in[2]:= R = ImplicitRegion[kbh > 0.01 && kD + kz - kD * kz > 1, {{khaR, 0.5, 2}, {kz, 0, 1}, {kD, 1, 3}}];
[ неявно заданная область ]
```

```
in[2]:= RegionPlot3D[R, Axes -> True, PlotStyle -> Opacity[0.5], PlotPoints -> 10, Mesh -> 10]
[визуализация г... [оси] [ист... [отиль гра... [прозрачность] [начальное числ... [сетка]
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Продолжение.

```
in[2]:= R = ImplicitRegion[kbh > 0.01 && kd + kz - kd * kz > 1, {{khaR, 0.5, 2}, {kz, 0, 1}, {kd, 1, 3}}];
| неявно заданная область
```

```
in[3]:= RegionPlot3D[R, Axes -> True, PlotStyle -> Opacity[0.5], PlotPoints -> 10, Mesh -> 10]
| визуализация г... | оси | ист... | стиль гра... | прозрачность | начальное числ... | сетка
```



```
in[4]:= D1 = (2 * kd * Sqrt[(VR * (kz - 1)) / (16 * (1 - kd^2))]) / Sqrt[p1] // Simplify; D2 = (2 * Sqrt[(VR * (kz - 1)) / (16 * (1 - kd^2))]) / Sqrt[p1] // Simplify;
| квадратный корень | | квадратны... | упростить | | квадратный корень | | квадратны... | упростить
```

```
in[5]:= bZR = Sqrt[(VR * kz * kbh) / (ZR * 16)] / kbh // Simplify; hZR = Sqrt[(VR * kz * kbh) / (ZR * 16)] // Simplify;
| квадратный корень | | упростить | | квадратный корень | | упростить
```

```
in[6]:= haR = D1 - D2 // Simplify; DR = D1 + 2 * hZR // Simplify;
| упростить | | упростить
```

```
in[7]:= R = ImplicitRegion[bZR > 0 && kd + kz - kd * kz > 1, {{khaR, 0.5, 2}, {kz, 0, 1}, {kd, 1, 3}}];
| неявно заданная область
```

```
in[8]:= RegionPlot3D[R, Axes -> True, PlotStyle -> Opacity[0.5], PlotPoints -> 10, Mesh -> 10];
| визуализация г... | оси | ист... | стиль гра... | прозрачность | начальное числ... | сетка
```

```
in[9]:= wk = (kbh * tpa6 * Udl * ZR * bZR) / (kz * BZS * kbh * nkb * VR) // Simplify;
| упростить
```

```
in[10]:= Lncp = (((kz * BZS * kbh * nkb * qnp * Rk20 * VR) / (kbh * tpa6 * Udl * ZR * bZR)) - 2 * 16 * rom) / (2 * rom) // Simplify;
| упростить
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Продолжение.

```

in[2]:= bZS = (UdL * tpa6) / (mk * BZS * lδ * nka) // Simplify;
                                         |упростить

in[3]:= Fmax = (UdL * γpa6 / ωR) / (nka * mk) // Simplify;
                                         |упростить

in[4]:= dF = (4 * Pi * Mem) / (nka * ZR * ZS * mk * Ik) // Simplify;
          |число пи                               |упростить

in[5]:= δ = (mk^2 * bZS * μ0 * lδ) / (2 * Fmax) // Simplify;
                                         |упростить

in[6]:= Fd = mk^2 * μ0 * bZS * lδ / 2 // Simplify;
                                         |упростить

in[7]:= Fq = mk^2 * μ0 * bZS * lδ / (2 * δ + hZR) // Simplify;
                                         |упростить

in[8]:= Ld = Fd / Ik // Simplify;
          |упростить
          Lq = Fq / Ik // Simplify;
          |упростить

in[9]:= Di = DR + 2 * δ // Simplify;
          |упростить

in[10]:= SPS = 2 * qnp * 10^-6 * mk / kaan;

in[11]:= hZS = (Sqrt[(Pi * Di / ZS - bZS)^2 + 4 * Pi / ZS * SPS] - (Pi * Di / ZS - bZS)) / (2 * Pi / ZS);
          |ква... |число пи |число пи |число пи |число пи

in[12]:= haS = (BZS * bZS * Sqrt[kda * pud * maR]) / (2 * Sqrt[(Pcs * Bi^2) / (nnom * ZR / 60 / fi) ^beta - BZS^2 * kdz * pud * maR]);
          |кв.адратный корень |кв.адратный корень

in[13]:= Da = Di + 2 * haS + 2 * hZS;

in[14]:= R = ImplicitRegion[500 > mk > 10 && kD + kz - kD * kz > 1, {{khaR, 0.5, 2}, {kz, 0, 1}, {kD, 1, 3}}];
          | неявно заданная область

in[15]:= RegionPlot3D[R, Axes -> True, PlotStyle -> Opacity[0.5], PlotPoints -> 30, Mesh -> 10];
          |визуализация г... |оси |ист... |стиль гра... |прозрачность |начальное числ... |сетка

in[16]:= Clear[fitmk]; Clear[fitbZS]; Clear[fitbZR]; Clear[qhZR]; Clear[qLncp]; Clear[qδ];
          |очистить |очистить |очистить |очистить |очистить |очистить

in[17]:= qδ[khaR_, kz_, hD_, Lδ_, hbb_] = δ;

in[18]:= qLncp[khaR_, kz_, hD_, Lδ_, hbb_] = Lncp;

in[19]:= %350

out[2]:= %350

in[20]:= qhZR[khaR_, kz_, hD_, Lδ_, hbb_] = hZR - (df * mk^2 * bZS * μ0 * lδ) / (Fmax * (dF - Fmax)) // Simplify;
          |упростить

```

$$\begin{aligned}
 &0.0331292 \text{ kz} \\
 &16 \sqrt{\frac{(1+4kD) \text{ khaR}^2 \text{ kz}^2}{(1+4kD) \text{ khaR}^2 \text{ kz}^2}} \left(\frac{\text{khaR}^2}{1.8 \left(\begin{pmatrix} 0.354443 & 0.5 \text{ ekhaR} \cdot 0.527046 \\ 1.12687 & 0.527046 \text{ ekhaR} \cdot 2. \\ 6.72365 & \text{True} \end{pmatrix} \cdot 8 \text{ khaR}^2 \begin{pmatrix} 5.59678 & 0.527046 \text{ ekhaR} \cdot 2. \\ 6.36921 & 0.5 \text{ ekhaR} \cdot 0.527046 \\ 0 & \text{True} \end{pmatrix} \right)} \right)
 \end{aligned}$$

```
in[21]:= fitbZS[khaR_, kz_, hD_, Lδ_, hbb_] = bZS
```

$$\begin{aligned}
 &0.0331292 \text{ kbb kz} \\
 &16 \sqrt{\frac{(1+4kD) \text{ khaR}^2 \text{ kz}^2}{(1+4kD) \text{ khaR}^2 \text{ kz}^2}} \left(\frac{\text{khaR}^2}{1.8 \left(\begin{pmatrix} 0.354443 & 0.5 \text{ ekhaR} \cdot 0.527046 \\ 1.12687 & 0.527046 \text{ ekhaR} \cdot 2. \\ 6.72365 & \text{True} \end{pmatrix} \cdot 8 \text{ khaR}^2 \begin{pmatrix} 5.59678 & 0.527046 \text{ ekhaR} \cdot 2. \\ 6.36921 & 0.5 \text{ ekhaR} \cdot 0.527046 \\ 0 & \text{True} \end{pmatrix} \right)} \right)
 \end{aligned}$$

```
in[22]:= fitmk[khaR_, kz_, hD_, Lδ_, hbb_] = mk
```

$$\begin{aligned}
 &11.4889 \sqrt{\frac{(1+4kD) \text{ khaR}^2 \text{ kz}^2}{(1+4kD) \text{ khaR}^2 \text{ kz}^2}} \left(\frac{\text{khaR}^2}{1.8 \left(\begin{pmatrix} 0.354443 & 0.5 \text{ ekhaR} \cdot 0.527046 \\ 1.12687 & 0.527046 \text{ ekhaR} \cdot 2. \\ 6.72365 & \text{True} \end{pmatrix} \cdot 8 \text{ khaR}^2 \begin{pmatrix} 5.59678 & 0.527046 \text{ ekhaR} \cdot 2. \\ 6.36921 & 0.5 \text{ ekhaR} \cdot 0.527046 \\ 0 & \text{True} \end{pmatrix} \right)} \right)
 \end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Продолжение.

```
in :- R = ImplicitRegion[bZS > 0 && kD + kz - kD * kz > 1, {[khaR, 0.5, 2], {kz, 0, 1}, {kD, 1, 3}}];
      |неявно заданная область

in :- RegionPlot3D[R, Axes -> True, PlotStyle -> Opacity[0.5], PlotPoints -> 25, Mesh -> 10];
      |визуализация г... |оси |меш... |стиль гра... |прозрачность |начальное число... |сетка

in :- Manipulate[RegionPlot3D[ImplicitRegion[Sqrt[(VR * kz * kbh) / (ZR * 16)] / kbh > 0 && kD + kz - kD * kz > 1, {[khaR, 0.5, 2], {kz, 0, 1}, {kD, 1, 3}}], Axes -> True, PlotStyle -> Opacity[0.5], PlotPoints -> 10, Mesh -> 10], {16, 0.01, 1, 0.0005}];
      |параметр... |визуализация... |неявно задан... |квадратный корень |оси |меш... |стиль гра... |прозрачность |начальное число... |сетка

in :- R = ImplicitRegion[bZR > bZS > 0.001 && kD + kz - kD * kz > 1, {[khaR, 0.5, 2], {kz, 0, 1}, {kD, 1, 3}}];
      |неявно заданная область

in :- RegionPlot3D[R, Axes -> True, PlotStyle -> Opacity[0.5], PlotPoints -> 20, Mesh -> 10];
      |визуализация г... |оси |меш... |стиль гра... |прозрачность |начальное число... |сетка
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Д. СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МОЩНОСТЬЮ СБ С ВНЕШНИМ КОНТУРОМ, ЗАДАЮЩИМ ИСКУССТВЕННЫЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОЛЯ, И С ВНУТРЕННИМ КОНТУРОМ, ЗАДАЮЩИМ ДЕФОРМАЦИЮ ГРАДИЕНТНОГО ПОТОКА

```

In[ ]:= Clear["Derivative"]
|очистить

In[ ]:= ClearAll["Global`*"]
|очистить всё

AffineStateSpaceModel[x''[t] == u[t], x[t], u[t], x'[t], t]
|аффинная модель в пространстве состояний

In[ ]:= pars = {α1 = 0.3, ω1 = 2 Pi 1, α2 = 0.4, ω2 = 2 Pi 1.35, xe = -1, ye = 1, xs = 1, ys = -1, k = 100}
|число пи |число пи

Out[ ]:= {0.3, 2 π, 0.4, 8.4823, -1, 1, 1, -1, 100}

In[ ]:= s1[t] = α1 Sin[ω1 t]; s2[t] = α2 Sin[ω2 t];
|синус |синус

In[ ]:= m1[t] = -1 / a01  $\frac{8 \cos[2 t \omega_1 + \varphi_{hess1}]}{\alpha_1^2}$ ; m2[t] = -1 / a02  $\frac{8 \cos[2 t \omega_2 + \varphi_{hess2}]}{\alpha_2^2}$ ;

In[ ]:= (*** )

In[ ]:= φ01 = N[Arg[ReplaceAll[ $\frac{1}{1/5 s + 1}$ , s → Sqrt[-1] ω1]]]
|ар... |заменить всё |квадратный корень

Out[ ]:= -0.898637

In[ ]:= φ02 = N[Arg[ReplaceAll[ $\frac{1}{1/5 s + 1}$ , s → Sqrt[-1] ω2]]]
|ар... |заменить всё |квадратный корень

Out[ ]:= -1.03816

In[ ]:= φhess1 = N[Arg[ReplaceAll[ $\frac{1}{1/15 s + 1}$ , s → Sqrt[-1] 2 ω1]]]
|ар... |заменить всё |квадратный корень

Out[ ]:= -0.697344

In[ ]:= φhess2 = N[Arg[ReplaceAll[ $\frac{1}{1/15 s + 1}$ , s → Sqrt[-1] 2 ω2]]]
|ар... |заменить всё |квадратный корень

In[ ]:= a01 = N[Abs[ReplaceAll[ $\frac{1}{1/15 s + 1}$ , s → Sqrt[-1] ω1]]]
|аб... |заменить всё |квадратный корень

Out[ ]:= 0.922351

In[ ]:= a02 = N[Abs[ReplaceAll[ $\frac{1}{1/15 s + 1}$ , s → Sqrt[-1] ω2]]]
|аб... |заменить всё |квадратный корень

Out[ ]:= 0.870462

In[ ]:= f = Exp[-((o1[t] - xe)^2 + (o2[t] - ye)^2)];
|показательная функция

In[ ]:= (*** )

In[ ]:= u = {G1[t], H1[t], 0};

In[ ]:= v = {0, -1, 0};

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Д. Продолжение.

```

In[ ]:= i = 0; x0 = 0; X = {ArcTan[(u.v), Sqrt[Cross[u, v].Cross[u, v]]]};
                                   |арктангенс |ква... |векторное ум... |векторное умноженик
In[ ]:= β0 = Piecewise[{{-Sqrt[(X - x0).(X - x0)]^2 + r0^2, i == 0}, {Sqrt[(X - x1).(X - x1)]^2 - r1^2, i > 0}}];
                                   |кусочно-задан... |квадратный корень |квадратный корень
In[ ]:= i = 1; x1 = {(Pi - r1) Exp[-1/10 t] + r1};
                                   |число пи |показательная функция
In[ ]:= β1 = Piecewise[{{-Sqrt[(X - x1).(X - x1)]^2 + r1^2, i == 0}, {Sqrt[(X - x1).(X - x1)]^2 - r1^2, i > 0}}];
                                   |кусочно-задан... |квадратный корень |квадратный корень
In[ ]:= β1 = (1 / ((1^k + β0 β1)^(1/k)));
In[ ]:= r0 = 10; r1 = 0.15;
In[ ]:= (***)
In[ ]:= u = {G2[t], H2[t], 0};
In[ ]:= v = {0, -1, 0};
In[ ]:= i = 0; x0 = 0; X = {ArcTan[(u.v), Sqrt[Cross[u, v].Cross[u, v]]]};
                                   |арктангенс |ква... |векторное ум... |векторное умноженик
In[ ]:= β0 = Piecewise[{{-Sqrt[(X - x0).(X - x0)]^2 + r0^2, i == 0}, {Sqrt[(X - x1).(X - x1)]^2 - r1^2, i > 0}}];
                                   |кусочно-задан... |квадратный корень |квадратный корень
In[ ]:= i = 1; x1 = {(Pi - r1) Exp[-1/10 t] + r1};
                                   |число пи |показательная функция
In[ ]:= β1 = Piecewise[{{-Sqrt[(X - x1).(X - x1)]^2 + r1^2, i == 0}, {Sqrt[(X - x1).(X - x1)]^2 - r1^2, i > 0}}];
                                   |кусочно-задан... |квадратный корень |квадратный корень
In[ ]:= β2 = (1 / ((1^k + β0 β1)^(1/k)));
In[ ]:= r0 = 10; r1 = 0.15;
In[ ]:= (***)

```

```

In[ ]:= sys = NDSolve[{x''[t] + x'[t] - H1[t] x[t] == G1[t] / Sqrt[{G1[t], H1[t]}.{G1[t], H1[t]}], 1/15 o1'[t] + o1[t] == x[t] + s1[t], 1/15 o2'[t] + o2[t] == y[t] + s2[t],
                                   |численно решить ДУ |квадратный корень
                                   z'[t] + z[t] == D[f, t], G1'[t] + G1[t] == z[t] x s1[t], 5 H1'[t] + H1[t] == z[t] m1[t] - D[{H1, H1[t]}, y'[t] + y'[t] - H2[t] x[t] == G2[t] / Sqrt[{G2[t], H2[t]}.{G2[t], H2[t]}],
                                   |дифференцировать |дифференцировать |дифференцировать |квадратный корень
                                   G2'[t] + G2[t] == z[t] x s2[t], 5 H2'[t] + H2[t] == z[t] m2[t] - D[{H2, H2[t]}, x[0] == xs, x'[0] == -1, o1[0] == xs, y[0] == ys, y'[0] == 1, o2[0] == ys, z[0] == 0,
                                   |дифференцировать
                                   G1[0] == -0.01, G2[0] == 0.01, H1[0] == 0, H2[0] == 0}, {x, y, z, G1, G2, H1, H2}, {t, 0, 1000}]]
Out[ ]:= {{x -> InterpolatingFunction[Domain: {{0, 1.00 x 10^3}}, Output: scalar], y -> InterpolatingFunction[Domain: {{0, 1.00 x 10^3}}, Output: scalar]},
                                   | |
                                   z -> InterpolatingFunction[Domain: {{0, 1.00 x 10^3}}, Output: scalar], G1 -> InterpolatingFunction[Domain: {{0, 1.00 x 10^3}}, Output: scalar], G2 -> InterpolatingFunction[Domain: {{0, 1.00 x 10^3}}, Output: scalar]},
                                   | |
                                   H1 -> InterpolatingFunction[Domain: {{0, 1.00 x 10^3}}, Output: scalar], H2 -> InterpolatingFunction[Domain: {{0, 1.00 x 10^3}}, Output: scalar] ]}}

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Д. Продолжение.

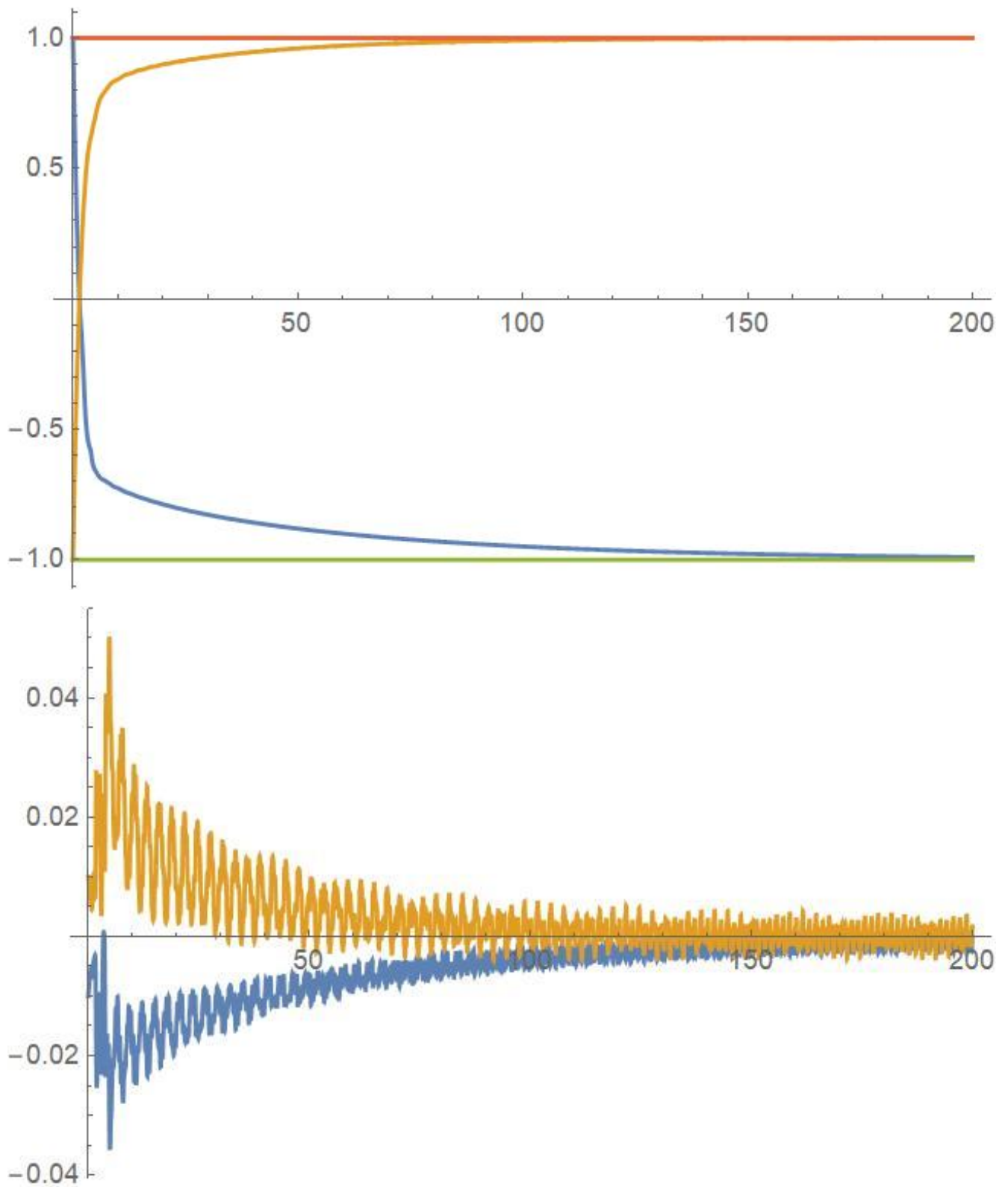


Рисунок Д.1. Траектории угловых координат солнечной энергоустановки в процессе движения в точку максимума мощности

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

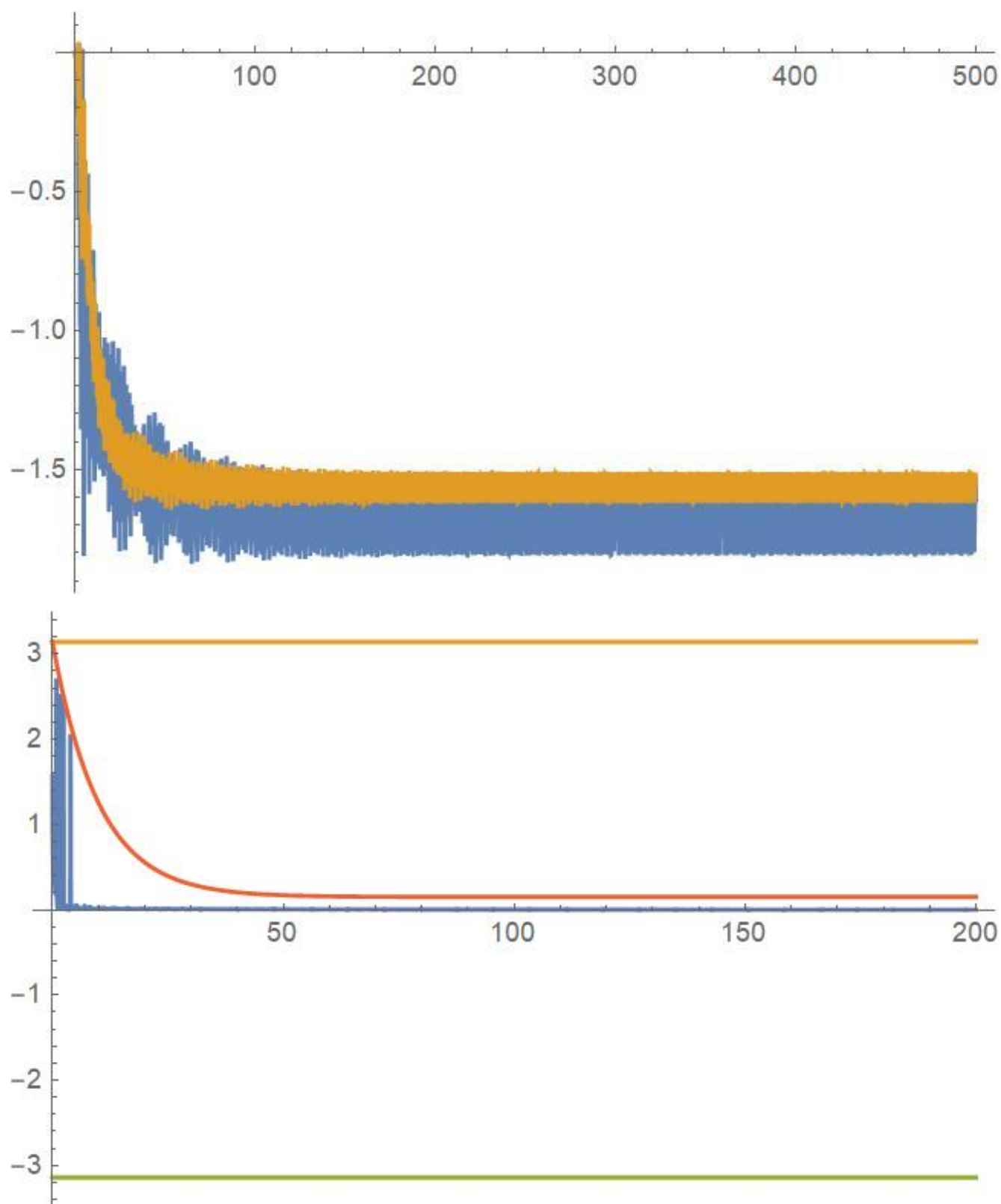


Рисунок Д.2. Траектории угловых координат солнечной энергоустановки в процессе движения в точку максимума мощности

ПРИЛОЖЕНИЕ Е. ИНФОРМАЦИЯ О ГРАНТЕ РФФИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЗАДАНИЕ

НАУЧНЫЕ РАЗРАБОТКИ ЮУрГУ - 2020

ЭКОЛОГИЯ

ФУНДАМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СИНЕРГЕТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ОТ ОБЪЕДИНЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ СТРУКТУРЫ (ДВОЙНАЯ ЗУБЧАТОСТЬ) БЕЗРЕДУКТОРНЫХ ВЕНТИЛЬНО-ИНДУКТОРНЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ СФЕРИЧЕСКИХ ПОЗИЦИОННЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ С МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ЕГО ВЛИЯНИЕ НА ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМ СЛЕЖЕНИЯ ЗА СОЛНЦЕМ (С ПЕРСПЕКТИВОЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ПОЗИЦИОННО-СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМАХ ДРУГИХ КЛАССОВ)

Руководитель проекта – А.Ю. Сологубов

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Решение фундаментальной научной проблемы, связанной с необходимостью создания и развития теории разработки энергоэффективных следающе-позиционных экстремальных систем управления угловой ориентации солнечных батарей на базе сферических параллельных манипуляторов, предназначенная для обеспечения работы в области низких скоростей, в условиях воздействия окружающей среды с высокими адаптивными возможностями.

ПУБЛИКАЦИИ

13 научных статей

11 научных докладов

1 патент

ИНДЕКСИРОВАНИЕ

4 статьи в Scopus

2 статьи в журналах из перечня ВАК

ЗАДАЧИ ПРОЕКТА

- ➔ Разработать методы расчёта тахограмм и нагрузочных диаграмм электроприводов, осуществляющих слежения по заданным траекториям.
- ➔ Исследовать экспериментальную обратную методику расчёта электро-двигателей.
- ➔ Применить один из алгоритмов глобальной оптимизации с целью получения оптимальной конфигурации механизма (с минимальным энергопотреблением и материалоёмкостью, с максимальной точностью и жёсткостью).
- ➔ На основе этих параметров разработать математические и конечно-элементные модели механизма и электрической машины.
- ➔ Исследовать эффективность предложенных методов с помощью имитационного моделирования.

ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОЕКТА

- ➔ новые требования к безредукторным вентильно-индукторным электроприводами сферических позиционных манипуляторов;
- ➔ методы синтеза параметров сферического позиционного манипулятора, вентильно-индукторного электропривода и показателей качества работы адаптивно-интеллектуальной системы управления на основе;
- ➔ структуры комбинированного адаптивно-интеллектуального управления системами слежения за Солнцем. Математический бэкграунд для исследования таких систем.

- ➔ замкнутые математические и конечно-элементные модели 3-х координатных безредукторных электроприводов сферических параллельных манипуляторов с адаптивно-интеллектуальной системой управления, описывающие протекание процессов в системе в условиях низкой скорости работы координатных электроприводов.
- ➔ результаты математического и имитационного моделирования разработанных алгоритмов должны подтвердить гипотезу о наличии синергетического эффекта.

ПЕРСПЕКТИВЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Научно-техническая продукция. Структурный и параметрический синтез мало-, средне- и крупногабаритных телескопов, строительство и совершенствование крупных солнечных электростанций с большим количеством систем слежения за Солнцем.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В 2020 г.

- ☑ Разработан способ анализа суточных и годовых данных об угловом положении Солнца (для любого географического местоположения). Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019665999 от 27.11.2019 «Программа формирования двухпа-

Национальный исследовательский университет

Южно-Уральский государственный университет



66

ПРИЛОЖЕНИЕ Е Продолжение.

раметрических временных сеток для вычисления солнечной позиции и угловых данных расчёта».

- ☑ Исследованы кинематические и динамические особенности электроприводов сферического позиционного параллельного манипулятора с нагрузкой в виде солнечной панели путём решения задач обратной кинематики и динамики. Разработана программа кинематического и динамического анализа электроприводов, а также конструктивных характеристик платформы параллельной кинематики. Решение задач обратной кинематики и динамики определяет структуру динамической модели опорно-поворотного механизма, как трёхмассовой системы с переменными моментами инерции и жёсткостями, определяемыми матрицей взаимодействий подвижных звеньев.
- ☑ Сформулирована новая проблема рационального выбора конструктивных параметров как опорно-поворотного механизма, так и приводных вентильно-индукторных электродвигателей (далее ВИД) и оценки влияния этих параметров на последующие процессы преобразования электрической энергии в механическую. Разработан вариант программы поиска оптимальных параметров опорно-поворотного механизма и приводного двигателя.
- ☑ Разработана наиболее общая на данный момент структура математической модели приводного ВИД, позволяющая представить преобразование электрической энергии в механическую, как мультиагентное взаимодействие фаз двигателя на нелинейном пространстве состояний, определяемое через матрицу индуктивностей, профили которых рассчитаны на основе конечно-элементного анализа спроектированного ВИД. Разработан алгоритм импульсно-фазового управления ВИД на основе комбинации непрерывных S-функций и их аффинных преобразований, реализующая одиночную, парную и комбинированную коммутацию фаз.
- ☑ Самый важный результат за I этап (октябрь 2019 года - август 2020 года) состоит в следующем. Построена новая структура простейшей двухконтурной адаптивно-интеллектуальной системы управления для многопараметрического поиска максимума мощности солнечной панели с целью наиболее качественного поддержания гомеостаза системы (под гомеостазом здесь подразумевается надёжная стабилизация в точке максимума оптимизируемого параметра). Такая система содержит внутренний контур адаптации, преобразующий сложный нелинейный объект в квазилинейный с желаемой передаточной функцией. Работа данного контура реализуется на основе динамического матричного нелинейного регулятора с адаптивными параметрами, подстройка которых осуществляется по простейшему методу обратного распространения ошибки. Такой подход позволяет упростить анализ системы и использовать классическую структуру системы поиска экстремума с вспомогательной модуляцией и

дополнительными линейными динамическими звеньями. С целью качественной оценки энергетических потерь в процессе поиска экстремума изучаются способы получить компоненты переходного процесса, как решения системы дифференциальных уравнений (по числу регулируемых координат), описывающих движение электропривода в точку максимума оптимизируемого параметра, что является выявленной и нерешённой на данный момент проблемой. Совместно с руководителем был построен способ слабого решения данной проблемы. А именно, решение строится путём комбинации медленной составляющей, определяемой коммутатором векторных полей, расчётываемого с помощью теории групп Ли и колебательной составляющей, которая является комбинацией уравнения предельного цикла и решением эквивалентного уравнения Риккати. Впервые при определении решения учитывается наличие в системе линейных звеньев, что вносит в структуру уравнений свёртки. Благодаря предложенному подходу к определению этого решения, удалось выявить явную формулу для вычисления действия компонентов решения уравнения на время переходного процесса и амплитуды колебательных составляющих. Кроме того, построена вторая версия системы, изменяющая поисковые сигналы и сохраняющая ту же структуру дифференциальных уравнений.

- ☑ Изучаются возможности получения решения системы дифференциальных уравнений движения электропривода в точку экстремума с использованием ряда Ли на основе присоединённого представления. А также качественное исследование нелинейной динамической системы с помощью уравнений Пфаффа. Некоторые результаты по данному направлению докладывались на семинаре. Тем не менее, в рамках проекта исследований, используя различные инструменты применительно к сложному установившемуся движению нелинейных систем, планируется показать существование веских доказательств того, что различные инструменты этой теории представляют собой различные предельные случаи неразработанного пока способа решения дифференциальных уравнений движения в системах поиска экстремума.

Степень новизны полученных результатов: Исследование синергетического эффекта от объединения дискретной структуры (двойная зубчатость) безредукторных вентильно-индукторных электроприводов сферических позиционных параллельных манипуляторов с многопараметрической системой экстремального управления и его влияние на энергоэффективность систем слежения за Солнцем (с перспективой использования в позиционно-следающих системах других классов) все еще остается малоизученной проблемой. Основные результаты, полученные в I этапе являются новыми и актуальными, а новые выявленные проблемы интересны с научной точки зрения.

ПАРТНЕР ПРОЕКТА

- ☑ Филиал «Оренбургский» ПАО «Т Плюс». Орская СЭС им. А.А.Влазнева (Сакмарская)

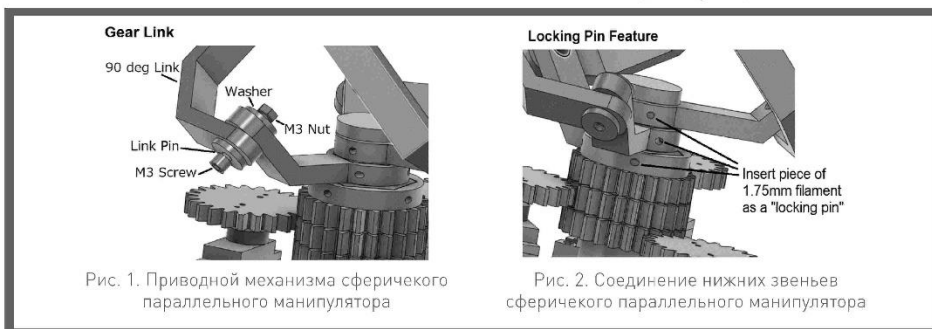


Рис. 1. Приводной механизма сферического параллельного манипулятора

Рис. 2. Соединение нижних звеньев сферического параллельного манипулятора

5100

Национальный
исследовательский
университет

Южно-Уральский
государственный
университет



67